

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE (UTN)



**FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA
(FECYT)**

**CERRERA: PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS
EXPERIMENTALES**

**INFORME FINAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN, EN LA MODALIDAD
PRESENCIAL**

TEMA: “Utilización de herramientas didácticas en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales en primer año de bachillerato en la U.E. Atahualpa”

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de Licenciado/a en Pedagogía de las Matemática y Física

Línea de investigación: Gestión, calidad de educación, procesos pedagógicos e idiomas

Autor: Mafla Marcillo Daniel Joshua

Director: PhD. Mina Ortega Marcelo René

Ibarra, 2022



UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

En cumplimiento del Art. 144 de la Ley de Educación Superior, hago la entrega del presente trabajo a la Universidad Técnica del Norte para que sea publicado en el Repositorio Digital Institucional, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:	040191080-7		
APELLIDOS Y NOMBRES:	Mafla Marcillo Daniel Joshua		
DIRECCIÓN:	10 de Agosto y Rafael Arellano		
EMAIL:	mafla.marcillo.daniel.joshua@gmail.com		
TELÉFONO FIJO:	(06)2251214	TELF. MOVIL	0959812151

DATOS DE LA OBRA	
TÍTULO:	Utilización de herramientas didácticas en la enseñanza de Sistemas de Ecuaciones Lineales en Primer Año de Bachillerato en la U.E. "Atahualpa"
AUTOR (ES):	Mafla Marcillo Daniel Joshua
FECHA: DD/MM/AAAA	19/08/2021
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO	
PROGRAMA:	<input checked="" type="checkbox"/> PREGRADO <input type="checkbox"/> POSGRADO
TITULO POR EL QUE OPTA:	Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y Física
ASESOR/DIRECTOR:	Dr. Marcelo René Mina Ortega

CONSTANCIAS

El autor (es) manifiesta (n) que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es original y que es (son) el (los) titular (es) de los derechos patrimoniales, por lo que asume (n) la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá (n) en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 03 días, del mes de marzo de 2022.

EL AUTOR:

(Firma)  Daniel Marcellino H

Nombre: Mafla Marcillo Daniel Joshua

CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR

Ibarra, 24 de enero de 2022

Dr. Mina Ortega Marcelo René

DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

CERTIFICA:

Haber revisado el presente informe final del trabajo de titulación, el mismo que se ajusta a las normas vigentes de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología (FECYT) de la Universidad Técnica del Norte; en consecuencia, autorizo su presentación para los fines legales pertinentes.



Dr. Mina Ortega Marcelo René
C.C.: 1001997541

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL

El Tribunal Examinador del trabajo de titulación "UTILIZACIÓN DE HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS EN LA ENSEÑANZA DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN PRIMER AÑO DE BACHILLERATO EN LA U.E. ATAHUALPA" elaborado por Mafla Marcillo Daniel Joshua, previo a la obtención del título del Licenciatura en Pedagogía de las matemáticas y física, aprueba el presente informe de investigación en nombre de la Universidad Técnica del Norte:



Dr.
MSc. Orlando Ayala
C.C.: 1001196664



Dr.
Dr. Marcelo Mina
C.C.: 1001997541



Dr.
MSc. Jaime Rivadeneira
C.C.: 1001614575



Dr.
MSc. Orlando Ayala
C.C.: 1001196664

DEDICATORIA

Este trabajo de investigación lo dedico a todo el personal docente de mi carrera, quién ha sido el pilar fundamental en mis conocimientos y son quienes me compartieron sus conocimientos durante toda mi carrera universitaria.

A mi Abuela que en paz descanse Miriam del Rocío Ramos Moyano quien me dio la fuerza con su bendición para poder seguir adelante, ser un hombre de bien, y un hombre triunfador que nunca debe de rendirse ante nada.

A mis padres Manolo Mafla y Johanna Marcillo que fueron las personas que siempre me apoyaron en todo el proceso universitario, quienes pusieron su confianza en mí y me ayudaron en los problemas que se me presentaban.

A mis hermanos Melanye y Nicolás, a mi tía hermana Doménica quienes siempre me ayudaron en mis noches de desvelo y me dieron el aliento a seguir adelante y a nunca rendirme en mis estudios.

A mi tío Mario quien fue la inspiración a seguir una carrera que se piensa que es difícil, pero con la sabiduría y el pensamiento individual se la puede llegar a culminar y seguir por más.

AGRADECIMIENTO

Primeramente, agradezco a mis padres quienes me supieron apoyar desde el inicio de estudios de tercer nivel, quienes me ayudaron a conseguir un hogar para vivir.

Agradezco a la Secretaría de Educación, Ciencia y Tecnología (SENESCYT) quienes financiaron mis estudios de tercer nivel y ayudaron a cumplir uno de mis sueños que tenía desde pequeño.

Igualmente, agradezco a la Universidad Técnica del Norte, especialmente a la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales que su línea de estudios y especialización es Matemática y Física, quien me brindó una educación de calidad que está enfocada al servicio de la sociedad y a la excelencia profesional.

Agradezco a mi tutor de tesis al PhD. Mina Ortega Marcelo René, quien supo ser paciente en cada avance del proyecto y me supo guiar por el buen camino para poder realizar un buen trabajo de investigación.

Agradezco a todo el personal docente quienes me supieron compartir sus buenos conocimientos y me supieron dar buenos consejos para no rendirme en todo el proceso de estudio.

RESUMEN

La matemática es una ciencia exacta que nos permite resolver cualquier problema matemático o ya sea de la vida cotidiana formulándolo a un sistema numérico, el estudio de esta ciencia debe de ser impartida de manera rigurosa debido a que la matemática no contiene errores en sus resultados. En la actualidad se ha visto que varios docentes aún están aferrados a enseñar de forma tradicional las matemáticas, donde hacen que el estudiante no sea el participe principal dentro del proceso enseñanza-aprendizaje; varios estudios afirman que es importante que las instituciones educativas implemente herramientas didácticas para la enseñanza de cualquier tema, por ello la presente investigación tiene como objetivo utilizar herramientas didácticas para la enseñanza de ecuaciones lineales en estudiantes de primero de bachillerato de la U.E. “Atahualpa”. Este proyecto de investigación tiene una metodología mixta, es decir es cuantitativa y cualitativa al mismo tiempo, que tiene como propósito dar veracidad y autenticidad a la investigación, para la recolección de datos informativos se utilizó como herramienta la encuesta digital, con el fin de poder llegar a tener datos reales y dar más validez a la investigación, la población encuestada fue los 49 alumnos de Primer Año de Bachillerato de la institución anteriormente mencionada, una vez aplicada la encuesta se procedió a analizar cada uno de los datos y a tabular cada uno de ellos donde se llegó a la conclusión de que algunos docentes aún están enseñando de manera tradicional a los estudiantes y que tienen poco conocimiento de lo que son las herramientas didácticas y su utilización dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.

Palabras claves: Herramientas didácticas, proceso, enseñanza, aprendizaje, Sistema de ecuaciones lineales, Métodos.

ABSTRACT

Mathematics is an exact science which allows us to solve any kind of mathematic problem or even a daily life one formulating it to a number system. The study of this science must be teaching in a strict way because mathematics does not have errors on its results. Nowadays, it has been seen that some teachers are still clinging to teach it in a traditional way where they make the student has not be the principal actor within the teaching-learning process; many researches confirm that it is very important that educational institutions implement these tools for teaching any kind of topic. Therefore, this investigation has as objective use teaching tools for linear equations teaching in first year high school students at U.E. « Atahualpa ». This project has a mixed methodology, it means that it is quantitative and qualitative at the same time which has as purpose gives veracity and authentic to the research. For recollecting data it used as a tool the digital survey with the purpose of reaching real data and giving more validity to the investigation. The surveyed population was 49 students of first year high school at U.E. “Atahualpa”, once the survey was applied, it proceeded to analyze each of the data and to tabulate each one where it was concluded that some teachers are still teaching in a traditional way and have few knowledges about teaching tools and its use within the teaching-learning process.

Keywords: teaching tools, process, teaching, learning, linear equations system, methods

CONTENIDO

PORTADA	i
IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA	ii
AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD	iii
CONSTANCIAS	iv
CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR.....	v
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL.....	vi
DEDICATORIA	vii
AGRADECIMIENTO.....	viii
RESUMEN	ix
ABSTRACT	x
ÍNDICE DE CONTENIDOS	x
ÍNDICE DE TABLAS	xiii
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	xiv
INTRODUCCIÓN	1
1. CAPÍTULO I: “MARCO TEÓRICO”	5
1.1 HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS.....	5
1.1.1 BENEFICIOS DE LAS HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS.....	5
1.1.2 TIPOS DE HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS.....	6
1.1.3 TIC’s.....	14
1.2 TIPOS DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	16
1.3 ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.....	16
1.4 ESTRATEGIAS DE GESTIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.....	17
1.5 ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.....	17
1.6 ESTRATEGIAS DE APOYO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.....	18
1.7 EL E-LEARNING COMO MODALIDAD DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE A TRAVÉS DE LA RED.....	18
1.7.1 DOCENTE – ESTUDIANTE	18
1.7.2 ESTUDIANTE – CONTENIDO	18
1.7.3 ESTUDIANTE – ESTUDIANTE	19
1.7.4 ESTUDIANTE – INTERFASE COMUNICATIVA	19

1.8 LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE EN EL ENTORNO DEL E-LEARNING	19
1.9 DIDÁCTICA TRADICIONAL.....	19
1.10 CONSTRUCTIVISMO	20
1.10.1 CONSTRUCTIVISMO COGNITIVO	20
1.10.2 LA ASIMILACIÓN	21
1.10.3 LA ACOMODACIÓN	21
1.10.4 EL EQUILIBRIO	22
1.10.5 LA ADAPTACIÓN	22
2. CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS.....	23
2.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN	23
2.2. MÉTODOS, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN	23
2.2.1. MÉTODOS	23
2.2.2. TÉCNICAS	24
2.3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	24
2.4. MATRIZ DE RELACIÓN	24
2.5. PARTICIPANTES.....	25
2.6. PROCEDIMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS.....	25
3. CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	26
4. CAPÍTULO IV: PROPUESTA	36
4.1 TÍTULO	36
4.2. INTRODUCCIÓN	36
4.3 OBJETIVOS.....	36
4.3.1 OBJETIVO GENERAL	36
4.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	37
4.4. DESTREZAS A DESARROLLAR	37
4.4.1. COGNITIVAS	37
4.4.2. PROCEDIMENTALES	37
4.5. CONTENIDOS PROGRAMÁTICOS	37
4.5.1 ¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN LINEAL?.....	37
4.5.2 ¿QUÉ ES UN SISTEMA DE ECUACIONES?.....	38
4.5.3 ¿CÓMO SE RESUELVE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES?.....	38
4.5.4 MÉTODO DE REDUCCIÓN.....	38
4.5.5 MÉTODO DE IGUALACIÓN.....	40

4.5.6 MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.....	42
4.6 SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE REDUCCIÓN	44
4.6.1 TEORÍA BASE DEL MÉTODO DE REDUCCIÓN	44
4.6.2 EJERCICIO EXPLICATIVO	44
4.6.3 ACTIVIDAD A DESARROLLAR	48
4.6.4 EVALUACIÓN.....	49
4.7 SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN	49
4.7.1 TEORÍA BASE DEL MÉTODO DE IGUALACIÓN	50
4.7.2 EJERCICIO EXPLICATIVO	50
4.7.3 ACTIVIDAD A DESARROLLAR	51
4.7.4 EVALUACIÓN.....	52
4.8 SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE SUSTITUCIÓN	52
.....	52
4.8.1 TEORÍA BASE DEL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN	52
4.8.2 EJERCICIO EXPLICATIVO	52
4.8.3 ACTIVIDAD A DESARROLLAR	56
4.8.5 EVALUACIÓN.....	57
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	58
5.1 CONCLUSIONES.....	58
5.2 RECOMENDACIONES.....	59
BIBLIOGRAFÍA	60
ANEXOS	62

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Género.....	26
Tabla 2: Edad.....	27
Tabla 3: ¿Considera que el trabajar con diferentes herramientas didácticas contribuye a mejorar su aprendizaje para la resolución de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	28
Tabla 4: ¿Considera usted que le resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	29
Tabla 5: ¿Qué motivo(s) considera usted para que algunos estudiantes les resulten difícil aprender a resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	31

Tabla 6: ¿Qué tipo de herramientas didácticas utiliza el docente de matemática con mayor frecuencia para enseñar el tema Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	32
Tabla 7: ¿Cuáles de las siguientes herramientas didácticas utilizó el docente de matemáticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	34

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Género.....	26
Ilustración 2:Edad	27
Ilustración 3: ¿Considera que el trabajar con diferentes herramientas didácticas contribuye a mejorar su aprendizaje para la resolución de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	28
Ilustración 4: ¿Considera usted que le resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	30
Ilustración 5: ¿Qué motivo(s) considera usted para que algunos estudiantes les resulten difícil aprender a resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	31
Ilustración 6: ¿Qué tipo de herramientas didácticas utiliza el docente de matemática con mayor frecuencia para enseñar el tema Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	33
Ilustración 7: ¿Cuáles de las siguientes herramientas didácticas utilizó el docente de matemáticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?	34

INTRODUCCIÓN

Motivación de la investigación

La presente investigación tuvo un gran motivo en ser creada, esta motivación se centra en la falta de utilización de herramientas didácticas por parte del docente al momento de enseñar a sus estudiantes. En las instituciones educativas actuales existen docentes que aún están aferrados a enseñar a sus estudiantes de manera muy tradicional, es decir con el libro guía del ministerio para el estudiante y una tiza y pizarra para la explicación de problemas por parte del docente. Siempre ha existido un gran desinterés del estudiante por aprender matemáticas, esto se debe a que la pedagogía de cada docente no es correctamente adecuada para cada uno de los estudiantes. La utilización de herramientas didácticas tiene como finalidad ayudar a que el proceso enseñanza-aprendizaje sea de manera innovadora donde el estudiante sea el principal protagonista de crear su propio conocimiento.

Problema de la investigación

Desde tiempo atrás y hasta en la actualidad existen varias instituciones educativas donde los docentes aún enseñan de una manera tradicional, donde el principal protagonista sólo es el profesor y no el estudiante. Esto es el resultado de que el docente no maneje una correcta pedagogía dentro del aula de clase, y el estudiante sea sólo quien copie y resuelva problemas de manera mecánica y no innovadora. Este problema ha venido dándose desde hace mucho tiempo y se ha evidenciado que los estudiantes tienen un gran desinterés por no aprender la matemática o que al estudiante se le haga difícil aprender la matemática. Muchos de los docentes en la actualidad no conocen buenas metodologías, estrategias y herramientas didácticas con las que se debe de trabajar en el aula de clase con el fin de que los estudiantes reciban un buen proceso de enseñanza – aprendizaje, que sea activo y que el estudiante tenga un gran interés por aprender.

Delimitación del problema

Delimitación Temporal

Esta investigación se realizó en un espacio de dos semestres, los datos que se tuvieron en consideración de este proyecto de investigación están enmarcados en el tiempo que duraron las asignaturas de Trabajo de Titulación I y II. Se tomó en cuenta y en

consideración la temática que, si en la unidad educativa los docentes del área de matemáticas utilizan herramientas didácticas al momento de enseñar y si los estudiantes aprenden por medio de herramientas didácticas en el aula de clase, este análisis y recolección de datos se lo hizo en un tiempo de 8 días.

Delimitación Espacial

Esta investigación se realizó en una unidad educativa que se encuentra situada en la ciudad de Ibarra, provincia de Imbabura al norte del Ecuador. La Unidad Educativa “Atahualpa” consta de 4 paralelos de Primero de Bachillerato General Unificado. Sin embargo, para la recolección de datos de la investigación se miró necesario investigar a los estudiantes de igual manera para tener una información verdadera. Esta investigación se realizó en un espacio virtual mediante la plataforma Google Forms.

Delimitación Académica

Este proyecto de investigación que fue propuesto cumplió con todo lo requerido para realizar una investigación o el esquema para la presentación del proyecto de tesis después de haber visto y estudiado las asignaturas de Trabajo de Titulación I y II en el séptimo y octavo semestre de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales. Esta investigación se sustentó y se apoyó en la parte bibliográfica de varios libros e informes virtuales que proporcionaron varios conceptos sobre lo que son las herramientas didácticas para la enseñanza de sistema de ecuaciones lineales.

Justificación

El presente trabajo de investigación tiene como propósito poder perfeccionar el aprendizaje educativo en los estudiantes al momento de estudiar matemática especialmente el tema sistema de ecuaciones lineales, con el uso de herramientas didácticas se podrá lograr un mejor aprendizaje en los estudiantes y también un mejor proceso de enseñanza por parte del docente. Dentro del proceso enseñanza-aprendizaje es de gran importancia que el estudiante aprenda de manera creativa e innovadora, es por eso que la aplicación de herramientas didácticas es un factor importante que ayudará a los docentes y a los estudiantes a poder cumplir con las destrezas y objetivos que disponga la asignatura. Es importante recalcar que las herramientas didácticas ayudarán a que el estudiante tenga un mayor interés por aprender y a que él sea el principal protagonista del

proceso enseñanza-aprendizaje, donde podrá crear su propio conocimiento y desarrollar su pensamiento cognitivo y crítico dentro y fuera del aula.

La aplicación de herramientas didácticas facilita al estudiante la comprensión de las matemáticas al momento de aprender, debido a que estas permiten modelar situaciones de la vida cotidiana. Dentro del proceso de enseñanza dirigido por el docente, él deberá promover nuevos recursos y herramientas de enseñanza para el alumno, con el objetivo de favorecer al estudiante en su disciplina de estudio y desarrollar su pensamiento lógico y creativo (Jiménez Daza , 2019).

OBJETIVOS

Objetivo General

Analizar la influencia de las herramientas didácticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales en los estudiantes de primero de bachillerato de la U.E. Atahualpa.

Objetivos Específicos

1. Indagar sobre las herramientas didácticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
2. Analizar cuáles son las herramientas didácticas que ayuden a la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales dentro del aula de clase.
3. Comprobar si los estudiantes reciben un aprendizaje con herramientas didácticas por parte del docente al momento de la hora clase.

Estructura del informe

El presente trabajo investigativo está compuesto por dos secciones importantes:

- La primera sección donde se encuentra la portada, identificación de la obra, autorización de uso a favor de la Universidad Técnica del Norte, constancias, dedicatoria, agradecimiento, resumen, abstract, índice de contenidos, tablas y gráficos.
- La segunda sección donde se encuentra el Capítulo I: Marco Teórico, Capítulo II: Materiales y Métodos, Capítulo III: Resultados y discusión, Capítulo IV: Propuesta, Conclusiones y Recomendaciones, Glosario de Términos, Bibliografía y Anexos.

1. CAPÍTULO I: “MARCO TEÓRICO”

Bases Teóricas de la Investigación

1.1 HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS

Existen varios casos que influyen el cambio de pedagogía para que una clase sea de manera exitosa, no sólo para los estudiantes, sino para los docentes también.

Un factor importante para que una clase sea exitosa es la utilización de herramientas didácticas, estas se apoyan en un conjunto de diversas actividades, materiales y tecnologías de la información y la comunicación (TIC's) que el docente hace uso con el fin de hacer más fácil el proceso de enseñanza – aprendizaje para el estudiante. Estas actividades, materiales y TIC's tienen una funcionalidad como un volante que marca una dirección que va hacia el logro de los objetivos específicos del aprendizaje; la experiencia de la persona guía o de la del profesor dentro del proceso enseñanza-aprendizaje es poder ayudar al aprendiz a que pueda desenvolver sus técnicas y habilidades del pensamiento para que puedan ser repartidas en las diferentes ramas de la ciencia a estudiar (Amco, 2017).

Las herramientas didácticas dentro del aula ayudan a que el docente al momento de enseñar le ayude al estudiante a comprender de mejor manera lo estudiado, es decir, aprender y entender de forma más didáctica el tema a estudiar. Es sumamente importante la guía del docente al momento de enseñar con las herramientas didácticas ya que el alumno no tiene un gran conocimiento de lo que se va a tratar, pero con dichas herramientas podrá adquirir un conocimiento más claro y de forma más comprensible.

1.1.1 BENEFICIOS DE LAS HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS

Según Amco (2017) existen algunos beneficios que brindan las herramientas didácticas tanto a los docentes como a los estudiantes dentro del proceso enseñanza-aprendizaje dentro y fuera del aula, como son:

- El desarrollo del pensamiento creativo para la resolución de problemas
- Mejora en el desarrollo de operaciones concretas
- Motricidad
- Mejora de comunicación y colaboración
- Desarrolla habilidades de búsqueda y manejo correcto de la información

- Desarrollo del pensamiento crítico
- Toma de decisiones
- Desarrolla la habilidad de Aprender a aprender

Estos beneficios ayudarán al estudiante a desarrollar su pensamiento de forma creativa y tener una lógica crítica para resolver problemas, también ayudará a que el estudiante se centre en el buen uso de la información al momento de realizar cualquier búsqueda en las fuentes bibliográficas.

Por otra parte, teniendo como bases referenciales lo anteriormente mencionado, en la actualidad los estudiantes no tienen una imaginación de cómo sería el mundo sin las Tecnologías de la información y comunicación (TIC's) debido a que ellos nunca lo han vivido. Ante esta situación los estudiantes se manejan conjuntamente con el avance del tiempo, este es el mayor beneficio para fortalecer la educación que quiere adoptar herramientas didácticas con el fin de poder obtener un aprendizaje significativo en los estudiantes y así transformar el centro de aprendizaje en un espacio de aprendizaje total (Amco, 2017).

El aporte del autor permitirá a darnos cuenta que la educación ya no está conforme con poseer estrategias didácticas que ayuden dentro del aula de clases o que exista una relación positiva entre el profesor y el estudiante, más bien la educación actual requiere de un espacio donde se pueda manejar las herramientas didácticas y tecnológicas adecuadas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

1.1.2 TIPOS DE HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS

1.1.2.1 TIZA Y PIZARRÓN

Dentro del aula de clases existe la herramienta tiza y pizarrón donde el docente utiliza para enseñar el tema correspondiente para el estudiante, esta herramienta didáctica ayuda al estudiante a poder aprender algún tema desde un principio, es decir el docente va explicando de forma tradicional sus conocimientos dentro del proceso enseñanza-aprendizaje. La pizarra es donde se escriben los conocimientos e ideas nuevas donde se las puede modificar de acuerdo a la lógica del tema, tanto el docente como el estudiante son participes de actuar frente al pizarra contribuyendo con sus comentarios o análisis críticos.

Las pizarras tradicionales en la actualidad no han sido ocupadas como antes debido a que la tecnología ha venido evolucionando y ha creado nuevas pizarras donde se puedan realizar muchas más cosas.

Podemos mencionar que en varias unidades educativas del país existen las nuevas pizarras interactivas o inteligentes que brindan a los estudiantes diversas posibilidades y funcionalidades dentro de su aprendizaje interactivo.

1.1.2.2 PIZARRA INTERACTIVA

La pizarra interactiva en las aulas es una herramienta didáctica de alta funcionalidad tanto como para el docente como para el alumno dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, este tipo de herramienta no limita al docente ni al estudiante debido a que se puede dar de uso las veces que se requiera y obteniendo diferentes funcionalidades en ella; el interactuar con una pizarra interactiva permite que los estudiantes desarrollen un aprendizaje más significativo y que estén basados en la vida cotidiana, así como también permite que el docente pueda mejorar sus estrategias metodológicas dentro del proceso de enseñanza hacia el estudiante y permitiendo un mejor manejo y acceso a la información en el aula de clases (Villarreal Farah, 2006).

Al realizar un trabajo en conjunto con el docente y estudiante o ya sea entre estudiantes, es importante señalar que los aprendices mejoren su propia autonomía y así adquieran nuevos conocimientos de forma significativa dentro de su aprendizaje. Gracias a esta herramienta existe una relación continua entre el docente y el alumno, dando paso a que el proceso de enseñanza-aprendizaje se lo pueda modificar conforme se siga desarrollando la clase y así dar respuesta a las inquietudes que exista en cada alumno.

Villarreal Farah (2006) menciona que este tipo de herramienta didáctica ha demostrado de que el alumno pueda integrarse al aprendizaje de manera fácil, ya que la pizarra interactiva es un recurso didáctico y divertido, así mismo el docente califica a esta herramienta como un recurso natural e innovador para la enseñanza. Es importante mencionar que esta herramienta didáctica es un recurso que está dentro de las estrategias metodológicas y que las unidades educativas actualmente están fomentando a utilizar este tipo de herramienta, con el fin de aprovechar de las ventajas al momento de aprender, estas ventajas se basan en reformar las diferentes metodologías utilizadas por el docente y los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula de clase.

Según Cala et al. (2018) consideran que las unidades educativas que han incluido pizarras interactivas al proceso de enseñanza-aprendizaje estas exigen algunos cambios en aquellas funciones cognitivas que se desean trabajar, consideran que es obligatorio cambiar las estrategias de enseñanza que maneja el docente de matemáticas, con el fin de que el alumno sea el protagonista principal en ser participe en el aula de clase al momento de aprender, es decir que el alumno aprende a aprender. Mencionan también que es de suma importancia de que cada docente esté en un proceso de capacitación en todos los avances generales de la educación y las TIC's que están sumergidas dentro del ámbito educativo, esto con el propósito de que el docente no se encuentre estancado con los conocimientos que recibió el en un pasado, sino que con las capacitaciones que reciba pueda brindar al estudiante unos conocimientos actualizados y que estén relacionados a la vida real.

Es importante tener en cuenta que la educación tradicional actualmente no es de mucha ayuda dentro del proceso enseñanza-aprendizaje ya que el alumno necesita aprender de una forma más interactiva y no sólo con teoría y procesos cerrados donde él no pueda ser participe con sus ideas. El manejar este tipo de herramienta didáctica como es una pizarra interactiva es una forma innovadora de enseñar al estudiante donde no solo se va a olvidar la enseñanza tradicional, sino que el estudiante desarrollará un aprendizaje personalizado y se trabajará de manera colaborativa, también el docente va a trabajar con nuevas estrategias y metodologías para la enseñanza con el fin de que el estudiante sea el principal protagonista dentro del aula de clases donde busque aprender a aprender para poder llegar a tener un resultado positivo, y el docente ya sea un refuerzo para el estudiante en aquellas dificultades en las que se pueda encontrar.

Una vez que se ha mencionado algunos conceptos de la pizarra interactiva dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje y su influencia en el mismo, se dará a conocer algunas especificaciones y capacidades que las PDI nos ofrece, según (Gallego & Cacheiro, s.f.) nos muestran el siguiente listado:

- Manejar los textos de forma rápida
- Toma de varios apuntes digitales
- Utilización del buscador en todo el momento de la clase
- Realizar prueba de manera digital, agregando algunas imágenes
- Enseñar al estudiante el tema con la ayuda de algunos softwares

(Gallego & Cacheiro, s.f.) también mencionan algunas ventajas que la pizarra interactiva brinda a los docentes y a los estudiantes del del proceso enseñanza-aprendizaje con el propósito de mejorar la calidad de educación y su enseñanza en cualquier tema. A continuación, se mencionará las siguientes ventajas:

Las PDI son una gran ventaja para los estudiantes dentro de su proceso de aprendizaje porque:

- Disminuye el aprieto en los estudiantes de tomar apuntes en su cuaderno, esto es porque todo lo digital el alumno puede recibir de manera impresa o digital mismo,
- Se suman las oportunidades de que los estudiantes participen y se colaboren entre sí, con el fin de mejorar sus destrezas y habilidades y la relación social en el aula,
- Promueve a que los estudiantes sean más creativos dentro del aula de clase al momento de presentar alguna exposición, esto con el fin de aumentar su autoconfianza al expresarse.
- Los estudiantes podrán entender mejor los conceptos y ejercicios que les parezca complicados, de una manera más clara, de forma dinámica y divertida.

Las PDI son una gran ventaja para los docentes dentro de su proceso de enseñanza porque:

- Ayuda a que el docente integre las TIC's dentro de su planificación curricular, con el fin que él pueda manejar y enseñar a sus estudiantes,
- Ayuda a que los docentes manejen materiales didácticos dentro del proceso de enseñanza,
- Los docentes pueden facilitar a los estudiantes los recursos que se explicó en la clase por medio de impresiones o también digitalmente,
- Las pizarras interactivas permiten a que el docente maneje de mejor manera un computador y su navegador, con el fin de enseñar cualquier tipo de software de enseñanza para el estudiante.

Estas ventajas mencionadas anteriormente tanto para el docente como para los estudiantes permitirán que la educación actual ya no sea una educación tradicional, sino que el proceso de enseñanza-aprendizaje por medio de pizarras interactivas ayuden al docente y al estudiante a llevar el tema de una manera innovadora con el fin llegar a obtener resultados satisfactorios en los estudiantes.

1.1.2.3 PROTOTIPO

Un prototipo didáctico tiene como objetivo ayudar a la buena estimulación del lenguaje una persona, así como también ayudar a estimular, desarrollar y potenciar otras capacidades que tenga la persona. El prototipo es una herramienta didáctica que se obtiene a partir de varios tipos de materiales, ya sean audiovisuales, software educativo, modelos tridimensionales que son construidos atendiendo a las diferentes capacidades de cada estudiante, con el propósito de aplicarlo de una manera innovadora dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.

Si bien se ha mencionado que el prototipo es una herramienta didáctica innovadora que ayuda a despertar el interés de aprender en el estudiante, también ayuda al docente a poder cambiar su metodología de enseñanza, es decir, que el docente tenga el conocimiento suficiente de manejar un prototipo para poder brindar un buen conocimiento del tema hacia el estudiante (Pizco & Castillo , 2019).

El principal objetivo de la educación en nuestro país es poder proporcionar a los estudiantes de bachillerato una educación integral, donde existan conocimientos básicos para poder empezar a estudiar un tema. Con el pasar del tiempo se ha venido dando una transformación en la educación, debido a que la enseñanza es el acto de lograr un aprendizaje en los estudiantes, es por esto que la educación actual motiva e incentiva a los estudiantes a construir prototipos didácticos con el fin de desarrollar y potencializar su aprendizaje significativo. Existen diferentes metodologías para el desarrollo de un prototipo, pero Duarte et al. (2007) en su artículo sobre desarrollo de un prototipo didáctico menciona que al momento de impartir una clase se debe de tomar en cuenta varios elementos como es la creatividad, la motivación y experiencia de cada estudiante, estos factores pueden ser evaluados de manera lúdica y didáctica con la ayuda de prototipos didácticos. El prototipo también proporciona ventajas a los docentes, como por ejemplo la tecnología y cualquier ciencia dan espacio a la experimentación y trabajos en los laboratorios de práctica

Duarte et al. (2007) menciona que para diseñar e implementar un prototipo en el aula de clases para una buena enseñanza de los conceptos científicos y tecnológicos se debe tomar en cuenta varios componentes pedagógicos como los siguientes:

- Identificar el concepto científico o el problema pedagógico a resolver, para el cual se va a implementar la ayuda didáctica,

- Sebe debe de tomar en cuenta para qué y para quién es el prototipo; es decir, identificar el objetivo pedagógico de la ayuda y el tipo pedagógico de la ayuda y el tipo de usuario con el que se desea trabajar,
- Establecer los preconceptos de los estudiantes en la temática científica y/o tecnológica que se desea profundizar,
- Los conceptos y las ideas que se van a transmitir,
- Que sea llamativo e impactante,
- Que, en lo posible, los conceptos estudiados se integren en la comprensión de los fenómenos físicos inmersos en su actividad cotidiana,
- Brindar seguridad a la hora de su manipulación.

Estos componentes pedagógicos deberán ser valorados de acuerdo a las siguientes etapas:

- Revisión bibliográfica con el fin de conocer los contenidos teóricos y conceptuales necesarios para su construcción,
- Desarrollo del prototipo, el cual comprende diseñarlos, construirlo, probarlo y poner en práctica.

Después de la valoración de los componentes pedagógicos y que el prototipo esté ya disponible se debe de pasar al diseño de la metodología que conviene para su utilización dentro del laboratorio de prácticas y se deberá tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- Elaboración del plan de clase y las guías para su utilización,
- Aplicación de las guías a los estudiantes mediante una prueba piloto,
- Análisis de los resultados obtenidos en la prueba piloto,
- Ajuste de la pedagogía, metodología y maneras didácticas que fueron aplicadas para optimizar la comprensión del concepto científico por parte de cada estudiante (Duarte et al., 2007, pág. 3)

Todos estos componentes pedagógicos para la elaboración del prototipo didáctico son de mucha ayuda para el docente, ya que permite poder saber y entender cómo se deberá manejar el prototipo, saber cómo fue diseñado y ver como se lo puede aplicar al momento de transmitir el conocimiento al estudiante.

1.1.2.4 SIMULADOR

El simulador es una herramienta didáctica que ayuda al alumno a desarrollar un pensamiento práctico, que sea un pensamiento muy diferente al teórico, con el fin de

llegar a tener un resultado específico. El dónde y los estudiantes son los más beneficiados al momento de utilizar los simuladores virtuales como una herramienta didáctica dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.

Trueba (s.f.) en su informe de el simulador como herramienta de aprendizaje afirma que:

La elección del simulador debe de hacerse atendiendo a los objetivos del aprendizaje, siendo aconsejable combinar varios tipos simuladores para completar dicho proceso. El resultado de su empleo se traduce en la mejora de la calidad formativa del estudiante, optimizando su capacitación y permitiendo poner en práctica los conocimientos teóricos, comprendiendo el funcionamiento de un sistema, generando capacidad de análisis y evaluando diferentes escenarios, desarrollando metodologías de análisis y reduciendo la probabilidad de error en la toma de decisiones. (pág. 1)

La utilización de un simulador dentro del proceso enseñanza-aprendizaje ayuda a que los aprendizajes sean más creativos, dejando atrás la forma tradicional de enseñanza. Cada docente tiene su forma específica de enseñar a sus estudiantes, pero actualmente se ha visto que no todos los docentes utilizan un simulador como herramienta didáctica para enseñar a los estudiantes, es por eso que es necesario dar a conocer que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe de ser activo. Con la utilización de los simuladores el estudiante podrá captar su aprendizaje de mejor manera, aprendiendo creativamente y desarrollando nuevas habilidades en su aprendizaje.

La realidad virtual dentro del proceso de aprendizaje maneja fases para la solución de los problemas como estrategia de enseñanza que nos permite interpretar el problema de diferente manera, las fases para la solución son las siguientes: identificación del problema, formulación de hipótesis sobre sus causas, exploración de las estrategias de intervención que maneja el docente, actuación del plan que con anterioridad se lo estableció y la evaluación de aquellos resultados obtenidos (Trueba, s.f.).

Los simuladores que pertenecen a la realidad virtual son herramientas didácticas que facilitan al docente a poder captar una mejor atención de los estudiantes, de forma que cada estudiante aprenda a través de la práctica. La aplicación de los simuladores permite que el estudiante llegue a su máxima reflexión al momento de aprender en las siguientes fases: aplicar, utilizar, transferir, auto aprender y reflexionar.

El impacto que las TIC's han generado dentro de la educación ha ocasionado diferentes cambios en la forma de enseñar del docente. Contreras et al. (2010) afirman que las categorías de los simuladores como recursos digitales son las siguientes:

- Las estrategias de enseñanza-aprendizaje utilizadas en el desarrollo de los cursos de ciencias básicas y programación, un factor importante en este aspecto fue la interactividad que comprende un nuevo ambiente de aprendizaje, dado que se enmarca en el uso de recursos digitales.
- Los procesos de transferencia de la experiencia en la práctica de los participantes implican una relación de los recursos digitales con los temas de cursos de ciencias básicas y programación, los objetivos que se persiguen con el uso de la tecnología, el nivel de utilización de los recursos digitales.
- Elementos de hardware y software correspondientes a los simuladores empleados en el desarrollo de los programas de formación en ingeniería.

1.1.2.5 JUEGOS LÚDICOS

El concepto de lúdica lo podemos entender como la extensión del desarrollo de cada persona, la lúdica es una parte necesaria del ser humano que ayuda a mejorar su comunicación, sentido de expresión y entender las cosas de manera entretenida por medio de la diversión, la manipulación; con el objetivo que la persona sienta mejor afecto a la hora de aprender (Gómez et al., 2015).

El juego es una actividad natural que actúa como elemento de equilibrio en cualquier edad de la persona. Los juegos se los puede calificar como oportunidades para poder entrar a un tema de estudio, en la educación existen problemas donde el estudiante tiene problemas aprendizaje, esto se evidencia dentro de los procesos de atención, concentración de cada estudiante.

Cepeda (2017) en su informe sobre el juego como estrategia lúdica de aprendizaje afirma que los juegos lúdicos fomentan a los estudiantes a tener un pensamiento más creativo con el fin de que el estudiante desarrolle más su atención y la escucha activa. El objetivo de trabajar en clase con juegos lúdicos es que el docente maneje nuevas metodologías en la clase, es decir trabajar enseñar con juegos a sus estudiantes, esto ayudará a saber los intereses de cada estudiante creando metas en la clase. Cepeda menciona que existen etapas que hay que seguir al momento de enseñar con un juego lúdico y son las siguientes:

- Diagnóstico: saber los intereses de cada estudiante en el aula de clase,
- Planeación: se da conocer los juegos que se va a utilizar en la clase de acuerdo a los objetivos propuestos por el docente,
- Implementación: se aplican los juegos seleccionados de dos clases,
- Seguimiento: reflexión sobre los aprendizajes y las dificultades encontradas,
- Evaluación: se proponen nuevos juegos o actividades para superar las dificultades encontradas.

Pina (2012) en su informe sobre el juego lúdico menciona que los juegos en la educación permiten adquirir e intercambiar conocimientos de manera profesional, combinando la teoría del tema con la práctica activa y dinámica. El juego como herramienta didáctica dentro del aula de clases ayuda a mejorar las relaciones entre los alumnos y el docente; esta herramienta didáctica ayuda a reforzar la motivación en el estudiante con el fin de que pueda llegar a tener un resultado satisfactorio, por lo que habrá un mejor interés en que el estudiante preste más atención en el tema explicado en clases.

Se ha visto que los docentes para enseñar matemáticas son pocos los que utilizan el juego como herramienta didáctica dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, es por eso que existen relaciones poco satisfactorias entre docente y estudiante. Si bien es cierto que los juegos lúdicos como herramientas didácticas permiten adquirir e intercambiar conocimientos de una forma activa y dinámica del tema, es necesario que la mayoría de los docentes pongan en práctica este tipo de herramienta al momento de enseñar sus conocimientos.

1.1.3 TIC's

Dentro de las TIC's en la educación encontramos diferentes aplicaciones donde se puede estudiar un tema en específico, las TIC's son herramientas didácticas donde el docente utiliza nuevas metodologías de enseñanza con el fin de que el estudiante tenga todas las facilidades en poder comprender un tema.

Existen varias investigaciones que se han realizado sobre este tema, en donde se dan a conocer los impactos positivos y negativos sobre la utilización de las TIC's como herramientas didácticas dentro del proceso enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, cabe resaltar de manera importante que las tecnologías de la información y la comunicación cumplen un rol muy importante dentro de la educación debido a que en la actualidad desempeñan un buen desarrollo y aporte hacia la educación científica y tecnológica. En

base a esta temática se ha realizado un análisis general de las herramientas didácticas, donde se mencionan varias herramientas tecnológicas para estudiar el tema de Sistema de Ecuaciones Lineales, las cuales se las mencionará a continuación.

1.1.3.1 MATHPAPA

Math papa es una aplicación donde se pueden resolver varias operaciones algebraicas, ecuaciones de grado uno y dos, sistema de ecuaciones de 2×2 y 3×3 , inecuaciones, y gráfica de representación de funciones. Esta aplicación aparte de ser una calculadora algebraica, nos brinda otras funcionalidades como son cuestionarios y lecciones para que el estudiante pueda revisar y mejorar los temas de ecuaciones lineales y temas del algebra (Pina, 2014).

Una vez revisada y analizada esta aplicación que nos brinda diferentes funcionalidades para la enseñanza y resolución de Sistema de Ecuaciones Lineales, se puede afirmar que es una herramienta didáctica que ayudará al docente y estudiante a poder estudiar dicho tema de una forma creativa y ya no con una enseñanza tradicional. El propósito de la utilización de MathPapa es brindar al estudiante un diferente tipo de enseñanza al que él está recibiendo tradicionalmente, y así captar un mejor interés en el estudiante a la hora de aprender.

1.1.3.2 DESMOS

Desmos es una aplicación que nos muestra las gráficas de las funciones que queremos saber, como se ha dicho es una calculadora gráfica que nos brinda diferentes funcionalidades como es la gráfica de una función, su comportamiento en todo el plano cartesiano con forme al valor que le demos a cada una de las variables de la función. Desmos es una herramienta didáctica que puede ser utilizada por el docente y estudiante con el fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de una nueva manera, el uso de las computadoras o los teléfonos móviles es una buena manera donde el estudiante puede aprender, optimizando su tiempo y profundizando el tema que el docente les enseñó (Parra, 2016).

Esta herramienta didáctica permitirá al docente y al estudiante a poder entender de mejor manera las gráficas de los sistemas de ecuaciones lineales, ver su comportamiento y analizar cada uno de ellos.

1.1.3.3 KHAN ACADEMY

Khan Academy es una aplicación la cual ofrece diferentes funcionalidades que serán útiles tanto para los docentes como para los estudiantes, dentro de estas funcionalidades se encuentran una diversidad de ejercicios de práctica con respecto al tema de Sistema de Ecuaciones Lineales donde el estudiante y docente puede hacer uso de ellos, también se presentan videos de instrucción del mismo tema con el fin de reforzar los conocimientos adquiridos dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, esta aplicación también pone a disposición un panel de aprendizaje de forma personalizada para cada estudiante, con el propósito del alumno pueda aprender a su propio ritmo y fuera de un horario de clases. Esta aplicación es una herramienta didáctica que brinda servicio a docentes, estudiantes y padres de familia, con el fin de dar un seguimiento académico de cómo están los avances en el tema a estudiar (Khan Academy, s.f.).

Esta herramienta didáctica será de mucha utilidad para el docente porque si un estudiante no llega a comprender el tema de Sistema de Ecuaciones Lineales el docente podrá realizar un refuerzo por medio de videos explicativos y ejercicios de ciertas complejidades que se encuentran en esta aplicación. El estudiante es un beneficiario de esta aplicación por que tiene el acceso a videos donde le explican paso a paso el tema que no logró comprender en su totalidad.

1.2 TIPOS DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

Es importante que con el uso de estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas sean fáciles de enseñar y aprender. Las estrategias son grandes herramientas del pensamiento puestas en marcha por el estudiante cuando tiene que comprender un texto, adquirir un conocimiento o resolver problemas. Es decir, para que al alumno se le facilite el aprendizaje, es necesario el uso de estrategias dado que estas beneficiarán el aprendizaje, la comprensión de contenidos y desenvolvimiento que tenga dentro del aula participación del alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en los contenidos matemáticos. Para ello se muestran algunas estrategias de aprendizaje útiles para desarrollar habilidades, descubrir nuevos conocimientos e identificar las formas fáciles de adquirir nuevos contenidos.

1.3 ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Estas estrategias facilitan la adquisición de contenidos a través de una situación particular de actividades mentales empleadas en la construcción de nuevos conocimientos. Sin duda el alumno tendrá que desarrollar su inteligencia, esta le generará mayor desarrollo de habilidades cognitivas propias de cada persona, para adquirir de manera fácil los contenidos que serán asimilados de una forma en que construyan su propio aprendizaje para que sean aplicados correctamente en su vida cotidiana.

Otro punto de asimilación es el apoyo científico donde el alumno tendrá que investigar los resultados obtenidos de operaciones matemáticas, resolución de problemas, obtención de áreas y perímetros, conversiones de números, probabilidad entre otros temas que son observados en la asignatura de matemáticas. El profesor tendrá que motivar al alumno a razonar todo lo que se le transmite explicándole la importancia que tienen las matemáticas en su vida para cuando siga estudiando.

1.4 ESTRATEGIAS DE GESTIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Esta estrategia tiene que ver con los contenidos previos y con la nueva información; por ejemplo, él alumno tiene el conocimiento de cómo sumar, pero el docente de manera específica dará nuevas formas e incluso para comprobarlas utilizando material como: (canicas, corcholatas, piedras, papel) que facilitará su aprendizaje y comprensión de los resultados que se obtienen. El alumno utilizará las técnicas de estudio para facilitar la resolución de los ejercicios que le transmite el profesor obteniendo mejores resultados educativos, ya que se obtuvieron las técnicas deberá tener una buena organización para utilizarlas según la actividad que le pongan, reestructurando su información teniendo coherencia y semejanza con la nueva información que se le está transmitiendo, con ello se logrará mayor rendimiento escolar, desarrollo de habilidades de aprendizaje como de asimilación de los contenidos matemáticos.

1.5 ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Al alumno se le facilitarán los procedimientos que utiliza el docente para enseñar los contenidos matemáticos, ya que el docente autorregulará los contenidos mejorando su presentación para que al alumno se le facilite su comprensión, obteniendo mejores resultados, mayor facilidad para comprender los contenidos y mayor recepción de lo que tiene que realizar para mejorar su nivel lógico-matemático. Las habilidades cognitivas

que el alumno va ir adquiriendo serán útiles para el enriquecimiento educativo, donde los conocimientos serán significativos y comprenderá de manera constructiva los ejercicios, problemas, figuras geométricas, formulas, probabilidad, diagramas de árbol, obtención de múltiplos, entre otros temas donde el educando desarrollará su comprensión, su análisis y razonamiento para mayor desenvolvimiento en actividades que realice dentro del aula y que por consiguiente obtendrá resultados favorables en su evaluación educativa.

1.6 ESTRATEGIAS DE APOYO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Estas sin duda son importantes dentro del proceso educativo, ya que el docente tiene que motivar al alumno a mejorar su aprendizaje matemático a través de puntos en la asignatura, de recompensas, subirle de calificación, entre otras incentivos que al alumno lo motiven a seguir preparándose en los contenidos matemáticos, generando mejores actitudes dentro del aula, a seguir estudiando, realizando tareas, ejercicios, competencias, mejorar en sus calificaciones, en base a esto obtendrá mayor comprensión de los contenidos, el docente cumplirá el papel del docente como guía, motivador del conocimiento, brindando con ello nuevas alternativas para enseñar y que al alumno no se le dificulte aprenderse las tablas, las fórmulas, los nombres de las figuras geométricas, la resolución de fracciones, la lectura de números, en otros temas que permitirán obtener mayor rendimiento académico y que los padres de familia motivarán a sus hijos para que mejoren en su aprendizaje (Melquiades, 2014).

1.7 EL E-LEARNING COMO MODALIDAD DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE A TRAVÉS DE LA RED

El e-learning como una modalidad de enseñanza – aprendizaje a través de la red se posiciona como un espacio o lugar que ayuda a la interacción del docente y el estudiante o también entre alumnos. Existen cuatro diferentes tipos de interacción dentro del proceso enseñanza – aprendizaje, como son:

1.7.1 DOCENTE – ESTUDIANTE

Se proporciona una motivación, retroalimentación, diálogo, orientación personalizada, etc.

1.7.2 ESTUDIANTE – CONTENIDO

Se proporciona un acceso a los contenidos instruccionales, a la materia que se va a estudiar.

1.7.3 ESTUDIANTE – ESTUDIANTE

Se proporciona un intercambio de información, ideas, motivación, ayuda no jerarquizada, etc.

1.7.4 ESTUDIANTE – INTERFASE COMUNICATIVA

Se proporciona toda la comunicación entre los participantes del proceso enseñanza – aprendizaje y el acceso de éstos a la información relevante se realiza a través de algún tipo de interfase sea ya un material impreso, teléfono, redes informáticas o video conferencias vía satélite.

1.8 LAS ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE EN EL ENTORNO DEL E-LEARNING

El concepto de estrategia se ha incorporado recientemente a la psicología del aprendizaje y a la educación como una forma más de resaltar el carácter procedimental que tiene todo aprendizaje.

El término estrategia al aprendizaje supone que los procedimientos usados para aprender son una parte muy decisiva del resultado final de ese proceso. Las estrategias de enseñanza han sido definidas como el proceso reflexivo, discursivo y meditado que tiende a la determinación de prescripciones, actuaciones e intervenciones necesarias para conseguir la optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje. Lo que no significa que se ignorase tradicionalmente la importancia decisiva de las técnicas y otros recursos aportados por el alumno, pero no existía una formulación y conceptualización tan explícita y con términos específicos sobre esas tales operaciones cognitivas del que aprendía. Por lo que, el concepto de estrategia aplicado al e-learning conecta adecuadamente con los principios de la psicología cognitiva y con la perspectiva constructivista del conocimiento y aprendizaje que resalta la importancia de los elementos procedimentales en el proceso de construcción de conocimientos.

1.9 DIDÁCTICA TRADICIONAL

Tradicionalmente los docentes utilizaban un tipo de didáctica en donde su exposición era una enseñanza principal. La pedagogía tradicional toma sus inicios en el siglo XVII donde la enseñanza estaba a cargo de varias órdenes religiosas, que buscaban apartar a los

estudiantes de los problemas actuales de aquella época, motivándoles a tener un tipo de vida metódica en su interior.

Según Aulaneo (s.f.) es su obra sobre la Didáctica Tradicional expresa que:

La didáctica tradicional muy egoísta en la autonomía y participación del aprendizaje, protagoniza al maestro quien es la base y condición del éxito de la educación. A él le corresponde organizar el conocimiento, aislar y elaborar la materia que ha de ser aprendida. El alumno se limita a acumular y reproducir información, hay énfasis en los contenidos, la memoria tiene un rol decisivo. (pág. 1)

La didáctica de antes estaba centrada en el protagonista principal de enseñanza quien era el docente, el alumno no era muy participe de construir sus propios conocimientos y era limitado a poder hacerlo. En la actualidad en el siglo XXI el estudiante es quien crea su propio conocimiento y el docente sólo es una guía en todo el proceso enseñanza – aprendizaje.

1.10 CONSTRUCTIVISMO

1.10.1 CONSTRUCTIVISMO COGNITIVO

El constructivismo y sus enfoques en la educación son sumamente importante dentro de la didáctica general, según Serrano Gonzales-Tejero & Pons Parra (2011), afirma que el constructivismo cognitivo parte desde teorías de Piaget y aclara que el proceso de construcción de conocimientos es de forma individual en cada persona, ya que en cada mente existe un almacenamiento de representaciones del mundo para poder ser reflejadas. Es por esto que el aprendizaje es una sucesión interna de cada persona que trata de relacionar aquella información obtenida con aquellas representaciones preexistentes; esto da paso a la revisión, modificación y transformación de aquellas representaciones. Una vez visto que el aprendizaje es un proceso intramental, la persona o el estudiante debe de ser guiado por otros, es decir, en el caso educativo los docentes son los potenciales generadores de aquellos obstáculos que la persona o el estudiante se verá obligado a sobrellevar y superar.

El constructivismo cognitivo en cada persona refuerza a que los aprendizajes sean contruidos por el alumno de forma individual, este proceso de construir su propio conocimiento trae varios beneficios, pero también trae varias dificultades en su desarrollo

como son los obstáculos que se presentan al momento de aprender. La persona guía o el docente guía son los encargados de fortalecer estos nuevos conocimientos, de tal forma que el aprendiz o estudiante sienta comodidad de lo que aprendió.

El psicólogo Jean Piaget (1896-1980) manejó la teoría del constructivismo dentro del ámbito educativo, propuso que en el aula de clase se manejará la psicología del desarrollo en cada estudiante, donde el docente deberá manejar estudio de casos individuales, haciendo el uso de entrevistas y la observación a los estudiantes. Piaget quería saber cómo un estudiante va construyendo sus conocimientos, es decir el estudiante pueda comprender y construir su conocimiento al momento de aprender cualquier tema a estudiar. El psicólogo que propuso la teoría del constructivismo mencionó que:

“El sujeto interactúa con la realidad, construyendo su conocimiento y, al mismo tiempo, su propia mente. El conocimiento nunca es copia de la realidad, siempre es una construcción” (Arévalo & Ñauta, 2010-2011, pág. 13).

(Arévalo & Ñauta, 2010-2011) en su informe afirman que Jean Piaget mencionó diferentes procesos donde recalca como una persona se presenta y actúa ante la sociedad y el mundo entero, como es el proceso de asimilación, acomodación, equilibrio y adaptación.

1.10.2 LA ASIMILACIÓN

En la asimilación la persona que en este caso es el estudiante, al momento que se enfrente con una nueva situación en el mundo real, pretenderá sobrellevar la nueva situación con aquellos conocimientos que ya sabe manejar, asimilando este concepto dentro del proceso de aprendizaje del estudiante, el alumno al momento que se enfrente a la utilización de herramientas didácticas enseñadas por su docente, intentará manejar aquellas herramientas ya sean tecnológicas o materiales con los conocimientos que el ya posee de anterioridad.

1.10.3 LA ACOMODACIÓN

En la acomodación la persona realiza lo inverso al proceso de la asimilación, aquí el estudiante ya empieza a modificar sus conocimientos para llegar a comprender los nuevos procedimientos que va a manejar al momento de aprender. En este caso el estudiante empieza a ver cómo funcionan las herramientas didácticas con las que va a poder estudiar y entender los sistemas de ecuaciones lineales.

1.10.4 EL EQUILIBRIO

En el equilibrio la persona maneja ya un aprendizaje significativo, donde se busca tener seguro el cambio dentro del todo en relación a las diferencias del mismo. En este caso el estudiante ya podrá manejar las herramientas didácticas y deberá tener un equilibrio al utilizarlas, esto quiere decir que es estudiante no debe de ser conformista con aquellas herramientas, sino más bien buscar otras soluciones que pueda entender.

1.10.5 LA ADAPTACIÓN

En la adaptación Piaget aclara que existe un equilibrio de la asimilación y la acomodación y que esta aparece cuando existe dicho equilibrio. En este caso el estudiante se adapta cuando ya sepa manejar y entender lo que son las herramientas didácticas, Si el estudiante no procesa de manera adecuada alguno de los dos procesos no existirá un equilibrio dentro de su aprendizaje (Arévalo & Ñauta, 2010-2011)

2. CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

Esta actual investigación es de carácter cualitativa y cuantitativa, es decir es una investigación mixta. Esta investigación es de tipo cualitativa ya que es un método de recolectar y evaluar los datos no estandarizados, en la mayoría de las investigaciones se hace el uso de una muestra pequeña que no tiene como fin ser representativa para poder llegar a obtener una comprensión más clara en los criterios de toma de decisiones y motivaciones, tratando de identificar la realidad, los datos requeridos de la investigación pueden ser recogidos por escrito, internet o en persona, en la investigación cualitativa existen las encuestas únicas y continuas (QUALTRICS, s.f.). Esta investigación también es de carácter cuantitativa ya que se estudia la asociación de todas las variables que son cuantificadas, su generalización y objetivación de los resultados a través de una muestra, es decir en este tipo de investigación se recogen y se analizan aquellos datos cuantitativos (Fernández & Díaz, 2002).

2.2. MÉTODOS, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN.

2.2.1. MÉTODOS

En la presente investigación se manejarán diferentes tipos de métodos como es el método teórico, dentro de estos dos métodos generales se hablarán los métodos que están dentro de ellos.

2.2.1.1. MÉTODOS TEÓRICOS

a. MEDICIÓN

La medición es aquella que asigna los números a los objetos o eventos, esto quiere decir que, manejará la unidad de análisis para saber el nivel de uso de herramientas didácticas dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.

b. INDUCTIVO

El método inductivo que analiza desde lo particular hasta lo general, este método se aplicó en el análisis y la discusión de los resultados porque se quiso saber si el docente utiliza como inducción a la clase las herramientas didácticas al momento de enseñar a los

estudiantes, con el fin de que dichas herramientas favorezcan al alumno al momento de aprender.

c. DEDUCTIVO

El método deductivo que analiza desde los elementos generales hasta los elementos particulares, se utilizó en esta propuesta de diseño porque se quiso saber si el docente conoce y maneja lo que son las herramientas didácticas para hacer su uso dentro del proceso enseñanza aprendizaje, es decir si el docente maneja plataformas virtuales o softwares para poder enseñar y reforzar el tema de ecuaciones lineales a los estudiantes de primerode bachillerato.

2.2.2. TÉCNICAS

a. ENCUESTAS

En la presente investigación se utilizó la encuesta como técnica para la recolección información. La encuesta fue aplicada a 7 docentes y 49 estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa “Atahualpa” de la ciudad de Ibarra, provincia de Imbabura. La encuesta fue aplicada a los 17 días del mes de junio del 2021, esta encuesta se la aplicó de manera virtual por medio de la plataforma digital Google Forms.

b. DOCUMENTAL

Este tipo de técnica se la utilizó en todo el Marco Teórico de la presente investigación, ayudó a poder buscar y encontrar diferentes conceptos que se requería para poder saber acerca de lo que son las herramientas didácticas y su influencia dentro de la educación.

2.3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo inciden las herramientas didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Sistema de Ecuaciones Lineales con la utilización de las TIC’s, material didáctico en los estudiantes de Primero de Bachillerato de la Unidad Educativa “Atahualpa”?

2.4. MATRIZ DE RELACIÓN

Tabla 1

Matriz de relación diagnóstica

Variable	Indicadores	Técnica	Fuente de información
Enseñanza	Forma en que se imparte la clase	Encuesta	Estudiantes

	Complejidad de los conocimientos	Encuesta	Estudiantes
	Herramientas didácticas	Encuesta	Estudiantes
	Recursos didácticos	Encuesta	Estudiantes
	Material Didáctico	Encuesta	Estudiantes
	Actividades prácticas	Encuesta	Estudiantes
Aprendizaje	Motivación	Encuesta	Estudiantes
	Aplicabilidad de conocimientos	Encuesta	Estudiantes
	Mejoramiento de aprendizaje	Encuesta	Estudiantes

Nota: Elaboración del autor

2.5. PARTICIPANTES

La población que se consideró en tomarse en cuenta en la presente investigación fue a los docentes y estudiantes, 7 docentes y 49 estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Atahualpa de la ciudad de Ibarra, provincia de Imbabura, mismos estudiantes que están recibiendo la asignatura de matemáticas en el periodo académico 2020-2021.

Tabla 2

Paralelo	Número de estudiantes	Número de docentes
A	25	
B	24	
Total	49	7

Nota: Elaboración del autor

Todos los estudiantes de los paralelos A y B se les aplicó la encuesta, por lo que hubo el mismo número de respuestas. También se aplicó la encuesta a 7 docentes de matemáticas de la Unidad Educativa “Atahualpa”.

2.6. PROCEDIMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS

Para poder realizar la presente investigación como primer punto a trabajar fue la determinación de las variables y los indicadores a estudiar, teniendo como base esto se procedió a realizar la encuesta como instrumento de investigación. Una vez que fue creada la encuesta, pasó a revisión por el tutor de tesis y se dio paso a proceder pedir autorización al rector de la Unidad Educativa “Atahualpa” para poderla aplicar. La encuesta luego de ser autorizada para su aplicación, esta fue subida a la plataforma Google Forms y se procedió a enviar el enlace el día 17 de junio de 2021.

Los datos que se pudieron recolectar a través de la encuesta fueron procesados en el Statistical Package for Social Sciences (SPSS) que es el software de estadística y tabulaciones, aquí se creó las tablas de frecuencia para luego poder tabular y analizar cada pregunta de la encuesta.

3. CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 1: Género

		Género			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	MASCULINO	20	40,8	40,8	40,8
	FEMENINO	29	59,2	59,2	100,0
	Total	49	100,0	100,0	

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

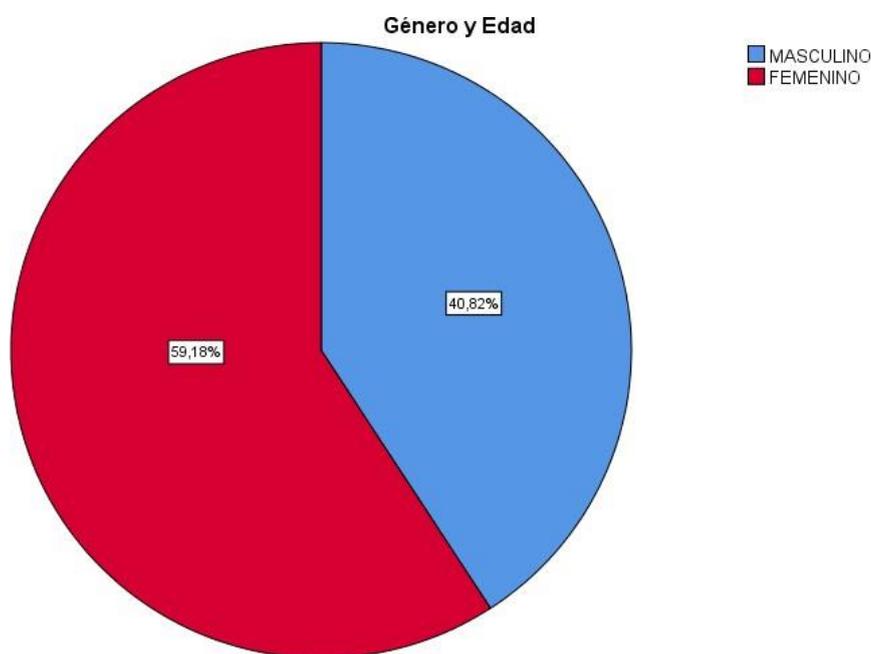


Ilustración 1: Género

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

Interpretación.- El 59,18% de los encuestados son de género femenino y el otro 40,82% pertenecen a género masculino

Análisis.- El 59,18% de los encuestados pertenecen al género femenino es decir 29 estudiantes son mujeres, el otro 40,82% pertenecen al género masculino es decir 20 estudiantes son hombres. Por lo que se puede decir que el género femenino es más preponderante que el género masculino en todos los encuestados.

Tabla 2: Edad

		<i>Edad</i>			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	15 AÑOS	31	63,3	63,3	63,3
	16 AÑOS	18	36,7	36,7	100,0
	Total	49	100,0	100,0	

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

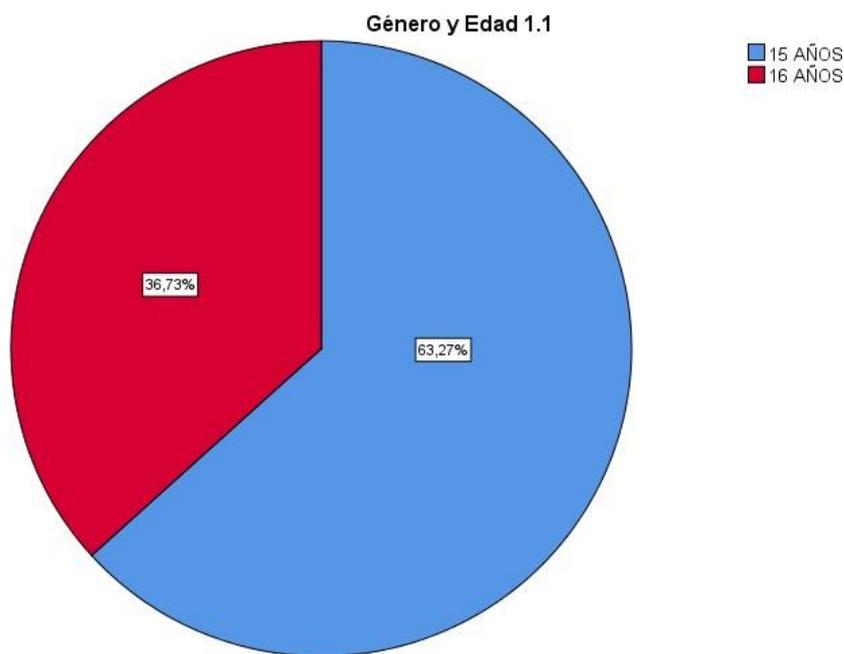


Ilustración 2:Edad

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

Interpretación.- El 63,27% de los encuestados están en la edad de 15 años y el otro 36,73% están en la edad de 16 años.

Análisis.- El 63,27% de los encuestados están en la edad de 15 años, el otro 40,82% están dentro de los 16 años. Por lo que se puede decir que la presente investigación tendrá más énfasis en los estudiantes de 15 años ya que es un número de estudiantes importante a considerar.

Tabla 3: *¿Considera que el trabajar con diferentes herramientas didácticas contribuye a mejorar su aprendizaje para la resolución de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Totalmente de acuerdo	13	26,5	26,5	26,5
	De acuerdo	34	69,4	69,4	69,4
	En desacuerdo	2	4,1	4,1	100,0
	Total	49	100,0	100,0	

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

¿Considera que el trabajar con diferentes herramientas didácticas contribuye a mejorar su aprendizaje para la resolución de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

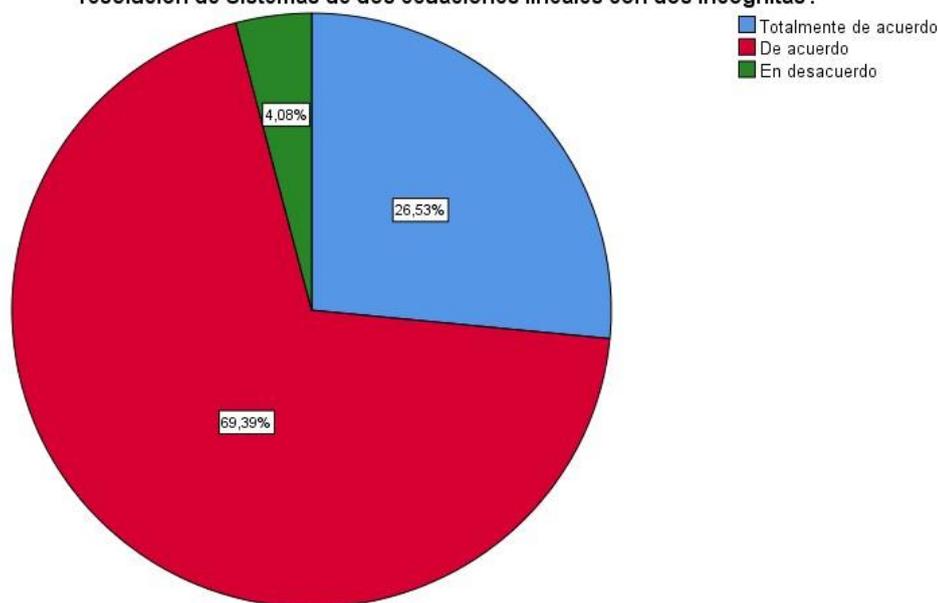


Ilustración 3: *¿Considera que el trabajar con diferentes herramientas didácticas contribuye a mejorar su aprendizaje para la resolución de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?*

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

Interpretación.- El 26,53% de los encuestados están en totalmente de acuerdo en que las herramientas didácticas contribuyen al mejoramiento de su aprendizaje, el otro 69,39% de los encuestados están de acuerdo y el 4,09% en desacuerdo con la pregunta.

Análisis.- El 69,39% de los encuestados están de acuerdo en que las herramientas didácticas contribuyen al mejoramiento de su aprendizaje en Sistemas de ecuaciones lineales. En un estudio de Pastor Armendariz (2019) menciona que, aplicar las herramientas didácticas en los estudiantes ayudará a desarrollar su responsabilidad de crear sus propios conocimientos, fomenta la participación y colaboración al momento de la clase, desarrolla autonomía en el estudiante y ayuda a que el alumno utilice la tecnología como un instrumento de aprendizaje. Esto demuestra que en la Unidad Educativa “Atahualpa”, colegio donde se realizó la presente investigación la mayoría de los estudiantes entre hombres y mujeres manifiestan que el uso de las herramientas didácticas ayudan al mejoramiento de su aprendizaje de Sistemas de ecuaciones lineales, por lo que es necesario seguir dando a conocer sobre más tipos de herramientas didácticas con el fin de que todos los estudiantes estén totalmente de acuerdo en que dichas herramientas ayudarán al mejoramiento de su aprendizaje.

Tabla 4: *¿Considera usted que le resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Totalmente de acuerdo	7	14,3	14,3	14,3
	De acuerdo	35	71,4	71,4	85,7
	En desacuerdo	6	12,2	12,2	98,0
	Totalmente en desacuerdo	1	2,0	2,0	100,0
	Total	49	100,0	100,0	

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

¿Considera usted que le resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

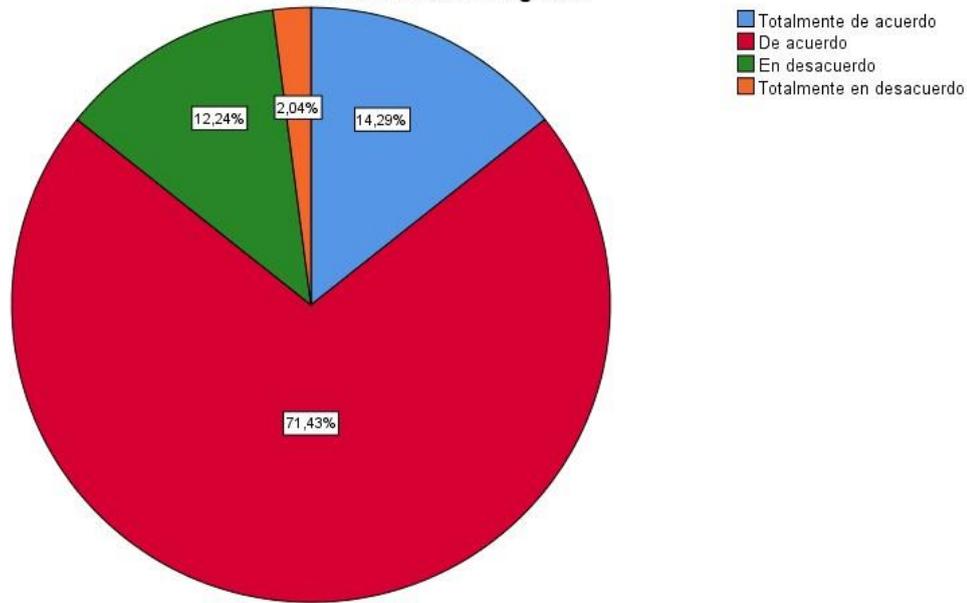


Ilustración 4: ¿Considera usted que le resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

Interpretación.- El 14,29% de los encuestados están en totalmente de acuerdo en que se les resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, el 71,43% manifestaron que están de acuerdo, el otro 12,24% de los encuestados marcaron que están en desacuerdo y el último 2,04% marcaron que están en totalmente en desacuerdo.

Análisis.- El 14,29% y el 71,43% de los encuestados están en totalmente de acuerdo y de acuerdo en que se les resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistema de ecuaciones lineales, respectivamente. Un estudio realizado por Chavarría Arroyo (2014) manifiesta que existen dificultades de aprendizaje en las matemáticas y más cuando son procesos de resolución de Sistemas de ecuaciones lineales, esto se debe a que las dificultades de aprendizaje no se manifiestan en los estudiantes con menor capacidad de aprender el tema, sino que dicha dificultad se manifiesta en la mayoría de los estudiantes, puesto a que todos los estudiantes en algún momento van a tener la dificultad de aprender matemáticas. Estos resultados reflejan que la mayoría de los estudiantes encuestados si se les resultó difícil aprender los procesos de resolución de Sistemas de ecuaciones lineales, por lo que es necesario que se den a conocer las herramientas didácticas como

recurso motivacional para el aprendizaje del estudiante, con el fin que se evite que los estudiantes sigan aprendiendo de forma tradicional dichos procesos y mejor se utilice las herramientas didácticas para que su aprendizaje sea más llamativo y motivacional.

Tabla 5: ¿Qué motivo(s) considera usted para que algunos estudiantes les resulten difícil aprender a resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Mucha teoría	15	30,6	30,6	30,6
	Los diferentes métodos de resolución	34	69,4	69,4	100,0
	Total	49	100,0	100,0	

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

¿Qué motivo(s) considera usted para que algunos estudiantes les resulten difícil aprender a resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

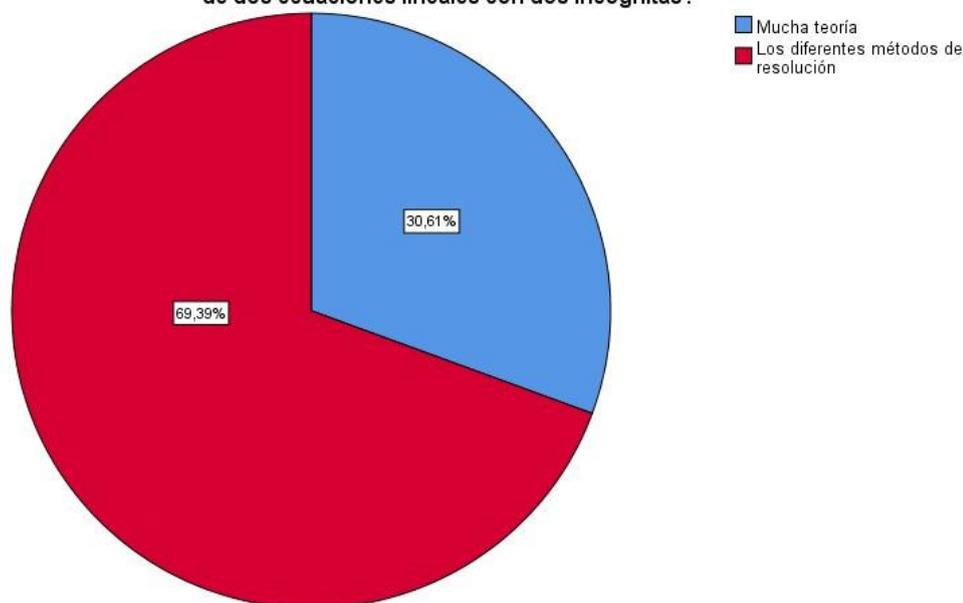


Ilustración 5: ¿Qué motivo(s) considera usted para que algunos estudiantes les resulten difícil aprender a resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

Interpretación.- El 30,61% de los encuestados manifiestan que para algunos estudiantes se les resulta difícil aprender a resolver sistemas de ecuaciones lineales debido a que

existen diferentes métodos de resolución, el otro 69,39% manifiestan que se les resulta difícil aprender por que reciben mucha teoría al momento de aprender.

Análisis.- El 30,61% y el 69,39% de los encuestados manifiestan que se les resulta difícil aprender sistemas de ecuaciones lineales por los diferentes métodos de resolución y por la mucha teoría que reciben al momento de aprender, esto respectivamente. En el estudio realizado por Chavarría Arroyo (2014) menciona algunas dificultades por las cuales los estudiantes tienen al momento de aprender, como es la complejidad de los objetos matemáticos, los procesos matemáticos, proceso que utiliza en docente al momento de enseñar, los procesos de cognición de los estudiantes. Los resultados nos indican que los estudiantes aún reciben una enseñanza tradicional al momento de recibir mucha teoría, es por esto que la presente investigación es de mucha utilidad por que servirá al docente a utilizar con más frecuencia las herramientas didácticas al momento de enseñar al estudiante, con el fin de que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea más divertido e interesante. Utilizar herramientas didácticas hará que el estudiante tenga un mayor interés al momento de aprender, ya que es una nueva forma de enseñar el tema al estudiante.

Tabla 6: *¿Qué tipo de herramientas didácticas utiliza el docente de matemática con mayor frecuencia para enseñar el tema Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Tiza y pizarrón	9	18,4	22,0	22,0
	Libro guía del ministerio	27	38,8	46,3	68,3
	Simuladores	8	16,3	19,5	87,8
	Juegos lúdicos	5	10,2	12,2	100,0
	Total	49	83,7	100,0	
Total		49	100,0		

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

¿Qué tipo de herramientas didácticas utiliza el docente de matemática con mayor frecuencia para enseñar el tema Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

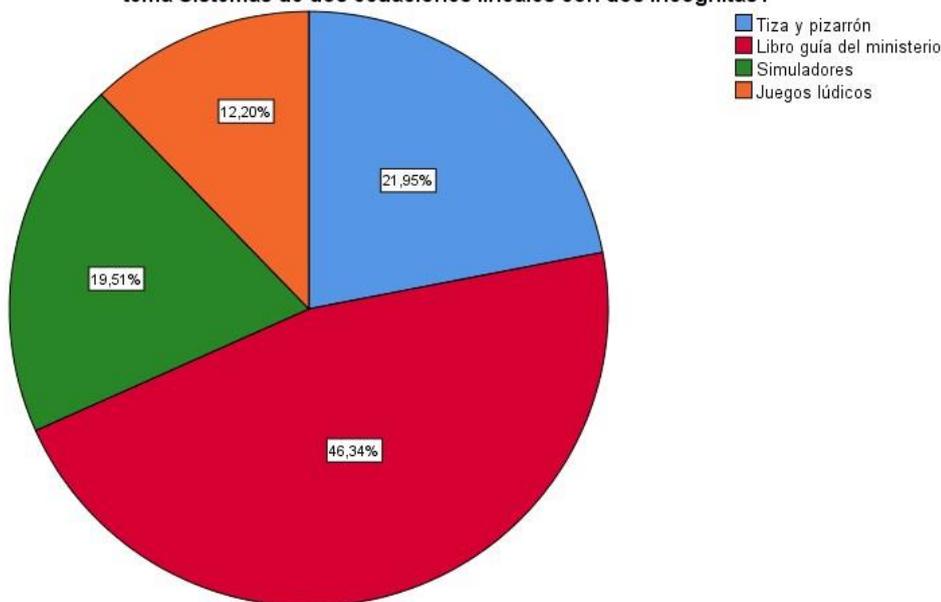


Ilustración 6: ¿Qué tipo de herramientas didácticas utiliza el docente de matemática con mayor frecuencia para enseñar el tema Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

Interpretación. – El 46.34% de los encuestados manifiestan que el docente utiliza como herramienta didáctica el Libro guía del ministerio, el siguiente 21.95% afirman que se utiliza la tiza y pizarrón como herramienta didáctica en el aula de clase, finalmente el 19.51% y 12.20% de los estudiantes encuestados manifiestan que el docente utiliza como herramienta didáctica a los simuladores y juegos lúdicos respectivamente dentro del aula de clase.

Análisis. - El 46.34% de los estudiantes dieron a conocer que el libro guía del ministerio es la herramienta didáctica más utilizada por el docente al momento de enseñar el tema de Sistema de ecuaciones lineales, esto quiere decir que la enseñanza actual aún sigue siendo una enseñanza tradicionalista y mecánica, donde el docente no es innovador con los estudiantes al momento de enseñar. Es por esto que la presente investigación es de gran utilidad para los docentes y los estudiantes porque se da a conocer cómo funcionan las herramientas didácticas para enseñar dicho tema, con el fin de que el protagonista principal que es el estudiante, reciba una educación innovadora por parte del docente. El 21.95% de los estudiantes manifiestan que el docente aún utiliza la tiza y pizarra como herramienta didáctica al momento de enseñar, esto también nos lleva a la misma conclusión donde la educación sigue siendo tradicionalista y es por eso que en esta investigación se habla sobre pizarras digitales interactivas que es una herramienta muy útil para que el docente aplique dentro del proceso enseñanza-aprendizaje con el fin de que el estudiante pueda manejar dicha herramienta y así desarrolle sus habilidades cognitivas y motoras para poder crear y reforzar sus propios conocimientos. El 19.51% y 12.20% de los estudiantes encuestados manifestaron que el docente utiliza como herramientas didácticas a los simuladores y juegos lúdicos dentro del proceso enseñanza-

aprendizaje respectivamente, podemos ver que el porcentaje no llega ni a la mitad es por eso que esta investigación dará a conocer más a fondo sobre más tipos de herramientas didácticas que servirán para ser aplicadas dentro del proceso enseñanza-aprendizaje por parte del docente y del estudiante.

Tabla 7: ¿Cuáles de las siguientes herramientas didácticas utilizó el docente de matemáticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Geogebra	9	16,3	21,1	21,1
	Material didáctico	40	61,2	78,9	100,0
	Total	49	77,6	100,0	
Total		49	100,0		

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

¿Cuáles de las siguientes herramientas didácticas utilizó el docente de matemáticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

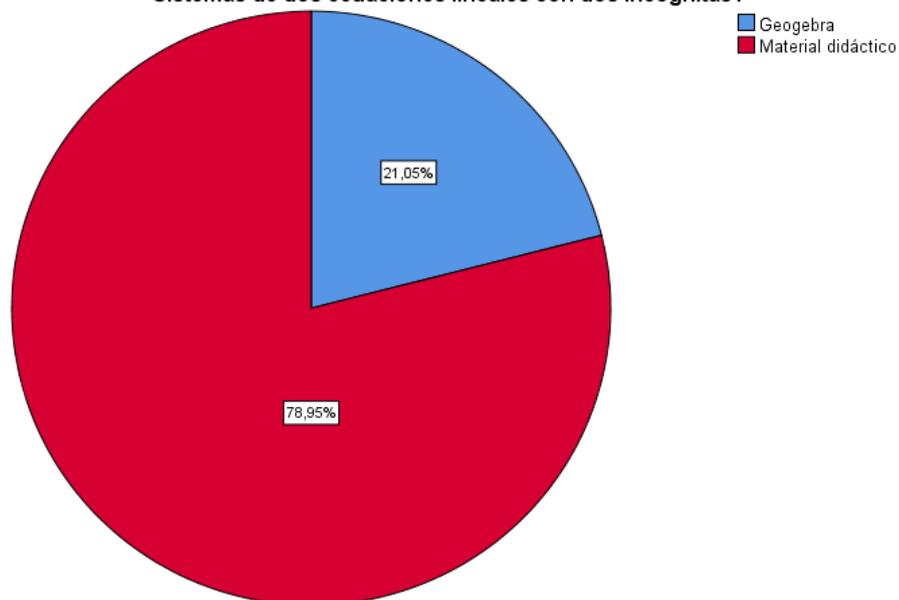


Ilustración 7: ¿Cuáles de las siguientes herramientas didácticas utilizó el docente de matemáticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Autor: Daniel Mafla

Fuente: Encuesta

Interpretación. – El 78,95% de los estudiantes encuestados manifestaron que el docente utilizó como herramienta didácticas materiales didácticos dentro del proceso enseñanza-

aprendizaje, mientras que el otro 21,05% de los encuestados manifestaron que el docente utiliza como herramienta didáctica al programa Geogebra al momento de enseñar.

4. CAPÍTULO IV: PROPUESTA

4.1 TÍTULO

Guía enfocada en la aplicación de herramientas didácticas para la enseñanza de Sistema de Ecuaciones Lineales en los estudiantes de Primero de Bachillerato de la Unidad Educativa “Atahualpa” periodo 2020-2021.

4.2. INTRODUCCIÓN

Dentro del sistema educativo de nuestro país, el estudio de las matemáticas en especial el tema de Sistema de Ecuaciones Lineales ha sido de considerado como una asignatura teórica-experimental, teórica debido a que se manejan diferente métodos de resolución, pasos a seguir y experimental por que los sistemas de ecuaciones lineales son aplicables en la vida cotidiana, el estudio de lo que son los sistemas de ecuaciones lineales se lo ha venido enseñando de una manera tradicional donde el docente sólo utiliza la pizarra y marcador para resolver ejercicios. En las encuestas realizadas varios estudiantes manifestaron que no conocen lo que son las herramientas didácticas y que sí están interesados en aprender el tema por medio de ellas. En la presente investigación se ha determinado la aplicación de herramientas didácticas como ayuda didáctica para la enseñanza de sistema de ecuaciones lineales, para lo cual se propone una guía donde esté enfocada la enseñanza de dicho tema con el propósito que el estudiante aprenda de diferente manera y pueda reforzar sus conocimientos de manera individual.

El uso de las herramientas didácticas promueve que tanto el docente como el estudiante mejoren el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro y fuera del aula, el principal protagonista dentro de este proceso es el estudiante ya que aprenderá de una manera ya no tradicional como lo solía hacer, sino que el mismo estudiante podrá manejar las herramientas didácticas para poder crear su propio aprendizaje y desarrollar su pensamiento crítico y cognitivo.

4.3 OBJETIVOS

4.3.1 OBJETIVO GENERAL

Elaborar una guía didáctica de ciertas herramientas didácticas que contengan actividades comprensibles dentro del proceso enseñanza – aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones Lineales en los estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Atahualpa” periodo 2020-2021.

4.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Obtener información sobre herramientas didácticas y su aplicación a Sistemas de Ecuaciones Lineales.
- Diseñar una guía didáctica donde cuente con actividades comprensibles y fáciles de aplicar al estudio de sistema de ecuaciones lineales por medio de herramientas didácticas.
- Socializar la propuesta realizada en la investigación con los alumnos de primero de bachillerato de la Unidad Educativa “Atahualpa”.

4.4. DESTREZAS A DESARROLLAR

4.4.1. COGNITIVAS

Las destrezas cognitivas a desarrollar se refieren a los cambios y transformaciones de las capacidades de pensamiento del estudiante en el transcurso de su aprendizaje, es decir que en el estudiante se aumentarán sus conocimientos y habilidades para poder comprender y manejar las herramientas didácticas a utilizar. Basándonos en la teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget y en la teoría de Vygotsky de la sociocultural, tienen un enfoque en el aprendizaje de cada estudiante, los filósofos de pensamiento constructivista manifiestan que el aprendiz debe crear su propio conocimiento de las cosas que lo rodean (Cordero Hernández & Zárate Murillo , 2019).

4.4.2. PROCEDIMENTALES

La destreza procedimental en esta guía didáctica hace referencia a lo que el estudiante irá hacer o potenciar la destreza de saber hacer, en esta destreza se utilizará estrategias de aprendizaje y herramientas didácticas con el propósito de que cada estudiante pueda manejar correctamente las herramientas didácticas siguiendo los debidos procesos (Rivadeneira Rodríguez, 2017).

4.5. CONTENIDOS PROGRAMÁTICOS

4.5.1 ¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN LINEAL?

La ecuación lineal o también conocida ecuación de primer grado, es la ecuación que implica las operaciones de suma y resta entre variables que son elevadas a la primera potencia. Las ecuaciones lineales también se las puede representar en rectas dibujadas en un plano cartesiano.

4.5.2 ¿QUÉ ES UN SISTEMA DE ECUACIONES?

Llamamos sistema de ecuaciones aquel conjunto de ecuaciones que tengan la o las mismas incógnitas. Los sistemas de ecuaciones lineales se caracterizan por tener ecuaciones lineales, es decir que las variables estén elevadas a la primera potencia.

4.5.3 ¿CÓMO SE RESUELVE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES?

Resolver un sistema de ecuaciones lineales se trata de poder dar o asignar valores a cada una de las incógnitas para poder dar validez a cada una de las ecuaciones. Resolver un sistema de ecuaciones es poder hallar todas las soluciones que satisfagan al sistema.

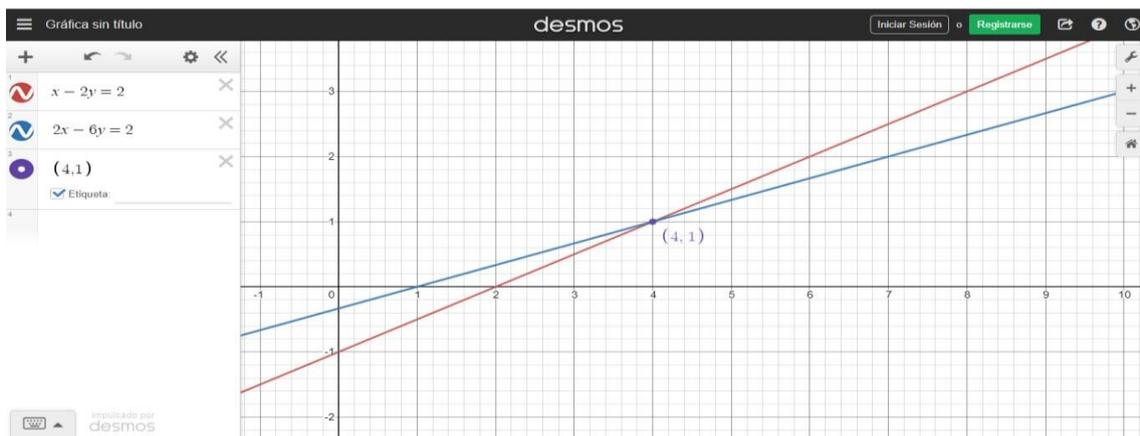
Ejemplo:

$$\begin{cases} x - 2y = 2 & \text{Ecuación 1} \\ 2x - 6y = 2 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Sabemos que $x = 4$ e $y = 1$ es la solución del sistema porque:

<i>Ecuación 1</i>	<i>Ecuación 2</i>
$x - 2y = 2$	$2x - 6y = 2$
$4 - 2(1) = 2$	$2(4) - 6(1) = 2$
$2 = 2$	$2 = 2$

La solución también la podemos representar gráficamente en el plano cartesiano de la siguiente manera, para ello utilizamos la herramienta didáctica llamada Desmos



4.5.4 MÉTODO DE REDUCCIÓN

Para resolver cualquier sistema de ecuaciones por el método de reducción o también llamado método de eliminación se debe de combinar las dos ecuaciones y hacer uso de sumas y restas para poder eliminar cualquiera de las dos incógnitas que deseemos eliminar.

Pasos a seguir en el método de reducción:

1. Acomodar los coeficientes: Multiplique una o más de las ecuaciones por números apropiados, de tal modo que el coeficiente de la incógnita sea el negativo de su coeficiente con respecto a la otra ecuación.
2. Suma de ecuaciones: Sumar las dos ecuaciones para poder eliminar sólo una incógnita, a continuación, proceder a despejar la variable restante.
3. Sustituir valor a la inversa: En cualquiera de las ecuaciones originales sustituimos el valor de la incógnita hallado en el paso 2, luego procedemos a despejar la variable restante.

Ejemplo:

Encuentre las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 & \text{Ecuación 1} \\ x - 2y = 2 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución

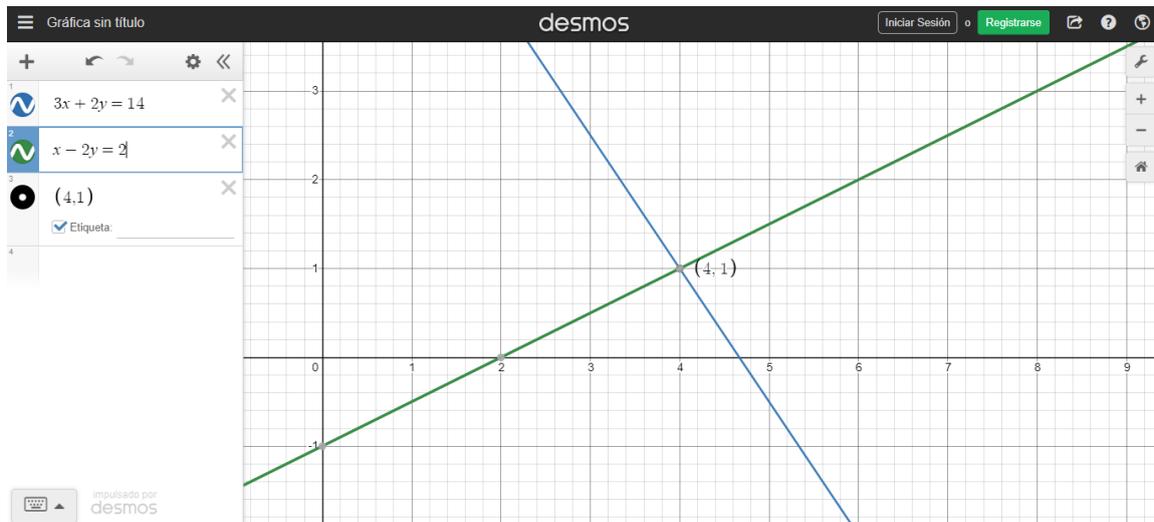
Vemos que en dentro del sistema los coeficientes de la variable **y** son negativos entre sí, procedemos a sumar directamente las ecuaciones para eliminar la variable **y**.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \quad \text{sistema} \\ \hline 4x \quad \quad = 16 \quad \text{suma} \\ x = \frac{16}{4} \quad \text{despeje de variable} \\ x = 4 \quad \text{Valor de variable x} \end{array}$$

A continuación, vamos a sustituir el valor de **x** hallado anteriormente en cualquier ecuación original presentada en el sistema de ecuaciones. Una vez sustituido vamos hallar el valor de la variable **y**, despejando la misma.

$$\begin{array}{r} x - 2y = 2 \quad \text{Ecuación 2} \\ 4 - 2y = 2 \quad \text{Sustituimos x=4 en la ecuación} \\ -2y = -2 \quad \text{Restamos 4 en ambos lados} \\ y = 1 \quad \text{Valor de variable y} \end{array}$$

La solución es (4,1). También a la solución del sistema la podemos representar gráficamente mediante la herramienta didáctica Desmos de la siguiente manera.



Podemos ver en la gráfica que las ecuaciones del sistema se intersecan en el punto (4, 1).

4.5.5 MÉTODO DE IGUALACIÓN

Para resolver cualquier sistema de ecuaciones por el método de igualación primero debemos de empezar por las dos ecuaciones del sistema despejando cualquier variable en términos de la otra variable. Es decir, despejar una variable en ambas ecuaciones e igualarlas mismas en término de una variable.

Pasos a seguir en el método de igualación

1. Despeje de variable: Despeje la misma variable en ambas ecuaciones. Procure despejar la menos complicada
2. Igualar ambas ecuaciones: Igualamos las nuevas ecuaciones que obtuvimos al despejar una variable. Ahora tendremos nuevas ecuaciones ya sólo con la otra variable.
3. Sustituir valor a la inversa: En la expresión que encontramos en el primer paso, sustituimos el valor de la variable que encontramos en el segundo paso, y así poder despejar la variable restante.

Ejemplo

Encuentre las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 & \text{Ecuación 1} \\ x - 2y = 2 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución

Despejamos una variable en ambas ecuaciones, por regla se deberá despejar la misma variable.

Ecuación 1

$$x = \frac{14 - 2y}{3}$$

Ecuación 2

$$x = 2 + 2y$$

Igualamos ambas expresiones

$$\frac{14 - 2y}{3} = 2 + 2y$$

Podemos ver que ahora tenemos una ecuación ya con una sola variable, y procedemos a despejar la misma.

$$14 - 2y = 3(2 + 2y) \quad \text{Eliminamos los factores divisores}$$

$$14 - 2y = 6 + 6y \quad \text{Eliminamos paréntesis}$$

$$14 - 6 = 8y \quad \text{Separamos la variable y a un solo lado}$$

$$8 = 8y$$

$$y = 1 \quad \text{Valor de variable y}$$

A continuación, vamos a sustituir el valor de y hallado anteriormente en cualquier ecuación original presentada en el sistema de ecuaciones. Una vez sustituido vamos hallar el valor de la variable x , despejando la misma.

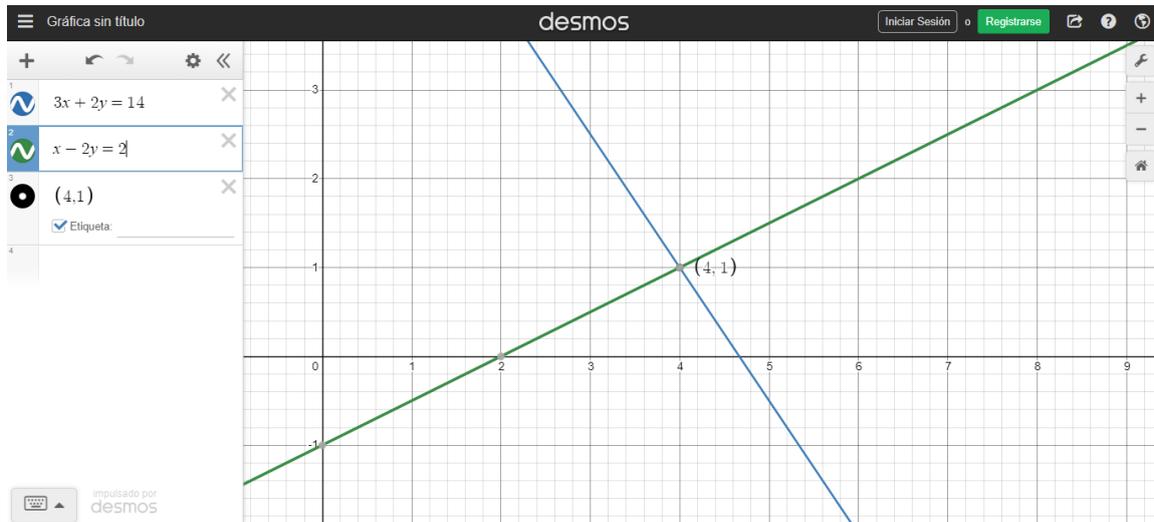
$$x - 2y = 2 \quad \text{Ecuación 2}$$

$$x - 2(1) = 2 \quad \text{Sustituimos } y=1 \text{ en la ecuación}$$

$$x - 2 + 2 = 2 + 2$$

$$x = 4$$

La solución es (4,1). También a la solución del sistema la podemos representar gráficamente mediante la herramienta didáctica Desmos de la siguiente manera.



4.5.6 MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Para resolver cualquier sistema de ecuaciones por el método de sustitución primero debemos de empezar por una ecuación del sistema despejando cualquier variable en términos de la otra variable.

Pasos a seguir en el método de sustitución:

1. Despejamos una variable: Escogemos una variable y despejamos una variable en términos de la otra variable.
2. Sustituimos: La expresión matemática que hallamos en el primer paso, la sustituimos en la otra ecuación. Así tendremos ya sólo una ecuación con una sola variable, procedemos a despejar la variable.
3. Sustituir valor a la inversa: En la expresión que encontramos en el primer paso, sustituimos el valor de la variable que encontramos en el segundo paso, y así poder despejar la variable restante.

Ejemplo

Encuentre las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 & \text{Ecuación 1} \\ x - 2y = 2 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución

Despejamos la variable y en la primera ecuación

$$2y = 14 - 3x$$

$$y = \frac{14 - 3x}{2}$$

Sustituimos la variable y en la segunda ecuación para poder despejar la variable restante.

$$x - 2\left(\frac{14 - 3x}{2}\right) = 2$$
 Eliminamos los factores divisores

$$x - (14 - 3x) = 2$$
 Eliminamos paréntesis

$$x - 14 + 3x = 2$$
 Separamos la variable en un sólo lado

$$4x = 16$$

$$x = 4$$
 Valor de variable x

A continuación, vamos a sustituir el valor de x hallado anteriormente en cualquier ecuación original presentada en el sistema de ecuaciones. Una vez sustituido vamos hallar el valor de la variable y , despejando la misma.

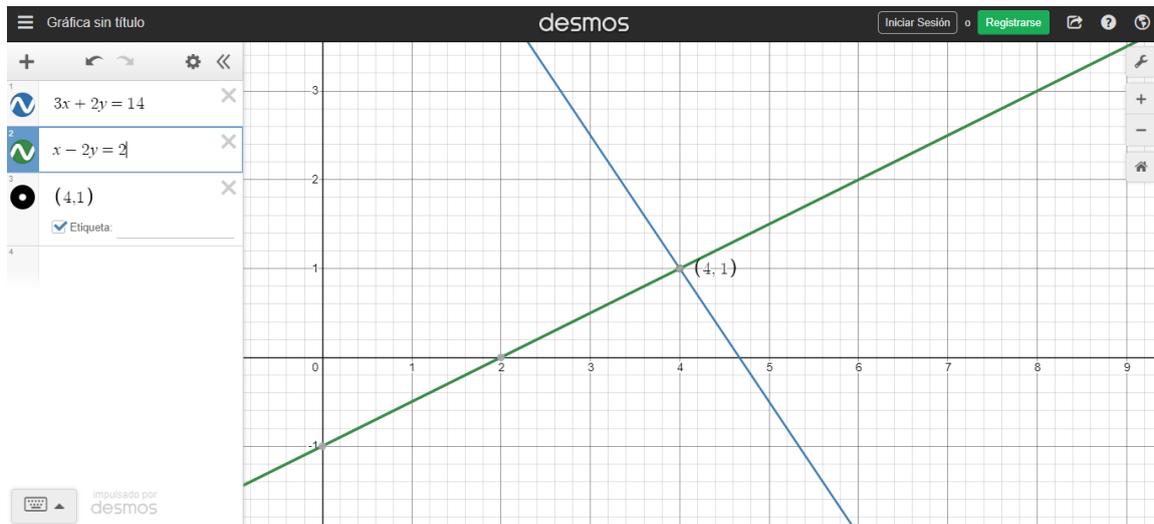
$$x - 2y = 2$$
 Ecuación 2

$$4 - 2y = 2$$
 Sustituimos $x=4$ en la ecuación

$$-2y = -2$$
 Restamos 4 en ambos lados

$$y = 1$$
 Valor de variable y

La solución es (4,1). También a la solución del sistema la podemos representar gráficamente mediante la herramienta didáctica Desmos de la siguiente manera.



4.6 SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE REDUCCIÓN

4.6.1 TEORÍA BASE DEL MÉTODO DE REDUCCIÓN

Para resolver cualquier sistema de ecuaciones por el método de reducción o también llamado método de eliminación se debe de combinar las dos ecuaciones y hacer uso de sumas y restas para poder eliminar cualquiera de las dos incógnitas que deseemos eliminar.

4.6.2 EJERCICIO EXPLICATIVO

Para el ejercicio explicativo vamos hacer el uso de las herramientas didácticas MathPapa que nos servirá para la resolución del ejercicio y Desmos que nos servirá para la representación de la gráfica.

Ejercicio 1.

$$\begin{cases} 5x - 4y = 3 & \text{Ecuación 1} \\ -10x + 8y = -6 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución

Resolvamos su sistema por eliminación.

$$5X - 4y = 3; -10X + 8y = -6$$

Multiplica la primera ecuación por 2 y multiplica la segunda ecuación por 1 .

$$2(5X - 4y = 3)$$

$$1(-10X + 8y = -6)$$

Se convierte en:

$$10X - 8y = 6$$

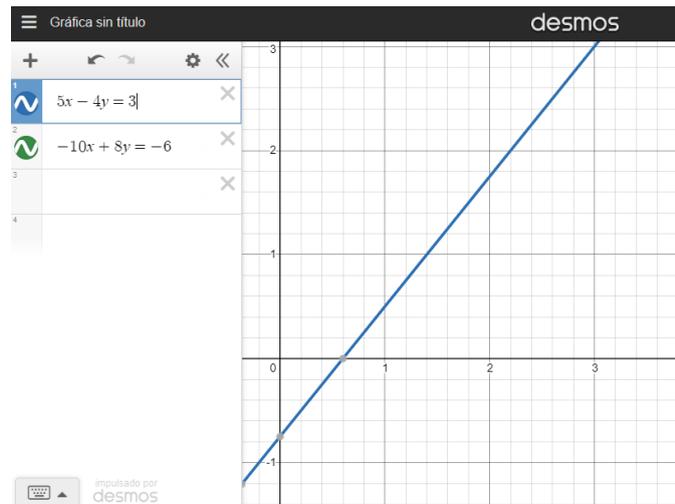
$$-10X + 8y = -6$$

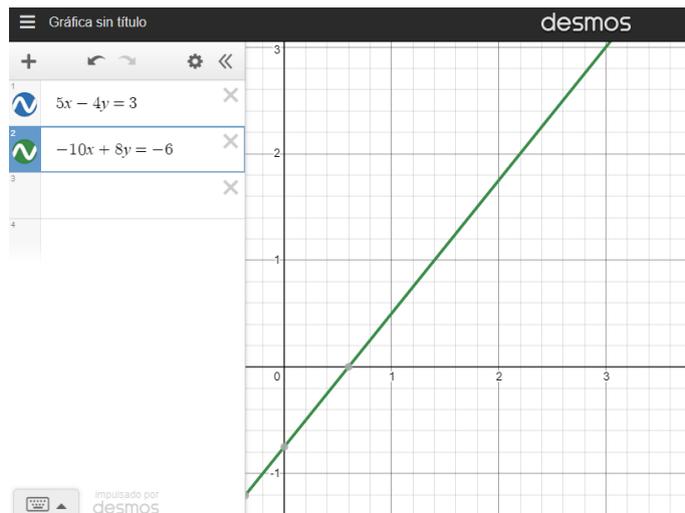
Suma estas ecuaciones para eliminar x:

$$0 = 0$$

Como vemos este sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones para satisfacer a cada variable.

Veamos la gráfica para ambas ecuaciones





Vemos que las gráficas de las dos ecuaciones son las mismas y no intersecan en ningún punto, por lo tanto, este sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 2.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 & \text{Ecuación 1} \\ 2x + y = 2 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución

Resolvamos su sistema por eliminación.

$$3X - 2y = -4; 2X + y = 2$$

Multiplica la segunda ecuación por 2 , luego suma las ecuaciones.

$$(3X - 2y = -4)$$

$$2(2X + y = 2)$$

Se convierte en:

$$3X - 2y = -4$$

$$4X + 2y = 4$$

Suma estas ecuaciones para eliminar y:

$$7X = 0$$

Entonces resuelve $7X = 0$ para x:

$$7X = 0$$

$$\frac{7X}{7} = \frac{0}{7} \text{ (Divida ambos lados entre 7)}$$

$$X = 0$$

Ahora que hemos encontrado x, volvamos a conectarlo para resolver para y.

Escribe una ecuación original:

$$3X - 2y = -4$$

Sustituir **0** por X en $3X - 2y = -4$:

$$(3)(0) - 2y = -4$$

$$-2y = -4 \text{ (Simplifica ambos lados de la ecuación)}$$

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-4}{-2} \text{ (Divida ambos lados por -2)}$$

$$y = 2$$

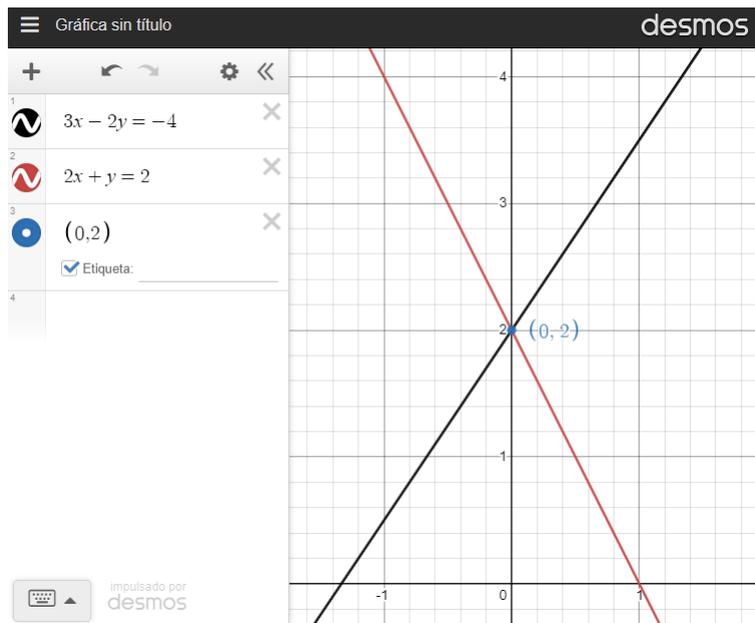
Respuesta:

$$X = 0 \text{ y } y = 2$$

Como

podemos ver este sistema de ecuaciones tiene una sola solución en x e y. La solución que satisfaga a las dos ecuaciones es (0, 2).

A continuación, veamos la gráfica para ambas ecuaciones



Como podemos ver cada ecuación tiene su respectiva línea dentro del plano cartesiano, pero lo que nos interesa es donde estas líneas se intersecan. Vemos que las dos líneas se intersecan en el punto $(0, 2)$ por lo que esto da validez al resultado que se obtuvo de forma algebraica.

4.6.3 ACTIVIDAD A DESARROLLAR

Trabajo Individual

Nombre: _____

Curso: _____

Instrucciones.

De acuerdo a lo anteriormente mencionado sobre cómo resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de reducción. Aplique sus conocimientos adquiridos en los siguientes ejercicios:

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción y encuentre su respectiva gráfica para cada caso.

$$-2x + 4y = -12$$

1. $\begin{cases} 5x - y = 3 \end{cases}$

$$4x + 3y = 14$$

2. $\begin{cases} 2x + y = 6 \end{cases}$

$$6x + 5y = 1$$

3. $\begin{cases} 4x + 6y = 2 \end{cases}$

$$4. \begin{cases} -3x + y = -10 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x - 12y = 15 \\ x - 4y = 5 \end{cases}$$

4.6.4 EVALUACIÓN

Evaluación

Nombre: _____ Curso: _____

Objetivo: Evaluar los conocimientos adquiridos dentro del proceso enseñanza-aprendizaje en el aula de clase. Medir sus aptitudes y desarrollo cognoscitivo, con el fin de si se presentasen falencias poderlas corregir cada una de ellas.

Instrucciones: La presente evaluación consta de 5 preguntas, las cuales deberá responderlas correctamente y de forma clara. En el caso de haber ejercicios donde se solicite su gráfica, realizar la gráfica con líneas rectas.

1. Resolver los siguientes ejercicios por el método de reducción.
 - a) $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$
 - b) $\begin{cases} 2x + 4y = 16 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$
2. Resolver los siguientes ejercicios por el método de reducción y realice su respectiva gráfica en cada caso.
 - c) $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$
 - d) $\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$
3. Halle el punto de intersección del siguiente sistema de ecuaciones y grafique las ecuaciones en el plano cartesiano.
 - e) $\begin{cases} 2x + 4y = 168 \\ x + y = 58 \end{cases}$

4.6.5 TEORÍA BASE DEL MÉTODO DE IGUALACIÓN

Para resolver cualquier sistema de ecuaciones por el método de igualación primero debemos de empezar por las dos ecuaciones del sistema despejando cualquier variable en términos de la otra variable. Es decir, despejar una variable en ambas ecuaciones e igualarlas mismas en término de una variable.

4.6.6 EJERCICIO EXPLICATIVO

Para el ejercicio explicativo vamos hacer el uso de la herramienta didáctica Desmos que nos servirá para la representación de la gráfica.

Ejercicio

$$\begin{cases} 5x - 4y = 3 & \text{Ecuación 1} \\ -10x + 8y = -6 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución

$$x = \frac{3 + 4y}{5} \qquad x = \frac{-6 - 8y}{-10}$$

$$\frac{3 + 4y}{5} = \frac{-6 - 8y}{-10}$$

$$-10(3 + 4y) = 5(-6 - 8y)$$

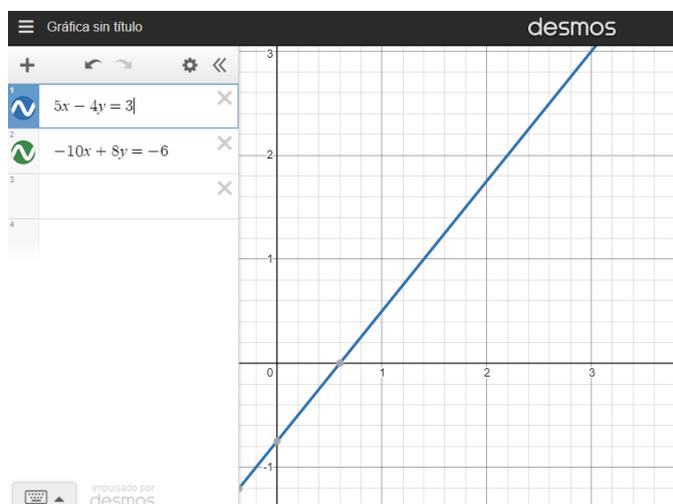
$$-30 - 40y = -30 - 40y$$

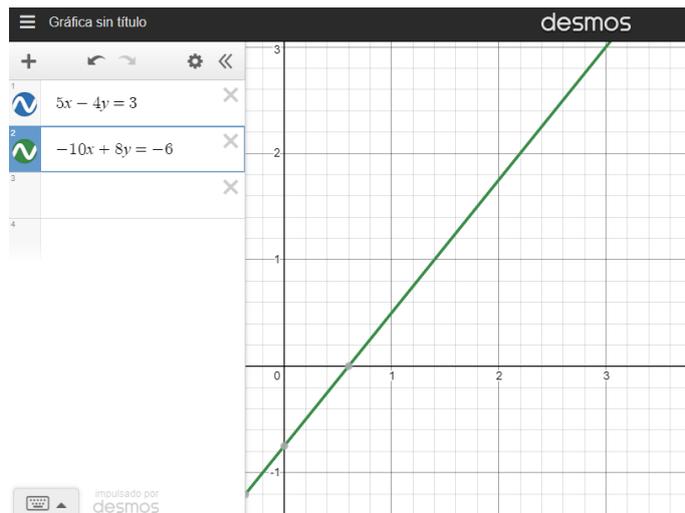
$$-40y + 40y = -30 + 30$$

$$0 = 0$$

Como vemos este sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones para satisfacer a cada variable.

Veamos la gráfica de ambas ecuaciones





Vemos que las gráficas de las dos ecuaciones son las mismas y no intersecan en ningún punto, por lo tanto, este sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.

4.6.7 ACTIVIDAD A DESARROLLAR

Trabajo Individual

Nombre: _____

Curso: _____

Instrucciones.

De acuerdo a lo anteriormente mencionado sobre cómo resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación. Aplique sus conocimientos adquiridos en los siguientes ejercicios:

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación y encuentre su respectiva gráfica para cada caso.

1.
$$\begin{cases} -2x + 4y = -12 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 6x + 5y = 1 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} -3x + y = -10 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$
5.
$$\begin{cases} 3x - 12y = 15 \\ x - 4y = 5 \end{cases}$$

4.6.8 EVALUACIÓN

Evaluación

Nombre: _____ Curso: _____

Objetivo: Evaluar los conocimientos adquiridos dentro del proceso enseñanza-aprendizaje en el aula de clase. Medir sus aptitudes y desarrollo cognoscitivo, con el fin de si se presentasen falencias poderlas corregir cada una de ellas.

Instrucciones: La presente evaluación consta de 5 preguntas, las cuales deberá responderlas correctamente y de forma clara. En el caso de haber ejercicios donde se solicite su gráfica, realizar la gráfica con líneas rectas.

1. Resolver los siguientes ejercicios por el método de igualación.

f)
$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2x + 4y = 16 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$$

2. Resolver los siguientes ejercicios por el método de igualación y realice su respectiva gráfica en cada caso.

h)
$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

3. Halle el punto de intersección del siguiente sistema de ecuaciones y grafique las ecuaciones en el plano cartesiano.

j)
$$\begin{cases} 2x + 4y = 168 \\ x + y = 58 \end{cases}$$

4.7 SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

4.7.1 TEORÍA BASE DEL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Para resolver cualquier sistema de ecuaciones por el método de sustitución primero debemos empezar por una ecuación del sistema despejando cualquier variable en términos de la otra variable.

4.7.2 EJERCICIO EXPLICATIVO

Para el ejercicio explicativo vamos hacer el uso de las herramientas didácticas MathPapa que nos servirá para la resolución del ejercicio y Desmos que nos servirá para la

representación de la gráfica.

Ejercicio

$$1. \begin{cases} 5x - 4y = 3 & \text{Ecuación 1} \\ -10x + 8y = -6 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$



Resolvamos su sistema por sustitución.

$$5X - 4y = 3; -10X + 8y = -6$$

Paso: resolver $5X - 4y = 3$ para x:

$$5X - 4y = 3$$

$$5X - 4y + 4y = 3 + 4y \text{ (Suma } 4y \text{ a ambos lados)}$$

$$5X = 4y + 3$$

$$\frac{5X}{5} = \frac{4y + 3}{5} \text{ (Divida ambos lados entre 5)}$$

$$X = \frac{4}{5}y + \frac{3}{5}$$

Paso: Sustituir $\frac{4}{5}y + \frac{3}{5}$ por X en $-10X + 8y = -6$:

$$-10X + 8y = -6$$

$$-10\left(\frac{4}{5}y + \frac{3}{5}\right) + 8y = -6$$

$$-6 = -6 \text{ (Simplifica ambos lados de la ecuación)}$$

$$-6 + 6 = -6 + 6 \text{ (Suma 6 a ambos lados)}$$

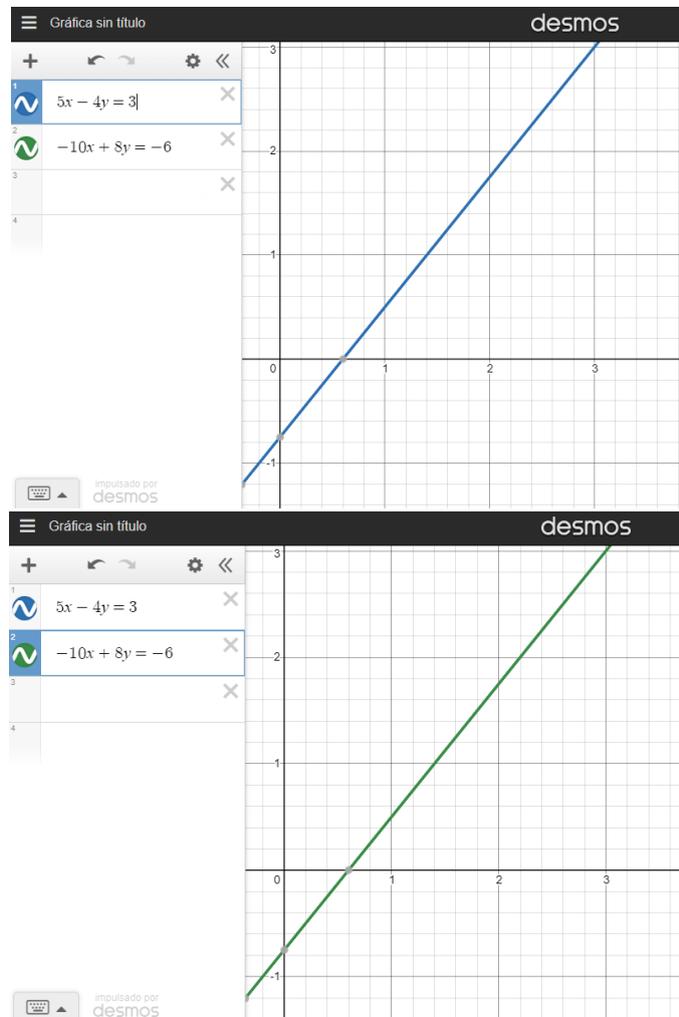
$$0 = 0$$

Respuesta:

Infinitas soluciones.

Como vemos este sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones para satisfacer a cada variable.

Veamos la gráfica para ambas ecuaciones,



Vemos que las gráficas de las dos ecuaciones son las mismas y no intersecan en ningún punto, por lo tanto este sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 2.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

Solución



Resolvamos su sistema por sustitución.

$$3X - 2y = -4; 2X + y = 2$$

Reescribe las ecuaciones:

$$2X + y = 2; 3X - 2y = -4$$

Paso: resolver $2X + y = 2$ para y :

$$2X + y = 2$$

$$2X + y + -2X = 2 + -2X \text{ (Suma } -2x \text{ a ambos lados)}$$

$$y = -2X + 2$$

Paso: Sustituir $-2X + 2$ por y en $3X - 2y = -4$:

$$3X - 2y = -4$$

$$3X - 2(-2X + 2) = -4$$

$$7X - 4 = -4 \text{ (Simplifica ambos lados de la ecuación)}$$

$$7X - 4 + 4 = -4 + 4 \text{ (Suma 4 a ambos lados)}$$

$$7X = 0$$

$$\frac{7X}{7} = \frac{0}{7} \text{ (Divida ambos lados entre 7)}$$

$$X = 0$$

Paso: Sustituir 0 por X en $y = -2X + 2$:

$$y = -2X + 2$$

$$y = (-2)(0) + 2$$

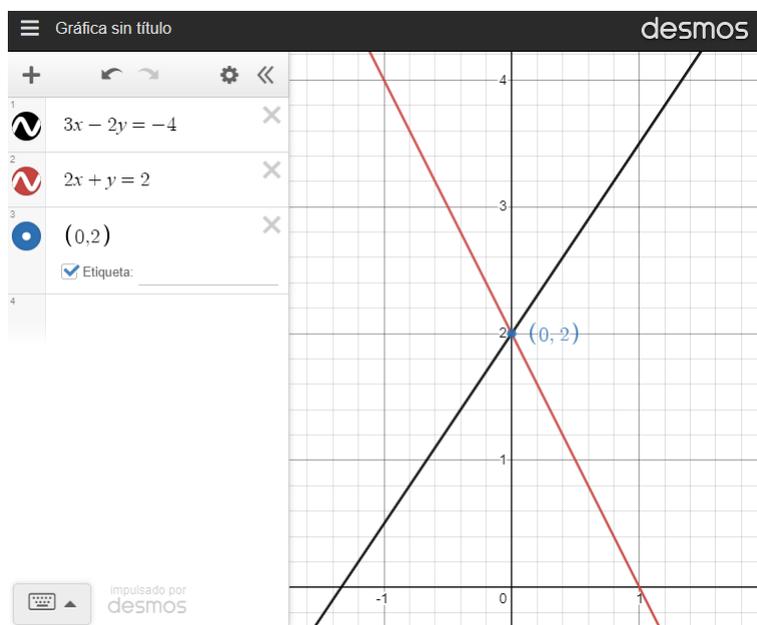
$$y = 2 \text{ (Simplifica ambos lados de la ecuación)}$$

Respuesta:

$$X = 0 \text{ y } y = 2$$

Como podemos ver este sistema de ecuaciones tiene una sola solución en x e y . La solución que satisfaga a las dos ecuaciones es $(0, 2)$.

A continuación, veamos la gráfica para ambas ecuaciones



Como podemos ver cada ecuación tiene su respectiva línea dentro del plano cartesiano, pero lo que nos interesa es donde estas líneas se intersecan. Vemos que las dos líneas se intersecan en el punto $(0, 2)$ por lo que esto da validez al resultado que se obtuvo de forma algebraica.

4.7.3 ACTIVIDAD A DESARROLLAR

Trabajo Individual

Nombre: _____

Curso: _____

Instrucciones.

De acuerdo a lo anteriormente mencionado sobre cómo resolver un sistema de ecuaciones lineales por el método de reducción. Aplique sus conocimientos adquiridos en los siguientes ejercicios:

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción y encuentre su respectiva gráfica para cada caso.

$$-2x + 4y = -12$$

$$1. \begin{cases} 5x - y = 3 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$-3x + y = -10$$

$$4. \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - 12y = 15 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - 4y = 5 \\ \end{cases}$$

4.8.5 EVALUACIÓN

Evaluación

Nombre: _____ Curso: _____

Objetivo: Evaluar los conocimientos adquiridos dentro del proceso enseñanza-aprendizaje en el aula de clase. Medir sus aptitudes y desarrollo cognoscitivo, con el fin de si se presentasen falencias poderlas corregir cada una de ellas.

Instrucciones: La presente evaluación consta de 5 preguntas, las cuales deberá responderlas correctamente y de forma clara. En el caso de haber ejercicios donde se solicite su gráfica, realizar la gráfica con líneas rectas.

1. Resolver los siguientes ejercicios por el método de reducción.

k) $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 2x + 4y = 16 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$

2. Resolver los siguientes ejercicios por el método de reducción y realice su respectiva gráfica en cada caso.

m) $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$

n) $\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$

3. Halle el punto de intersección del siguiente sistema de ecuaciones y grafique las ecuaciones en el plano cartesiano.

o) $\begin{cases} 2x + 4y = 168 \\ x + y = 58 \end{cases}$

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

- En el Capítulo I: Marco Teórico se encuentran todas las bases teóricas que sustentarán varias dudas y explicaciones de la presente investigación, en este capítulo se habla sobre varios temas y subtemas de las herramientas didácticas para la enseñanza de Sistemas de Ecuaciones Lineales, su aplicabilidad y beneficios que tendrá el docente y el estudiante en el proceso enseñanza-aprendizaje. También se encontrarán las herramientas didácticas específicas que servirán para poder realizar la propuesta de la investigación.
- En el Capítulo III: Resultados y discusión se llegó a obtener la información requerida para dar sustento a la investigación, los estudiantes que fueron encuestados manifestaron que no tienen un conocimiento claro de lo que son las herramientas didácticas y cómo se beneficiarían si las llegasen a manejar en su aprendizaje. Este resultado nos da conocer que esta investigación servirá de mucha utilidad a los docentes y estudiantes para que puedan saber más de lo que son las herramientas didácticas dentro del proceso enseñanza-aprendizaje y su aplicabilidad.
- En el mismo capítulo III los estudiantes encuestados dieron a conocer que su docente no aplica las herramientas didácticas al momento de enseñar y que sí están interesados en aprender de diferente manera el tema de Sistema de Ecuaciones Lineales, es decir dejar a un lado la forma tradicional de enseñar. Es por esto que la presente investigación ayudará a que los docentes empiecen a manejar las herramientas didácticas al omento de enseñar, con el fin de que los estudiantes empiecen a aprender de forma más dinámica y desarrollen su propio aprendizaje.
- La población encuestada está interesada en aprender por medio de herramientas didácticas, pocos estudiantes manifestaron que sí conocen algunas herramientas pero que sí desearán conocer más para poder trabajar con ellas. Esto es un resultado positivo para el estudiante por que manejar las herramientas didácticas hará que el estudiante vaya construyendo su propio aprendizaje y reforzando sus conocimientos de forma más dinámica e individual.
- Los 49 estudiantes que fueron encuestados manifestaron que les resulta difícil comprender el tema de Sistema de Ecuaciones Lineales por la forma pedagógica en la que enseña el profesor y la teoría un poco comprensible. Es por esto que las

herramientas didácticas que se proponen para la enseñanza del tema mencionado anteriormente ayudarán a que los estudiantes puedan comprender y aprender individualmente de manera más fácil y dinámica. Y que el profesor sólo sea un apoyo cuando existan ciertas dificultades en el aprendizaje.

- Los 49 estudiantes que fueron encuestados manifestaron que les resulta difícil comprender el tema de Sistema de Ecuaciones Lineales por la forma pedagógica en la que enseña el profesor y la teoría un poco comprensible. Es por esto que las herramientas didácticas que se proponen para la enseñanza del tema mencionado anteriormente ayudarán a que los estudiantes puedan comprender y aprender individualmente de manera más fácil y dinámica. Y que el profesor sólo sea un apoyo cuando existan ciertas dificultades en el aprendizaje. Esta guía se la realizó con el objetivo de que el estudiante empiece aprender ya no de una manera tradicional, sino que empiece a manejar dichas herramientas e ir construyendo su propio aprendizaje de manera diferente.

5.2 RECOMENDACIONES

- En el Capítulo I: Marco Teórico se recomienda buscar información fiable para poder sustentar dichos conceptos, en lo posible buscar información de investigaciones de tercer nivel o niveles más altos, también buscar información de artículos científicos, con el fin de que la investigación tenga información válida para cualquier lector. También se recomienda citar bien las referencias bibliográficas con el fin de no tener plagio en la investigación.
- En el capítulo III: Resultados y discusión se recomienda como primer punto realizar una encuesta no muy larga y que sea comprensible para los estudiantes, con el fin de llegar a obtener información válida y así poder tener resultados que sirvan a la investigación. Se recomienda aceptar todas las opiniones de los encuestados para poder dar un resultado que sea positivo en la investigación.
- En el mismo capítulo III se recomienda tabular de manera correcta los resultados obtenidos en las encuestas con el fin de no tener resultados perdidos en el programa SPSS. Estas tabulaciones serán colocadas en el capítulo III con el fin de presentar los datos reales de las encuestas para poder realizar su interpretación y análisis de cada pregunta.
- En el Capítulo IV: Propuesta se recomienda realizar de manera rigurosa la guía didáctica, que contenga información a utilizar y que sea entendible para los

estudiantes; debido a que esta será el sustento de la investigación de lo que se quiere proponer para ayudar al docente y estudiante a enseñar y comprender de mejor manera el tema Sistema de Ecuaciones Lineales. La guía didáctica contiene varios ejercicios por lo que se recomienda que los enunciados y los ejercicios estén correctamente planteados.

BIBLIOGRAFÍA

- Amco. (2017). *Herramientas didácticas... La mejor vía para el desarrollo de las habilidades del pensamiento y el pensamiento crítico en los niños*. Obtenido de Amco Bright Ideas Brilliant Future: <http://es.amco.me/blog/herramientas-didacticas-la-mejor-via-para-el-desarrollo-de-las-habilidades-del-pensamiento-y-el-pensamiento-critico-en-los-ninos/>
- Arévalo, D., & Ñauta, M. (2010-2011). *Estado actual del desarrollo de destrezas lectoras en el cuarto año de educación básica de acuerdo a la teoría piagetana*. Cuenca: Universidad de Cuenca.
- Aulaneo. (s.f.). *La Didáctica Tradicional*. Recuperado el 13 de Julio de 2021, de Aulaneo Wordpress: <https://aulaneo.wordpress.com/didactica/la-didactica-tradicional/>
- Cala, R., Díaz, L., Espí, N., & Tituaña, J. (2018). El Impacto del Uso de Pizarras Digitales Interactivas (PDI) en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje. Un Caso de Estudio en la Universidad de Otavalo. *SciELO*, 1-10.
- Cepeda, M. (30 de Enero de 2017). *El juego como estrategia lúdica de aprendizaje*. Obtenido de Magisterio.com.co: <https://www.magisterio.com.co/articulo/el-juego-como-estrategia-ludica-de-aprendizaje>
- Contreras Gelves, G. A., García Torres, R., & Ramírez Montoya, M. S. (2010). *Uso de simuladores como recurso digital para la transferencia de conocimiento*. Universidad de Guadalajara .
- Duarte, J. E., Gutiérrez, G. J., & Fernández Morales, F. H. (2007). Desarrollo de un prototipo didáctico como alternativa pedagógica para la enseñanza del concepto de inducción electromagnética. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 1-7. Obtenido de <https://doi.org/10.17227/ted.num21-364>
- Fernández, P., & Díaz, P. (2002). *Investigación cuantitativa y cualitativa*. España: Complejo Hospitalario-Universitario Juan Canalejo.
- Gallego, D., & Cacheiro, M. L. (s.f.). *La Pizarra Digital Interactiva como recurso docente* . Obtenido de EDUCREA: <https://educrea.cl/la-pizarra-digital-interactiva-como-recurso-docente/>
- Gómez, T., Molano, O., & Rodríguez, S. (2015). *La actividad lúdica como estrategia pedagógica para fortalecer el aprendizaje de los niños de la Institución Educativa Niño Jesús de Praga*. Ibagué: Universidad del Tolima. Obtenido de

<http://repository.ut.edu.co/bitstream/001/1657/1/APROBADO%20TATIANA%20G%C3%93MEZ%20RODR%C3%8DGUEZ.pdf>

Khan Academy . (s.f.). *Khan Academy* . Obtenido de Khan Academy :
<https://es.khanacademy.org/about>

Parra, H. (29 de Noviembre de 2016). *Desmos, una aplicación práctica y útil*. Obtenido de Compartir Palabra Maestra:
<https://www.compartirpalabramaestra.org/recursos/herramientas-tic/desmos-una-aplicacion-practica-y-util>

Pina, J. (2014). *MathPapa*. Obtenido de JOSE AURELIO PINA ROMERO:
<http://www.pinae.es/mathpapa/>

Pina, O. (2012). *El juego lúdico-didáctico como metodología docente*. Universidad Pública de Navarra.

Pizco Loja, W. M., & Castillo Salinas , G. I. (2019). *Incidencias de los prototipos didácticos para el desarrollo de la inteligencia verbal en niños y niñas de 4 a 5 años*. Universidad Estatal de Milagro. Milagro: Facultad Ciencias de la Educación. Recuperado el 14 de Julio de 2021, de
<http://repositorio.unemi.edu.ec/bitstream/123456789/5008/2/INCIDENCIAS%20DE%20LOS%20PROTOTIPOS%20DID%C3%81CTICOS%20PARA%20EL%20DESARROLLO%200.pdf>

QUALTRICS. (s.f.). *¿Qué es la investigación cualitativa?* Obtenido de Investigación cualitativa: <https://www.qualtrics.com/es/gestion-de-la-experiencia/investigacion/investigacion-cualitativa/>

Serrano Gonzales-Tejero, J. M., & Pons Parra, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 1-27.

Trueba, A. (s.f.). *El simulador como herramienta de aprendizaje en las enseñanzas náuticas*. Santander: Universidad de Cantabria.

Villarreal Farah, G. (2006). *La pizarra interactiva una estrategia metodología de uso para apoyar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática*. doi:1138-9737

ANEXOS

Anexo 1: Encuesta dirigida a estudiantes



UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

Encuesta aplicada a los estudiantes

Autor: Mafla Marcillo Daniel Joshua

Orientaciones: El instrumento tiene como finalidad conocer las razones por las cuales un número considerable de estudiantes de Primero de Bachillerato tienen dificultades de aprendizaje en matemática, en especial en el campo de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Información que permitirá proponer herramientas didácticas que contribuyan a obtener un mejor rendimiento académico y comprensión de dicha temática.

Instrucciones: Por favor seleccione una sola respuesta, de la forma más consciente, considerando que los resultados reflejados serán utilizados para realizar una investigación.

DATOS INFORMATIVOS

1. Género: masculino ____ femenino ____
2. Edad: ____ años

1. ¿Considera que el trabajar con diferentes herramientas didácticas contribuye a mejorar su aprendizaje para la resolución de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Totalmente de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
()	()	()	()

2. ¿Considera usted que le resultó difícil aprender los procesos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Totalmente de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
()	()	()	()

3. ¿Qué motivo(s) considera usted para que algunos estudiantes les resulten difícil aprender a resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Mucha teoría	Los diferentes métodos de resolución	La forma de enseñar del docente	Otros (especifique)
()	()	()	

4. ¿Qué tipo de herramientas didácticas utiliza el docente de matemática con mayor frecuencia para enseñar el tema Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

- () Tiza y pizarrón
- () Libro guía del ministerio
- () Prototipos
- () Cómics
- () Simuladores
- () Juegos lúdicos
- () Material didáctico
- () Videos de aprendizaje
- () TICS

5. ¿Cuáles de las siguientes herramientas didácticas utilizó el docente de matemáticas para la enseñanza de Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

- Geogebra ()
- Material didáctico ()
- Calculadora ()
- Uso de las TIC's ()
- Simuladores ()
- Juegos lúdicos ()

6. ¿Considera que es necesario implementar diferentes herramientas didácticas en la enseñanza de Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por parte del docente de matemáticas?

Totalmente de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
()	()	()	()