



UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS

ESCUELA DE INGENIERÍA EN MECATRÓNICA

TRABAJO DE GRADO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO EN MECATRÓNICA

TEMA:

”CONTROL AUTO-DISPARADO USANDO MODO DESLIZANTE
POR RED”

AUTOR: BYRON MARCELO DEFAZ CAIZA

DIRECTOR: CARLOS XAVIER ROSERO CHANDI

IBARRA

DICIEMBRE, 2020



UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

1. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

En cumplimiento del Art. 144 de la Ley de Educación Superior, realizo la entrega del presente trabajo a la Universidad Técnica del Norte para que sea publicado en el Repositorio Digital Institucional, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DEL AUTOR			
CÉDULA DE IDENTIDAD:		1727465955	
APELLIDOS Y NOMBRE:		DEFAZ CAIZA BYRON MARCELO	
DIRECCIÓN		CAYAMBE-JUAN MONTALVO	
E-MAIL		bmdefazc@utn.edu.ec	
TELÉFONO FIJO	(02)2127028	TELÉFONO MÓVIL	0992962098
FECHA		3 de diciembre de 2020	
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO			
PROGRAMA		PREGRADO	
TÍTULO POR EL QUE OPTA		INGENIERO EN MECATRÓNICA	
ASESOR/DIRECTOR		CARLOS XAVIER ROSERO CHANDI	

2. CONSTANCIAS

El autor manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es original, y que es el titular de los derechos patrimoniales, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, 3 de diciembre de 2020.



BYRON MARCELO DEFAZ CAIZA

C.I.:1727465955



UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS

CERTIFICADO

En calidad de director del trabajo de grado **“CONTROL AUTO-DISPARADO USANDO MODO DESLIZANTE POR RED”**, presentado por el egresado **BYRON MARCELO DE-FAZ CAIZA**, para optar por el título de Ingeniero en Mecatrónica, certifico que el mencionado proyecto fue realizado bajo mi dirección.

Ibarra, 3 de diciembre de 2020.

CARLOS XAVIER ROSERO CHANDI

DIRECTOR DE TESIS

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto no hubiera sido posible sin la ayuda y cooperación de muchos. Quisiera agradecer a las personas que me ayudaron directa e indirectamente en la finalización de este trabajo de grado.

Gracias a mis padres: José Antonio y María Mercedes, por ser los principales promotores, confiar y creer en mis capacidades, por los consejos, valores y principios que me han inculcado.

A mis hermanos: Francisco, Gloria, Luis, Cristian y José, por su cariño y apoyo incondicional, durante todo este proceso estuvieron conmigo en todo momento gracias.

A mis sobrinos, por todo el tiempo compartido, espero que tomen lo mejor de mí y pueda enorgullecerlos.

A mi director Xavier que con entereza, sabiduría e inspiración supo guiarme en la realización del presente trabajo.

A la Universidad Técnica del Norte, por ser mi Alma Máter, por abrirme sus puertas y poder cumplir una meta más en mi vida académica y profesional.

Byron Defaz

DEDICATORIA

El presente trabajo va dedicado a mis amados padres por haberme brindado la oportunidad de estudiar y lograr este título, quienes han sido mis guías principales, que con amor y esfuerzo lucharon incansablemente para verme lograr esta meta.

A mis hermanos, familiares y amigos quienes me han apoyado para obtener el título de Ingeniero en Mecatrónica.

Byron Defaz

Resumen

El reto en la actualidad de los sistemas de control se centra en analizar las estrategias de implementación, explícitamente con restricciones de energía, computación y comunicación. Para alcanzar esta finalidad, se propone desarrollar una estrategia basada en la teoría de control auto-disparado usando modo deslizante sobre redes como un medio para reducir la utilización del ancho de banda. El objetivo de este proyecto es evitar el monitoreo continuo de la trayectoria de los estados, por lo cual, el valor muestreado del estado se requiere para actualizar la señal de control y determinar el tiempo del próximo muestreo. En consecuencia, no se puede exigir que las trayectorias de los estados converjan al estado cero cuando el tiempo tiende a infinito; en su lugar, se plantea condiciones para una estabilización semiglobal desde el punto de vista práctico. Con este fin, se adopta la teoría de modo deslizante con histéresis y se obliga a que las actualizaciones de control solo ocurran en el límite de la banda de histéresis. Este trabajo, desarrolla las condiciones que deben cumplirse para asegurar dicho funcionamiento en el caso del sistema de doble integrador. Para la realización de este proyecto se utilizó el kernel True-Time, un simulador basado en Matlab/Simulink y los resultados se muestran mediante gráficas comparativas con relación al uso del procesador. De esta manera, la estrategia de control desarrollada, se presenta como una alternativa para utilización óptima de los recursos, el uso eficaz del tiempo y el costo del procesador.

Palabras clave : control auto-disparado, histéresis, modo deslizante, redes.

Abstract

The current challenge for control systems is focused on analyzing implementation strategies, explicitly with energy, computing and communication restrictions. To achieve this goal, it is proposed to develop a strategy based on self-triggered control theory using sliding mode over networks as a means to reduce bandwidth utilization. The objective of this project is to avoid continuous monitoring of the trajectory of the states. Therefore, the sampled value of the state is required to update the control signal and determine the time of the next sample. Consequently, the trajectories of the states cannot be required to converge to the zero state when time approaches infinity; instead, conditions are posed for semi-global stabilization from a practical point of view. To this end, the hysteresis sliding mode theory is adopted and the control updates are forced to only occur at the limit of the hysteresis band. This work develops the conditions that must be met to ensure said operation in the case of the double integrator system. To carry out this project, the TrueTime kernel, was used, a simulator based on Matlab / Simulink and the results are shown by means of comparative graphs in relation to the use of the processor. In this way, the developed control strategy is presented as an alternative for optimal resources utilization, efficient use of time and processor cost.

Keywords : Sliding mode, self-triggered control, hysteresis, network

Índice general

Índice general	XI
Índice de figuras	XIII
Lista de programas	XIV
Introducción	1
1. Revisión Literaria	5
1.1. Antecedentes	5
1.2. Sistemas de estructura variable	7
1.3. Control de estructura variable	7
1.3.1. Modelos matemáticos y estructurales básicos de sistemas no lineales	7
1.4. Control en modo deslizante	8
1.4.1. Algoritmo del control en modo deslizante	9
1.4.2. Superficie de deslizamiento	10
1.4.3. Régimen deslizante	11
1.4.4. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	11
1.4.5. Candidato del Lyapunov	12
1.4.6. Chattering	12
1.4.7. Condición de alcanzabilidad	14
1.4.8. Condición de estabilidad	15
1.4.9. Función de histéresis	15
1.5. Muestreo	16

1.5.1.	Muestreo aperiódico	17
1.6.	Control manejado por eventos	17
1.6.1.	Control auto-disparado	18
1.7.	Sistemas de control en red	19
1.7.1.	Ancho de banda limitado	20
1.7.2.	Retrasos de comunicación variables	20
2.	Metodología	21
2.1.	Deslizamiento básico	21
2.1.1.	Ley de control	21
2.1.2.	Superficie de deslizamiento	22
2.1.3.	Candidato Lyapunov	22
2.2.	Enfoque integrado	23
2.3.	Algoritmo de operación	24
2.3.1.	Pseudocódigo	25
2.4.	Parámetros de integración	25
2.4.1.	Dirección deseada	26
2.4.2.	Alcanzabilidad de la banda	26
2.4.3.	Técnica de auto-disparo	26
2.5.	Directrices de implementación	26
2.5.1.	Protocolo CAN	26
3.	Implementación y pruebas	28
3.1.	Descripción del sistema	28
3.1.1.	Planta	28
3.1.2.	Análisis de controlabilidad	28
3.2.	Superficie de deslizamiento	29
3.3.	Dirección deseada	29
3.4.	Alcanzabilidad de la banda	32
3.5.	Técnica de auto-disparo	34

3.6.	Implementación en Software Matemático	35
3.6.1.	Descripción de la plataforma de simulación	35
3.7.	Ejemplos Numéricos	39
3.7.1.	Ejemplo 1	40
3.7.2.	Ejemplo 2	41
3.7.3.	Ejemplo 3	42
3.7.4.	Ejemplo 4	43
3.7.5.	Ejemplo 5	45
3.7.6.	Ejemplo 6	46
3.8.	Análisis de estabilidad del sistema	47
4.	Conclusiones y trabajo futuro	48
4.1.	Conclusiones	48
4.2.	Recomendaciones	49
4.3.	Trabajo futuro	49
	Apéndice	53
A.	Software	53
A.1.	Código Global	53
A.2.	Nodo sensor (sensor_node.m)	54
A.2.1.	Código sensor (sensor_codigo.m)	54
A.3.	Nodo controlador (controlador_node.m)	55
A.3.1.	Código controlador (controlador_codigo.m)	55
A.4.	Nodo actuador (actuador_node.m)	56
A.4.1.	Código actuador (actuador_codigo.m)	57

Índice de figuras

1.1. Diagrama de bloques de un sistema no lineal	8
1.2. Representación gráfica del control en modo deslizante	9
1.3. Superficie de deslizamiento	10
1.4. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	11
1.5. Representación de chattering	13
1.6. Función saturación	13
1.7. Condición de alcanzabilidad de un sistema en modo deslizante	14
1.8. Condiciones de estabilidad	15
1.9. Función de histéresis en el control en modo deslizante	16
1.10. Trayectoria en modo deslizante con chattering controlado	16
1.11. Muestreo periódico vs muestreo disparado por evento	18
1.12. Estructura genérica de un sistema de control en red	20
2.1. Señal del controlador en modo deslizante	22
2.2. Operación deseada	24
3.1. Diagrama de bloques Simulink/TrueTime	36
3.2. Bloque nodo sensor	36
3.3. Bloque nodo controlador	37
3.4. Bloque nodo actuador	37
3.5. Planta doble integrador	38
3.6. Bloque de configuración de la red	38
3.7. Geometría en espacio de estados	40
3.8. Dinámica del sistema doble integrador logrando la operación deseada	41

3.9. Intervalos de muestreo del sistema doble integrador	41
3.10. El aumento de la histéresis disminuye el número de actualizaciones de control .	42
3.11. Intervalos de muestreo con aumento de histéresis	42
3.12. Pérdida de la operación deseada debido a los estados fuera de los límites admi- tidos	43
3.13. Intervalos de muestreo en pérdida de la operación deseada	43
3.14. Efecto de incrementar la acción de control	44
3.15. Intervalos de muestreo incrementando la acción de control	44
3.16. Aumento excesivo de la banda de histéresis	45
3.17. Intervalos de muestreo con exceso de histéresis	46
3.18. Dinámica del sistema agregada una perturbación	46
3.19. Intervalos de muestreo con perturbación	47

Lista de Programas

A.1. Código global	53
A.2. Código nodo sensor	54
A.3. Código sensor	54
A.4. Código nodo controlador	55
A.5. Código controlador	55
A.6. Código nodo actuador	56
A.7. Código actuador	57

Introducción

Los sistemas de control automatizados han jugado un rol importante en el desarrollo de la ciencia en general, principalmente en el área de ingeniería. Sus innumerables aplicaciones crecen día a día para facilitar y optimizar los procesos de producción industriales.

En los sistemas integrados en red, las restricciones impuestas por recursos como la capacidad del procesador o el ancho de banda de la red, limitan el rendimiento de la aplicación; el uso eficiente de la infraestructura de comunicación implícita es importante desde la perspectiva de escalamiento del sistema [1], [2]. Al mismo tiempo, dado que la cantidad de datos transmitidos a través de las redes es relativamente grande, el mecanismo tradicional de activación periódica tiene muchas deficiencias [3]. Para reducir el cálculo innecesario y la transmisión de información, se ha prestado más atención al método de control de muestreo aperiódico.

El control en modo deslizante, por su parte, es una de las técnicas de control más robusta que posee propiedades bien conocidas, como la reducción del orden del modelo, la propiedad de invariancia y el rechazo completo de perturbaciones [4]. Sin embargo, este tipo de controlador tiene la característica de realizar operaciones de alta frecuencia lo cual aumenta dramáticamente el tráfico de la red.

En este contexto, el intercambio de datos aperiódico se puede realizar utilizando un enfoque auto-disparado [5]. El objetivo principal de este proyecto, es minimizar la utilización del ancho de banda y al mismo tiempo, garantizar la estabilidad y un rendimiento de control aceptable mediante la teoría de modo deslizante.

Objetivos

Objetivo general

- Desarrollar un modelo de control auto-disparado usando modo deslizante por red.

Objetivos específicos

- Determinar las características principales del control en modo deslizante auto-disparado en relación al estado del arte.
- Desarrollar una estrategia que permita controlar un sistema en modo deslizante auto-disparado en red.
- Obtener resultados referentes al uso de recursos y estabilidad de la estrategia implementada sobre un sistema de control en red.

Problema

Desde décadas pasadas, el control con información mínima se ha investigado ampliamente debido a sus numerosas ventajas. Los avances en las tecnologías de la computación y las redes de comunicación han llevado a un nuevo tipo de sistemas de control a gran escala y con recursos limitados [6], [7]. Es deseable en estos sistemas limitar el sensado, el cómputo de la acción de control y el uso de la red de datos sólo para los casos en que el sistema necesita atención. Sin embargo, el control clásico de datos muestreados se basa en realizar la detección y el accionamiento periódicamente en lugar de cuando el sistema necesita atención [8].

Por otro lado, el control en modo deslizante auto-disparado se ha convertido en una de las soluciones seleccionadas para muchos diseños de control prácticos como dispositivos electrónicos, robótica, procesos químicos y similares [9]. Esta técnica se ha aplicado ampliamente debido a su simplicidad y robustez frente a variaciones de parámetros y perturbaciones. Un modo deslizante ideal requiere una frecuencia de conmutación infinita para mantener el estado en la superficie deslizante. Sin embargo, una frecuencia de conmutación infinita puede no ser aceptable en la práctica, lo que lleva a un fenómeno no deseado de oscilaciones que tienen frecuencia y amplitud finitas, lo que se conoce como chattering. El chattering no puede eliminarse en

la implementación de controladores de modo deslizante debido a la limitación práctica de la frecuencia de conmutación dada por la plataforma de software / hardware.

En el campo de los sistemas de control en red donde los sensores, controladores y actuadores se distribuyen físicamente e intercambian datos de control a través de la red, una operación de alta frecuencia de un controlador de modo deslizante en red también tiene el efecto negativo de aumentar drásticamente el tráfico de la red. Por lo tanto, es de interés analizar las estrategias de implementación destinadas a reducir el consumo de ancho de banda de la red [10].

Justificación

En programación y control automático, afianzar que los sistemas funcionan eficientemente juega un papel fundamental en los procesos donde la precisión es vital; específicamente en el campo de los sistemas de control en red donde los sensores, controladores y actuadores se distribuyen físicamente e intercambian datos de control a través de la red. El control de estos sistemas es de gran importancia en mecatrónica y son usados ampliamente en el control digital de robots, máquinas-herramientas, motores eléctricos, coches, sistemas neumáticos e hidráulicos, entre otros. Un controlador auto-disparado, además de aplicar el control, calcula en algunas condiciones el intervalo de tiempo en el que se debe aplicar la próxima actualización de control. El ajuste de estas condiciones en el tiempo de ejecución permite regular la velocidad de ejecución del controlador y al final sus demandas de recursos (tiempo del procesador, ancho de banda de la red). En la actualidad, gracias al desarrollo y aplicación de las técnicas modernas de control, un gran número de tareas y cálculos asociados a la manipulación de las variables han sido delegados a computadoras, controladores y accionamientos especializados para el logro de los requerimientos del sistema. Por lo tanto, en la integración de todo tipo de software y desarrollo de aplicaciones de control y gestión, es importante analizar las estrategias de implementación explícitamente con restricciones de energía, computación y comunicación.

Alcance

El presente proyecto desarrollará un modelo de control auto-disparado usando modo deslizante por red. Se propondrá una estrategia de control cuyo desempeño se ilustrará a través de

ejemplos de simulación comparativa en relación a la utilización del procesador. Para la realización de este proyecto se utilizará software matemático.

Capítulo 1

Revisión Literaria

En este capítulo se presentan las ideas básicas y fundamentos del control por estructura variable, específicamente el control en modo deslizante. Además, se proporciona un enfoque sobre los sistemas de control en red y las técnicas de control manejado por eventos en relación al estado del arte.

1.1. Antecedentes

Los avances recientes de los sistemas de estructura variable y el modo deslizante se pueden encontrar en los documentos presentados en los talleres VSS patrocinados por el Comité Técnico de IEEE sobre sistemas de estructura variable y control de modo deslizante [11]. Además, en la literatura se puede resaltar las más recientes contribuciones que han extendido el paradigma de control de modo deslizante e introducido el concepto de control de modo deslizante de orden superior, donde una motivación es buscar un control suave que abarque de forma natural y precisa los beneficios del enfoque tradicional para el control de modo deslizante.

Algunos ejemplos de aplicaciones de control en modo deslizante se encuentran en la literatura. Gokasan y Bogosyan desarrollaron una estrategia de gestión de energía basada en un controlador de modo deslizante para mejorar la eficiencia general de una serie de vehículos híbridos-eléctricos. Como un enfoque novedoso, se desarrollaron dos controladores en modo deslizante sin vibraciones para mantener el funcionamiento del motor en la región de eficiencia óptima, siempre que se requiera el funcionamiento del motor debido a una caída en el nivel del estado de carga de la batería. Uno de los controladores en modo deslizante está dedicado al control de velocidad del motor, mientras que el otro realiza el control del par motor-generator

a través del convertidor de potencia. El rendimiento del nuevo controlador se comparó con un controlador existente que registra un rendimiento mejorado y una eficiencia general con emisiones y reducción del consumo de combustible en un entorno de simulación [12].

En [4] los autores discuten aquí la robusta estabilización de un sistema lineal invariante en el tiempo utilizando el control de modo deslizante con la estrategia de auto-disparo. En la activación automática, la acción de control no se actualiza de manera periódica como en el sistema clásico de muestreo. El control en modo deslizante con mecanismo de auto-disparo logra una estabilidad robusta con un mayor período de tiempo de ejecución del control. En comparación con la activación de un evento, la técnica de activación automática no requiere hardware dedicado adicional para la medición continua del estado para determinar el siguiente instante de activación posible. Aquí, se desarrolla una estrategia para encontrar el siguiente instante de activación posible utilizando únicamente información de estado muestreada en el pasado y garantizando que incluso en presencia de perturbaciones el sistema de circuito cerrado sea estable. Se ha demostrado que el rendimiento del sistema mejora en términos del número de actualizaciones de control y, por lo tanto, la ejecución del control requiere menos recursos. Los resultados de la simulación numérica se proporcionan para validar el análisis teórico.

Un enfoque diferente presenta Peng Wu, en el cual propone un método de control de activación automática basado en el control de modo deslizante de terminal no singular para garantizar la calidad de control requerida y minimizar la utilización de recursos del sistema. Para mejorar aún más el rendimiento de control, presenta un observador de perturbaciones no lineales para estimar la perturbación externa. Con la prueba de la estabilidad del sistema, se establece la condición de autocontrol basada en el tiempo de ejecución de las tareas de control. Esto no solo mejora la capacidad de rechazo de perturbaciones, sino que también permite que el sistema de control muestre en frecuencias más bajas con garantía de rendimiento. Los resultados de la simulación muestran que, en comparación con el control periódico, el método de control auto-disparado propuesto puede reducir significativamente la utilización de recursos en los sistemas de control en red [13].

1.2. Sistemas de estructura variable

Los sistemas de estructura variable son aquellos en los que su topología cambia en el tiempo de forma intencionada y consecuentemente la acción de control es discontinua y el sistema es no lineal. Es así que los instantes de tiempo en los cuales se produce el cambio de estructura están determinados por el estado actual del sistema, la característica distintiva de los controladores de estructura variable es su habilidad de resultar en un sistema de control robusto y bajo algunas condiciones, resulta en un control invariante [14]. Un sistema con una estructura variable se describe adecuadamente por medio de un sistema de ecuaciones de diferencia con el lado derecho discontinuo con respecto a las variables del espacio [15].

1.3. Control de estructura variable

En el curso de toda la historia de la teoría de control, la intensidad de la investigación de sistemas de control discontinuo se ha mantenido a un nivel suficientemente alto. Los controladores Bang-bang, que también se conocen como controladores de dos pasos, controladores de encendido y apagado o controladores de histéresis, se utilizan en muchos tipos de sistemas de control domésticos e industriales debido a la facilidad de implementación y la eficiencia del hardware de control. La característica más destacada de control de estructura variable es su capacidad para dar como resultado sistemas de control muy robustos que poseen un buen desempeño transitorio, respuesta rápida, insensible a variaciones de parámetros y perturbaciones externas [16].

1.3.1. Modelos matemáticos y estructurales básicos de sistemas no lineales

Los sistemas continuos de variante de tiempo no lineal se pueden describir mediante ecuaciones diferenciales vectoriales de primer orden de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f[t, x(t), u(t)] \\ y(t) &= h[t, x(t), u(t)]\end{aligned}\tag{1.1}$$

o en el caso de sistemas discretos no lineales, por ecuaciones de diferencia:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f[k, x(k), u(k)] \\ y(k) &= h[k, x(k), u(k)]\end{aligned}\tag{1.2}$$

donde “ x ” es el vector de estado $n \times 1$, $x \in \mathbb{R}^n$; “ u ” es el vector de entrada $m \times 1$, “ u ” $\in \mathbb{R}^m$ e “ y ” es el vector de salida $r \times 1$, “ y ” $\in \mathbb{R}^r$ [17].

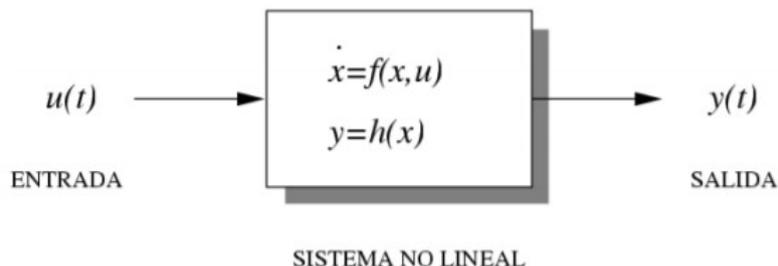


Figura 1.1: Diagrama de bloques de un sistema no lineal

El sistema de Control de Estructura Variable ha sido estudiado por un investigador ruso en forma de modo deslizante, los detalles de la historia se pueden encontrar en [18].

1.4. Control en modo deslizante

El control de modo deslizante es un tipo particular de Sistema de Estructura Variable que se caracteriza por una serie de leyes de control de retroalimentación y una regla de decisión. La regla de decisión, denominada función de conmutación que tiene como entrada alguna medida del comportamiento del sistema actual y produce como salida del controlador de retroalimentación particular que debe usarse en ese instante en el tiempo. En el control de modo deslizante (ver Figura 1.2), los sistemas de control de estructura variable están diseñados para conducir y luego restringir el estado del sistema para que se encuentre dentro de una superficie de la función de conmutación.

Los sistemas con modos deslizantes han demostrado ser eficaces para controlar plantas dinámicas no lineales complejas de alto orden que operan en condiciones de incertidumbre, un problema común para muchos procesos de tecnología moderna. Esto explica el alto nivel de actividad de investigación y publicación en el área y el interés incesante de los ingenieros en ejercicio en el control de modo deslizante durante las últimas dos décadas [19].

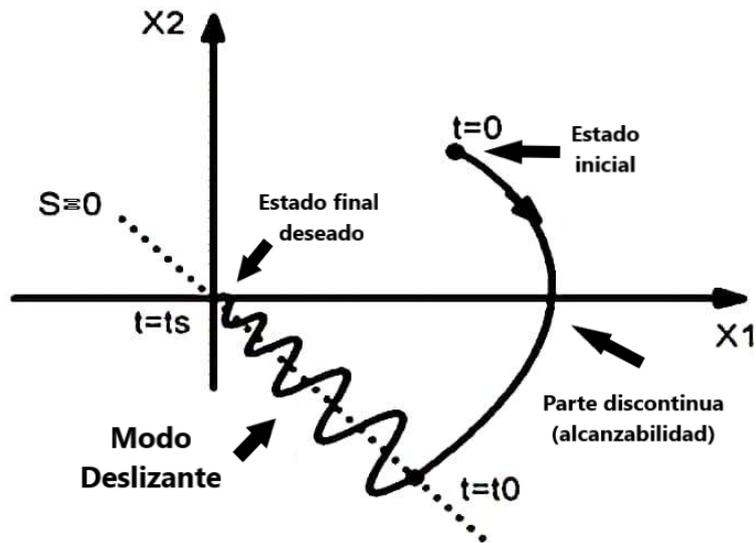


Figura 1.2: Representación gráfica del control en modo deslizante

1.4.1. Algoritmo del control en modo deslizante

El algoritmo de control en modo deslizante está diseñado en dos fases. Estas fases incluyen el diseño de una superficie deslizante y una ley de control discontinuo [20].

1. Diseño de superficie deslizante: la superficie deslizante puede tener una de las siguientes formas, según las especificaciones de diseño del controlador.
 - a) Polinomio de Hurwitz como superficie: la superficie deslizante (S) es un polinomio mónico y es una combinación lineal de los estados del sistema. Estas superficies se utilizan normalmente para fines de regulación (estabilización).
 - b) Seguimiento de superficie deslizante específica: la opción habitual, como superficie, para fines de seguimiento es el error, por ejemplo, $S = E = R - Y$, donde E es el error, Y es la salida correspondiente del sistema subyacente y R es la señal deseada, trayectoria, ruta, etc., que se debe rastrear.
 - c) Una consideración crítica en el diseño de una superficie deslizante es asegurar la existencia de modos deslizantes estables. En otras palabras, una superficie debe diseñarse de modo que cuando se complete la fase de alcance, las trayectorias del sistema se deslicen hacia el origen. Esta discusión produce la siguiente definición de modos deslizantes.

2. Diseño de la Ley de Control: La ley de control utilizada en los algoritmos de control en modo deslizante es generalmente una función de retroalimentación discontinua de los estados del sistema. Esto debe diseñarse de modo que la fase de alcance se realice en un tiempo finito y las trayectorias del sistema se limiten a la superficie y mantenga el rendimiento deseado.

1.4.2. Superficie de deslizamiento

Existen múltiples propuestas para determinar la superficie de deslizamiento y en general puede ser cualquier función del estado tal que el error de regulación o seguimiento se haga cero en régimen permanente (ver Figura 1.3). Este comprende una superficie, conocida como superficie de deslizamiento, definido en el espacio de estados como $S(x)$ tal que $S(x) = 0$.

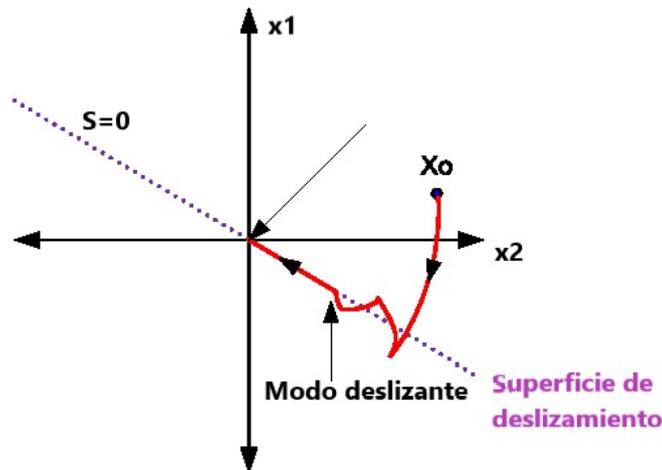


Figura 1.3: Superficie de deslizamiento

De manera matemática se considera lo siguiente:

$$S(x) \cong x_i - k = 0 \quad (1.3)$$

donde x_i es una de las variables de estado del sistema y k es una constante de tipo real, tal que en régimen permanente x_i llegue a ser el valor deseado k . En muchos sistemas no basta que se siga una sola consigna en una variable de estado y $S(x)$ debe considerar todas las variables de estado, o formas más complejas. Suelen usarse hiperplanos (combinaciones lineales de las variables de estado) como superficies.

$$S(x) \cong \sum_i k_i x_i - k = 0. \quad (1.4)$$

1.4.3. Régimen deslizando

La idea básica del control por modo deslizando consiste en llevar las trayectorias del sistema sobre una variedad o superficie de deslizamiento y forzarlas a evolucionar sobre ella. Así, el comportamiento dinámico del sistema en estas condiciones queda determinado por las ecuaciones que definen dicha superficie en el espacio de estados. De este modo, plasmando los objetivos de control en tales ecuaciones mediante un diseño adecuado de las mismas, es posible lograr la estabilización del sistema, el seguimiento de referencias y la regulación de variables.

1.4.4. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

La teoría de estabilidad juega un rol central en teoría de sistemas e ingeniería. Lyapunov introdujo por primera vez métodos que permiten determinar la estabilidad de sistemas de ecuaciones diferenciales sin necesidad de calcular explícitamente las soluciones. De manera general, Lyapunov formula que, un punto de equilibrio es estable si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio permanecen en las cercanías del punto de equilibrio; de otro modo el punto de equilibrio es inestable. Además, un punto de equilibrio se dice asintóticamente estable si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio no sólo permanecen en las cercanías del punto de equilibrio, sino que además tienden hacia el equilibrio a medida que el tiempo se aproxima a infinito. La Figura 1.4 representa lo antes mencionado.

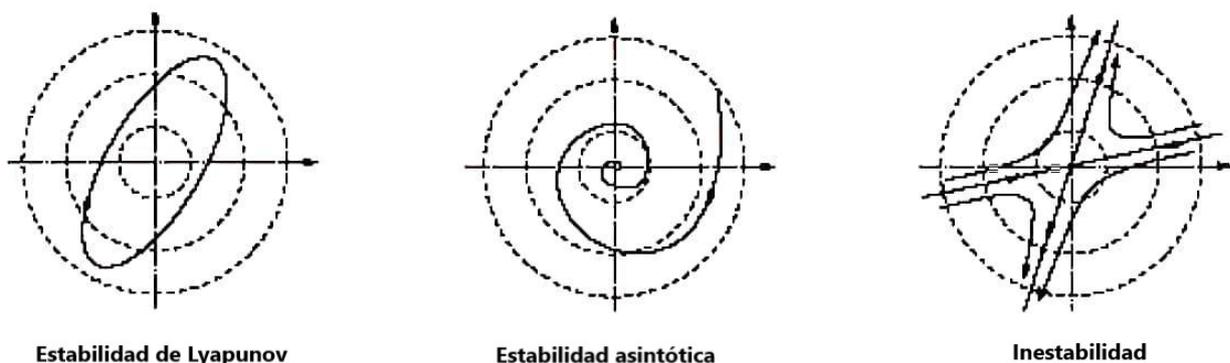


Figura 1.4: Estabilidad en el sentido de Lyapunov

La teoría de Lyapunov usa dos métodos para el análisis de estabilidad. Por una parte está el método indirecto, que proporciona la estabilidad de un sistema no lineal en la vecindad de un

punto operativo mediante el uso de técnicas de control lineal. Por otra parte, el método directo, utiliza el concepto de energía para reclamar la estabilidad.

1.4.5. Candidato del Lyapunov

Una función $V(x)$ que cumple con las condiciones impuestas en el método directo de Lyapunov, se denomina “función de Lyapunov“. La cual consiste en hacer una función escalar positiva de la ecuación (1.5), para las variables de estado del sistema y luego elegir la ley de control que disminuirá esta función [21]

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{con} \quad V > 0. \quad (1.5)$$

De manera general la función candidata de Lyapunov puede considerarse como:

$$V(x) = \frac{1}{2}s(x, t)^2, \quad (1.6)$$

entonces, la derivada de esta función anterior es negativa cuando se verifica la siguiente expresión:

$$s(x, t)\dot{s}(x, t) < 0. \quad (1.7)$$

Este método es una herramienta de análisis muy poderosa. Sin embargo, presenta dos desventajas. La primera es que no hay un método sistemático para hallar una función de Lyapunov por lo tanto hay que proponer una función candidata a función de Lyapunov y probar si la misma cumple con los requisitos de estabilidad. La segunda es que el teorema solo brinda condiciones suficientes por lo tanto el hecho de no encontrar una función candidata a Lyapunov que satisfaga las condiciones de estabilidad o de estabilidad asintótica no significa que el origen es inestable o asintóticamente estable.

1.4.6. Chattering

No existe un modo de deslizamiento ideal en la práctica, ya que implicaría que el control conmute a una frecuencia infinita. En presencia de imperfecciones de conmutación, como retrasos en el tiempo de conmutación y pequeñas constantes de tiempo en los actuadores, la discontinuidad en el control de retroalimentación produce un comportamiento dinámico particular en las proximidades de la superficie, lo que comúnmente se conoce como chattering.

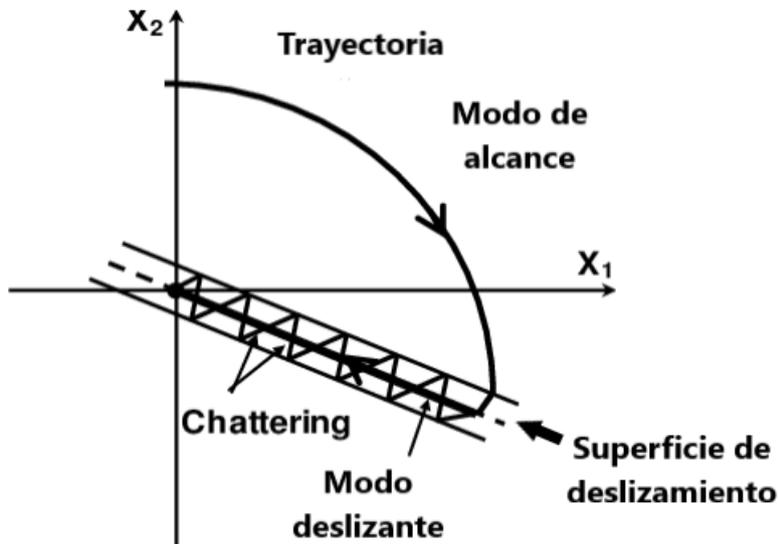


Figura 1.5: Representación de chattering

Este fenómeno es un inconveniente ya que, incluso si se filtra a la salida del proceso, puede excitar modos de alta frecuencia no modelados, lo que degrada el rendimiento del sistema e incluso puede provocar inestabilidad (ver Figura 1.5). El chattering también provoca un alto desgaste de las piezas mecánicas móviles y grandes pérdidas de calor en los circuitos de energía eléctrica. Es por eso por lo que muchos procedimientos han sido diseñados para reducir o eliminar este chattering. Uno de ellos consiste en un esquema de regulación en alguna vecindad de la superficie de conmutación que, en el caso más simple, consiste simplemente en reemplazar la función de signo por una aproximación continua con una alta ganancia en la capa límite: por ejemplo, funciones sigmoideas o funciones de saturación como se muestra en la Figura 1.6. Sin embargo, aunque se pueden eliminar las vibraciones, la robustez del modo deslizante también se ve comprometida [22].

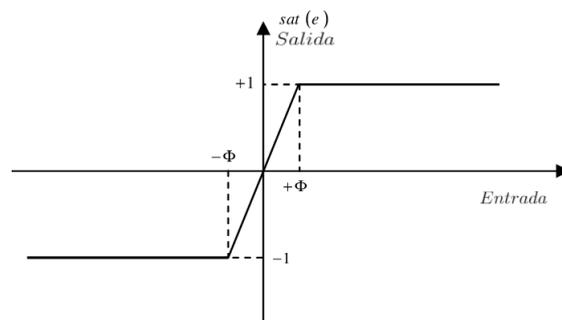


Figura 1.6: Función saturación

1.4.7. Condición de alcanzabilidad

Este paso del proceso de diseño trata con la prueba matemática de la existencia de modos deslizantes en el régimen deslizante, definido anteriormente, con la aplicación del controlador discontinuo. Esto se puede afirmar de manera equivalente si se logran o no los modos deslizantes, dinámica $S = 0$, es decir, se logra la fase de alcance. La propiedad que se busca en un sistema de control es la posible existencia de modos deslizantes en las superficies de discontinuidad de la estructura. Si la trayectoria del sistema alcanza las proximidades la superficie de deslizamiento en la que existe un modo deslizante, el movimiento ya no se alejará de la región excepto posiblemente en las fronteras de la región. Por ejemplo, supongamos que en un sistema de estructura variable de segundo orden existe un modo deslizante en $S(x)$. Entonces, las trayectorias que alcanzan la región de deslizamiento $S(x)$ permanecen sobre $S(x)$ excepto si llegan a los extremos de la superficie de deslizamiento, donde, posiblemente puedan escapar de la región. Una condición necesaria y suficiente para alcanzar la superficie viene dado por la siguiente ecuación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \nabla S, f_a^+ \rangle < 0 \\ \langle \nabla S, f_a^- \rangle > 0 \end{array} \right\} \quad (1.8)$$

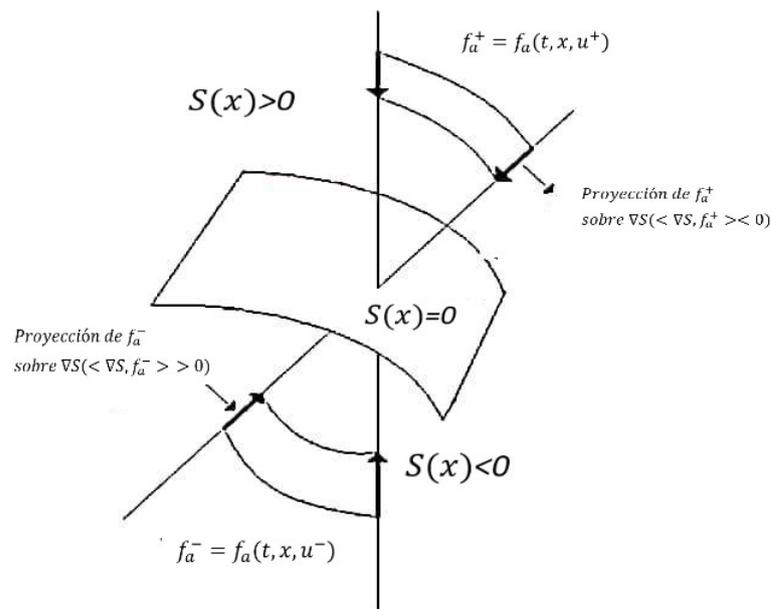


Figura 1.7: Condición de alcanzabilidad de un sistema en modo deslizante

Donde f_a^+ es el campo vectorial debido a la acción de control u^+ cuando la dinámica del sistema se encuentra por encima de la superficie de conmutación y f_a^- es el campo vectorial debida a la acción de control u^- cuando la dinámica del sistema se encuentra por debajo de la superficie de conmutación, como se puede observar en Figura 1.7.

1.4.8. Condición de estabilidad

Además de la condición de alcanzabilidad, la acción de control y los coeficientes deslizantes deben diseñarse para cumplir con la condición de estabilidad. Esto es para garantizar que, en caso de operar en la fase de deslizamiento, la trayectoria deslizante siempre se dirigirá hacia un punto de equilibrio estable. Si no se logra esto, se generará un sistema de modo deslizante inestable. En la Figura 1.8, la trayectoria S se mueve sobre el régimen deslizante y (a) converge al punto deseado de equilibrio "O" lo cual cumple la condición de estabilidad, y (b) pasa y no se detiene en el punto deseado de equilibrio "O", esto no se cumple la condición de estabilidad. En general, la estabilidad de un sistema se obtiene asegurando que los valores propios de los jacobianos del sistema en la región de estado estacionario tengan partes reales negativas [23].

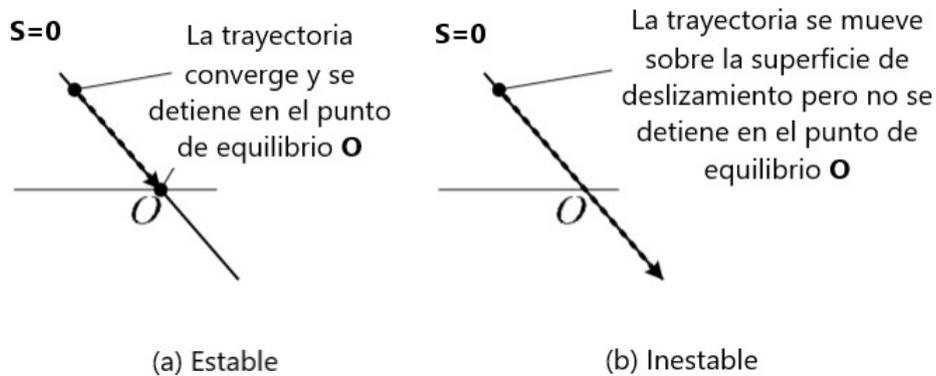


Figura 1.8: Condiciones de estabilidad

1.4.9. Función de histéresis

La implementación del control en modo deslizante a través de la función de histéresis, no requiere computación adicional o circuitos auxiliares, y su implementación se logra fácilmente

mediante la ley de control dada por:

$$u(t) = \begin{cases} U^+, & \text{si, } S(x,t) > \Delta \\ U^-, & \text{si, } S(x,t) < -\Delta \end{cases} \quad (1.9)$$

donde Δ es un valor arbitrariamente pequeño. La introducción de una banda de histéresis con las condiciones de contorno $S = \Delta$ y $S = -\Delta$ proporciona una forma de control a la frecuencia de conmutación del sistema, resolviendo así el problema práctico de la operación de conmutación de muy alta frecuencia.

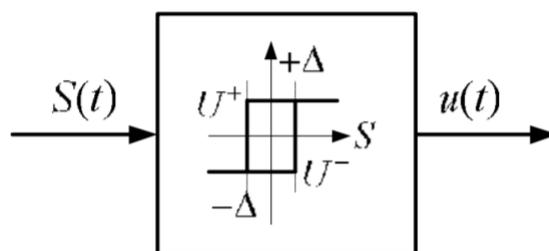


Figura 1.9: Función de histéresis en el control en modo deslizante

Como resultado, la trayectoria S del sistema operará precisamente en las proximidades de “ $\pm \Delta$ ” de la región de deslizamiento con una oscilación controlada como se ilustra en la Figura 1.10. El efecto de chattering ahora se vuelve controlable y es una función de “ Δ ”.

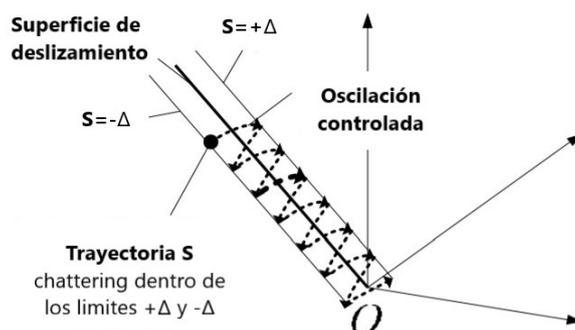


Figura 1.10: Trayectoria en modo deslizante con chattering controlado

1.5. Muestreo

El muestreo de datos es esencial para la implementación digitalizada de estrategias de control. El muestreo periódico de datos resume los sistemas de tiempo continuo en instantes de

tiempo aritméticos predeterminados y ha desempeñado un papel central en la fructífera literatura de control de datos muestreados. Dado que todos los intervalos de muestreo deben ser iguales y lo suficientemente pequeños como para garantizar el rendimiento del “peor de los casos”, el control periódico de los datos muestreados puede no ser rentable para los sistemas sujetos a restricciones de información. Esto, hasta cierto punto, motiva la última ola de interés de investigación en el control desencadenado por eventos. Las aplicaciones específicas incluyen control de retroalimentación de relé, control de modulación de ancho de pulso, control de altitud de satélite, control basado en interrupciones, control de motor de combustión interna, y así sucesivamente.

1.5.1. Muestreo aperiódico

Una de las propiedades cruciales en el desarrollo de la teoría de control de datos muestreados es la periodicidad de los sistemas de circuito cerrado que proviene del muestreo periódico. De hecho, es razonable asumir el muestreo periódico en la implementación convencional de los sistemas de datos muestreados. Sin embargo, nos encontramos con aplicaciones donde el muestreo periódico es casi imposible. Por ejemplo, los recursos para la medición y el control están restringidos en los sistemas de control en red y o integrados, por lo tanto, la operación de muestreo resulta aperiódica e incierta. Los sistemas con muestreo aperiódico pueden verse como sistemas de retardo de tiempo, sistemas híbridos, interconexiones de entrada-salida, sistemas de tiempo discreto con parámetros que varían en el tiempo, etc.

1.6. Control manejado por eventos

El desarrollo reciente de la literatura ha evidenciado las nuevas oportunidades y los nuevos desafíos creados por el control activado por eventos, especialmente cuando los sistemas controlados involucran dinámicas no lineales e inciertas. Con respecto a la ventaja resultante en la resolución de problemas de control, el siguiente ejemplo muestra que, para algunos sistemas no lineales para los cuales el control periódico de datos muestreados solo puede prometer estabilización semi-global, el control activado por eventos logra la estabilización global.

La activación de eventos generalmente requiere alguna forma de detector de eventos de

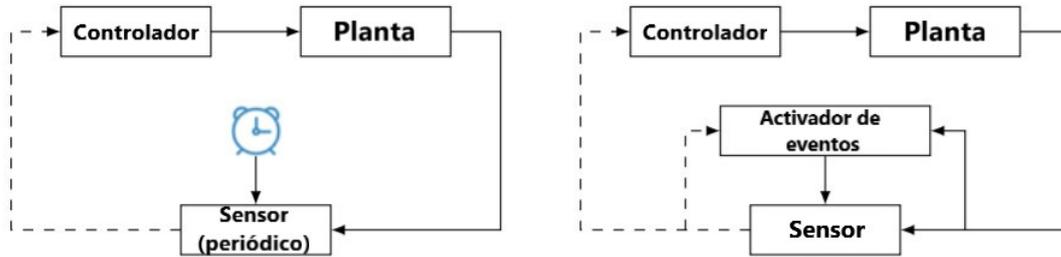


Figura 1.11: Muestreo periódico vs muestreo disparado por evento

hardware para generar una interrupción de hardware para liberar la tarea de control. Esto se puede hacer utilizando circuitos integrados analógicos personalizados (ASIC) o procesadores de matriz de compuerta de punto flotante (FPGA). La activación de eventos proporciona una forma útil de ajustar adaptativamente los períodos de tareas en tiempo de ejecución, siempre que el costo asociado con el uso de hardware ASIC / FPGA sea aceptable. Sin embargo, en algunas aplicaciones, puede no ser razonable o poco práctico adaptar un sistema existente con tales “activadores de eventos”(ver Figura 1.11). En estos casos, puede ser más apropiado utilizar un enfoque de software como el auto-disparado donde cada tarea determina la liberación de su próximo trabajo [24].

1.6.1. Control auto-disparado

Una implementación auto-disparada de la ley de control de retroalimentación tiene como objetivo el cálculo de los valores del actuador, así como el cálculo del siguiente instante de tiempo en el que la ley de control debe ser recalculada. Según este paradigma, además de utilizar el estado actual para calcular el controlador, el estado actual también se utiliza para calcular el siguiente tiempo de ejecución del controlador. Para indicar las diferencias entre varias implementaciones digitales de leyes de control de retroalimentación, considere el control de la planta no lineal

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1.10)$$

con $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ siendo la variable de estado y $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ la variable de entrada. El sistema está controlado por una ley de retroalimentación de estado no lineal

$$u = h(x). \quad (1.11)$$

El siguiente tiempo de ejecución se determina de manera proactiva en función del estado $x(t_k)$ medido en el tiempo de ejecución anterior. En particular, hay una función que especifica el siguiente tiempo de ejecución como

$$t_{k+1} = t_k - M(x(t_k)) \quad (1.12)$$

con $t_0 = 0$. Como consecuencia, en el control auto-disparado, tanto el valor de control $u(t_k)$ como el siguiente tiempo de ejecución t_{k+1} se calculan en el tiempo de ejecución t_k . Entre t_k y t_{k+1} , no se requieren más acciones del controlador. De la ecuación anterior $M(x(t_k))$ es estrictamente mayor que cero [25].

1.7. Sistemas de control en red

El desarrollo de la tecnología de red en las últimas décadas ha hecho posible su aplicación a los sistemas de control. En los sistemas de control en red, los sensores, actuadores y controladores están conectados a través de una red de comunicación digital en tiempo real y de ancho de banda compartida limitada.

Para los sistemas de control en red, la activación de eventos se utiliza para decidir cuándo transmitir o difundir el estado del sistema a los elementos de un controlador local. El uso de eventos para desencadenar la comunicación en realidad proporciona una motivación mucho más fuerte para el control desencadenado por eventos. La razón de esto es que, en muchos casos, la energía o el costo asociado con la transmisión de un bit de información es mucho más que la energía asociada con el uso de ese bit para calcular la ley de control. El control manejado por eventos, por lo tanto, proporciona una forma realista de reducir la congestión del tráfico en las redes de comunicación utilizadas por un sistema de control en red [26].

Las teorías de control convencionales con muchos supuestos ideales, tales como control sincronizado, detección y actuación no retardada y ancho de banda ilimitado, deben reevaluarse antes de aplicarse a los sistemas de control en red. Mejorar las redes y protocolos de comunicación para aumentar la confiabilidad es una solución parcial. Por lo tanto, se deben desarrollar nuevos algoritmos de control para hacer frente a las imperfecciones y restricciones de la comunicación, que se pueden resumir de la siguiente manera.

1.7.1. Ancho de banda limitado

Cualquier red de comunicación solo puede transportar una cantidad finita de información por unidad de tiempo y esto puede tener un efecto severo en el sistema de control. En la mayoría de las redes digitales, los datos se transmiten en unidades atómicas llamadas paquetes. Los paquetes se pueden dividir en la carga útil (datos del usuario) y la información de control (encabezados) necesarios para la transmisión [27].

1.7.2. Retrasos de comunicación variables

La transmisión de un paquete de un nodo en la red a otro nodo no es instantánea y puede llevar una cantidad de tiempo variable que depende de condiciones de red muy variables como la congestión, la calidad del canal o el protocolo. Esto puede afectar el rendimiento del control de varias maneras. Primero, la información transmitida se retrasa. En segundo lugar, los retrasos pueden inducir intervalos de muestreo variables. Un número significativo de resultados ha intentado caracterizar un límite superior máximo en el intervalo de muestreo para el que se puede garantizar la estabilidad del sistema.

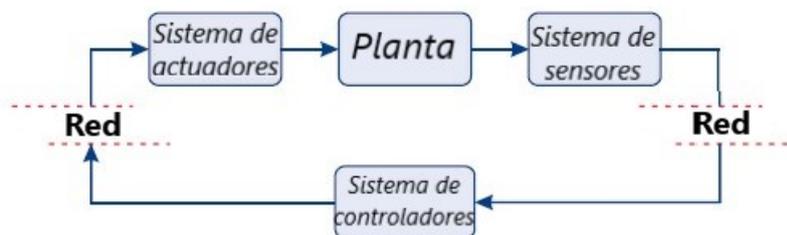


Figura 1.12: Estructura genérica de un sistema de control en red

Los sensores de la planta transmiten sus mediciones al controlador, y el controlador transmite los datos de control a los actuadores a través de una red compartida (ver Figura 1.12), posiblemente inalámbrica, para la cual los recursos de comunicación y energía son limitados. Por esta razón, es deseable reducir las transmisiones sobre los canales de sensor a controlador y de controlador a actuador tanto como sea posible, al tiempo que se garantiza un comportamiento de lazo cerrado deseable.

Capítulo 2

Metodología

En este capítulo se presenta la obtención del modelo de control y la descripción de su matemática.

2.1. Deslizamiento básico

Considere el sistema lineal invariante en el tiempo representado por

$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^p$ es la señal de control, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz del sistema, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ representa la matriz de entrada y $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ es la matriz de salida.

2.1.1. Ley de control

El proceso de diseño del controlador de modo deslizante tiene como objetivo determinar la posición del interruptor u con la forma

$$u(t) = \begin{cases} u = u^+ \Leftrightarrow s(x) > 0 \\ u = u^- \Leftrightarrow s(x) < 0 \end{cases}\tag{2.2}$$

es decir, si las dinámicas del sistema se encuentran por encima de la región de deslizamiento, el control conmutará al valor con el fin de llevar las dinámicas del sistema hacia la región de deslizamiento, en el caso contrario, si nos encontramos por debajo de la región de deslizamiento, el sistema de control conmutará al valor para llevar nuevamente la dinámica del sistema hacia la superficie de deslizamiento. En la Figura 2.1 se muestra el comportamiento de la señal de control.

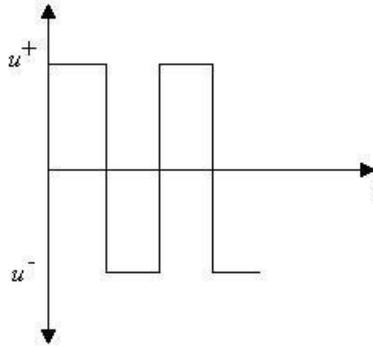


Figura 2.1: Señal del controlador en modo deslizante

2.1.2. Superficie de deslizamiento

Elegir la superficie de deslizamiento es una tarea de ensayo y error. Por ejemplo, agregando términos integrales o derivativos pueden obtenerse mejoras en la respuesta transitoria deseada. En general la superficie de deslizamiento está definida por:

$$S(x) = Kx, \quad (2.3)$$

con $K \in \mathbb{R}^{p \times n}$.

2.1.3. Candidato Lyapunov

El controlador en modo deslizante debe elegirse de tal manera que una función de Lyapunov candidata satisfaga el criterio de estabilidad de Lyapunov. Una función de Lyapunov para evaluar la estabilidad es:

$$V(x) = \frac{1}{2}S(x)^2 \quad (2.4)$$

que es definida positiva. Para cuestiones de estabilidad $\dot{V}(x)$ tiene que ser definida negativa, por lo tanto

$$\dot{V}(x) < 0. \quad (2.5)$$

Tomando en cuenta la fórmula (2.4), el criterio de estabilidad de Lyapunov se simplifica a

$$S(x)\dot{S}(x) < 0, \quad (2.6)$$

el cuál es la condición para la existencia del modo deslizante en una zona de la superficie $S(x) = 0$. Además, la condición de alcanzabilidad también juega un papel importante porque garantiza que el modo deslizante $S(x) = 0$ se alcance en un tiempo finito desde cualquier

estado inicial. Para funciones de conmutación con valores escalares, una condición suficiente para la alcanzabilidad es [28]

$$S(x)\dot{S} \leq -\mu|S(x)|, \quad (2.7)$$

el cual es equivalente a

$$|S(x)| \geq \mu > 0 \quad (2.8)$$

cuando $\text{sgn}(S(x)) \neq \text{sgn}(\dot{S}(x))$.

2.2. Enfoque integrado

Para aplicar técnicas de auto-disparado, se adopta el control de modo deslizante con histéresis. La función de un modulador de histéresis es garantizar una frecuencia de conmutación finita, que en una configuración de sistemas de control en red implica regular la cantidad de mensajes.

Para el enfoque adoptado en este documento, las actualizaciones de control se ven obligadas a tener lugar solo cuando la trayectoria alcanza la banda de histéresis. La ley de control en (2.2) se puede redefinir para expresar la operación deseada como:

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{si } S(x) = h \\ u^- & \text{si } S(x) = -h \end{cases} \quad (2.9)$$

donde h representa la banda de histéresis, con u manteniéndose constante entre actualizaciones de control consecutivas. Las actualizaciones de control solo tienen lugar cuando la trayectoria del sistema llega a la banda de histéresis opuesta (representada en la Figura 2.2 por círculos sólidos numerados como (1), (2), etc.). En cada banda de histéresis, la señal de control que se aplica también está representada por u^+ y u^- [29]. La Figura 2.2 también presenta la notación que se utilizará en el presente documento. En particular, la banda de histéresis superior se denota por $S^+(x) = S(x) - h$, y la banda de histéresis inferior por $S^-(x) = S(x) + h$.

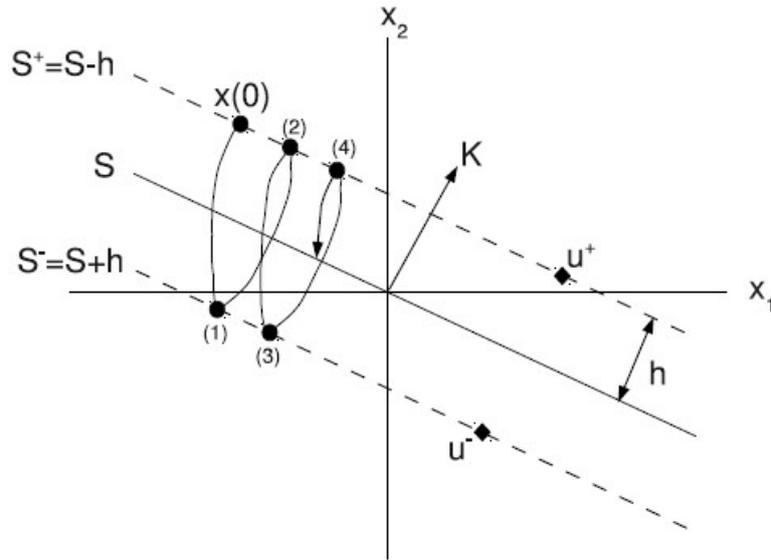


Figura 2.2: Operación deseada

2.3. Algoritmo de operación

Teniendo en cuenta el uso del enfoque auto-disparado en la configuración en red, la ecuación de control y la operación deseada que se muestra en la Figura 2.2 deben seguir los siguientes pasos:

1. El sistema al estar en una banda de histéresis, por ejemplo S^+ , el nodo sensor muestrea la planta y envía la muestra al nodo controlador a través de la red. El nodo del sensor también calcula el siguiente tiempo de activación, definido como el intervalo de tiempo que transcurrirá desde el momento actual hasta el momento en que la trayectoria del sistema alcanzará la banda de histéresis opuesta, S^- , el cual será el mismo tiempo que le tomará al actuador ejecutar su acción. Al finalizar estas tareas el nodo sensor entra en un estado de inactividad hasta que el intervalo de tiempo calculado termine.
2. El nodo controlador recibe el mensaje enviado por el nodo sensor y calcula la señal de control según lo ordenado por (2.9), en este caso $u = u^+$, y envía este valor al actuador.
3. El actuador recibe el mensaje y aplica la señal de control a la planta durante el tiempo establecido por el nodo sensor.
4. Cuando el nodo sensor se activa, la trayectoria del sistema está en S^- , y la operación del bucle de control comienza nuevamente en el paso 1.

2.3.1. Pseudocódigo

Algoritmo: Nodo sensor (auto-disparado)

Require: x_1, x_2

- 1 $(x_1, x_2) :=$ Sensor lee el estado de la planta;
- 2 Calcula si se encuentra en $S+$ o en $S-$;
- 3 Calcula T_k tiempo de la siguiente muestra;
- 4 Envía el mensaje al controlador (x_1, x_2, T_k) ;
- 5 Se establece en 1 el siguiente segmento que se ejecuta en la función de código;
- 6 El nodo sensor entra en estado de inactividad hasta que el tiempo T_k expira;

Algoritmo 1: Nodo sensor

Algoritmo: Nodo controlador

Data: x_1, x_2, T_k

- 1 Mientras (no haya mensaje del sensor) hacer (nada);
- 2 $(x_1, x_2, T_k) :=$ leer el mensaje del nodo sensor;
 if $S > 0$ **then**
- 3 | $u :=$ envía el mensaje al actuador $(u+, t_k)$;
- else**
- 4 | $u :=$ envía el mensaje al actuador $(u-, t_k)$;
- end**

Algoritmo 2: Nodo controlador

Algoritmo: Nodo actuador

Data: u, t_k

- 1 Lee el mensaje del controlador
- 2 Aplica la señal de control u
- 3 $T_k :=$ tiempo de ejecución de u

Algoritmo 3: Nodo actuador

Para lograr esta operación, se deben resolver varios problemas como la dirección deseada, alcanzabilidad de la banda y la técnica de auto-disparo [27].

2.4. Parámetros de integración

Para lograr la operación descrita en la sección anterior, se deben resolver varios problemas como la dirección deseada, alcanzabilidad de la banda y la técnica de auto-disparo [27].

2.4.1. Dirección deseada

Cada acción de control que ocurre en una banda de histéresis debe dirigir la trayectoria hacia la banda de histéresis opuesta. Esta condición, considerando la trayectoria del sistema a partir de la banda de histéresis superior e inferior respectivamente y considerando la dirección de K como se representa en la Figura 2.2, puede formularse como:

$$K\dot{x} \leq 0 \quad \text{si} \quad x \in S^+, \quad (2.10)$$

$$K\dot{x} \geq 0 \quad \text{si} \quad x \in S^-. \quad (2.11)$$

2.4.2. Alcanzabilidad de la banda

Desde cualquier estado perteneciente a una banda de histéresis, la banda de histéresis opuesta debe ser alcanzada. Usando la fórmula (2.8), esta condición se puede formular como:

$$\forall x_0 \in S^-, \quad |\dot{S}^+(t, x_0)| \geq \mu, \quad (2.12)$$

$$\forall x_0 \in S^+, \quad |\dot{S}^-(t, x_0)| \geq \mu. \quad (2.13)$$

2.4.3. Técnica de auto-disparo

Para aplicar una técnica de control auto-disparado se debe tomar en cuenta que desde cualquier estado que pertenezca a una banda de histéresis, el controlador debe poder calcular el tiempo en el que la trayectoria alcanzará la banda de histéresis opuesta. Esta condición puede formularse como:

$$\forall x_0 \in S^-, \quad t = f(\dot{S}^+(x), x_0), \quad (2.14)$$

$$\forall x_0 \in S^+, \quad t = f(\dot{S}^-(x), x_0). \quad (2.15)$$

2.5. Directrices de implementación

2.5.1. Protocolo CAN

En un sistema de control en red CAN se basa en el mecanismo de comunicación de difusión, donde cada mensaje tiene un identificador, que es único dentro de toda la red. El identificador define el contenido y también la prioridad del mensaje. El número binario más bajo tiene la

máxima prioridad. Los conflictos de acceso al bus se resuelven mediante el arbitraje en bits de los identificadores involucrados. Por lo tanto, las solicitudes de transmisión se manejan en orden de importancia para el sistema en su conjunto [30].

Nodos

Se definen tres tipos de nodos.

- Nodo sensor: toma muestras de la planta e intenta enviar esta información (estado de planta) sobre el bus.
- Nodo controlador: el nodo de controlador recibe un mensaje de muestra, calculará la señal de control (usando el estado de la planta) y enviarlo al actuador correspondiente.
- Nodo actuador: aplica la señal de control a la planta al recibir el mensaje de señal de control.

Mensajes

Tomando en cuenta esta regla se determina a los identificadores de mensaje de la siguiente forma:

- Todos los mensajes enviados por el nodo actuador tienen el nivel de prioridad más alto, debido a que estos mensajes disparan la acción de operación de cada lazo de control.
- Los mensajes enviados por el nodo sensor tienen el siguiente nivel de prioridad.
- Por último, los mensajes enviados por el nodo controlador tienen el último nivel de prioridad.

Capítulo 3

Implementación y pruebas

En este capítulo, la teoría hasta ahora desarrollada es comprobada a través de ejemplos de simulación numéricos, específicamente se utilizará la plataforma de Matlab. Se describe tanto la metodología adoptada como las matemáticas utilizadas. Además, se explican y analizan las pruebas comparativas en relación a la utilización del procesador.

3.1. Descripción del sistema

Se presenta un experimento como base para ilustrar la teoría introducida en la sección anterior.

3.1.1. Planta

Para el desarrollo posterior se propone un sistema de doble integrador, con la forma de espacio de estados LTI dada por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.1.2. Análisis de controlabilidad

Para un sistema lineal invariante en el tiempo de orden n representado por (2.1), la condición necesaria y suficiente para que el sistema sea completamente controlable es que el rango de la matriz de controlabilidad (3.2) sea igual a n .

Definiendo la matriz de controlabilidad como

$$R = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde A es una matriz de $n \times n$ y B es una matriz de $n \times 1$.

Para el presente caso se considera un sistema LTI doble integrador de orden $n = 2$, la matriz de controlabilidad está dada por

$$R = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}$$

Resolviendo para (3.1) se tiene que

$$\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

el rango de la matriz $\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}$ es 2. Por lo tanto, el sistema es completamente controlable.

3.2. Superficie de deslizamiento

Considerando lo anterior, sea:

$$S(x) = Kx = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

la forma de la superficie deslizante.

3.3. Dirección deseada

Las siguientes proposiciones presentadas forman parte de las condiciones necesarias para obedecer a las ecuaciones (2.10) y (2.11).

Proposición 1. Para el sistema propuesto (3.1) con superficie deslizante (3.3) y ley de control (2.9), la condición de dirección (2.10) se satisface si:

$$x_2 \leq \frac{k_2}{k_1} u^+. \quad (3.4)$$

Demostración. Considerando que $x \in S^+$ y con ley de control u^+ acorde con (2.10)

$$K(Ax + Bu^+) \leq 0. \quad (3.5)$$

Tomando en consideración (3.1), la ecuación anterior se puede expresar mediante

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u^+ \right) \leq 0$$

$$k_1 x_2 + k_2 u^+ \leq 0.$$

Despejando x_2 de la última desigualdad y asumiendo que $k_1 > 0$, se obtiene la ecuación (3.4) de la proposición 1.

Proposición 2. De la misma manera, para el sistema (3.1) con superficie (3.3) y ley de control (2.9), la condición de dirección (2.11) se satisface si

$$x_2 \geq \frac{-k_2}{k_1} u^-. \quad (3.6)$$

Demostración. Procedimiento de la misma forma que se realiza en la Proposición 1.

Luego, manteniendo las mismas condiciones, las proposiciones 1 y 2 quedan limitadas a la región de espacio de estado permitida para x_2 dadas por

$$\frac{-k_2}{k_1} u^- \leq x_2 \leq \frac{-k_2}{k_1} u^+. \quad (3.7)$$

Asumiendo que $u^- = -u^+$, $k_1 > 0$ y $k_2 > 0$, luego (3.7) se logra simplificar a

$$|x_2| \leq \frac{-k_2}{k_1} u^+. \quad (3.8)$$

Bajo los mismos supuestos ($u^- = -u^+$, $k_1 > 0$ y $k_2 > 0$), la región de espacio de estado permitida para x_1 puede ser caracterizada similar. Según (3.3), cualquier $x \in S$ cumple

$$k_1 x_1 + k_2 x_2 = 0. \quad (3.9)$$

Sustituyendo el valor máximo de x_2 de (3.7) en (3.9), se obtiene la siguiente expresión

$$k_1 x_1 + k_2 \frac{-k_2}{k_1} u^+ \geq 0, \quad (3.10)$$

despejando x_1 y simplificando se tiene que

$$x_1 \geq \frac{k_2^2}{k_1^2} u^+. \quad (3.11)$$

Sustituyendo el mínimo valor de x_2 de la ecuación (3.7) en (3.9) se logra la siguiente expresión

$$k_1x_1 + k_2\frac{-k_2}{k_1}u^- \leq 0, \quad (3.12)$$

despejando x_1 y simplificando se obtiene

$$x_1 \leq \frac{k_2^2}{k_1^2}u^-. \quad (3.13)$$

Considerando (3.11) y (3.13) el valor de x_1 está limitado por

$$\frac{k_2^2}{k_1^2}u^+ \leq x_1 \leq \frac{k_2^2}{k_1^2}u^-, \quad (3.14)$$

y relacionando que $u^- = -u^+$ (3.14) se transforma en

$$|x_1| \leq \frac{-k_2^2}{k_1^2}u^+. \quad (3.15)$$

La limitación en x_2 proporciona un límite superior para la banda de histéresis h . La siguiente proposición analiza esta propiedad.

Proposición 3. Para el sistema doble integrador (3.1) con superficie de deslizamiento dado por (3.3) y ley de control (2.9). La banda máxima de histéresis está dada por:

$$h_{max} = \frac{-k_2^2}{k_1}u^+ + k_1x_1. \quad (3.16)$$

Demostración. Recordando que cualquier valor de $x \in S$ cumple (3.9), x_2 es dada por:

$$x_2 = \frac{-k_1}{k_2}x_1. \quad (3.17)$$

Sea b_{max} el resultado de restar del valor máximo de x_2 en (3.7) el valor de x_2 en (3.17),

$$b_{max} = \frac{-k_2}{k_1}u^+ + \frac{k_1}{k_2}x_1. \quad (3.18)$$

Proyectando b_{max} en la dirección de K

$$h_{max} = \begin{bmatrix} 0 & b_{max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = b_{max}k_2 \quad (3.19)$$

se obtiene la expresión para h_{max} en (3.16).

Debe destacarse que la demostración anterior se basa en restar del valor máximo de x_2 en (3.7) el valor de x_2 en (3.17). Usando esta estrategia, el valor de h_{max} depende de u^- . La misma demostración se puede construir restando del valor de x_2 en (3.17) el valor mínimo de x_2 en (3.7). En este caso, la expresión para h_{max} renombrada como h_{max}^* es

$$h_{max}^* = -k_1 x_1 + \frac{k_2^2}{k_1} u^-, \quad (3.20)$$

que depende de u^- . Dependiendo del rango permitido para x_1 dado en (3.14), ecuación. (3.16) o en la ecuación. (3.20) aplica para el cálculo de la banda de histéresis máxima. Por ejemplo, para $x_1 = 0$ y asumiendo que $u^- = -u^+$, $h_{max} = h_{max}^* = \frac{-k_2^2}{k_1} u^+$. O para los límites superior e inferior de x_1 en (3.14), $h_{max} = h_{max}^* = 0$.

3.4. Alcanzabilidad de la banda

Las siguientes proposiciones analizan las condiciones de alcanzabilidad de la banda (2.12) y (2.13).

Proposición 4. Para el sistema (3.1) con superficie (3.3) y ley de control (2.9), la condición de alcanzabilidad desde la banda de histéresis inferior a la banda de histéresis superior expresada en (2.12) se satisface si

$$t > \left| \frac{\mu}{k_2 u^-} \right|. \quad (3.21)$$

Demostración. Tenga en cuenta que la condición en (2.12) se puede escribir como

$$|K \dot{x}(t)| \geq \mu, \quad (3.22)$$

porque

$$\begin{aligned} \dot{S}^+(t, x_0) &= \frac{dt(S(t, x_0) - h)}{dt} \\ &= \frac{dt(S(t, x_0))}{dt} \\ &= \dot{S}(t, x_0). \end{aligned}$$

Considerando el modelo de la planta (3.1) y observando que $\forall x_0 \in S^-$ la señal de control $u = u^-$, la ecuación (3.22) se puede escribir como

$$\left| \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u^- \right) \right| \geq \mu. \quad (3.23)$$

Conociendo que

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} &= e^{At}x(0) + \int_0^t e^{As}Bdsu^- \\ &= \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t^2/2 \\ t \end{bmatrix} u^- \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde $x_0 = [x_1(0) \quad x_2(0)]^T$, luego (3.23) se simplifica a

$$\begin{aligned} |k_1x_2(0) + k_2tu^- + k_2u^-| &\geq \mu \\ (k_1x_2(0) + k_2tu^- + k_2u^-)^2 &\geq \mu^2. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Recuperando la limitación en x_2 dada en (3.7), en particular haciendo $x_2(0) = \frac{-k_2}{k_1}u^-$ mientras se asume $k_1 > 0$, la desigualdad (3.25) se puede escribir como

$$\begin{aligned} (k_2tu^-)^2 &\geq \mu^2 \\ (k_2u^-)^2t^2 &\geq \mu^2 \\ t^2 &\geq \frac{\mu^2}{(k_2u^-)^2} \end{aligned}$$

el cual se transforma en (3.21).

Proposición 5. Para el sistema (3.1) con superficie (3.3) y ley de control (2.9), la condición de alcanzabilidad desde la banda de histéresis superior a la banda de histéresis inferior expresada en (2.13) se satisface si

$$t > \left| \frac{\mu}{k_2u^+} \right|. \quad (3.26)$$

Demostración. De la misma manera como se presenta en la proposición 4.

Las proposiciones 4 y 5 indican que a partir de cualquier banda de histéresis, siempre se alcanzará la banda opuesta (para cualquier tiempo estrictamente positivo si $\mu > 0$ (2.8)). Además, dado que en (3.21) y (3.26) $\mu > 0$, el rango permitido para x_2 dado en (3.7) se limita además a

$$\frac{-k_2}{k_1}u^- < x_2 < \frac{-k_2}{k_1}u^+ \quad (3.27)$$

porque las condiciones $K\dot{x} \leq 0$ y $K\dot{x} \geq 0$ en la dirección deseada, las ecuaciones (2.10) y (2.11) también se vuelven estrictamente positivas. Y el rango permitido para x_1 dado en (3.14), debido a (3.27), está más restringido a

$$\frac{k_2^2}{k_1^2}u^+ < x_1 < \frac{k_2^2}{k_1^2}u^- \quad (3.28)$$

3.5. Técnica de auto-disparo

La siguiente proposición establece el cómputo del próximo tiempo de activación, que se entiende como el tiempo que transcurrirá entre dos actualizaciones de control consecutivas.

Proposición 6. Para el sistema (3.1) con superficie (3.3) y ley de control (2.9), el siguiente tiempo de activación es el valor positivo más pequeño dado por

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.29)$$

donde $a = \frac{k_1 u}{2}$, $b = k_1 x_2 + k_2 u$, $c = k_1 x_1 + k_2 x_2 + d$, y donde $u = u^-$ y $d = -h$, o $u = u^+$ y $d = +h$ dependiendo de si $x \in S^-$ o $x \in S^+$ respectivamente.

Demostración. La evolución del sistema después de aplicar una actualización de control u se da en (3.24), que se puede simplificar a

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + tx_2 + \frac{t^2}{2}u \\ x_2 + tu \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

suponiendo que la trayectoria comienza desde la banda de histéresis inferior S^- , con $u = u^-$.

Si las proposiciones 1, 2, 3 y 4 se mantienen, la trayectoria del sistema llegará a la banda de histéresis superior, que se puede escribir como

$$\begin{aligned} S^+(x) &= Kx - h \\ &= k_1 x_1 + k_2 x_2 - h. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Sustituyendo (3.30) en (3.31) la condición de alcanzabilidad es

$$k_1(x_1 + tx_2 + \frac{t^2}{2}u^-) + k_2(x_2 + tu^-) = h. \quad (3.32)$$

Resolviendo (3.32) por t , el siguiente tiempo de activación se da en (3.29). El mismo razonamiento es válido a partir de $x \in S^+$.

3.6. Implementación en Software Matemático

Para la resolución del problema planteado se usará el kernel TrueTime, el cual es un simulador basado en MATLAB/Simulink escrito en C++ MEX para sistemas de control en tiempo real [31]. Este brinda facilidades para las simulaciones de:

- Ejecución de tareas del controlador utilizando un kernel multitarea en tiempo real, donde las tareas son procesos de control que se modelan como bloques ordinarios de Simulink.
- Modelos simples de redes de comunicación y su influencia en los lazos de control en red.

Cabe mencionar que en la actualidad hay diversos tipos de software similares a Matlab, por ejemplo, Xcos es un software que forma parte de Scilab que sirve para el modelado y simulación de sistemas dinámicos (continuos y discretos). Scilab debe de considerarse como una alternativa libre y gratuita a MATLAB/Simulink. No obstante, el paquete Matlab es consistente, ordenado y confiable. Esta es una calidad difícil de obtener cuando el programa proviene de una comunidad descentralizada y menos organizada, como lo son los programas de código abierto. El proyecto está disponible en GitHub <https://github.com/byrondefaz/control-autodisparado-red>.

3.6.1. Descripción de la plataforma de simulación

En este trabajo, la simulación se realiza mediante el simulador TrueTime compatible con el software MATLAB/Simulink, como se aprecia en la Figura 3.1; se describen los tres nodos (sensor, controlador y actuador) los cuáles se comunican mediante una red de protocolo tipo CAN a una velocidad de transmisión de datos de 1Mbps. En cada uno de los nodos de la red se implementan los pseudocódigos propuestos, es decir, en el nodo sensor, se implementa el algoritmo (1) en el cual se realiza la tarea de muestrear la planta y calcular el tiempo en el que se producirá el siguiente muestreo para luego enviar estos datos al nodo controlador mediante la red. En el nodo controlador se ejecuta el algoritmo (2) el mismo que se dispara mediante un mensaje proveniente del sensor para calcular la señal de control. Y por último en el nodo actuador se lleva a cabo el algoritmo (3) activado mediante un mensaje proveniente del nodo controlador, este aplica la señal de control durante el tiempo determinado por el nodo sensor.

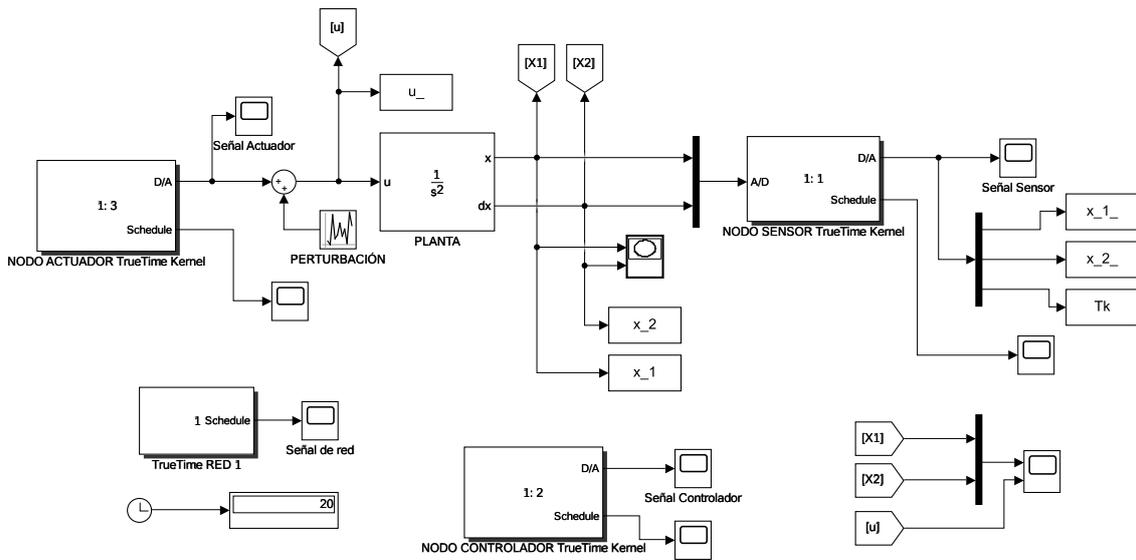


Figura 3.1: Diagrama de bloques Simulink/TrueTime

Nodo Sensor

Para este bloque, el nodo sensor ejecuta el código (A.2) y adicional la tarea (A.3). Además, se configura un convertor análogo/digital para el muestreo de la planta.

Donde:

$x_{1_}$ = Variable que almacena los valores muestreados del estado x_1

$x_{2_}$ = Variable que almacena los valores muestreados del estado x_2

Tk = Almacena los valores de tiempo del próximo muestreo calculado por el nodo sensor

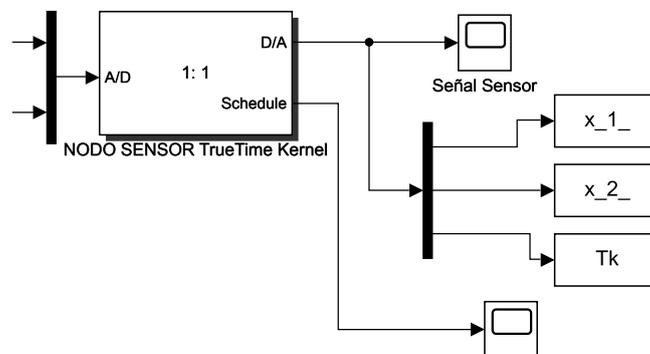


Figura 3.2: Bloque nodo sensor

Nodo Controlador

El bloque del nodo controlador lleva a cabo la ejecución del código (A.4), que realiza la tarea (A.5). Esta tarea es aperiódica y activada por un mensaje proveniente del nodo sensor. Adicionalmente, en este bloque se configura un conversor digital/análogo para visualización de la salida de señal de control.

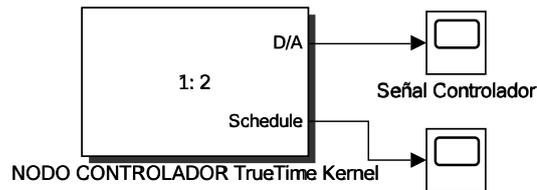


Figura 3.3: Bloque nodo controlador

Nodo Actuador

Este bloque implementa el código (A.6), que es inicializado por un mensaje enviado por el nodo controlador y ejecuta la tarea (A.7). De similar manera, se configura un conversor digital/análogo para la salida de la señal de control hacia la planta. Obsérvese que en este bloque existe una señal de perturbación la cual se suma al valor de la salida del nodo actuador, en la mayoría de ejemplos de simulación esta señal sera despreciable.

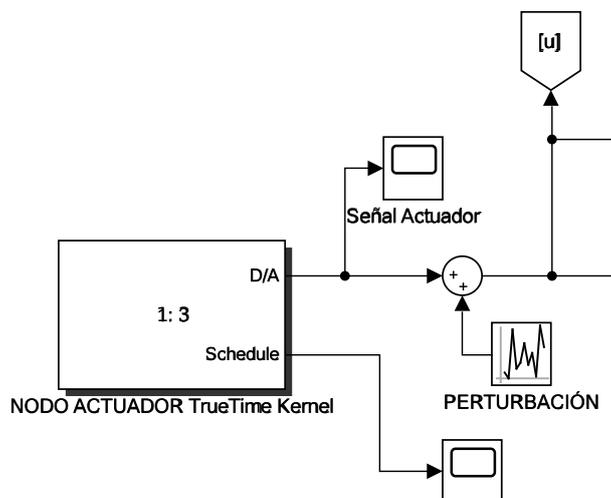


Figura 3.4: Bloque nodo actuador

Planta

Se configura un sistema doble integrador como planta.

Donde:

x_1 = Variable que almacena los valores del estado x_1 de la planta

x_2 = Variable que almacena los valores del estado x_2 de la planta

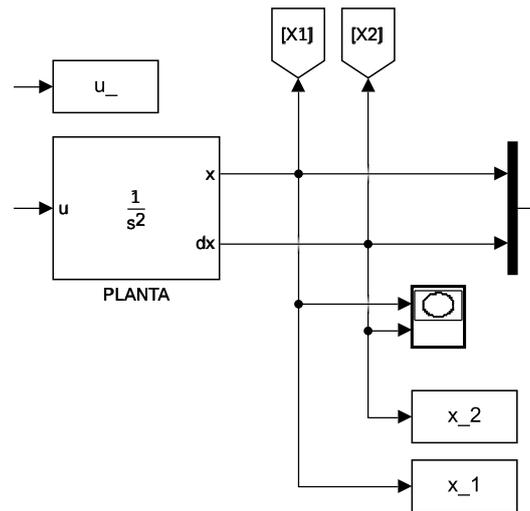


Figura 3.5: Planta doble integrador

Red

En este bloque se establecen las características fundamentales de la red. En primera instancia se configura el protocolo de comunicación entre los nodos de la red, para el presente trabajo se elige el protocolo CAN configurado a una velocidad de transmisión de datos de 1 Mbps. Así también, se determina el número de nodos de la red, en este caso existen 3. Finalmente se especifica el tamaño mínimo de la trama de datos en 8 bits.

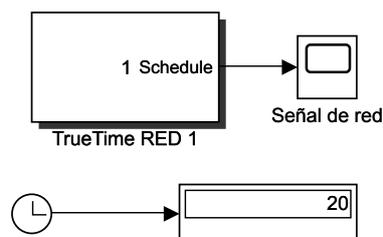


Figura 3.6: Bloque de configuración de la red

3.7. Ejemplos Numéricos

Para ilustrar los conceptos introducidos, esta sección presenta varias simulaciones que utilizan una estrategia de control de modo deslizante en red aplicado a un sistema de doble integrador de la forma dada por la ecuación (3.1) utilizando el enfoque auto-disparado.

Definiendo la ley de control en

$$u = \begin{cases} -1 & \text{si } S(x) = h \\ +1 & \text{si } S(x) = -h \end{cases} \quad (3.33)$$

donde $K = [1 \quad 1]$ caracteriza la superficie de deslizamiento.

Analizando la limitación en el rango permitido de espacio de estados dada en (3.27) y (3.28), el estado del sistema $[x_1(t) \quad x_2(t)]$ está restringido por

$$-1 < x_1 < 1 \quad \text{y} \quad -1 < x_2 < 1. \quad (3.34)$$

La banda de histéresis máxima en (3.16) y (3.20) viene dada por

$$h_{max} = 1 + x_1 \quad (3.35)$$

$$h_{max}^* = 1 - x_1, \quad (3.36)$$

respectivamente.

La Figura 3.7 traza la región de espacio de estado permitida para la trayectoria del sistema dada por (3.34) y la banda de histéresis máxima dada por (3.35) y (3.36). Algunas de las siguientes figuras mantendrán estos límites pero no se especificarán en la leyenda para una mejor ilustración.

Donde:

hmax = banda de histéresis máxima permitida con el valor máximo de x_2

hmax* = banda de histéresis máxima permitida con el valor mínimo de x_2

Max x_1 = valor máximo permitido para el estado x_1

Mín x_1 = valor mínimo permitido del estado x_1

Max x_2 = valor máximo permitido del estado x_2

Mín x_2 = valor mínimo permitido del estado x_2

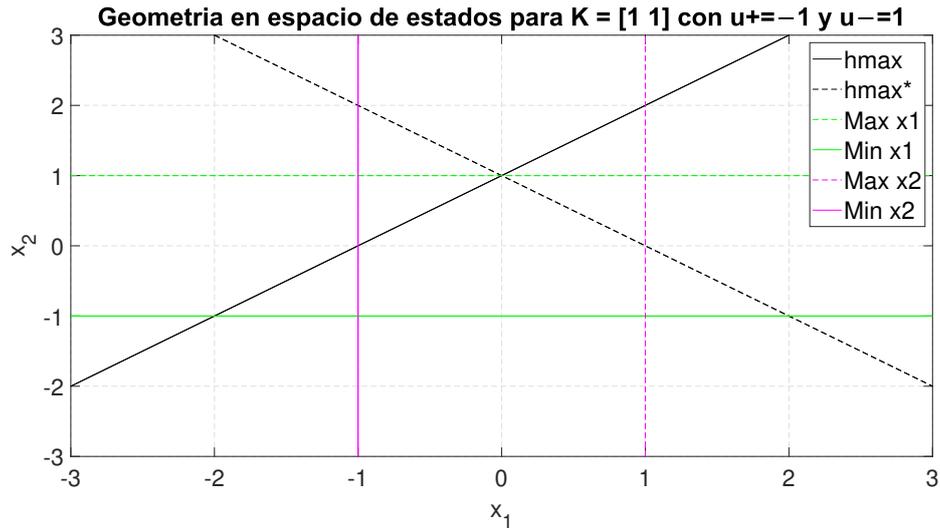


Figura 3.7: Geometría en espacio de estados

3.7.1. Ejemplo 1

La Figura 3.8 muestra la funcionalidad de la estrategia de control presentada. Se propone como condición inicial $x(0) = [-0.45 \ 0.20]$, se visualiza que las actualizaciones de control, marcadas con círculos azules, solo ocurren cuando la trayectoria alcanza la banda de histéresis superior (S^+) e inferior (S^-). Se puede apreciar que la trayectoria del sistema se mueve hacia el origen dentro de la banda de histéresis, y al final entra en un ciclo límite que varía en las cercanías de $x = [0 \ 0]$. Se tiene en cuenta que los valores de la trayectoria x_1 van desde $x_1 = -0.45$ a $x_1 = 0$. Para todos estos valores, la histéresis máxima (3.35) está comprendida desde $hmax = 0.65$ hasta $hmax = 1$. Por lo tanto, la banda de histéresis seleccionada $h = 0.25$ siempre está por debajo de cualquier posible $hmax$. Además, los valores de trayectoria de todos los estados están dentro de los límites especificados en la ecuación (3.34).

En la Figura 3.9 se ilustra la secuencia de tiempos de activación (3.29), durante un período de simulación de 20 segundos para el caso mostrado en la Figura 3.8, con $h = 0.25$. En esta figura, el eje x es el tiempo de simulación y el eje y es el intervalo de muestreo en segundos. Cada tiempo de muestreo está representado por una línea vertical, cuya altura indica el próximo tiempo de muestreo.

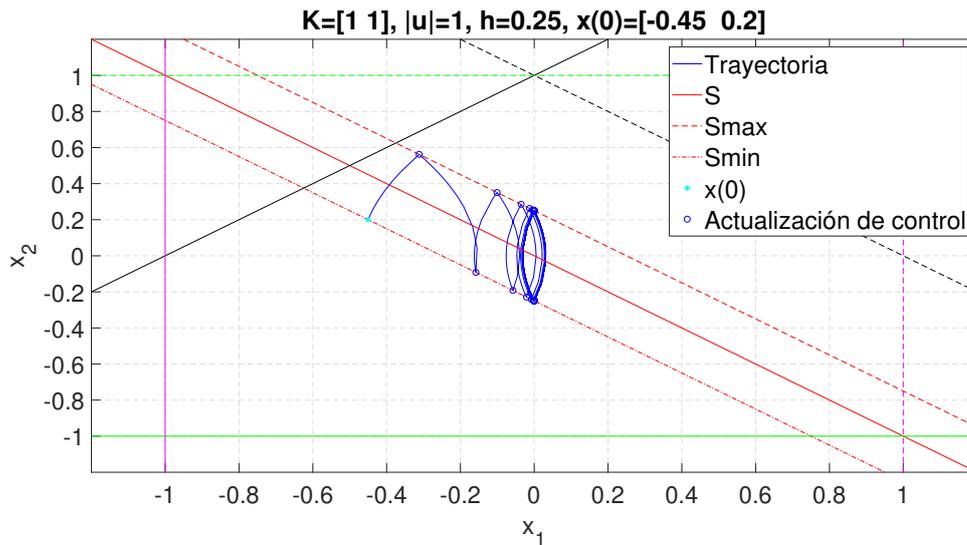


Figura 3.8: Dinámica del sistema doble integrador logrando la operación deseada

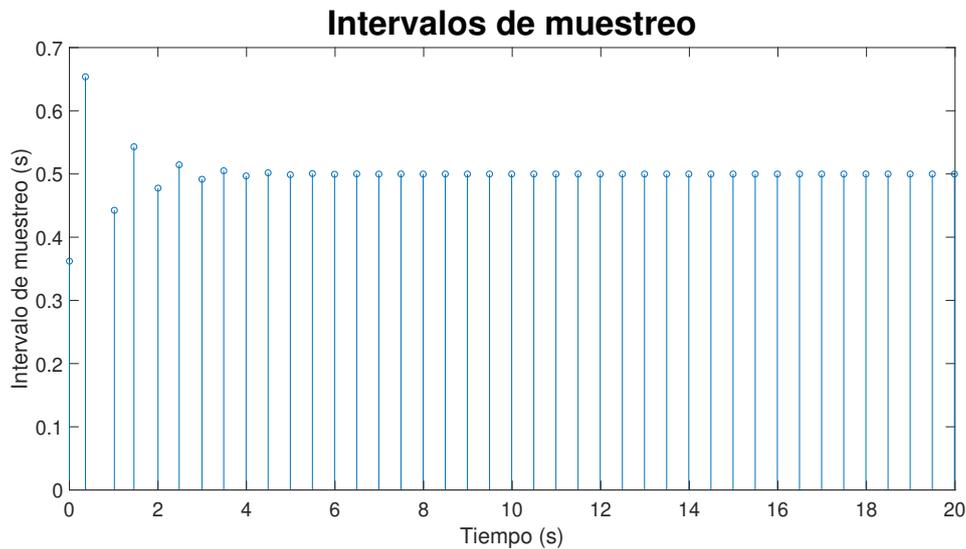


Figura 3.9: Intervalos de muestreo del sistema doble integrador

3.7.2. Ejemplo 2

La Figura 3.10 muestra una configuración similar a la Figura 3.8, en este caso se aumenta la banda de histéresis a $h = 0.5$. Se puede apreciar que el número de actualizaciones de control disminuye y se mantiene dentro de la banda, lo cual cumple con la operación deseada.

En relación a la Figura 3.11, se puede observar que los intervalos de muestreo son mas largos que los de la Figura 3.9. En otras palabras, el valor de la banda de histéresis seleccionada permite regular la frecuencia de muestreo y el tiempo de ejecución requerido por el procesador para cada operación del lazo de control en red.

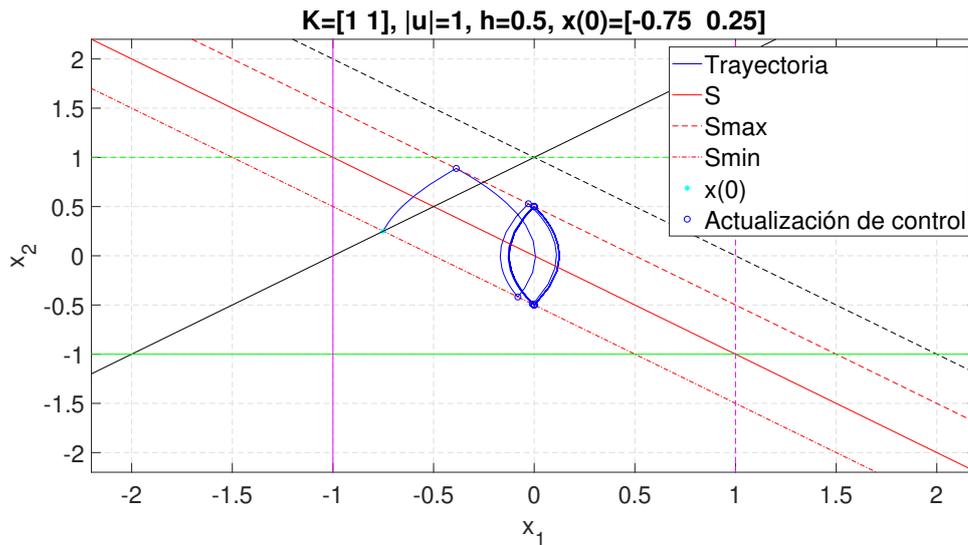


Figura 3.10: El aumento de la histéresis disminuye el número de actualizaciones de control

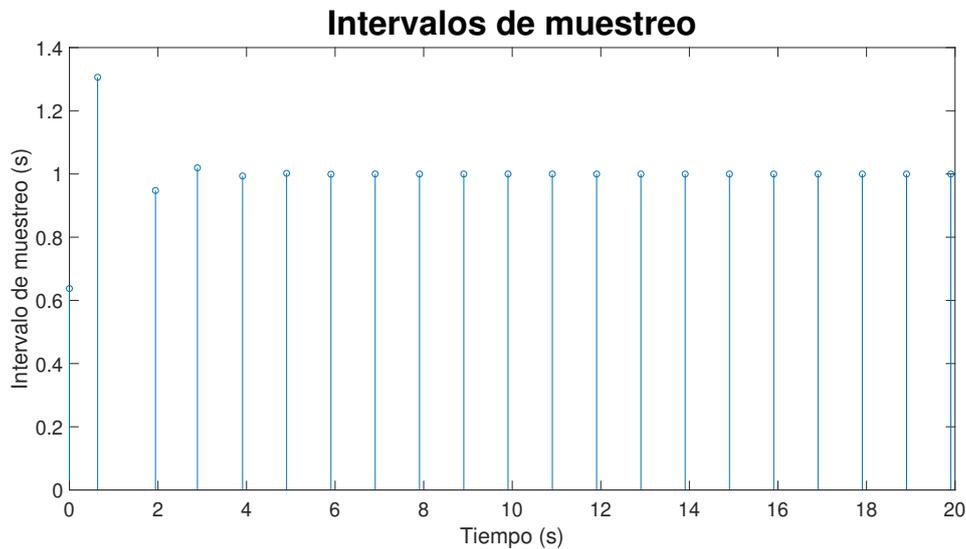


Figura 3.11: Intervalos de muestreo con aumento de histéresis

3.7.3. Ejemplo 3

Para la siguiente simulación presentada en la Figura 3.10, se aumenta la banda de histéresis a $h = 0.5$ iniciando desde $x(0) = [-1.20 \ 0.7]$, que se encuentra fuera de los límites permitidos por (3.34), para el valor de $x_1(0)$. Además, la trayectoria alcanzada por primera vez en la banda de histéresis superior contiene un valor de componente x_2 que está fuera de los límites permitidos por las condiciones de la ecuación (3.34). La trayectoria en este punto no se mueve hacia la banda de histéresis inferior, por el contrario, se traslada por encima de la banda de histéresis superior, violando la funcionalidad deseada de mantener la trayectoria del sistema

dentro de las bandas de histéresis.

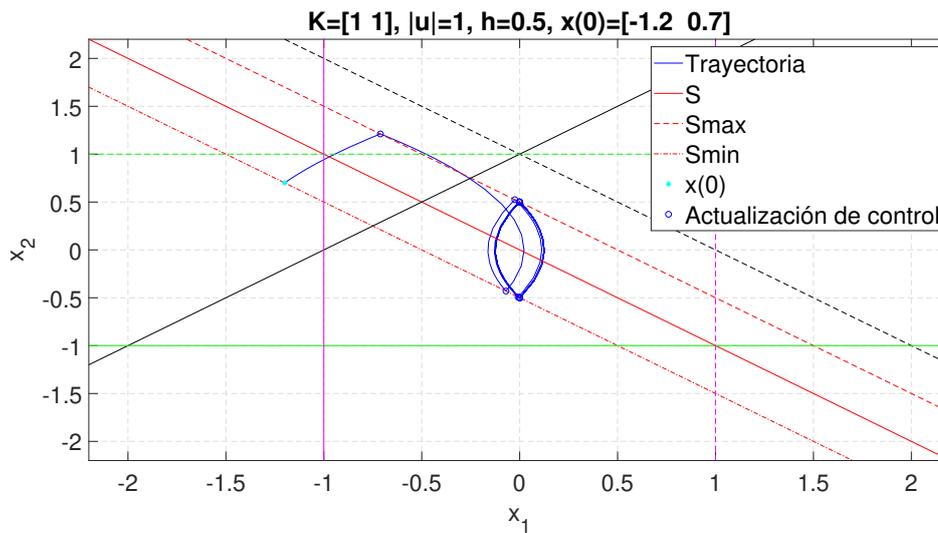


Figura 3.12: Pérdida de la operación deseada debido a los estados fuera de los límites admitidos

En la Figura 3.13 se muestran los intervalos de muestreo referentes a la Figura 3.12. Se presenta un ligero aumento en los valores de tiempo en relación a los anteriores ejemplos, sin embargo, el enfoque de este ejemplo no ofrece ninguna garantía de que el sistema de control sea óptimo, debido a que la dinámica del sistema no obedece las condiciones planteadas.

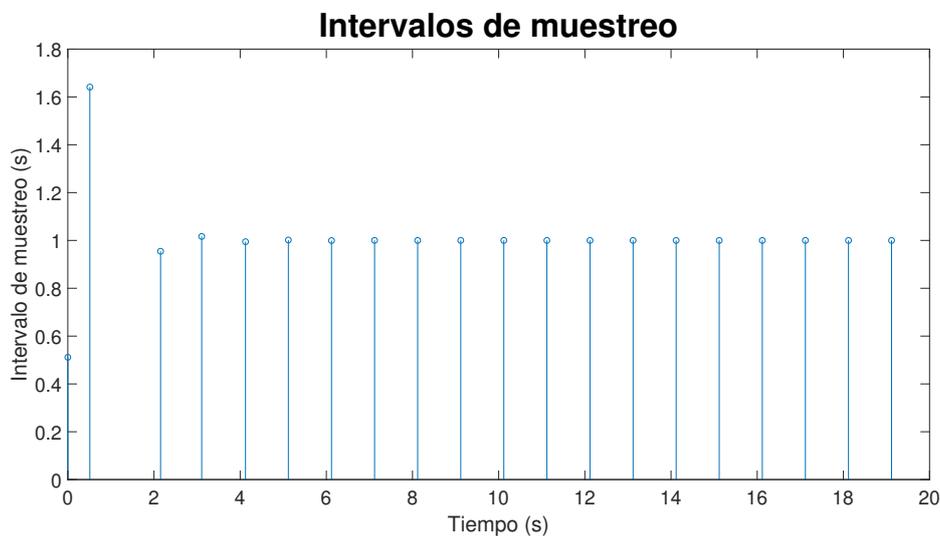


Figura 3.13: Intervalos de muestreo en pérdida de la operación deseada

3.7.4. Ejemplo 4

La Figura 3.14, muestra la dinámica del sistema cuando la banda de histéresis también se configura en $h = 0.5$, pero donde la acción de control se duplica, $|u| = 2$, en comparación

a la Figura 3.12, donde $|u| = 1$. Se puede percibir que el espacio de estado permitido para la trayectoria del sistema es el doble que en el caso de la Figura 3.12, y los límites máximos de la banda de histéresis también son el doble que en el ejemplo de la Figura 3.12. Por lo tanto, la trayectoria sigue nuevamente la conmutación deseada y permanece dentro de los límites de histéresis permitidos.

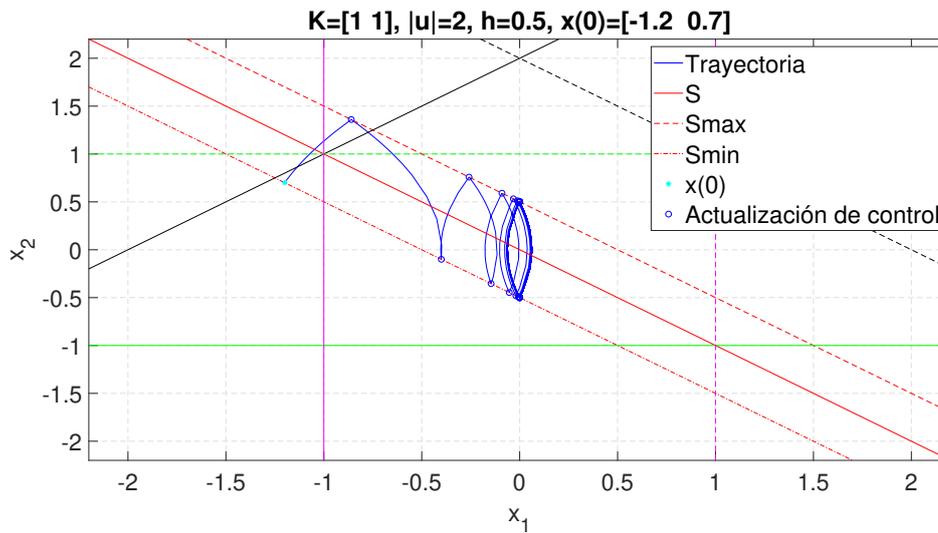


Figura 3.14: Efecto de incrementar la acción de control

En la Figura 3.15 se visualiza los intervalos de muestreo por efecto de aumentar la acción de control a $|u| = 2$. Se percibe que el número de muestras aumentan, para el mismo tiempo de simulación en comparación con la Figura 3.13.

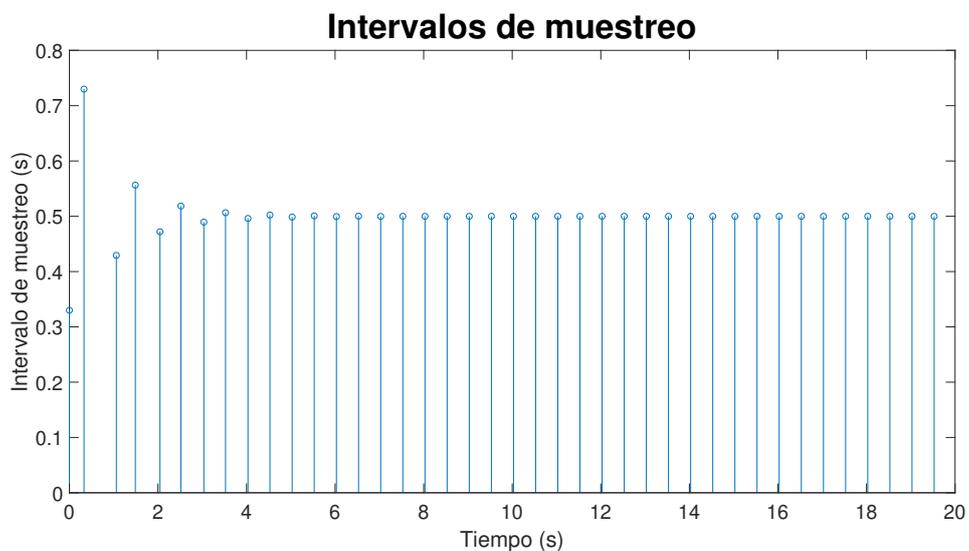


Figura 3.15: Intervalos de muestreo incrementando la acción de control

3.7.5. Ejemplo 5

La Figura 3.16, muestra la dinámica del sistema cuando la banda de histéresis se establece a un valor mayor de h_{max} permitido. En este ejemplo se configura $h = 1.5$, que es una cifra mayor que la máxima h_{max} posible para cualquier estado perteneciente a (3.34). Por lo tanto, la dinámica conmutada deseada dentro de las bandas de histéresis no cumple con las condiciones establecidas.

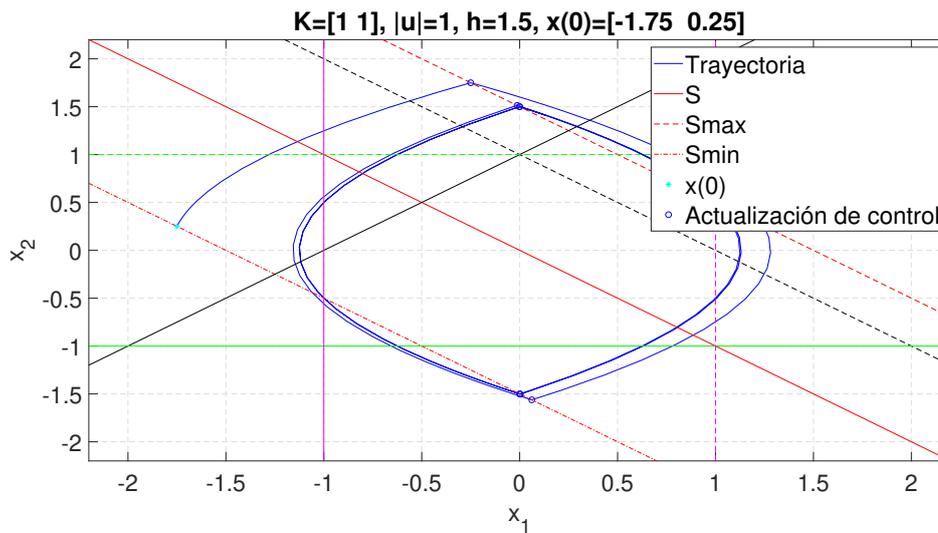


Figura 3.16: Aumento excesivo de la banda de histéresis

En la figura 3.17 el tiempo de muestreo aumenta, lo cual reduce el tráfico de la red y el uso del procesador. En contraparte, esto pone en riesgo la estabilidad del sistema, Por lo cual se exige una configuración óptima de la banda de histéresis, para que el sistema cumpla con las condiciones establecidas en (3.34).

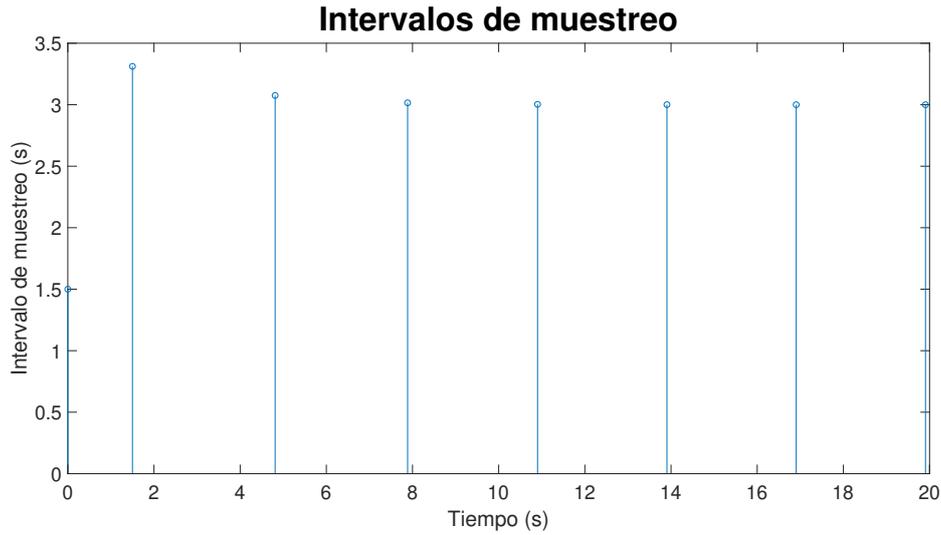


Figura 3.17: Intervalos de muestreo con exceso de histéresis

3.7.6. Ejemplo 6

La Figura 3.18, describe la dinámica del sistema con perturbación, comprendida entre los valores $[-0.15 \ 0.15]$, como mínimo y máximo respectivamente. Esta perturbación se suma a la señal del actuador. Para esta simulación, la trayectoria de los estados en ocasiones sobrepasa la banda de histéresis y a pesar de la perturbación agregada, el sistema tiende a mantenerse en las cercanías de los valores $x = [0 \ 0]$.

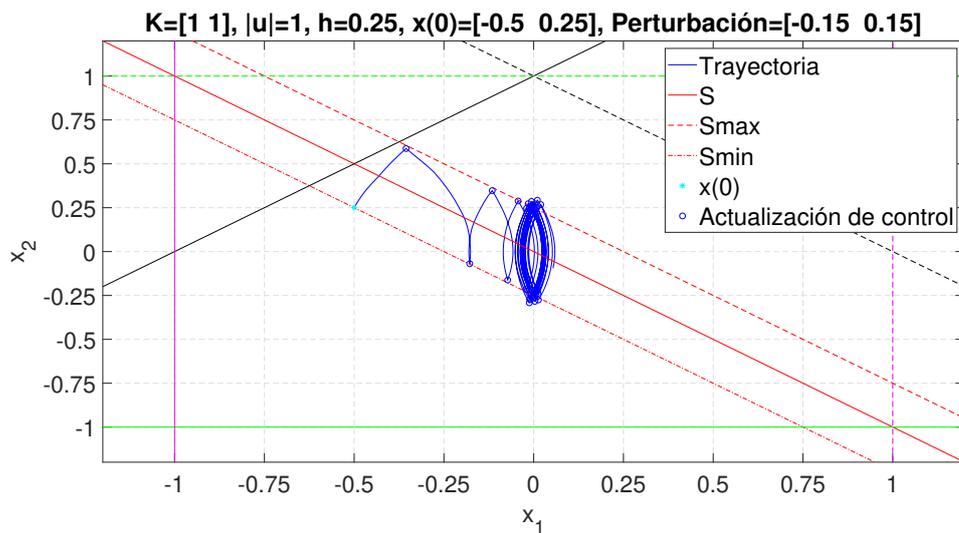


Figura 3.18: Dinámica del sistema agregada una perturbación

Se puede visualizar en la Figura 3.19, que a partir del sexto muestreo, es decir, cuando el sistema se encuentra en las proximidades de $x = [0 \ 0]$, los tiempos de muestreos son

aleatorios y no se estabilizan a un valor nominal en comparación con las anteriores Figuras. Lo cual, el sistema aun con una señal de perturbación, la acción de control obliga a mantener la condición de estabilidad.

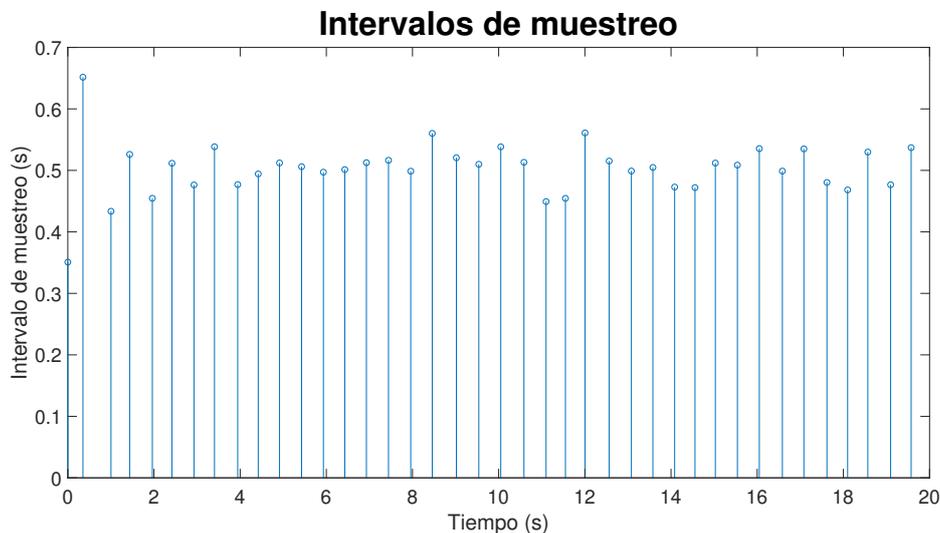


Figura 3.19: Intervalos de muestreo con perturbación

3.8. Análisis de estabilidad del sistema

Se considera que el estado de equilibrio deseado es $x = [0 \ 0]$. Dado que la descripción del sistema de control que hemos adoptado tiene en cuenta la implementación auto-disparado en red el cual permite las perturbaciones, por lo tanto no podemos esperar que las trayectorias de los estados converjan al estado cero cuando t tiende a ∞ . En su lugar, damos condiciones para una estabilización semiglobal práctica (o aproximada); es decir, condiciones bajo las cuales, para dos estados x_1 y x_2 (el conjunto de estados iniciales) cualquier trayectoria de estado que emita del conjunto de estados iniciales se dirige al conjunto objetivo.

Capítulo 4

Conclusiones y trabajo futuro

En esta sección se presentan las conclusiones y posibles propuestas para un futuro trabajo

4.1. Conclusiones

En este documento, se ha presentado un análisis para la implementación exitosa de controladores de modo deslizante en una configuración en red utilizando el enfoque de auto-disparo, para lo cual se establecieron ciertas características principales que permiten desarrollar la condición suficiente para la existencia de un modo deslizante en las proximidades de la superficie de deslizamiento, y a su vez se permitió determinar parámetros a resolver como la alcanzabilidad de la banda, dirección deseada y la técnica de auto-disparo.

Con base en las condiciones planteadas, se logró desarrollar una estrategia auto-disparado usando de control de modo deslizante por red que garantiza la estabilidad del sistema de circuito cerrado. El mecanismo de auto-disparo no requiere ninguna medición de estado continua, sino sobre valores muestreados en instantes calculados por el nodo sensor. Esto garantiza que el ancho de banda siempre este disponible para la transmisión de mensajes críticos debido al chattering propio del modo deslizante.

Los resultados de la simulación mostraron que, el control auto-disparado propuesto puede reducir significativamente el consumo de recursos al mismo tiempo que garantiza la alcanzabilidad de la dinámica del modo deslizante, a pesar de la existencia de una pequeña perturbación en la planta del sistema que en ocasiones fue despreciable, la estimación precisa del modelo

establecido y el empleo de una banda de histéresis más amplia dio como resultado un tiempo significativamente mayor que se traduce a un menor uso del procesador y una reducción de la comunicación en los sistemas de control en red. Los resultados de la simulación presentados brindan un soporte intuitivo para la efectividad del método propuesto.

4.2. Recomendaciones

Es necesario realizar la configuración adecuada de los diferentes parámetros de la red, número de nodos, tipo de protocolo de la red, etc. Además se recomienda trabajar con valores estándar de velocidad de la red para obtener valores lo más cercano a la realidad.

Se debe definir los rangos de los parámetros de la superficie de deslizamiento dentro de los valores adecuados, debido a que si se dimensiona de manera incorrecta el controlador se volvería inestable o el sistema no alcanzaría la superficie de deslizamiento.

La existencia de retardo en los tiempos de ejecución de las tareas no son exactos, por lo que se sugiere incorporar en la estrategia de control propuesta un esquema de compensación de retardo para la obtención de valores más precisos.

4.3. Trabajo futuro

Resolver los problemas relacionados con la operación de la red, pérdidas de datos, retardos, perturbaciones y ruido en la comunicación, se dejan para trabajos futuros. Además, implementar el método propuesto en un sistema real y evaluar la validez de esta estrategia de control a través de la comparación de los resultados presentados.

Bibliografía

- [1] Q. Yang, J. A. Barria y T. C. Green. “Communication Infrastructures for Distributed Control of Power Distribution Networks”. En: *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 7.2 (2011), págs. 316-327.
- [2] S. K. Mazumder, K. Acharya y M. Tahir. “Joint Optimization of Control Performance and Network Resource Utilization in Homogeneous Power Networks”. En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56.5 (2009), págs. 1736-1745.
- [3] W. P. M. H. Heemels, M. C. F. Donkers y A. R. Teel. “Periodic event-triggered control based on state feedback”. En: *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. 2011, págs. 2571-2576.
- [4] A. K. Behera y B. Bandyopadhyay. “Self-triggering-based sliding-mode control for linear systems”. En: *IET Control Theory Applications* 9.17 (2015), págs. 2541-2547.
- [5] D. V. Dimarogonas, E. Frazzoli y K. H. Johansson. “Distributed Event-Triggered Control for Multi-Agent Systems”. En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 57.5 (2012), págs. 1291-1297.
- [6] N. Elia y S. K. Mitter. “Stabilization of linear systems with limited information”. En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 46.9 (2001), págs. 1384-1400.
- [7] V. Utkin. “Variable structure systems with sliding modes”. En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 22.2 (1977), págs. 212-222.
- [8] W. P. M. H. Heemels, K. H. Johansson y P. Tabuada. “An introduction to event-triggered and self-triggered control”. En: *2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. 2012, págs. 3270-3285.
- [9] Tom Gommans y W.P.M.H. (Maurice) Heemels. “Resource-aware MPC for constrained nonlinear systems: A self-triggered control approach”. En: *Systems & Control Letters* 79 (2015).
- [10] Yu Xinghuo y Xu Jian-Xin; *Variable structure systems: Towards the 21st Century*. Springer, 2002.
- [11] Katsuhisa Furuta. “Variable Structure System and Its Applications”. En: 2017, págs. 3-19.
- [12] M. Gokasan, S. Bogosyan y D. J. Goering. “Sliding mode based powertrain control for efficiency improvement in series hybrid-electric vehicles”. En: *IEEE Transactions on Power Electronics* 21.3 (2006), págs. 779-790.
- [13] P. Wu, W. Zhang y S. Han. “Self-triggered Nonsingular Terminal Sliding Mode Control”. En: *2018 Annual American Control Conference (ACC)*. 2018, págs. 6513-6520.
- [14] S. V. Emelyanov. “Variable structure systems and binary control”. En: *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control*, 1989, 2196-2198 vol.3.

- [15] O. Higuera, J. Salamanca y H. Diaz. “Control de Estructura Variable Discreto Basado en Estabilidad de Lyapunov”. En: Bogotá, 2008.
- [16] H. H. Tahir y A. A. A. Al-Rawi. “Variable Structure Control Design of Process Plant Based on Sliding Mode Approach”. En: *2006 Chinese Control Conference*. 2006, págs. 932-937.
- [17] Zoran Vukić y col. *NONLINEAR CONTROL SYSTEMS*. New York: Marcel Dekker, 2003.
- [18] V. Utkin. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Heidelberg: Springer, 1992.
- [19] V. Utkin, J. Guldner y J. Shi. *Sliding Mode Control In Electro-Mechanical Systems*. New York: CRC Press, 2009.
- [20] Liu Jianxing y col. *Sliding Mode Control Methodology in the Applications of Industrial Power Systems*. New York: Springer, 2019.
- [21] Vaidyanathan Sundarapandian y Chang-Hua Lien. *Applications of Sliding Mode Control in Science and Engineering*. Cham: Springer, 2017.
- [22] Perruquetti Wilfrid y Barbot Jean Pierre. *SLIDING MODE CONTROL IN ENGINEERING*. New York: Marcel Dekker, 2002.
- [23] Siew Chong Tan, Yuk Ming Lai y Chi Kong Tse. *Sliding Mode Control of Switching Power Converters*. New York: Taylor & Francis Group, 2012.
- [24] Xiaofeng Wang y Michael Lemmon. “State Based Self-Triggered Feedback Control Systems with L2 Stability”. En: *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)* 17 (jul. de 2008). DOI: 10.3182/20080706-5-KR-1001.02577.
- [25] Heemelsa W.P.M.H.and Johansson Karl H. y Paulo Tabuada. *Encyclopedia of Systems and Control*. Londres: Springer, 2014.
- [26] Bemporad Alberto, Johansson Mikael y Heemels Maurice. *Networked Control Systems*. Springer, 2010.
- [27] Guinaldo Losada María. *Contributions to Networked and Event-Triggered Control of Linear Systems*. Madrid: Springer, 2016.
- [28] Hansruedi Bühler. *Réglage par mode de glissement*. Lausanne: Presses Polytechniques Romandes, 1986.
- [29] P. Martí y col. “Networked sliding mode control of the double integrator system using the event-driven self-triggered approach”. En: *2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. 2011, págs. 2031-2036.
- [30] M. Velasco y col. “A CAN Application Profile for Control Optimization in Networked Embedded Systems”. En: *IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*. 2006, págs. 4638-4643.
- [31] A. Cervin y col. “How does control timing affect performance? Analysis and simulation of timing using Jitterbug and TrueTime”. En: *IEEE Control Systems Magazine* 23.3 (2003), págs. 16-30.

Apéndice

Apéndice A

Software

En el presente apéndice se incluye los diferentes códigos desarrollados en este proyecto.

A.1. Código Global

Programa A.1: Código global

```
%% CONDICIONES EJEMPLO NUMERICO
clear all, close all, clc
init_truetime %Inicializa TrueTime
global A B C D K his U X0
syms s
%Espacio de estado doble integrador
A = [0 1; 0 0]; %nxn
B = [0; 1]; %nxp
C = [1 0; 0 1]; %qxn
D = [0; 0]; %qxp

% Variables 'his' (banda de histeresis) y los estados iniciales X(0)
X0 = [-0.5 0.35];
his= 0.15; % Establecer banda de histeresis

K = [1 1]; % Establecer vector para la superficie de deslizamiento
U= [-1 1]; % Se al de control para S+(1)primera pos y S-(2) segunda pos

%% Respuesta del sistema
sys = ss(A, B, C, D)
[num,den]=ss2tf(A, B, C, D)
t = 0:0.01:5;
y = step(num,den,t);
plot(t,y)
grid
title('Respuesta escal n unitario')
xlabel('t Seg')
ylabel('Salida y')
I=eye(size(A));
O=ilaplace(inv(I*s-A))
%% CONTROLABILIDAD
P=[A*B]
```

```

q=rank(P)
R=[1;0]
simout=sim('simulink_tesis');
fig = get_param('simulink_tesis','Handle');
saveas(fig,'MySimulinkDiagram.pdf');
graficas

```

A.2. Nodo sensor (sensor_node.m)

Programa A.2: Código nodo sensor

```

function sensor_node

ttInitKernel('prioDM'); % Inicializa el kernel

deadline=1; % Tiempo limite de ejecucion de la tarea en el peor de los
casos

ttCreateTask('sensor_task', deadline, 'sensor_codigo'); % Tarea aperiodica.
ttAttachNetworkHandler('sensor_task') % Nombre de la tarea

```

A.2.1. Código sensor (sensor_codigo.m)

Programa A.3: Código sensor

```

function [exectime, data] = sensor_codigo(seg, data)
global K his U
persistent x tiempo sens
switch seg
case 1
% PROCESO DE SENSADO
x(1) = ttAnalogIn(1) % Lee el valor del estado x1
x(2) = ttAnalogIn(2) % Lee el valor del estado x2

exectime = 1e-6 % Tiempo de ejecucion de la lectura
case 2
d(1)= his;
d(2)= -his;
%CALCULO DEL SIGUIENTE INSTANTE DE TIEMPO (AUTO-DISPARO)
S = (K(1)*x(1))+(K(2)*x(2));
if S>0
a=(K(1)*U(1))/2;
b=(K(1)*x(2))+K(2)*U(1);
c=(K(1)*x(1))+K(2)*x(2)+d(1);
t1= (-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
t2= (-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
if t1>t2 %Discrimina tiempos negativos
tiempo= t1;
else
tiempo= t2;
end
else
a= (K(1)*U(2))/2;

```

```

b=(K(1)*x(2))+(K(2)*U(2));
c=(K(1)*x(1))+(K(2)*x(2))+d(2);
t1= (-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
t2= (-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
    if t1>t2 % Discrimina tiempos negativos
        tiempo= t1;
    else
        tiempo= t2;
    end
end
%CONCATENA LOS DATOS
sens(1)=x(1); % Valor de x_1
sens(2)=x(2); % Valor de x_2
sens(3)=tiempo; % Valor del siguiente instante de auto-disparo
% ENVIA EL MENSAJE AL NODO CONTROLADOR
ttSendMsg(3, sens, 8); % Enviar mensaje de 8 bits al nodo 3 (NODO
    CONTROLADOR)
disp('Mensaje enviado controlador')
exectime = 0.1e-6; % Tiempo de retraso de estas operaciones
case 3
% SALIDAS ANALOGICAS PARA RECOPIRAR VALORES Y GRAFICAR
ttAnalogOut(1,sens(1));
ttAnalogOut(2,sens(2));
ttAnalogOut(3,tiempo);
ttSleep(tiempo); % El nodo sensor descansa durante el tiempo calculado.
ttSetNextSegment(1); % Se configura la proxima linea de ejecucion
exectime =0;

end

```

A.3. Nodo controlador (controlador_node.m)

Programa A.4: Código nodo controlador

```

function controlador_node(arg)

ttInitKernel('prioDM'); % Inicializa el kernel

deadline=1; %Tiempo limite de ejecucion de la tarea en el peor de los casos
data.u = 0.0; % Estructura de datos arbitraria que representa la memoria
    local de la tarea.

ttCreateTask('controller_task',deadline, 'controlador_codigo',data); %Tarea
    aperiodica
ttAttachNetworkHandler('controller_task') % Nombre de la tarea

```

A.3.1. Código controlador (controlador_codigo.m)

Programa A.5: Código controlador

```

function [exectime, data] = controlador_codigo(seg, data)
global U
persistent t
switch seg

```

```

case 1
RecepData = ttGetMsg; % Almacena mensaje del nodo 1 (sensor)
    if isempty(RecepData)
        disp('Error mensaje no recibido controlador');
    end
%DESCONCATENAR DATOS
x1= RecepData(1);
x2= RecepData(2);
t= RecepData(3);
disp('Mensaje recibido del sensor');
s=x2+x1;
%CALCULO DE LA ACCION DE CONTROL
if s>0
data.u=U(1);
else
data.u=U(2);
end

ttAnalogOut(1, data.u); % Salida Analoga de la accion de control
exectime = 1e-6; % Tiempo de ejecucion de la tarea

    case 2
% ENVIA EL MENSAJE AL NODO ACTUADOR
cont(1)=data.u;
cont(2)=t;
ttSendMsg(2,cont, 8); % Envia el valor de la accion de control al nodo
    Actuador
exectime = 1e-6; % Tiempo de ejecucion de la tarea
        case 3
disp('finalizar task controlador')
exectime=-1; % Finaliza la tarea del controlador
end

```

A.4. Nodo actuador (actuador_node.m)

Programa A.6: Código nodo actuador

```

function actuador_node

ttInitKernel('prioDM'); % Inicializa el kernel
deadline =2; % Tiempo limite de ejecucion de la tarea en el peor de los
    casos
starttime=0.0; % Tiempo de inicializacion de la primera tarea.
data.u = 1.0; % Condicion inicial actuador
data.t = 0.0; % Estructura de datos arbitraria que representa la memoria
    local de la tarea.
ttCreateTask('actuador_task',starttime, deadline,'actuador_codigo',data);%
    Tarea periodica
ttAttachNetworkHandler('actuador_task') % Nombre de la tarea

```

A.4.1. Código actuador (actuador_codigo.m)

Programa A.7: Código actuador

```
function [exectime, data] = actuador_codigo(seg, data)
persistent t
t=0;
switch seg

case 1
ud = ttGetMsg; % Almacena el mensaje del nodo 3 (Controlador)
if isempty(ud)
    ttSendMsg(1, 0.001, 8);
    ttAnalogOut(1,1) %Condicion inicial del nodo Actuador
    t=0;
else
    %DESCONCATENAR LOS DATOS
    disp('mensaje recibido controlador')
    data.u=ud(1);
    t =ud(2);
end
%APLICAR LA ACCION DE CONTROL
ttAnalogOut(1,data.u) % Aplica el valor enviado por el Controlador
exectime= t; % Tiempo que el actuador aplica la accion de control

case 2
    exectime =-1; % Finaliza la tarea Actuador
end
```
