

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**(UTN)**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA**  
**(FECYT)**

**CARRERA: PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES**



**INFORME FINAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN, EN LA  
MODALIDAD PRESENCIAL**

**TEMA:**

**“ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE  
DE DERIVACIÓN DE FUNCIONES EN EL SEGUNDO BGU EN LA  
UNIDAD EDUCATIVA” TEODORO GÓMEZ DE LA TORRE” AÑO  
LECTIVO 2021-2022”**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciada en Pedagogía de  
Matemáticas y Física**

**Línea de Investigación:** Gestión, calidad de la educación, procesos pedagógicos e idiomas

**Autor(a):** Andrango Baculima Erika Dayana

**Director:** MSc. Orlando Rodrigo Ayala Vásquez

**Ibarra, 2022**

# UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

## BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

### AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

#### IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

En cumplimiento del Art. 144 de la Ley de Educación Superior, hago la entrega del presente trabajo a la Universidad Técnica del Norte para que sea publicado en el Repositorio Digital Institucional, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
<b>CÉDULA DE IDENTIDAD:</b>		1750680926	
<b>APELLIDOS Y NOMBRES:</b>		Andrango Baculima Erika Dayana	
<b>DIRECCIÓN:</b>		Cayambe-Ayora-Barrio Los Lotes	
<b>EMAIL:</b>		daya.andrango@hotmail.com	
<b>TELÉFONO FIJO:</b>		<b>TELF. MÓVIL:</b>	0980618608

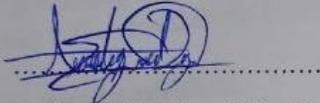
DATOS DE LA OBRA	
<b>TÍTULO:</b>	Estrategias Didácticas para la Enseñanza-Aprendizaje de Derivación de Funciones en el Segundo BGU en la Unidad Educativa” Teodoro Gómez de la Torre” Año Lectivo 20221-2022
<b>AUTOR:</b>	Andrango Baculima Erika Dayana
<b>FECHA: DD/MM/AA</b>	13/05/2022
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO	
<b>PROGRAMA:</b>	<input checked="" type="checkbox"/> PREGRADO <input type="checkbox"/> POSGRADO
<b>TITULO POR EL QUE OPTA:</b>	<input type="checkbox"/> Licenciada en Pedagogía de la Matemáticas y la Física
<b>ASESOR/ DIRECTOR:</b>	MSc. Orlando Ayala

## CONSTANCIAS

El autor manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es original y que es el titular de los derechos patrimoniales, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 26 días, del mes de octubre de 2022

**EL AUTOR:**



Andrango Baculima Erika Dayana

## CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR

Ibarra, 26 de octubre de 2022

MSc. Ayala Vasquez Orlando Rodrigo

DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

CERTIFICA:

Haber revisado el presente informe final del trabajo de titulación, el mismo que se ajusta a las normas vigentes de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología (FECYT) de la Universidad Técnica del Norte; en consecuencia, autorizo su presentación para los fines legales pertinentes.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Orlando', is written over a horizontal dotted line. The signature is enclosed within a large, loopy blue oval.

MSc. Ayala Vasquez Orlando Rodrigo

C.C.: 100119666-4

## APROBACIÓN DEL TRIBUNAL

El Tribunal Examinador del trabajo de titulación “Estrategias Didácticas para la Enseñanza-Aprendizaje de Derivación de Funciones en el Segundo BGU en la Unidad Educativa” Teodoro Gómez de la Torre” Año Lectivo 20221-2022” elaborado por Andrango Baculima Erika Dayana, previo a la obtención del título de Licenciada en Pedagogía de las Matemáticas y la Física, aprueba el presente informe de investigación en nombre de la Universidad Técnica del Norte:



.....  
MSc. Ayala Orlando  
**PRESIDENTE DEL TRIBUNAL**  
C.C.: 100119666-4



.....  
MSc. Ayala Orlando  
**DIRECTOR**  
C.C.: 100119666-4



.....  
PhD. Posso Miguel  
**OPOSITOR**  
C.C.:100139484-8

## **DEDICATORIA**

El presente trabajo de investigación lo dedico a mis padres ya que han sido el motor fundamental en mi vida, siempre han estado junto a mí, acompañándome a pesar de todas las dificultades, a ellos quienes me han inspirado a salir a delante y no darme por vencida, porque siempre estuvieron a mi lado brindándome su apoyo y sus sabios consejos.

Erika Dayana Andrango Baculima

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a la universidad técnica del norte por su gran acogida y por esta gran familia universitaria que me ha permitido culminar con éxitos mi formación académica.

A los docentes que han sido parte de este proceso integral de formación, que gracias a sus conocimientos y experiencias forman a grandes profesionales en la educación, no solo por el hecho de transmitir sus conocimientos ya que también enseñan sobre la vida en general.

Agradezco a Dios por darme la familia maravillosa que tengo, ya que son quienes siempre han tenido la confianza en mí y han estado conmigo en los buenos y malos momentos, A ellos que ya que han fomentado en mi las ganas de superarme y triunfar en la vida.

A mi tutor de tesis el MSc. Orlando Ayala por ser una fuente de inspiración a lo largo de este proceso de formación además de guiarme y asesorarme con la creación de mi trabajo de investigación.

Erika Dayana Andrango Baculima

## RESUMEN

Las estrategias didácticas son muy importantes en el proceso de enseñanza aprendizaje y fundamentalmente en matemática, pues estas contribuyen al fortalecimiento de las capacidades como el razonamiento, análisis y la toma de decisiones. El docente debería implementar diferentes estrategias didácticas ya que esto no solo permite facilitar el proceso enseñanza aprendizaje en los estudiantes si no que permite que el docente desarrolle las clases de manera atractiva y divertida elementos necesarios para el estudio del cálculo diferencial. El objetivo principal de este trabajo de investigación es aplicar estrategias didácticas tales como Redescubrimiento, Resolución de Problemas y Demostraciones, en el proceso de enseñanza aprendizaje de Derivación de Funciones en los estudiantes de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” de la ciudad de Ibarra. La investigación es mixta esto con el fin de garantizar su veracidad, puesto que a través de una encuesta y entrevista se pudo obtener información sobre el uso de estrategias didácticas en el aula tanto con los estudiantes como con el docente de la asignatura. Según los datos obtenidos se pudo concluir que la mayoría de los estudiantes tiene problemas para aprender la unidad didáctica de derivadas de funciones ya que el docente utiliza una metodología tradicional, lo cual hace que los estudiantes se sientan desmotivados y muestren poco interés por aprender.

**Palabras claves:** Estrategias didácticas, derivación de funciones algebraicas, enseñanza aprendizaje

## ABSTRACT

Didactic strategies are very important in the teaching-learning process and fundamentally in mathematics, since they contribute to the strengthening of skills such as reasoning, analysis and decision making. The teacher should implement different didactic strategies since this not only facilitates the teaching-learning process in the students but also allows the teacher to develop the classes in an attractive and fun way, necessary elements for the study of differential calculus. The main objective of this research work is to apply didactic strategies such as Rediscovery, Problem Solving and Demonstrations, in the teaching-learning process of Derivation of Functions in the students of the Educational Unit "Teodoro Gómez de la Torre" of the city of Ibarra. The research is mixed in order to guarantee its veracity, since through a survey and an interview it was possible to obtain information about the use of didactic strategies in the classroom both with the students and with the teacher of the subject. According to the data obtained, it could be concluded that most of the students have problems learning the didactic unit of derivatives of functions since the teacher uses a traditional methodology, which makes the students feel unmotivated and show little interest in learning.

**Keywords:** Didactic strategies, derivation of algebraic functions, teaching-learning.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
Problema de Investigación.....	1
Justificación .....	2
Objetivos.....	2
Estructura del Informe .....	3
CAPITULO I: MARCO TEÓRICO.....	4
1.1 Modelos pedagógicos.....	4
1.1.1 Constructivismo .....	4
1.1.2 Implicaciones del constructivismo en la enseñanza de las matemáticas.....	4
1.2 Aprendizaje significativo .....	5
1.3 Proceso enseñanza aprendizaje.....	5
1.3.1 La enseñanza .....	5
1.3.2 El aprendizaje.....	5
1.4 El currículo en la educación.....	6
1.4.1 Estrategias .....	6
1.4.2 Objetivos del área.....	6
1.4.3 Destrezas .....	7
1.5 Estrategias didácticas.....	7
1.5.1 Estrategias didácticas en la matemática .....	8
1.5.2 Tipos de estrategias didácticas .....	9
1.5.3 Resolución de Problemas .....	9
1.5.4 Aprendizaje por redescubrimiento .....	9
1.5.5 Aprendizaje por demostraciones .....	10
1.6 Derivada de Funciones.....	11
CAPÍTULO II: METODOLOGÍA Y MÉTODOS.....	12
2.1 Tipos de Investigación .....	12
2.2 Métodos, Técnicas e Instrumentos.....	12
2.2.1 Métodos.....	12

2.2.2 Técnicas.....	13
2.2.3 Instrumentos .....	13
2.3 Preguntas de Investigación .....	13
2.4 Matriz de operacionalización de variables.....	14
2.5 Participantes.....	14
2.6 Procedimiento y análisis de datos .....	15
CAPITULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	16
3.1 Encuesta aplicadas a estudiantes.....	16
3.2 Entrevista aplicada al Docente.....	28
CAPITULO IV: PROPUESTA .....	31
4.1 Título.....	31
4.2 Justificación .....	31
4.3 Impactos.....	31
4.4 Objetivos.....	32
CONCLUSIONES.....	61
RECOMENDACIONES .....	61
BIBLIOGRAFÍA .....	62
ANEXOS .....	66

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Matriz de Operacionalización .....	14
Tabla 2 Tabla cruzada Género* Dominio de la asignatura .....	16
Tabla 3 Tabla cruzada Género* Uso de Simuladores .....	17
Tabla 4 Tabla cruzada Género* Uso de Procedimientos.....	18
Tabla 5 Tabla cruzada Género* Demostración de Formulas .....	19
Tabla 6 Tabla cruzada Género* Problemas con el Aprendizaje.....	20
Tabla 7 Tabla cruzada Género* Uso de Calculo Diferencial .....	21
Tabla 8 Tabla cruzada Género* Vida Cotidiana .....	22
Tabla 9 Tabla cruzada Género* Uso de Software .....	23
Tabla 10 Tabla cruzada Género* Clases Activas .....	24
Tabla 11 Tabla cruzada Género* Dominio en la Asignatura; Uso de procedimientos; Uso de Cálculo diferencial.....	25
Tabla 12 Tabla cruzada Género* Problemas con el aprendizaje; Vida cotidiana; Clases activas .....	26
Tabla 13 Tabla cruzada Género* Uso de Simuladores; Demostración de Formulas; Uso de Software.....	27

## INTRODUCCIÓN

En la presente propuesta investigativa se busca implementar estrategias didácticas para la enseñanza aprendizaje de derivación de funciones la misma que será de gran utilidad tanto para el docente como para el estudiante; en ella se implementaron guías didácticas que permitan que los estudiantes participen de forma activa en los procesos de construcción del conocimiento, de tal manera que las clases no sean monótonas y aburridas, lo cual permitirá despertar el interés y la predisposición en el estudiante, por aprender los fundamentos del cálculo diferencial de forma comprensiva.

### **Problema de Investigación**

Pese a haber cambiado los paradigmas en los procesos pedagógicos a lo largo de los años, los estudiantes aun suelen percibir a la matemática como una materia difícil, aburrida y poco práctica. Esto se debe a la falta de aplicación de estrategias por parte de los docentes para incentivar a los estudiantes a la investigación y desarrollar el gusto por el estudio de las matemáticas.

Los resultados obtenidos de la encuesta reflejan que los docentes de matemática se limitan a las clases expositivas desarrollando procesos mecánicos y casualmente utilizan estrategias didácticas activas para el desarrollo del proceso de enseñanza del cálculo diferencial.

El escaso uso de estrategia didácticas en el aprendizaje de la matemática provoca en los estudiantes el poco interés por aprender e investigar y esto causa aburrimiento y poco interés lo cual a largo plazo puede generar la deserción escolar o perdidas de año.

Se evidencia que los docentes de matemática no desarrollan estrategias activas en el desarrollo del cálculo diferencial por lo tanto la presente investigación estará orientada a implementar estrategias que permitan desarrollar procesos de comprensión en el desarrollo o problemas del cálculo diferencial de funciones.

La investigación se realizó a los estudiantes de Segundo BGU en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, ciudad de Ibarra, provincia de Imbabura lo cual se efectuó en el periodo 2021-2022.

## **Justificación**

La presente investigación se centró en cómo se desarrolla el procesos de enseñanza aprendizaje de Derivación de funciones en el segundo BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, con la finalidad de proponer una guía didáctica implementando estrategias didácticas que permita despertar el interés y la predisposición en los estudiantes por aprender matemática.

Las estrategias didácticas para implementarse en el estudio del cálculo diferencial son “Demostración de Fórmulas”, “Redescubrimiento” y “Resolución de Problemas” lo cual permitirá al docente desarrollar el trabajo de aula de manera didáctica donde los estudiantes se sientan involucrados en el proceso de aprendizaje.

Es importante resaltar que el desarrollo de la guía se enfoca en el aprendizaje mediante demostraciones esto con la finalidad de ayudar a los estudiantes a comprender las fórmulas aplicadas en el cálculo diferencial, además de estrategias de aprendizaje como el redescubrimiento y resolución ya que al aplicar la estrategia del redescubrimiento y resolución de problemas vamos a cambiar la concepción del estudiante creyendo que los problemas se resuelven de una sola manera.

Los principales beneficiarios de la presente propuesta investigativa son los docentes del área de matemática de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” de la provincia de Imbabura Ibarra, ya que las guías contarán con diferentes estrategias didácticas que faciliten la enseñanza de derivación de funciones y por otro lado los estudiantes también son beneficiaron puesto que la implementación de las guías didácticas conlleva el uso de estrategias que permitirán desarrollar las actividades de manera activa dejando atrás los procesos de la enseñanza tradicional.

## **Objetivos**

### **Objetivo General**

Determinar como la implementación de estrategias didácticas en el estudio de derivación de funciones permiten desarrollar aprendizajes significativos en estudiantes de 2° BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”.

### **Objetivos Específicos**

- Recopilar información de bases teóricas, bibliográfica y científicas relacionadas a las estrategias didácticas para la enseñanza aprendizaje de derivación de funciones.
- Diagnosticar cuáles son las estrategias didácticas que aplican los docentes de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. en el proceso enseñanza aprendizaje de derivadas.

- Diseñar una guía didáctica, aplicando estrategias activas para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje de funciones.

### **Estructura del Informe**

El trabajo consta de cuatro capítulos:

Capítulo I: Marco Teórico, en el cual se recopiló información sobre la utilización de estrategias didácticas para enseñanza aprendizaje de derivación de funciones.

Capítulo II: Metodología en cual consta del tipo de investigación que se realizó, materiales y métodos, las técnicas e instrumentos, participantes.

Capítulo III: Análisis y resultados, en el cual se pone a discusión los resultados obtenidos de las encuestas y entrevistas aplicadas tanto a los estudiantes como al docente de la asignatura.

Capítulo IV: Propuestas, en este capítulo se plasma las propuesta que se elaboración de acuerdo con las siguientes estrategias didácticas, la primera sobre demostraciones, la segunda que se basa en la resolución de problemas y finalmente la tercera sobre redescubrimiento, esto con la finalidad de brindar en los estudiantes un aprendizaje significativo

Además se incluye las conclusiones y recomendaciones que se llegó con la realización del trabajo de investigación, referencias bibliográficas y anexos en lo cual se colocó la encuesta y entrevista aplicada.

# CAPITULO I: MARCO TEÓRICO

## 1.1 Modelos pedagógicos

### 1.1.1 Constructivismo

Como la misma palabra lo indica constructivismo se lo podría considerar como construcción pero de que se trata dentro de la educación construcción o constructivismo pues nos da la referencia de que el docente o estudiante es uno de los actores principales dentro de la enseñanza aprendizaje de la matemática, pues bien el enfoque constructivista pone al estudiante en el rol principal de su propio aprendizaje.

El constructivismo nos señala, que dentro de la educación el estudiante es el encargado de su proceso de aprendizaje, él es aquel que se encarga de la construcción de sus propios conocimientos o más bien la reconstrucción de estos nuevos conocimientos, ya que como se conoce las instituciones ya cuentan con contenidos curriculares ya elaborados es por ello que se dice la reconstrucción de conocimientos ya que el conocimiento de los estudiantes está basado en los contenidos que rigen las instituciones, no al descubrimiento de nuevas teorías o conceptos, sin embargo los estudiantes se encarga de sus propios conocimientos con la guía del docente de su criterio personal. Como lo señalan Díaz & Hernández (1999) “La construcción del conocimiento escolar es en realidad un proceso de elaboración en el sentido de que el alumno selecciona, organiza y transforma la información que recibe de sus diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos” (pág. 17).

### 1.1.2 Implicaciones del constructivismo en la enseñanza de las matemáticas

Si bien ya se definió lo que es el constructivismo relacionado al área de matemáticas dentro del salón de clases hay dos actores en la asignatura: el docente y el estudiante. Regularmente cuando se lee constructivismo entendemos simplemente que el estudiante juega un papel activo y el docente queda en segundo plano como un guía para fomentar a la creación de nuevos conocimiento, sin embargo el docente no deja de ser el actor principal ya que el docente es el encargado de otorgar a los estudiantes situaciones que le permitan indagar, investigar, además que le permita utilizar sus conocimientos y experiencias previas.

Tanto el docente como el estudiante juegan un papel muy importante ya que el estudiante toma un papel activo pero esto no quiere decir que el solo se encarga de construir sus conocimiento como lo señala Waldegg, (1998):

Una situación problemática es una situación novedosa caracterizada en función de las hipótesis mencionadas, así: es significativa para el estudiante porque se encuadra en contextos o circunstancias que les son familiares y atractivos y, por tanto, motivantes; el estudiante es capaz de resolverla a partir de sus conocimientos y estructuras cognitivas previas; pero representa un desafío intelectual porque, lejos de requerir de un algoritmo

o de un procedimiento rutinario, es una situación diseñada para obligar al estudiante a reestructurar sus conocimientos y explicaciones con el fin de dar solución al problema; da lugar a una modificación de las estructuras cognitivas previas del estudiante que le permite incluir, en las explicaciones originales, nuevos casos o contextos de aplicación de los conceptos involucrados. (pág. 24)

## **1.2 Aprendizaje significativo**

Desde la posición de Moreira, et al. 1997, el “Aprendizaje significativo es el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende” (pág. 2).

El aprendizaje significativo lo describe Romero, (2009) como la disposición que tiene el estudiante por crear o construir significados con nuevos conocimientos que adquiere enlazándolos o relacionándolos con los conocimientos previos, el aprendizaje se vuelve significativo cuando el estudiante profundiza y aplica lo aprendido mediante la participación en diferentes actividades.

En otras palabras el aprendizaje significativo hace referencia al reajuste y reconstrucción de los conocimientos de los estudiantes asociando información nueva con sus experiencias y conocimientos previos mediante la asimilación, de tal manera que lo aprendido no sea memorístico; y pueda aplicarlo y relacionarlo con sus experiencias, es por lo que el estudiante debe tener la disposición por aprender.

## **1.3 Proceso enseñanza aprendizaje**

### **1.3.1 La enseñanza**

La enseñanza es un acto no meramente de transmitir conocimientos, ya que el enseñar va más allá como lo menciona Sarmiento en su obra de 2007 la enseñanza es un proceso que se lleva a cabo mediante la comunicación entre estudiantes y docente, en el cual se generan e intercambian ideas construyendo o reconstruyendo sus conocimientos, el cual está basado en una serie de métodos y técnicas que permiten al docente ayudar a los estudiantes en diversas actividades.

Por su parte Edel menciona en el año 2004 que la enseñanza es un proceso mediante el cual se transmite conocimientos sobre alguna materia en específica, en el cual se utiliza diversos métodos y estrategias para cumplir con el objetivo del docente que es estimular a sus estudiantes para que ellos aprendan lo que el docente quiere, la enseñanza tiene la intención de estimular para generar el aprendizaje esto mediante acciones.

### **1.3.2 El aprendizaje**

El aprendizaje como seres humanos se desarrolla desde el momento de nuestro nacimiento ya que mientras crecemos con el siempre hecho de escuchar y ver se puede aprender estos

son aprendizaje indirectos ya que sin darse cuenta se generan conocimientos sobre cosas alrededor, entonces en la educación que es el aprendizaje.

Edel (2004), menciona que el aprendizaje forma parte de una estructura ya que la educación dentro de un sistema educativo genera planes para cada edad de los estudiantes; este es un proceso mediante el cual los estudiantes son entrenados y capacitados para dar soluciones a problemas cotidianos, este mecanismo permite a los estudiantes adquirir datos hasta una forma compleja, recopilando y organizando información.

El aprendizaje se lo puede definir como una actividad constructiva que en sí está constituida de una secuencia de acciones las cuales están enfocadas a alcanzar y satisfacer un propósito y éstas se encuentran organizadas sincrónicamente para implementarlas antes, durante y después de la actividad, como menciona Meza, en su obra del año 2013 él antes hace referencia a los conocimientos previos que tiene cada uno de los estudiantes, el durante son las actividades que mediante estrategias, recursos o instrumentos el docente realizará y el después corresponde a los resultados que se obtendrán con de las actividades realizadas.

#### **1.4 El currículo en la educación**

El aprendizaje de la matemática tiene un gran aporte en el perfil de salida del bachillerato ecuatoriano, ya que la matemática interviene en todas las actividades del ser humano sea de forma directa o indirecta, además la enseñanza de matemática tiene una gran importancia en la sociedad ya que es un pilar para mejorar la calidad de vida de las personas como de instituciones, la sociedad y el país, asimismo la matemática permite que los futuros bachilleres tengan la oportunidad de convertirse en personas justas, solidarias e innovadoras. (Ministerio de Educación, 2019)

##### **1.4.1 Estrategias**

El uso de estrategias al momento de impartir una clase es de suma importancia ya que permite que el docente planifique cuál será la mejor herramienta o instrumento que pueda utilizar para poder alcanzar los objetivos deseados en el tema teniendo en cuenta a Guerra et al 2010, “Las estrategias curriculares tendrán una valiosa influencia en el proceso formativo, sólo si se toman en cuenta desde el diseño del plan de estudios hasta la concreción del trabajo cotidiano en el aula o en las actividades prácticas que se realicen en los escenarios docentes reales” (pág. 99).

##### **1.4.2 Objetivos del área**

Con base en el Ministerio de Educación (2019), los objetivos generales del área a evaluar son:

**OG.M.1.** Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos

numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

**OG.M.2.** Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

**OG.M.6.** Desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación.

### **1.4.3 Destrezas**

Teniendo en cuenta al Ministerio de Educación (2019), las destrezas con criterios de desempeño a evaluar son:

**M.5.1.49.** Interpretar de manera geométrica y física la primera derivada (pendiente de la tangente, velocidad instantánea) de funciones polinomiales de grado  $\leq 4$ , con apoyo de las TIC.

**M.5.1.50.** Interpretar de manera física la segunda derivada (aceleración media, aceleración instantánea) de una función polinomial de grado  $\leq 4$ , para analizar la monotonía, determinar los máximos y mínimos de estas funciones y graficarlas con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets).

**M.5.1.52.** Resolver aplicaciones reales o hipotéticas con ayuda de las derivadas de funciones polinomiales de grado  $\leq 4$  y de funciones racionales cuyos numeradores y denominadores sean polinomios de grado  $\leq 2$ , y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

**M.5.1.69.** Resolver y plantear aplicaciones geométricas (cálculo de áreas) y físicas (velocidad media, espacio recorrido) de la integral definida, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas.

Las destrezas citadas anteriormente son las más relacionadas con el tema de investigación y con lo que se trata de lograr diseñando las propuestas para el estudio de derivación de funciones, según el Ministerio de Educación busca que los estudiantes puedan interpretar de manera gráfica y física las derivaciones, esto con el uso de recursos digitales, además de que busca que los estudiantes puedan resolver problemas relacionados con la vida cotidiana.

### **1.5 Estrategias didácticas**

Las estrategias didácticas son procedimientos organizados con el cual el docente se apoya para poder alcanzar los objetivos deseados dentro de la asignatura, brindándoles el apoyo

necesario a sus estudiantes para que por sí mismos puedan generar nuevos conocimientos, Díaz & Campusano, en su obra Manual de Estrategias Didácticas de 2017 señalan que las estrategias didácticas generalmente se las utiliza en un periodo largo de clase ya que si se desea analizar si los estudiantes aprenden o no con el uso de recursos, técnicas e instrumentos se requiere de un periodo largo de tiempo.

Sánchez, et al. (2020) hace mención que las estrategias didácticas hacen referencia a las actividades que tanto docentes como estudiantes utilizan en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Las estrategias didácticas incluye métodos, técnicas, recursos, actividades e instrumentos los cuales permitan cumplir con el objetivo deseado dentro de la asignatura a este concepto se lo puede dividir en dos términos: estrategia para el aprendizaje y estrategias para la enseñanza, dentro de las estrategias para el aprendizaje el autor principal es el estudiante ya que mediante un proceso adquiere y genera de forma intencional nuevos conocimientos y estrategias para la enseñanza el docente es el encargado de ayudar y facilitar instrumentos o recursos para que el estudiante mediante la experimentación o manipulación pueda generar sus propios conocimientos.

Las estrategias didácticas se definen como procedimientos o recursos que utiliza el docente antes, durante y después de un contenido curricular, de tal manera que este le permite valorar el aprendizaje de sus estudiantes, además que con el uso de estrategias didácticas el aprendizaje en los estudiantes es más activo, participativo, colaborativo y esta se la puede emplear ya sea dentro o fuera del aula de clase. Betancourt, menciona en su obra de 2017 que el docente utiliza estrategias didácticas dentro del salón de clase para poder cumplir el objetivo deseado con la asignatura, es decir que el docente tiene la intención de que sus estudiantes desarrollen una serie de acciones o prácticas encaminadas a cumplir el objetivo principal que es que cada uno de sus estudiantes reconstruyan sus propios conocimientos, con ayuda de los conocimientos previos y los que le ayuda a generar el docente.

### **1.5.1 Estrategias didácticas en la matemática**

Las estrategias didácticas son de gran importancia no solo en la enseñanza de matemática ya que se las utilizan en la enseñanza de todas las asignaturas a nivel educativo, el uso de estrategias didácticas representa gran importancia en el proceso educativo ya que a través de ellas se pueden diseñar diferentes maneras los contenidos matemáticos.

Como lo menciona Flores en su obra 2014 el uso de estrategias didácticas en la enseñanza de matemática tiene como finalidad el obtener un conocimiento constructivo de tal manera que el docente pueda implementar y a la vez innovar la enseñanza en los estudiantes para lo cual debe proponer nuevos métodos, técnicas, recursos e instrumentos que le facilite el aprendizaje a los estudiantes, el aprendizaje de la matemática implica uso de juegos, ilustraciones, material didáctica e incluso software, ya que este último motiva al estudiante y hace que las clases sean un poco más didácticas e innovadoras.

### **1.5.2 Tipos de estrategias didácticas**

Existen diversos tipos de estrategias didácticas en el proceso de enseñanza aprendizaje, sin embargo se utilizará tres tipos de estrategias en esta investigación para la enseñanza aprendizaje de derivación de funciones, que se adaptaran de acuerdo con los contenidos para desarrollar la clase.

- Resolución de Problemas
- Aprendizaje por redescubrimiento
- Aprendizaje por demostraciones

### **1.5.3 Resolución de Problemas**

Es común que cuando buscamos ejercicios encontremos muchos ejercicios relacionados al tema pero cual es la diferencia entre ejercicios y problemas.

De acuerdo con Urdiain (2006) la resolución de problemas contextualizados es un reto que el docente propone a sus estudiantes, ya que para la resolución de estos problemas el estudiante necesita reflexionar, investigar y elegir cual es el camino o estrategias que va a seguir para completar el problema solicitado, para el desarrollo de estos problemas conlleva un proceso en el cual se desarrolla el conocimiento ya que permite que el estudiante razone, analice y decida lo cual involucra además la memoria a corto y largo plazo sobre fórmulas conceptos que el estudiante ya recibió en clases posteriores. Además uno de los pasos que el estudiante tiene que desarrollar en la resolución de problema es que pueda comprobar si resolvió correctamente los problemas planteados, hay que tomar en cuenta que los problemas propuestos sean dependiendo del nivel de aprendizaje de los estudiantes, ya que si los problemas están sobre el nivel de aprendizaje del estudiante él desertara fácilmente y se frustrara.

#### **¿Para qué se utiliza?**

El uso de este tipo de estrategia didáctica es muy importante ya que permite al estudiante desarrollar sus habilidades ya que como se mencionó anteriormente, la resolución de problemas no tiene una regla o receta para poder resolverlos, de tal manera que el estudiante deberá recordar e indagar para poder resolver los problemas, los problemas pueden tener una o varias soluciones pero hay que tomar en cuenta que existen muchas formas para llegar a un mismo resultado y de eso se trata que el estudiante utilice sus conocimientos para llegar a una solución, mas no utilizar resolver ejercicios que a simple vista ya se sabe que es lo toca hacer.

### **1.5.4 Aprendizaje por redescubrimiento**

El aprendizaje por descubrimiento o redescubrimiento es un método de enseñanza el cual consiste en que el estudiante es el centro de todo el proceso enseñanza aprendizaje, ya que este método parte del modelo constructivista, es así como los estudiantes que mediante

investigaciones y resolución de problemas van a lograr obtener el aprendizaje deseado y este conocimiento se adaptara a las propias necesidades de cada estudiante y potenciado su desarrollo. En todo tipo de estrategia tanto el docente como los estudiante cumplen un papel determinado dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, como los menciona Guerrero, (2020):

### **Rol del docente**

El docente cumple con el rol de guía y facilitador, planteando problemas significativos a los alumnos animándolos a resolverlos con recursos propios, esto no quiere decir que ya no intervenga en el aprendizaje de los estudiantes, por el contrario promueve y anima a los estudiantes a resolver los problemas pero buscando diferentes vías de solución, esto dependiendo de las capacidades y los conocimientos de cada estudiante.

### **Rol del estudiante**

Los estudiantes son la parte fundamental del aprendizaje ya que son ellos quienes mediante la investigación podrán descubrir nuevos conocimientos, generando de tal manera aprendizaje significativo, ya que los nuevos conocimientos que se adquieran no serán la transcripción de los conocimientos del docente, el rol del estudiante en esta método o estrategias es muy activo ya que es el quien se encarga de describir y generar sus propios conocimientos con el docente de guía.

### **¿Para qué se utiliza?**

Utilizar esta estrategia en el salón de clase puede ser la más importante ya que como se mencionó anteriormente cada estudiante es un mundo y cada uno puede tener diferentes formas de resolver un ejercicio o problema, el objetivo es dejar atrás el aprendizaje memorístico y tradicional para poder implementar estrategias que permitan que el estudiante este más activo en su aprendizaje, además permite que se potencie el desarrollo de capacidades y creatividad en los estudiantes, sobre todo promueva la reflexión y pensamiento propios a través de investigaciones y resolución de problemas.

### **1.5.5 Aprendizaje por demostraciones**

La demostración es una estrategia de enseñanza aprendizaje a través del cual el docente permite que los estudiantes desarrollen procesos matemáticos que admitan comprobar una afirmación, además la demostración se asocia al saber hacer el cual se utiliza para aplicar y presentar los conocimientos adquiridos durante el aprendizaje, esta estrategia no es más que una modalidad de la exposición, más lógica y coherente que ayuda a los estudiantes a confirmar resultados.

Centro de Innovación Docente en el año 2021 menciona que “La demostración no es más que una modalidad de la exposición, más lógica, coherente y concreta, con la cual se procura confirmar una afirmación o un resultado anteriormente enunciado” (pág. 1).

## ¿Cómo se aplica?

La importancia del aprendizaje mediante demostraciones permite que los estudiantes verifiquen de las hipótesis planteadas al inicio de las clases, es por ellos que el aprendizaje por demostración tiene los siguientes pasos como lo indica (Matos & Pasek, 2008):

- **Preparación:** en esta fase el docente elabora el esquema de la demostración, previendo todos los recursos necesarios, así como la forma de participación de los educandos; su disposición y la instrucción adecuada.
- **Demostración propiamente dicha:** el docente comienza la demostración, haciendo que la misma se desarrolle en forma ordenada, clara y precisa, con el máximo de participación de la clase, no sólo en actividades de acompañamiento, sino también de reflexión.
- **Aplicación:** esta fase consiste en que el docente lleve a los educandos a repetir en un primer tiempo la demostración. Después de la demostración y su repetición, el docente hace que los educandos realicen tareas en base a la demostración efectuada.
- **Verificación del aprendizaje:** en esta última fase está destinada a la verificación del aprendizaje y se realiza en función del tipo de demostración. " Es decir, se pide a los estudiantes que comprueben, confronten la demostración."

## 1.6 Derivada de Funciones

Empleando las palabra de Wenzelburger, (1993):

Vivimos en un mundo caracterizado por cambios continuos. Es importante desarrollar métodos matemáticos para cuantificar, describir y pronosticar esos cambios. Justamente esto es el propósito del Cálculo Diferencial, que es la matemática de los cambios. Todo el Cálculo Diferencial se puede reducir a su concepto fundamental, la razón de cambio. Determinar razones de cambio de procesos continuos es muchas veces más importante que estudiar tales procesos. (pág. 97)

## CAPÍTULO II: METODOLOGÍA Y MÉTODOS

### 2.1 Tipos de Investigación

La presente investigación se desarrolló desde un enfoque mixto, cualitativo y cuantitativo.

En el marco de la investigación cuantitativa es de alcance descriptivo, porque como lo mencionan Hernández & Mendoza, (2018) “Miden o recolectan datos y reportan información sobre diversos conceptos, variables, aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o problema a investigar” (pág. 108). Esta investigación tiene como finalidad recolectar información con respecto al uso de estrategias didácticas para la enseñanza aprendizaje de derivación de funciones en los estudiantes de segundo año de bachillerato, para analizar la influencia que tiene en el proceso enseñanza aprendizaje. En este mismo enfoque es de un diseño no experimental y de carácter transversal, ya que según el mismo autor la información que se recolecta no tiene ningún tipo de manipulación por parte del investigador, es decir que los datos recolectados solamente se basaron en la observación y medición de fenómenos y variables, con respecto a los resultados que se obtuvieron en la encuesta y entrevista que se empleó tanto a docentes de la asignatura como a los estudiantes.

En el marco del enfoque cualitativo la investigación tiene un diseño de investigación-acción ya que se diseñaron diferentes estrategias didácticas que permitan la mejor comprensión de derivada de funciones de tal manera que mejore significativamente el aprendizaje de la asignatura en los estudiantes de segundo año de bachillerato como lo indica Hernández & Mendoza, 2018 “Se centra en el desarrollo y aprendizaje de los participantes; Implementa un plan de acción (para resolver el problema, introducir la mejora o generar el cambio); Se enfoca en cambios para mejorar el nivel de vida y desarrollo humano de los individuos” (pág. 553).

### 2.2 Métodos, Técnicas e Instrumentos

#### 2.2.1 Métodos

Los métodos generales o lógicos que se utilizaron en el desarrollo de esta investigación son:

- a. **Método Inductivo.** – Este método se aplicó fundamentalmente en el tercer capítulo denominados resultados y discusión. Se analizó los indicadores, que son los elementos específicos de la investigación de campo, con la finalidad de llegar a conocer aspectos generales, que en este caso fueron variables de estudio.
- b. **Método Deductivo.** – Este método que parte de aspectos o teórica de carácter general y que pretenden llegar al conocimiento profundo de aspectos particulares, se lo utilizo fundamentalmente en el diseño de la propuesta “Demostraciones”, “Resolución de Problemas” y “Redescubrimiento” aplicado en la enseñanza de cálculo diferencial y demostraciones. Básicamente se trata de comprender y entender la teoría y los modelos

de guías didácticas generales existentes en la bibliografía especializada para llegar a desarrollar de manera particular o específica la guía que servirá para solucionar las deficiencias de los estudiantes mediante el uso de estrategias didácticas.

- c. **Analítico-sintético.** – Partiendo del hecho que no hay análisis sin síntesis, ni síntesis sin previo análisis se entenderá que este método fue aplicado en todo el proyecto, pero de manera específica se aplicó en la construcción del marco teórico, ya que fue necesario entender todo lo concerniente a estrategias didácticas en álgebra y funciones y para ello se descompuso en todo en sus partes constitutivas y se sintetizó toda la información en los subtemas del capítulo.

### **2.2.2 Técnicas**

#### **a. Encuestas**

Hernández & Mendoza (2018), la encuesta consiste en un conjunto de varias preguntas que permiten al investigador recolectar información de una o varias variables. La encuesta fue aplicada la segunda semana de junio, a los estudiantes de segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, a través de un cuestionario impreso que consto de 9 preguntas relacionadas al tema de investigación.

#### **b. Entrevistas**

Hernández & Mendoza (2018), la entrevista es un instrumento más íntimo y flexible entre uno o varios entrevistadores y el entrevistado que permite intercambiar información. La entrevista fue aplicada en la cuarta semana de mayo, a los docentes de la asignatura de matemática de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, mediante un conjunto de preguntas que se realizaron personalmente con ayuda de una grabadora.

### **2.2.3 Instrumentos**

En el caso de la encuesta el instrumento utilizado fue el cuestionario que constó de 3 preguntas personales y 9 preguntas sobre estrategias didácticas las cuales fueron empleadas con la finalidad de conocer la opinión de cada uno de los estudiantes con relación al uso de estrategias didácticas para la enseñanza aprendizaje de derivación de funciones. En el caso de la entrevista estructurada, a más del cuestionario planteado se utilizó una grabadora de voz.

## **2.3 Preguntas de Investigación**

Al ser un proyecto con enfoque mixto se creyó conveniente no trabajar con hipótesis si no simplemente con preguntas científicas de investigación que están en función de los objetivos específicos del plan y que son las siguientes.

- ¿Son importantes las estrategias didácticas para mejorar la enseñanza aprendizaje de los estudiantes?
- ¿Cuáles son las principales estrategias didácticas que el docente utiliza para impartir la clase de derivación de funciones?
- ¿Cuál es estrategia didáctica que le permite a los estudiantes comprender de mejor manera derivación de funciones?

## 2.4 Matriz de operacionalización de variables

**Tabla 1** Matriz de Operacionalización

<b>OBJETIVO</b>			
Diagnosticar cuáles son las estrategias didácticas aplicadas y ejecutadas para el proceso enseñanza- aprendizaje en derivación de funciones por los docentes de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” dentro del aula para brindar una educación de calidad.			
<b>VARIABLES</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>FUENTES DE INFORMACIÓN</b>
<b>Enseñanza</b>	• Dominio en la Asignatura	Encuesta	Estudiantes
	• Uso de procedimientos	Encuesta	Estudiantes
	• Uso de Cálculo diferencial	Encuesta	Estudiantes
	• Resolución de problemas	Entrevista	Docente
	• Problemas con el aprendizaje	Entrevista	Docente
	• Uso de recursos tecnológicos	Entrevista	Docente
<b>Aprendizaje</b>	• Problemas con el aprendizaje	Encuesta	Estudiantes
	• Vida cotidiana	Encuesta	Estudiantes
	• Clases activas	Encuesta	Estudiantes
<b>Estrategias Didácticas</b>	• Uso de Simuladores	Encuesta	Estudiantes
	• Demostración de Formulas	Encuesta	Estudiantes
	• Uso de Software	Encuesta	Estudiantes
	• Tipo de estrategias	Entrevista	Docente
	• Importancia de las estrategias	Entrevista	Docente

Nota: Elaboración propia.

## 2.5 Participantes

La población o universo que se investigó a la que se le aplicó la encuesta, está compuesta de 64 estudiantes pertenecientes al 2° BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” ubicada en el cantón Ibarra provincia de Imbabura.

## **2.6 Procedimiento y análisis de datos**

Una vez diseñada la encuesta, sobre la base de la matriz de operacionalización de variables se aplicó un encuesta piloto a 15 estudiantes obteniéndose un valor o índice de confiabilidad con el Alfa de Cronbach de 0,735% equivalente a aceptable, según (George & Mallery, 2003).

Luego se aplicó la encuesta definitiva a toda la población a investigarse, para lo cual, previa autorización de las autoridades del plantel se entregó a cada estudiante el respectivo cuestionario, no sin antes explicarles el objetivo y forma de llenar; encuesta que fue aplicada en aproximadamente 15 minutos.

Los resultados obtenidos de la encuesta fueron ingresados al SPSS versión 25,0 para desde allí tabular y construir tablas de frecuencia para analizarlas y discutir las. La encuesta fue validada por dos expertos en el área.

## CAPITULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 3.1 Encuesta aplicadas a estudiantes

**Tabla 2** *Tabla cruzada Género\* Dominio de la asignatura*

			¿El docente de matemática demuestra dominio de la asignatura?				
			Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total
Género	Femenino	Recuento	1	2	1	17	21
		Porcentaje	4,8%	9,5%	4,8%	81,0%	100,0%
	Masculino	Recuento	2	7	9	26	44
		Porcentaje	4,5%	15,9%	20,5%	59,1%	100,0%
<b>Total</b>		<b>Recuento</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>43</b>	<b>65</b>
		<b>Porcentaje</b>	<b>4,6%</b>	<b>13,8%</b>	<b>15,4%</b>	<b>66,2%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Tomando en cuenta los datos mostrados en la tabla anterior el 66,2% de los estudiantes encuestados afirman que el docente domina la asignatura de matemática, sin embargo se muestra también que algunos estudiantes se encuentran en desacuerdo ya que afirman que el docente algunas veces y a veces demuestra su dominio por la asignatura. Como lo menciona Arévalo en su obra del 2010 es necesario la interacción docente-estudiante ya que cuando el docente demuestra cierto recelo en sus clases los estudiantes pueden interpretarlo como bajo dominio, inclusive uno de los factores son también que cuando el docente logra el objetivo con un cierto porcentaje de sus estudiantes, muchas de las veces se dejan de lado a los estudiantes con un nivel bajo de aprendizaje, ya que el docente no interactúa con los estudiantes tal vez aclarando dudas sobre la clase. Es importante la interacción con el docente ya que la falta de comunicación tanto docente como estudiantes puede perjudicar la enseñanza de la asignatura, el dominio de la asignatura no se trata de dictar o simplemente dar conceptos, demostrar dominio es saber interactuar, y demostrar seguridad ante los estudiantes ya que siempre se encuentra en los salones de clases los estudiantes inquietos.

**Tabla 3** *Tabla cruzada Género\* Uso de Simuladores*

			Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total
Género	Femenino	Recuento	5	5	7	4	21
		Porcentaje	23,8%	23,8%	33,3%	19,0%	100,0%
	Masculino	Recuento	12	13	19	0	44
		Porcentaje	27,3%	29,5%	43,2%	0,0%	100,0%
<b>Total</b>	<b>Recuento</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>65</b>	
	<b>Porcentaje</b>	<b>26,2%</b>	<b>27,7%</b>	<b>40,0%</b>	<b>6,2%</b>	<b>100,0%</b>	

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Respecto con los datos obtenidos la mayor parte de los encuestados respondió que con muy poca frecuencia el docente utiliza recursos tecnológicos para el tratamiento del contenido de derivadas, lo cual nos indica que el docente no utiliza estrategias didácticas o recursos que permitan despertar el interés en los estudiantes y facilitando su aprendizaje. Empleando las palabras de Ponciano & Sosa (2016), es muy importante el uso de tecnología en la educación ya que actualmente en la vida cotidiana hacemos uso constante de la tecnología y los jóvenes se encuentran muy familiarizados con la misma, lo cual se les facilitaría el uso y el aprendizaje de la asignatura, además el uso de tecnologías podría provocar cambios en el conocimiento y aprendizaje en los estudiantes, al igual que despertaría su interés por aprender. El problema de que los docente no utilicen recursos didácticos se debe a que la mayor parte de los docente de avanzada edad más que todo, enseñan no tanto de una manera tradicional más bien enseñan o repiten los proceso de enseñanza que sus docentes les enseñaron, y es importante implementar diferentes recursos o métodos que incentiven al estudiante.

**Tabla 4** *Tabla cruzada Género\* Uso de Procedimientos*

		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
¿El docente de matemáticas resuelve problemas de cálculo diferencial aplicando diferentes procedimientos?							
Género	Femenino	Recuento	1	6	5	9	21
		Porcentaje	4,8%	28,6%	23,8%	42,9%	100,0%
	Masculino	Recuento	3	13	17	11	44
		Porcentaje	6,8%	29,5%	38,6%	25,0%	100,0%
<b>Total</b>		<b>Recuento</b>	<b>4</b>	<b>19</b>	<b>22</b>	<b>20</b>	<b>65</b>
		<b>Porcentaje</b>	<b>6,2%</b>	<b>29,2%</b>	<b>33,8%</b>	<b>30,8%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Referente a esta pregunta los resultados muestran que el docente utiliza casi siempre diferentes métodos de resolución es decir que el docente, al momento de impartir sus clases utiliza un solo procedimiento para resolver los ejercicios y no demuestra que con el uso de diferentes métodos se puede llegar a una misma solución. Las preguntas son una manera de estimular al estudiante con la actividad mental en busca de diferentes vías de resolución de los problemas. Como mencionan Díaz & Díaz (2018), “Permiten organizar el proceso de búsqueda de la vía de solución. Estos se estructuran, generalmente, en cuatro fases que incluyen: la comprensión, la elaboración de un plan, la ejecución del plan y la evaluación del plan” (pág. 65). Muchas de las veces los estudiantes están cansados de la monotonía de las clases es decir de tener que copiar fórmulas o pasos para resolver ejercicios o problemas matemáticos, pero este estrategias permite que los estudiantes con algunas indicaciones se cuestionen e intenten resolver los problemas a su manera, utilizando ya sea la matemática o la física para encontrar la solución de tal manera que las clases sean más investigativas y entretenidas para el estudiante.

**Tabla 5** *Tabla cruzada Género\*Demostración de Formulas*

			¿El docente demuestra las fórmulas de derivación de forma argumentada para asegurar su veracidad?				
			Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total
Género	Femenino	Recuento	2	4	7	8	21
		Porcentaje	9,5%	19,0%	33,3%	38,1%	100,0%
	Masculino	Recuento	2	15	16	11	44
		Porcentaje	4,5%	34,1%	36,4%	25,0%	100,0%
<b>Total</b>		<b>Recuento</b>	<b>4</b>	<b>19</b>	<b>23</b>	<b>19</b>	<b>65</b>
		<b>Porcentaje</b>	<b>6,2%</b>	<b>29,2%</b>	<b>35,4%</b>	<b>29,2%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

De acuerdo con los datos obtenidos, en la tercera y cuarta columna los estudiantes señalan que el docente si demuestra las fórmulas de derivación de forma argumentada, pero de igual manera el 29,2% indican que muy pocas veces lo hace. Castor (2003) argumenta que, “La matemática escolar está llena de reglas y teoremas, muchos de ellos necesariamente tienen que ser explicados, contruidos y demostrados en las clases de matemática” (pág. 210). La demostración de fórmulas de cualquier temática relacionado ya sea a física o matemática, en la actualidad no es muy usado, sin embargo es de gran importancia ya que permiten desarrollar la comprensión en lo estudiantes, ya que muchas de las veces los textos del ministerio tienen incluidas las fórmulas, pero estos no explican de donde o como salieron la fórmulas y el aprendizaje se convierte más memorísticos en los estudiantes ya que no se fomenta el razonamiento matemático o a ser argumentativos ni críticos.

**Tabla 6** *Tabla cruzada Género\* Problemas con el Aprendizaje*

		¿Suele tener problemas al resolver ejercicios de derivadas de funciones algebraicas?					
		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
Género	Femenino	Recuento	3	6	10	2	21
		Porcentaje	14,3%	28,6%	47,6%	9,5%	100,0%
	Masculino	Recuento	6	16	18	4	44
		Porcentaje	13,6%	36,4%	40,9%	9,1%	100,0%
<b>Total</b>	<b>Recuento</b>	<b>9</b>	<b>22</b>	<b>28</b>	<b>6</b>	<b>65</b>	
	<b>Porcentaje</b>	<b>13,8%</b>	<b>33,8%</b>	<b>43,1%</b>	<b>9,2%</b>	<b>100,0%</b>	

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Como se puede evidenciar en los resultados, si sumamos los resultados obtenidos en la columna 3 y 4 un poco más de la mitad de los estudiantes mencionan que tienen problemas para resolver ejercicios de derivadas de funciones. Gutiérrez et al, Los estudiantes suelen tener problemas al resolver problemas o ejercicios, ya que los resuelven de manera mecánica, además de que muy pocas veces comprenden muy bien ya sean los conceptos o procedimientos en 2017, concluyó que los estudiantes suelen identificar con facilidad las reglas de derivación, sin embargo, cuando ya lo ponen en práctica comenten errores algebraicos y aritméticos que no permiten llegar a la solución correcta. Usualmente los docentes se enfocan en dictar los temas y dar conceptos, pero la enseñanza aprendizaje debe enfocarse en cómo y con que recursos el docente permite que el estudiantes sea quien descubra su conocimiento, los resultados obtenidos nos señalan que ya sea por problemas aritméticos o algebraicos los estudiantes tienen dificultades, ya que no se está profundizando con los temas o dando retroalimentación.

**Tabla 7** *Tabla cruzada Género\* Uso de Calculo Diferencial*

		¿El docente resuelve problemas de física y otros campos de las matemáticas aplicando los fundamentos del cálculo diferencial?					
		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
Género	Femenino	Recuento	0	4	9	8	21
		Porcentaje	0,0%	19,0%	42,9%	38,1%	100,0%
	Masculino	Recuento	5	12	17	10	44
		Porcentaje	11,4%	27,3%	38,6%	22,7%	100,0%
<b>Total</b>		<b>Recuento</b>	<b>5</b>	<b>16</b>	<b>26</b>	<b>18</b>	<b>65</b>
		<b>Porcentaje</b>	<b>7,7%</b>	<b>24,6%</b>	<b>40,0%</b>	<b>27,7%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Referente con los datos obtenidos en la encuesta, el 40% de los encuestados afirma que casi siempre el docente resuelve problemas relacionados a física y matemática utilizando cálculo diferencial, sin embargo contabilizando las tres primeras columnas podemos concluir que el docente generalmente no resuelve problemas utilizando cálculo diferencial en la asignatura. Díaz & Díaz mencionan en su obra de 2018 que el uso de resolución de problemas como una estrategia didácticas es de suma importancia ya que con esta se pretende estimular a los estudiantes a pensar y razonar sobre los problema ya sean de dentro como fuera del salón de clases, además de que la resolución de problemas permite que los estudiantes empleen expresiones lógicas y concretas que le despierte la necesidad de reflexión y el manejo de procesos que contribuyen de manera significativa en el aprendizaje de los estudiantes. Es poco frecuente pero existen docente que son conformista y simplemente dictan las clases con respecto a lo que los libros del ministerio dicen, y no profundizan más sobre el tema, los libros del ministerio generalmente vienen con errores o con muy pocos ejercicios y problemas para poder comprender un tema, siempre es necesario el uso de otros medios y recursos para que los estudiantes conozca y comprendan a profundidad los temas que se ven en clases.

**Tabla 8** *Tabla cruzada Género\* Vida Cotidiana*

		¿Considera que las clases de matemáticas se relacionan con situaciones de la vida cotidiana?					
		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
Género	Femenino	Recuento	3	6	4	8	21
		Porcentaje	14,3%	28,6%	19,0%	38,1%	100,0%
	Masculino	Recuento	3	13	18	10	44
		Porcentaje	6,8%	29,5%	40,9%	22,7%	100,0%
<b>Total</b>	<b>Recuento</b>	<b>6</b>	<b>19</b>	<b>22</b>	<b>18</b>	<b>65</b>	
	<b>Porcentaje</b>	<b>9,2%</b>	<b>29,2%</b>	<b>33,8%</b>	<b>27,7%</b>	<b>100,0%</b>	

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Referente a la pregunta la mayor parte de los estudiantes afirmaron que el docente relaciona las clases de matemática con el contexto diario, ya que solo el 9,2 % de los estudiantes menciono que rara vez el docente relaciona las matemáticas con situaciones de la cotidianidad. García, (2022) menciona que “Mediante el uso de la derivada podemos conocer: la variación del espacio en función del tiempo, el crecimiento de una bacteria en función del tiempo, el desgaste de un neumático en función del tiempo, el beneficio de una empresa en función del tiempo” (párr. 2). En consecuencia, el aprendizaje de derivadas es primordial ya que esta se presenta en muchos aspecto de la vida, de tal manera que en la enseñanza de derivadas es fundamental señalar la relación o de qué manera influye o ayuda en la vida cotidiana ya que esto despierta el interés en los estudiantes por las funciones que tienen dentro de la vida cotidiana y en que aspecto pude encontrar o aplicar lo aprendido, incentivándolo en la investigación sobre el tema.

**Tabla 9** *Tabla cruzada Género\* Uso de Software*

		¿El docente utiliza recursos tecnológicos como una estrategia de enseñanza para el estudio de derivadas de funciones algebraicas?					
		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
Género	Femenino	Recuento	4	5	7	5	21
		Porcentaje	19,0%	23,8%	33,3%	23,8%	100,0%
	Masculino	Recuento	12	13	14	5	44
		Porcentaje	27,3%	29,5%	31,8%	11,4%	100,0%
<b>Total</b>	<b>Recuento</b>	<b>16</b>	<b>18</b>	<b>21</b>	<b>10</b>	<b>65</b>	
	<b>Porcentaje</b>	<b>24,6%</b>	<b>27,7%</b>	<b>32,3%</b>	<b>15,4%</b>	<b>100,0%</b>	

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Según los datos obtenidos el 15,4% de los estudiantes señalan que el docente siempre utiliza recursos tecnológicos en el desarrollo de derivación de funciones, sin embargo, el 24,6% de los estudiantes señalaron que el docente casi nunca utiliza esta estrategias para facilitar el aprendizaje. La realidad aumentada o simuladores son algunos ejemplos de recursos tecnológicos que se puede utilizar dentro del aula menciona Ruiz et al (2018) ya que estos elementos virtuales permiten que los estudiantes vean más allá de lo que se imparte en las clases, y ayuda a que el estudiantes se plantee situaciones que se representan en diferentes contextos y de tal manera que no tenga la necesidad de manipular pero pueda observar diferentes recursos para profundizar el tema. El uso de recursos tecnológicos como estrategia didáctica para la enseñanza de derivación de funciones es de suma importancia ya que permite que los estudiantes tengan una doble visión sobre los temas de derivación ya que de esta manera pueden profundizar el tema e indagar, el uso de recursos tecnológicos busca despertar el interés por aprender e investigar, además que permite que los estudiantes aprendan de una manera diferente y con tecnología que ellos se sienten más familiarizados.

**Tabla 10** *Tabla cruzada Género\* Clases Activas*

		¿Las clases de cálculo diferencial son dinámicas y participativas?					
		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
Género	Femenino	Recuento	1	9	7	4	21
		Porcentaje	4,8%	42,9%	33,3%	19,0%	100,0%
	Masculino	Recuento	7	10	19	8	44
		Porcentaje	15,9%	22,7%	43,2%	18,2%	100,0%
<b>Total</b>	<b>Recuento</b>	<b>8</b>	<b>19</b>	<b>26</b>	<b>12</b>	<b>65</b>	
	<b>Porcentaje</b>	<b>12,3%</b>	<b>29,2%</b>	<b>40,0%</b>	<b>18,5%</b>	<b>100,0%</b>	

Fuente: Encuesta aplicada en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”. Elaboración propia.

Tomando en cuenta los resultados obtenidos el 42,9% del género femenino señala las clases que el docente imparte casi nunca son dinámicas y participativas, sin embargo, el 43,2 del género masculino indica que casi siempre las clases son dinámicas por lo cual habría una contraposición entre las opiniones de los estudiantes con respecto a las clases del docente. Cardoza et al, en su obra de 2019 menciona que la educación se ha quedado estancada ya que se siguen utilizando métodos y estrategias antiguas por así decirlo, y el docente debe de igual manera interactuar con los estudiantes, dejar atrás el método conductista. La educación al igual que la tecnología debe innovarse con el pasar de los años, y las estrategias que los docentes utilizan deben ser más que innovadoras, involucrar al estudiante ya que generalmente la enseñanza de la matemáticas involucra el pizarrón y un texto, más allá de eso el docente y el estudiante deben estar involucrados en la enseñanza-aprendizaje usando diversos métodos o recursos que permitan que el aprendizaje sea más dinámicos y participativos y dejar atrás las clases monótonas.

**Tabla 11** *Tabla cruzada Género\* Dominio en la Asignatura; Uso de procedimientos; Uso de Cálculo diferencial*

		Procesos de Enseñanza de Matemática					
			Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total
Género	Femenino	Recuento	0	3	9	9	21
		Porcentaje	0,0%	14,3%	42,9%	42,9%	100,0%
	Masculino	Recuento	1	10	23	10	44
		Porcentaje	2,3%	22,7%	52,3%	22,7%	100,0%
<b>Total</b>		<b>Recuento</b>	<b>1</b>	<b>13</b>	<b>32</b>	<b>19</b>	<b>65</b>
		<b>Porcentaje</b>	<b>1,5%</b>	<b>20,0%</b>	<b>49,2%</b>	<b>29,2%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia.

Considerando los resultados que se muestran en la tabla señala que el 49,2% de los encuestados afirman que el docente casi siempre demuestra dominio en la asignatura, resolver problemas matemáticos usando diferentes procedimientos y hace uso del cálculo diferencial para el desarrollo de las misma, sin embargo no se debe olvidar del resto de los estudiante ya que como se indicó más de la mitad de los estudiantes están de acuerdo con la enseñanza del docente sin embargo todavía el docente debe mejor ya que aún existe un porcentaje que no está de acuerdo y señala que pocas veces o rara vez el docente se encuentra en las capacidades o demuestra dominio en la asignatura, ya que no se debe olvidar que ser docente no es simplemente dictar una clase y desarrollar un sinnúmero de ejercicios siempre es necesario esclarecer las dudas de todos los estudiantes y brindar refuerzos si es necesario para que todos puedan cumplir con los objetivos deseados dentro de la asignatura, el docente además debe ser una persona que brinde apoyo a sus estudiantes, permitiéndoles ser críticos reflexivos, que puedan desarrollar razonamiento lógico de tal manera que se sientan motivados a investigar; generalmente se escucha que la matemática es exacta sin embargo no por ser exacta tienen un solo método de solución siempre es satisfactorio permitir al estudiante que sea innovador e investigue ya que puede llegar a una misma respuesta pero no todos con los mismos procedimientos.

**Tabla 12** *Tabla cruzada Género\* Problemas con el aprendizaje; Vida cotidiana; Clases activas*

		Procesos de Aprendizaje de Matemática					
		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
Género	Femenino	Recuento	1	9	9	2	21
		Porcentaje	4,8%	42,9%	42,9%	9,5%	100,0%
	Masculino	Recuento	2	13	29	0	44
		Porcentaje	4,5%	29,5%	65,9%	0,0%	100,0%
Total	Recuento	<b>3</b>	<b>22</b>	<b>38</b>	<b>2</b>	<b>65</b>	
	Porcentaje	<b>4,6%</b>	<b>33,8%</b>	<b>58,5%</b>	<b>3,1%</b>	<b>100,0%</b>	

Fuente: Elaboración propia.

Referente con los datos que muestra la tabla más del 50% de los encuestados mencionan que el docente casi siempre relaciona la vida cotidiana con los temas tratados en clases, sin embargo, si tomamos en cuenta dentro del indicador se tiene, problemas con el aprendizaje, lo es un poco preocupante ya que más del 50% casi siempre tiene problemas con el aprendizaje de derivación de funciones, lo cual pondría en evidencia al docente señalando que no utiliza las debidas estrategias, técnicas y recursos para poder llegar al estudiante y permitirle aprender ya sea de manera didáctica, dinámica y que le incentive a la investigación, si el docente emplea diversos recursos dentro del aula ya sean digitales o del medio la enseñanza tomaría otro rumbo permitiendo al estudiantes tomar diferentes vías para poder llegar al aprendizaje deseado y dejando atrás la monotonía al momento de aprender matemática. Como menciona Fernández, (2013) “los contenidos matemáticos deben estar relacionados con el entorno en que se desenvuelven los alumnos y deben tener sentido para ellos para que entiendan la materia como algo vivo que puede ayudarles a resolver múltiples situaciones en la vida diaria” (pág. 23). Por lo que es importante no solo relacionar la vida diaria con la matemática, si no motivar al estudiante, haciendo así las clases más dinámicas y participativas, permitiendo al estudiante construir sus conocimientos con ayuda del docente.

**Tabla 13** Tabla cruzada Género\* Uso de Simuladores; Demostración de Formulas; Uso de Software

		Uso de Estrategias Didácticas					
		Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre	Total	
Género	Femenino	Recuento	2	5	10	4	21
		Porcentaje	9,5%	23,8%	47,6%	19,0%	100,0%
	Masculino	Recuento	2	19	23	0	44
		Porcentaje	4,5%	43,2%	52,3%	0,0%	100,0%
<b>Total</b>		<b>Recuento</b>	<b>4</b>	<b>24</b>	<b>33</b>	<b>4</b>	<b>65</b>
		<b>Porcentaje</b>	<b>6,2%</b>	<b>36,9%</b>	<b>50,8%</b>	<b>6,2%</b>	<b>100,0%</b>

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede evidenciar en la tabla sobre el uso de estrategias didácticas el 50,8% de los estudiantes señalan que el docente casi siempre usa recursos tecnológicos para desarrollar y demostrar el porqué de las fórmulas, Haciendo mención las palabras de Delgado et al, 2021 hoy en día los docentes deben estar familiarizados con el uso de diferentes recursos didácticos que permitan despertar el interés de los estudiantes ya que los estudiantes necesitan “aprender a aprender” es decir que deben desarrollar habilidades de investigación, búsqueda y selección ya que no todo lo que se encuentra en el internet es de entera confiabilidad, los estudiantes deben aprender a discernir la información que más les convenga para poder llegar a los conocimientos deseados. Tanto el uso de recursos tecnológicos como la demostración de fórmulas permiten que el estudiante desarrolle un aprendizaje significativo, a pesar de que en la actualidad el ministerio de educación no considera, primordial dentro del currículo la demostración de fórmulas es fundamental ya que permite que el estudiante conozcan y sepa de donde provienen las fórmulas ya que en los textos facilitados por el ministerio simplemente se señala las fórmulas pero muchas de las veces lo estudiantes desconocen de donde y porque se utilizan esas formulas, y con el uso de recursos tecnológicos los estudiantes pueden indagar más a fondo y de tal manera generar sus propios conocimientos.

### **3.2 Entrevista aplicada al Docente**

#### ***Pregunta 1. ¿Cómo docente de matemáticas resuelve problemas de física aplicando el cálculo diferencial?***

Según el docente entrevistado Anónimo (2022), afirma que en matemática si se resuelven ejercicios de física utilizando derivación, sin embargo, dentro de la institución cálculo diferencial se ve en tercero de bachillerato en el último quimestre y no se puede profundizar bien los temas ya que a veces no alcanza el tiempo.

Vergel et al (2019) afirma que el estudio de cálculo diferencia es de suma importancia en la educación superior, ya que esta es un disciplina fundamental para cualquier carrera técnica o científica. El estudio del Calculo diferencia es de suma importancia sin embargo si el ministerio de educación no lo considera de esta manera los docentes no pueden hacer más que seguir lo que está estipulado en la malla curricular de segundo BGU. Con respecto a la respuesta que dio el entrevistado afirma que si se resuelve problemas aplicando cálculo diferencial sin embargo el tiempo no da para desarrollar correctamente los temas, y al comparar con las respuestas obtenidas en la encuesta solo el 27,7% afirma que se resuelven problemas con cálculo diferencial.

#### ***Pregunta 2. ¿Qué tipos de estrategias emplea para desarrollar el contenido de cálculo diferencial?***

Según Anónimo (2022) menciona que realiza un diagnóstico para saber en qué nivel se encuentran los estudiantes para comenzar el tema, y en su caso el docente trabaja derivación desde demostración de las fórmulas para poder profundizar los temas y pasar a trabajar con las fórmulas de sumas, producto, etc.

Empleando las palabras de Vargas en su obra de 2020 define a las estrategias educativas como un conjunto de recursos o medios que permiten al docente procesionar cierta información sus estudiantes de tal manera que facilite la comprensión de los temas. Comparando con los resultados de la tabla 4, los estudiantes afirmaron que el docente si demuestra las fórmulas de derivación tal como el docente menciono en su entrevista. Hay que tomar en cuenta que es muy importante en la enseñanza de matemática hacer uso del aprendizaje por demostración, puesto que generalmente solo se incentiva a un aprendizaje mecánico, si el docente emplea como una estrategia la demostración de fórmulas incentiva a los estudiantes a la investigación e indagar de donde salen y del porqué de las fórmulas matemáticas.

***Pregunta 3. Como docente de matemática ¿Qué problemas a tenido con los estudiantes en el tratamiento de derivadas?***

Los estudiantes generalmente tienen problema con la factorización, y si es un poco complicado ya que para la derivación se utilizan muchos casos de factorización.

Mercapide, en su investigación de 2018 argumenta los problemas evidentes que presenta los estudiantes al estudiar cálculo diferencial, y esto no es al momento de desarrollar problemas o identificar las reglas de derivación, es más bien que carecer de dominio global de conceptos. En estos últimos años se ha podido evidenciar los vacíos que los estudiantes tienen respecto al aprendizaje de la matemática y es un gran problema ya que estos últimos años a causa de la pandemia o conflictos del país la educación virtual no ha sido de gran ayuda en el proceso de enseñanza aprendizaje de matemática ya que los estudiantes tienen grandes dificultades en diferentes temas que están relacionados al cálculo diferencial.

***Pregunta 4. Utiliza recursos tecnológicos para el desarrollo del contenido de derivadas de funciones algebraicas***

Se utiliza calculadora gráfica, además de GeoGebra para las funciones y de esta manera indicarles la derivación más que todo la derivación de funciones trigonométricas

Desde el punto de vista de Vargas (2020) el uso de estrategias didácticas como la implementación de recursos tecnológicos permiten que las clases sean más llevaderas es decir que permiten que los estudiantes estén más activos en el aprendizaje además de promover el trabajo colaborativo e interactivo entre docente y estudiante, con el único fin de lograr con los objetivos académicos y fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. Haciendo una comparación con los datos obtenidos en la encuesta aplicada a los estudiantes afirma que el docente utiliza recursos tecnológicos para el desarrollo del contenido de derivadas sin embargo, es un porcentaje bajo que lo afirma, como una estrategia didácticas es imparte el uso de las nuevas tecnologías ya que permiten que los estudiantes estén más despiertos en las clases ya que si solo se utiliza el pizarrón y el docente dicta, no hay ningún tipo de aprendizaje significativo y mucho menos motivación en los estudiantes que les fomente la investigación y una razonamiento lógico y crítico, lo que si se utiliza recursos tecnológicos los estudiantes pueden ver desde otra perspectivas las clases y por ende las clases serían más dinámicas y participativas.

***Pregunta 5. ¿Cuál es la importancia de usar estrategias didácticas para el desarrollo de las clases de matemáticas?***

Es muy importante que los docente utilicen estrategias didácticas ya que permiten que sea un poco más fácil la enseñanza de las temáticas y siempre es necesario buscar nuevas opciones para que todos los estudiantes puedan entender, además menciona que una de su estrategias es resolver junto con los estudiante ejercicios fácil e ir aumentando la dificultad.

Teniendo en cuenta a Flores (2014) estrategias didácticas son procesos, métodos, técnicas que los docente emplean para organizar las acciones del proceso educativo, con el fin de alcanzar las metas y objetivos propuestos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El uso de resolución de problemas es una buena opción como una estrategia didácticas sin embargo para el desarrollo de derivación de funciones siempre es importante utilizar otros medios que permitan que el estudiantes pueda comprender y entender más a fondo las temáticas ya que solo con la resolución de problemas se incentiva al estudiante a ser memorístico, además siempre se debe considerar las capacidades de todos los estudiantes ya que de tal manera se puede implementar estrategias que les permita a todos los estudiantes estar dentro del proceso de aprendizaje.

## **CAPITULO IV: PROPUESTA**

### **4.1 Título**

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA MEJORAR LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE DERIVACIÓN DE FUNCIONES.

### **4.2 Justificación**

Generalmente en el desarrollo de las clases de física no se utilizan estrategias didácticas y esto se debe al desconocimiento de algunos docentes. Esta la razón por la que se diseñó la guía didáctica cuyo objetivo principal es facilitar el proceso enseñanza aprendizaje de derivación de funciones.

En base a los análisis obtenidos en la encuesta aplicada a los estudiantes de segundo BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” se pudo apreciar que el uso de estrategia didácticas no es muy usual para el desarrollo de las clases por parte del docente lo que evidencio cierto déficit de aprendizaje con el respetivo tema.

Los principales beneficiarios de la presente guía didáctica son los docentes del área de matemática de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” de la provincia de Imbabura Ibarra, ya que las guías contarán con diferentes estrategias didácticas que permitan que el docente desarrolle las clases de manera atractiva y divertida, facilitando así el proceso de enseñanza aprendizaje en los estudiantes, por otro lado los estudiantes también son beneficiaron puesto que la implementación de las guías didácticas permitirán desarrollar las actividades de manera activa dejando atrás lo tradicional.

### **4.3 Impactos**

Lo que se pretende con la elaboración de la presente propuesta investigativa es orientar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial de los estudiantes de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, aplicando diferentes estrategias didácticas que le ayuden al estudiante a despertar el gusto por el estudio de las matemáticas.

El uso de una guía didáctica permitirá desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje de la unidad didáctica de cálculo diferencial aplicando estrategias que permitan dinamizar los procesos de construcción del nuevo conocimiento.

La presente guía didáctica contribuirá a los procesos de construcción del conocimiento mediante la aplicación de estrategias didácticas como: la demostración de fórmulas, resolución de problemas aplicados al contexto de la realidad y la resolución de ejercicios aplicando la técnica del redescubrimiento, lo que permitirá que el estudiante pueda aplicar los fundamentos del cálculo diferencial en el ámbito de la física y en problemas relacionados al contexto de la vida cotidiana.

#### **4.4 Objetivos**

##### **General:**

- Diseñar una guía didáctica, aplicando estrategias activas para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje de derivación de funciones

##### **Específicos:**

- Elaborar una guía aplicando estrategias didácticas para el estudio del cálculo diferencial.
- Fundamentar las bases teóricas de las estrategias didácticas a ser implementadas en el estudio de derivadas de funciones.

GUÍA DE ESTRATEGIAS  
DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA  
APRENDIZAJE APLICADAS A  
CÁLCULO DIFERENCIAL

UNIVERSIDAD  
TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN,  
CIENCIA Y TECNOLOGÍA

*PEDAGOGÍA DE LAS  
CIENCIAS  
EXPERIMENTALES*



ERIKA ANDRANGO

## Estrategia

- Aprendizaje por demostraciones

## Fundamentación

La demostración es una estrategia de enseñanza aprendizaje a través del cual el docente permite que los estudiantes desarrollen procesos matemáticos que admitan comprobar una afirmación, además la demostración se asocia al saber hacer el cual se utiliza para aplicar y presentar los conocimientos adquiridos durante el aprendizaje, esta estrategia no es más que una modalidad de la exposición, más lógica y coherente que ayuda a los estudiantes a confirmar resultados.

## Objetivos

Demostrar las fórmulas de las derivadas de las funciones algebraicas aplicando la definición de límites

## Estructuración

### Definición:

Sea una función  $f(x)$  se define a su derivada  $f'(x)$  como:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Para toda “x” siempre que el límite exista y sea presentado por:

$$y'; f'(x) \text{ ó } \frac{dy}{dx}$$

## DERIVADA DE LA FUNCIÓN CONSTANTE

$y = k$	$\frac{dy}{dx} = 0$
---------	---------------------

La derivada de una constante es igual a cero, ya que este número no varía en función de ninguna variable.

### ¿Por qué la derivada de una constante es cero?

#### ¡Vamos a ver!

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Aplicamos la definición de derivada

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{k - k}{\Delta x}$$

Reemplazamos los valores de  $f(x) = k$ , como K no tiene x no le sumamos su incremento

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{0}{\Delta x}$$

Reducimos los términos semejantes

---

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{0}{\Delta x} = 0$$

Reemplazamos el valor de  $\Delta x \rightarrow 0$

---

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

---

## DERIVADA DE UNA VARIABLE RESPECTO A SI MISMA

$$y = x$$

$$\frac{dy}{dx} = 1$$

La derivada de una variable respecto a si misma es igual a 1. Es decir la derivada de la función identidad es igual a la unidad.

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Aplicamos la definición de derivada

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x + \Delta x - x}{\Delta x}$$

Reemplazamos los valores de  $f(x) = x$

Reducimos los términos semejantes

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta x}$$

Simplificamos

---

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} 1 = 1$$

---

$$\frac{dy}{dx} = 1$$

---

## DERIVADA DE UNA CONSTANTE POR UNA FUNCIÓN

$y = kf$	$\frac{dy}{dx} = kf'(x)$
----------	--------------------------

La derivada de una constante por una función es igual al producto de la constante por la derivada de la función.

**¿Cómo sabemos que la derivada de una constante por una función es igual a la constante?**

**¡Vamos a ver!**

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Aplicamos la definición de derivada

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{kf(x + \Delta x) - kf(x)}{\Delta x}$$

Multiplicamos a cada una de las partes por la constante

---

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} k \left( \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right)$$

Factorizamos

---

$$\frac{dy}{dx} = k \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Propiedad de límites sacamos la constante fuera del límite y reemplazamos  $\Delta x \rightarrow 0$

---

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Rescribir para dar forma de la fórmula de derivada de un cociente

---

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot f'(x)$$

---

## DERIVADA DE LA SUMA DE FUNCIONES

$$y = f + g$$

$$\frac{dy}{dx} = f' + g'$$

La derivada de una suma de funciones es simplemente la suma de derivadas de cada función, esta regla también se aplica a la resta.

### ¡Demostremos la derivada de la suma de funciones!

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Utilizamos la definición de derivada

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - f(x) - g(x)}{\Delta x}$$

Como tenemos la suma de dos funciones damos incremento a cada una de las partes

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

Reordenamos los términos

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

Límite de la suma

$$\frac{dy}{dx} = f' + g'$$

## DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES

$y = f \cdot g$	$\frac{dy}{dx} = f'g + fg'$
-----------------	-----------------------------

La derivada de un producto de dos funciones es la primera función multiplicada por la derivada de la segunda función, más la segunda función multiplicada por la derivada de la primera función.

**¿Por qué la derivada de un producto no es el producto de las derivadas?**

**¡Vamos a demostrarlo!**

$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	Utilizamos la definición de derivada
$(f(x) \cdot g(x))' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x)g(x + \Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x}$	Sustituimos $f(x) \cdot g(x)$ y obtenemos
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x)g(x + \Delta x) - f(x)g(x + \Delta x) + f(x)g(x + \Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x}$	Sumamos y restamos $f(x)g(x + \Delta x)$ al numerador, para no afectar la expresión.
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x + \Delta x)(f(x + \Delta x) - f(x)) + f(x)(g(x + \Delta x) - g(x))}{\Delta x}$	Factorizamos
$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x + \Delta x)(f(x + \Delta x) - f(x))}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x)(g(x + \Delta x) - g(x))}{\Delta x}$	Dividimos la expresión en dos partes
$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot g(x + \Delta x) + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x} \cdot f(x)$	Aplicamos la propiedad de los límites obtenemos
$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x + \Delta x) + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x)$	Reemplazamos $\Delta x \rightarrow 0$
$(f(x) \cdot g(x))' = f'g + fg'$	

## DERIVADA DE UN COCIENTE DE FUNCIONES

$$y = \frac{f}{g}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{gf' - fg'}{g^2}$$

La derivada de un cociente de funciones es igual a la derivada del numerador por el denominador menos la derivada del denominador por el numerador, dividido por el denominador elevado al cuadrado.

**¿Complicado de entenderlo, verdad?**

**¡Veamos su demostración!**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Utilizamos la definición de derivada

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x + \Delta x)}{g(x + \Delta x)} - \frac{f(x)}{g(x)}}{\Delta x}$$

Sustituimos  $\frac{f(x)}{g(x)}$  y obtenemos

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x + \Delta x)g(x) - f(x)g(x + \Delta x)}{g(x)g(x + \Delta x)}}{\Delta x}$$

Sacamos mínimo común denominador del numerador.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x)g(x) - f(x)g(x + \Delta x)}{g(x + \Delta x)g(x)\Delta x}$$

Regla de la fracciones

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x)g(x) - g(x)f(x) + g(x)f(x) - f(x)g(x + \Delta x)}{g(x + \Delta x)g(x)\Delta x}$$

Sumamos y restamos  $g(x)f(x)$  en el numerador, para no afectar la expresión.

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x)[f(x + \Delta x) - f(x)] + f(x)[g(x) - g(x + \Delta x)]}{g(x + \Delta x)g(x)\Delta x}$$

Factorizamos

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x)[f(x + \Delta x) - f(x)]}{g(x + \Delta x)g(x)\Delta x} - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x)[g(x) - g(x + \Delta x)]}{g(x + \Delta x)g(x)\Delta x}$$

Dividimos la expresión en dos partes y aplicamos la propiedad de los límites

---

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{g(x + \Delta x)g(x)} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[f(x + \Delta x) - f(x)]}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x + \Delta x)g(x)} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[g(x) - g(x + \Delta x)]}{\Delta x}$$

Reemplazamos  
 $\Delta x \rightarrow 0$

---

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{g(x)g(x)} \cdot f'(x) + \frac{f(x)}{g(x)g(x)} \cdot g'(x)$$

Simplificación algebraica

---

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{g^2(x)} \cdot f'(x) - \frac{f(x)}{g^2(x)} \cdot g'(x)$$

Rescribir para dar forma de la fórmula de derivada de un cociente

---

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

---

## DERIVADA DE UNA POTENCIA

$y = x^n$	$\frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$
-----------	-----------------------------------

La regla de la potencia se define como la derivada de una variable elevada a un exponente numérico. Esta regla, sin embargo, solo se limita a variables con exponentes numéricos. Por lo tanto, las variables o funciones elevadas a otra variable o función no pueden usar esta regla.

### ¿Cómo demostraremos la fórmula de derivación de una potencia?

#### ¡Lo demostramos!

$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	Utilizamos la definición de derivada
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^n - (x)^n}{\Delta x}$	Aplicando el teorema del binomio $(x + \Delta x)^n$ tenemos $x^n + nx^{n-1}\Delta x + \dots + nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n$
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}\Delta x + \dots + nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n - x^n}{\Delta x}$	Sustituimos en la ecuación de límite
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{nx^{n-1}\Delta x + \dots + nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n}{\Delta x}$	Reducimos los términos semejantes
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{nx^{n-1}\Delta x}{\Delta x} + \dots + \frac{nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n}{\Delta x}$	Dividimos cada termino por $\Delta x$
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (nx^{n-1}\Delta x^{1-1} + \dots + nx\Delta x^{(n-1)-1} + \Delta x^{n-1})$	Reducimos términos semejantes
$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (nx^{n-1} + \dots + nx\Delta x^n + \Delta x^{n-1})$	Reemplazamos $\Delta x \rightarrow 0$
$\frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$	

## RESUMEN DE FÓRMULAS

### Reglas de Derivación de Funciones Algebraicas

Derivadas	Función	Fórmula de la derivada
Derivada de una constante	$y = k$	$\frac{dy}{dx} = 0$
Derivada de variable respecto a si misma	$y = x$	$\frac{dy}{dx} = 1$
Derivada de una constante por una función	$y = kf$	$\frac{dy}{dx} = kf'$
Derivada de la Suma	$y = f + g$	$\frac{dy}{dx} = f' + g'$
Derivada de un producto	$y = f \cdot g$	$\frac{dy}{dx} = f' \cdot g + f \cdot g'$
Derivada de un Cociente	$y = \frac{f}{g}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
Derivada de una Potencia	$y = x^n$	$\frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$

## Problema: APLICANDO DERIVADAS

### PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

#### Enunciado:

La ecuación de movimiento de una partícula es  $s = 2t^2 + 5t$ , donde  $s$  se mide en centímetros y  $t$  en segundos. Determinar la velocidad final y la aceleración el desplazamiento, en un tiempo es de 3 segundos.

### ANTES DE LA RESOLUCIÓN: Comprensión del Problema

#### Pregunta:

¿Cuál es la velocidad final al cabo de 3 segundos?

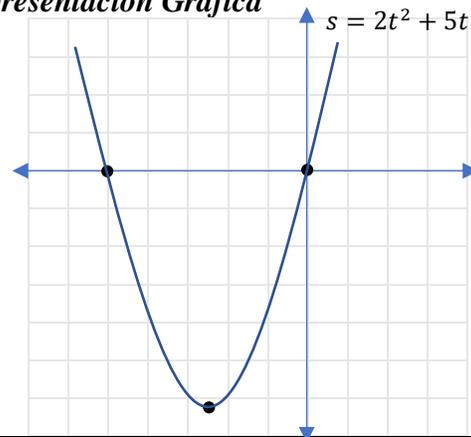
¿Cuál es la aceleración?

#### Datos:

$s = 2t^2 + 5t$  ecuación del movimiento

$t = 3$  segundos

#### Representación Gráfica



### RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA: Ejecución del Plan

#### Resolución

$$s = 2t^2 + 5t$$

$$s = 2(3)^2 + 5(3)$$

$$s = 33\text{m}$$

$$\frac{ds}{dt} = v = 4t + 5$$

$$v = 4t + 5$$

$$v = 4(3) + 5$$

$$v = 17\text{m/s}$$

$$\frac{dv}{dt} = a = 4$$

$$a = 4\text{m/s}^2$$

#### Respuesta:

- Aplicando la derivada del desplazamiento con respecto al tiempo podemos determinar la velocidad final  $v = 17\text{m/s}$
- Con la segunda deriva del desplazamiento con respecto al tiempo podemos encontrar la aceleración  $a = 4\text{m/s}^2$

## COMPROBACIÓN

### Integrales

$$\frac{dv}{dt} = 4$$

$$dv = 4 dt$$

$$\int dv = \int 4 dt$$

$$\int dv = 4 \int dt$$

$$v = 4t + C \quad \text{Ecuación de la velocidad}$$

$$\frac{ds}{dt} = 4t + 5$$

$$ds = 4t + 5 dt$$

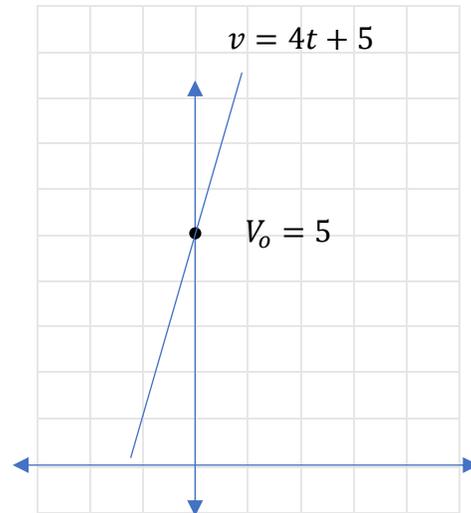
$$\int ds = \int 4t dt + \int 5 dt$$

$$\int ds = 4 \int t dt + 5 \int dt$$

$$s = 4 \left( \frac{t^2}{2} \right) + 5t$$

$$s = 2t^2 + 5t \quad \text{Función primitiva}$$

### Representación Gráfica Velocidad en función al tiempo



## Problema: APLICANDO FORMULAS FÍSICAS

### PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

#### Enunciado:

Un automóvil con una velocidad inicial de  $5m/s$ , acelera a razón de  $\frac{4m}{s^2}$ . Determinar:  
La velocidad final y el desplazamiento del cuerpo al cabo de los 3 segundos.

### ANTES DE LA RESOLUCIÓN: Comprensión del Problema

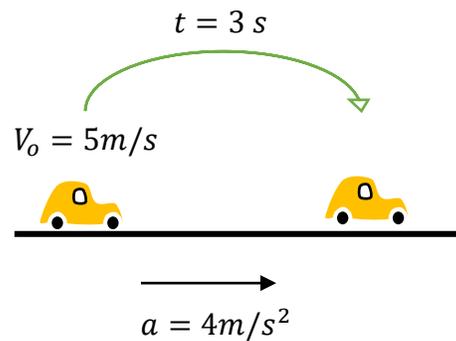
#### Pregunta:

¿Cuál es la velocidad final al cabo de 3 segundos?  
¿Cuál es la distancia que recorrió al cabo de los 3 segundos?

#### Datos:

$V_0 = 5m/s$   
 $a = 4m/s^2$   
 $t = 3 \text{ segundos}$

#### Representación Gráfica



### RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA: Ejecución del Plan

#### Resolución

$$s = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = (5)t + \frac{1}{2} (4)t^2$$

$$s = 2t^2 + 5t$$

$$\frac{ds}{dt} = v = 4t + 5$$

$$v = 4t + 5$$

$$v = 4(3) + 5$$

$$v = 17 \text{ m/s}$$

$$s = 2t^2 + 5t$$

$$s = 2(3)^2 + 5(3)$$

$$s = 33 \text{ m}$$

#### Respuesta:

- Aplicando las fórmulas del (MRUA) encontramos la ecuación de movimiento. Con la primera derivada podemos determinar que la velocidad final del móvil que es de  $v = 17 \text{ m/s}$
- Reemplazando el tiempo en la ecuación del movimiento se determinó que la distancia recorrida es de  $s = 33 \text{ m}$

## COMPROBACIÓN

**Fórmula de física**

**Datos**

$$a = 4\text{m/s}^2$$

$$t = 3 \text{ segundos}$$

$$V_0 = 5\text{m/s}$$

$$v = V_0 + at$$

$$v = (5) + (4)(3)$$

$$v = 17\text{m/s}$$

$$s = V_0t + \frac{1}{2} at^2$$

$$s = (5)(3) + \frac{1}{2} (4)(3)^2$$

$$s = 33\text{m}$$

## Estrategias

- Resolución de Problemas

## Fundamentación

De acuerdo con Urdiain (2006) la resolución de problemas contextualizados es un reto que el docente propone a sus estudiantes, ya que para la resolución de estos problemas el estudiante necesita reflexionar, investigar y elegir cual es el camino o estrategias que va a seguir para completar el problema solicitado, para el desarrollo de estos problemas conlleva un proceso en el cual se desarrolla el conocimiento ya que permite que el estudiante razone, analice y decida lo cual involucra además la memoria a corto y largo plazo sobre fórmulas conceptos que el estudiante ya recibió en clases posteriores. Además uno de los pasos que el estudiante tiene que desarrollar en la resolución de problema es que pueda comprobar si resolvió correctamente los problemas planteados, hay que tomar en cuenta que los problemas propuestos sean dependiendo del nivel de aprendizaje de los estudiantes, ya que si los problemas están sobre el nivel de aprendizaje del estudiante él desertara fácilmente y se frustrara.

## Objetivos

Resolver problemas aplicados a diferentes áreas del conocimiento.

## Introducción

Las matemáticas permiten crear modelos teóricos que permiten explicar los fenómenos que ocurren en la vida diaria. Por otro lado la derivada sirve para el estudio del comportamiento de funciones con lo cual se puede encontrar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, puntos de inflexión, etc. Sin embargo esta guía se enfocará en la resolución de problemas que están más relacionados al contexto de la vida real de tal manera que despierte el interés en los estudiantes.

## Estructuración

## Aplicación en Economía

### Presentación del problema

Una tienda ha estado vendiendo 200 quemadores de DVD por semana a \$350 cada uno. Un estudio de mercado indica que por cada \$10 de descuento a compradores, el número de unidades vendidas aumentará en 20 por semana. Encuentre la función de demanda y la función de ingresos. ¿Qué tan grande debe ser el descuento que ofrezca la tienda para maximizar sus ingresos?

### Paso 1: Comprensión del problema

#### Pregunta:

¿Cuál es la función de demanda y la función de ingresos?

¿Cuál es el valor máximo de descuento que puede ofrecer la tienda para maximizar sus ventas?

#### Datos:

$x - 200$  Aumento semanal

$R = \$350$  Ingreso total semanal

$C = \frac{1}{20} \times 10$  Función de costo

$p(x) = ?$  Función de demanda

$R(x) = ?$  Función de ingresos

Descuento = ?

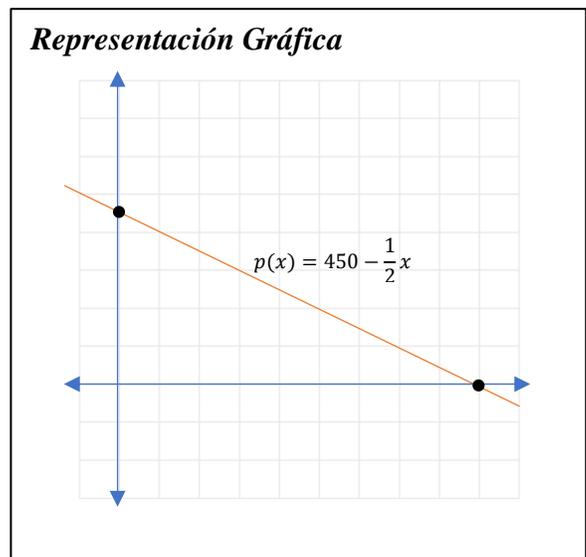
### Paso 2: Ejecución del plan

Función de demanda

$$p(x) = R - C(x)$$

$$p(x) = 350 - \frac{1}{2}(x - 200)$$

$$p(x) = 450 - \frac{1}{2}x$$



La función de ingreso es:

$$R(x) = x \cdot p(x)$$

$$R(x) = 450x - \frac{1}{2}x^2$$

Al derivar  $R(x)$

$$R'(x) = 450 - x$$

Como  $R'(x) = 450 - x$ , vemos que  $R'(x) = 0$ ; cuando  $x = 450$ . Este valor de  $x$  da un máximo absoluto por la prueba de la primera derivada.

El precio correspondiente es:

$$p(x) = 450 - \frac{1}{2}x$$

$$p(450) = 450 - \frac{1}{2}(450) = 225$$

el descuento es  $350 - 225 = 125$

Por tanto, para maximizar el ingreso, la tienda debe ofrecer un descuento de **\$125**.

### Paso 3: Comprobación

Para la comprobación utilizaremos la integración mediante la cual al integrar la función derivada debemos llegar a la función primitiva.

$$R'(x) = 450 - x$$

*Integramos a los dos lados de la ecuación*

$$\int R'(x) = \int 450 - x \, dx$$

*Aplica linealidad*

$$\int R'(x) = 450 \int dx - \int x \, dx$$

*Reemplaza las integrales ya resueltas*

$$R(x) = 450x - \frac{x^2}{2}$$

*Al reescribir y aumentar la constante de integración*

$$R(x) = 450x - \frac{1}{2}x^2 + C$$

*Aplica regla de la constante*

$$\int dx = x$$

*Aplica regla de la potencia*

$$n = 1$$

$$\int x \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} = \frac{x^2}{2}$$

## Aplicación en Química

### Presentación del problema

Entre  $0^{\circ}\text{C}$  y  $30^{\circ}\text{C}$ , el volumen  $V$  ( $\text{cm}^3$ ) de  $1\text{kg}$  de agua a una temperatura  $T$ , está dado aproximadamente por la fórmula

$$V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$$

Encuentre la temperatura a la cual el agua tiene su densidad máxima.

### Paso 1: Comprensión del problema

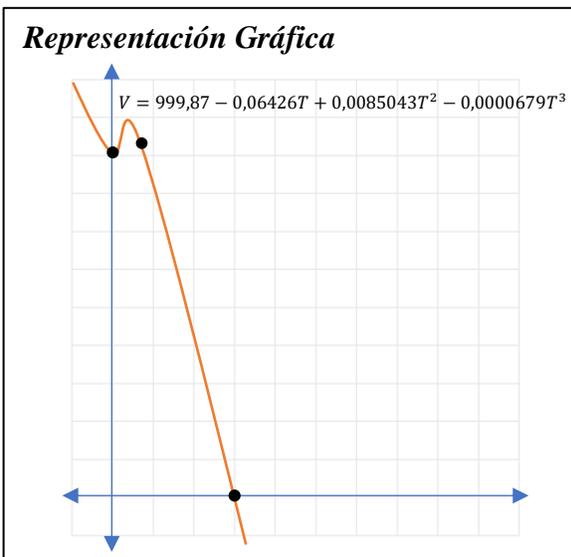
**Pregunta:**

¿Cuál es la temperatura en la cual el agua llega a su máxima densidad?

**Datos:**

$$V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$$

$T = ?$



## Paso 2: Ejecución del plan

Derivamos la fórmula

$$V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$$

$$\frac{dV}{dT} = -0,06426 + 0,0170086T - 0,0002037T^2$$

Igualamos a 0 y usamos la formula cuadrática para encontrar T

$$T = \frac{-0,0170086 \pm \sqrt{(0,0170086)^2 - 4(0,0002037)(0,06426)}}{2(-0,0002037)}$$

$$T_1 = 3,9665^\circ \text{ o } T_2 = 79,5318^\circ$$

Ya que solo nos interesa el intervalo entre  $0^\circ \leq T \leq 30^\circ$

**Entonces el agua tiene una densidad máxima sobre  $3,9665^\circ\text{C}$**

## Paso 3: Comprobación

Para la comprobación utilizaremos la integración mediante la cual al integrar la función derivada debemos llegar a la función primitiva.

$$V'(t) = -0,06426 + 0,0170086T - 0,0002037T^2$$

$$\frac{dy}{dT} = -0,06426 + 0,0170086T - 0,0002037T^2$$

*Integramos a los dos lados de la ecuación*

$$\int dy = \int -0,06426 + 0,0170086T - 0,0002037T^2 dT$$

*Aplica linealidad*

$$\int dy = -0,06426 \int dT + 0,0170086 \int T dT - 0,0002037 \int T^2 dT$$

*Reemplaza las integrales ya resueltas*

$$y = -0,06426T + 0,0170086 \frac{T^2}{2} - 0,0002037 \frac{T^3}{3}$$

*Simplificar y aumentar la constante de integración*

$$y = -0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3 + C$$

*Aplica regla de la constante*

$$\int dT = T$$

*Aplica regla de la potencia*

$$n = 1$$

$$\int T dT = \frac{T^{n+1}}{n+1} = \frac{T^2}{2}$$

$$\int T^2 dT = \frac{T^{2+1}}{2+1} = \frac{T^3}{3}$$

## Aplicación en Geometría

### Presentación del problema

El terreno rectangular de mi abuela limita en unos de sus lados con un río, ella compró 300 metros de alambre para cerrar lados restantes del terreno. ¿Cuál es el área máxima del terreno que mi abuela puede cercar?

### Paso 1: Comprensión del problema

**Pregunta:**

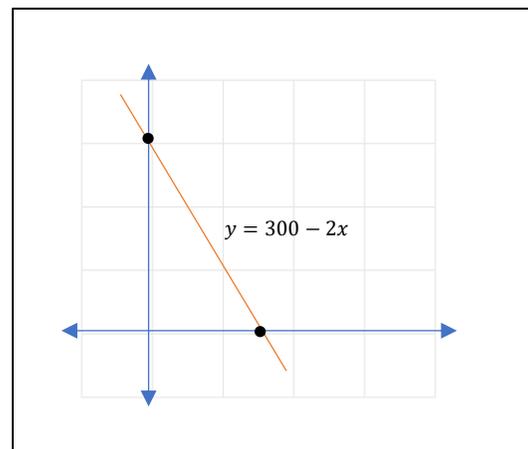
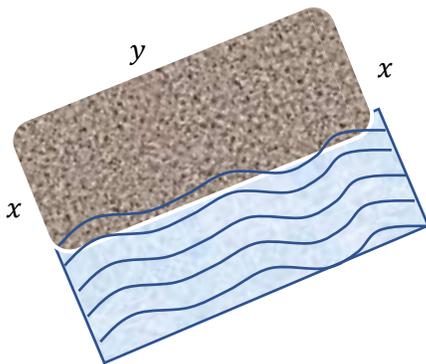
¿Cuál es el área máxima del terreno que se puede cercar?

**Datos:**

Área =  $x \cdot y$

300 metros de alambre

**Representación Grafica**



### Paso 2: Ejecución del plan

$$2x + y = 300$$

$$y = 300 - 2x$$

$$\text{Área} = x \cdot y$$

$$A = x(300 - 2x)$$

$$A = 300x - 2x^2$$

Con la utilización de la primera y segunda derivada determinaremos tanto valores máximos y mínimos.

### Primera derivada

$$A' = 300 - 4x$$

$$0 = 300 - 4x$$

$$4x = 300$$

$$x = \frac{300}{4}; 75$$

### Segunda derivada

$$A' = 300 - 4x$$

$$A'' = -4$$

Finalmente para determinar el área máxima que se puede alambrear se utilizara la función original.

### Área Máxima

$$A = x(300 - 2x)$$

$$A = 75(300 - 2(75))$$

$$A = 75(150)$$

$$A = \mathbf{11,250m^2}$$

### Paso 4: Comprobación

Para la comprobación utilizaremos la integración mediante la cual al integrar la función derivada debemos llegar a la función primitiva.

$$A' = 300 - 4x$$

*Integramos a los dos lados de la ecuación*

$$\int A' = \int 300 - 4x \, dx$$

*Aplica linealidad*

$$\int A' = 300 \int dx - 4 \int x \, dx$$

*Reemplaza las integrales ya resueltas*

$$A = 300x - 4 \frac{x^2}{2}$$

*Simplificar y aumentar la constante de integración*

$$A = \mathbf{300x - 2x^2 + C}$$

*Aplica regla de la constante*

$$\int dx = x$$

*Aplica regla de la potencia*

$$n = 1$$

$$\int x \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} = \frac{x^2}{2}$$

## Estrategias

- Aprendizaje por Redescubrimiento

## Fundamentación

Utilizar esta estrategia en el salón de clase es muy importante ya que cada estudiante puede tener diferentes métodos o formas de resolver un ejercicio o problema, el objetivo es dejar atrás el aprendizaje memorístico y tradicional para poder implementar estrategias que permitan que el estudiante este más activo en su aprendizaje, puesto que permite que se potencie y desarrolle la capacidad creativa en los estudiantes.

## Objetivo

Resolver ejercicios de derivación aplicando diferentes procedimientos.

## Introducción:

Dentro de la derivación tenemos varios procesos de resolución para los ejercicios, es por lo que emplearemos diferentes métodos de solución que nos permitan llegar a una misma solución, haremos uso de la “Regla de los 4 pasos” la cual consiste en dar incremento a la variable independiente, obtener el incremento correspondiente de la función, obtener el cociente del incremento y calcular el límite, además se utilizara “la definición o la formula general de la derivación” que consiste en dar incremento a la función restar la función inicial y dividir para el incremento, se realizara los debidos cálculos y se reemplazara  $\Delta x \rightarrow 0$ , finalmente se utilizara las “Formulas de derivación” y estas facilitaran el procesos de resolución ya que simplemente debemos identificar de que derivada se trata y para su debida verificación o comparación se utilizará la integración, la cual nos permite comprobar si realizamos bien el ejercicio ya que deberemos llegar a la función que derivamos.

## Ejemplo N° 1

Redescubrir tres procedimientos diferentes para determinar la derivada de la función

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

### a) FÓRMULAS DE DERIVACIÓN

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

Derivada de una suma de funciones

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(3x^2 - 4x + 1)$$

Derivación lineal

$$\frac{dy}{dx} = 3 \frac{d}{dx}(x^2) - 4 \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(1)$$

Derivación de una potencia  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ , de una variable respecto a si misma  $x' = 1$ , de una constante  $k' = 0$

$$\frac{dy}{dx} = 3(2x^1) - 4(1) + 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x - 4$$

### REGLA GENERAL

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Utilizar la definición de derivada

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[3(x + \Delta x)^2 - 4(x + \Delta x) + 1] - (3x^2 - 4x + 1)}{\Delta x}$$

Dar incremento a la función inicial

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2) - 4x - 4\Delta x + 1 - 3x^2 + 4x - 1}{\Delta x}$$

Resolver el binomio cuadrado y aplicar la propiedad distributiva

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6x\Delta x + 3\Delta x^2 - 4x - 4\Delta x + 1 - 3x^2 + 4x - 1}{\Delta x}$$

Reducción de términos semejantes

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{6x\Delta x + 3\Delta x^2 - 4\Delta x}{\Delta x}$$

Factor común

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(6x + 3\Delta x - 4)}{\Delta x}$$

Simplificación

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 6x + 3\Delta x - 4$$

Reemplazar  $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{dy}{dx} = 6x + 3(0) - 4$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x - 4$$

### REGLA DE LOS 4 PASOS

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

**Paso 1:** Se da incremento ( $\Delta$ ) a las variables  $x$ ,  $y$ .

$$y + \Delta y = 3(x + \Delta x)^2 - 4(x + \Delta x) + 1$$

**Paso 2:** Restamos la función original

$$(y + \Delta y) - y = 3(x + \Delta x)^2 - 4(x + \Delta x) + 1 - (3x^2 - 4x + 1)$$

$$\Delta y = 6x\Delta x + 3\Delta x^2 - 4\Delta x$$

**Paso 3:** Obtenemos un razón dividiendo para  $\Delta x$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6x\Delta x + 3\Delta x^2 - 4\Delta x}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x(6x + 3\Delta x - 4)}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 6x + 3\Delta x - 4$$

**Paso 4:** Se calcula el límite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 6x + 3\Delta x - 4$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x + 3(0) - 4$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x - 4$$

## Ejemplo N° 2

Redescubrir tres procedimientos diferentes para determinar la derivada de la función

$$f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

### FÓRMULAS DE DERIVACIÓN

$$f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [(x - 1)(x^2 + x + 1)]$$
 Derivada de un producto de funciones

$$\frac{dy}{dx} = (x - 1) \frac{d}{dx} (x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) \frac{d}{dx} (x - 1)$$
 Derivación lineal, derivación de una suma

$$\frac{dy}{dx} = (x - 1)(2x + 1) + (x^2 + x + 1)(1)$$
 Producto de polinomios

$$\frac{dy}{dx} = 2x^2 + x - 2x - 1 + x^2 + x + 1$$
 Reducción de términos semejantes

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

### EXPRESANDO EL PRODUCTO DE POLINOMIOS COMO UNA SUMA

$$f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$
 Producto de polinomios

$$\frac{dy}{dx} = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1$$
 Reducción de términos semejantes

$$\frac{dy}{dx} = x^3 - 1$$
 Derivada de una suma de funciones

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (x^3 - 1)$$
 Derivación lineal, se puede derivar de forma separada

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (x^3) - \frac{d}{dx} (1)$$
 Aplica derivada

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 0$$
 De una potencia  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ , de una constante  $k' = 0$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

## Ejemplo N° 3

Redescubrir tres procedimientos diferentes para determinar la derivada de la función

$$f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}$$

### FÓRMULA DE DERIVACIÓN

$$f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} \right)$$

Derivada de un cociente de funciones

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 + 3x + 9) \frac{d}{dx} (x^3 - 27) - (x^3 - 27) \frac{d}{dx} (x^2 + 3x + 9)}{(x^2 + 3x + 9)^2}$$

Derivación lineal, derivación de una suma, de una potencia, de una variable respecto a sí misma, de una constante

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 + 3x + 9)(3x^2) - (x^3 - 27)(2x + 3)}{(x^2 + 3x + 9)^2}$$

Multiplicación de polinomios

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 + 3x + 9)(3x^2) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9)(2x + 3)}{(x^2 + 3x + 9)^2}$$

Factorizar el numerador

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 + 3x + 9)[(3x^2) - (x - 3)(2x + 3)]}{(x^2 + 3x + 9)^2}$$

Factor común, simplificar la expresión

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(3x^2) - (x - 3)(2x + 3)}{x^2 + 3x + 9}$$

Factorizar la expresión del numerador

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - (2x^2 - 6x + 3x - 9)}{x^2 + 3x + 9}$$

Reducción de términos semejantes

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 2x^2 + 3x + 9}{x^2 + 3x + 9}$$

Eliminar los paréntesis

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + 3x + 9}$$

Simplificar la expresión

$$\frac{dy}{dx} = 1$$

## EXPRESANDO LA FRACCIÓN DE FORMA SIMPLIFICADA

$$f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}$$

Factorizar la expresión

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}{x^2 + 3x + 9}$$

Simplificar la fracción

$$\frac{dy}{dx} = x - 3$$

Derivada de una suma de funciones

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x) - \frac{d}{dx}(3)$$

Derivación de una variable respecto a si misma  $x' = 1$  y de una constante  $k' = 0$

$$\frac{dy}{dx} = 1$$

## **CONCLUSIONES**

- Las estrategias didácticas para implementarse en el estudio del cálculo diferencial permitirán al docente desarrollar el trabajo de aula de manera didáctica y participativa.
- Los docentes de matemáticas aún siguen empleando estrategias de enseñanza tradicionales, que no favorecen a que el estudiante desarrolle su capacidad analítica y exploratoria.
- Con la aplicación de la encuesta se logró determinar que los docentes con poca frecuencia utilizan estrategias didácticas para la enseñanza del cálculo diferencial, lo que hace que las clases monótonas y aburridas.
- La elaboración de la guía didáctica que incluye estrategias activas en el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial, permitirá que el docente desarrolle sus clases de una manera dinámica donde los estudiantes se sientan involucrados en el proceso de construcción del nuevo conocimiento.

## **RECOMENDACIONES**

- Se recomienda a los docentes de matemáticas desarrollar sus clases utilizar diferentes estrategias didácticas que permitan captar el interés del estudiante.
- Se recomienda a los docentes de la Unidad educativa “Teodoro Gómez de la Torre” implementar la presente guía didáctica en el tratamiento de la unidad didáctica de cálculo diferencial
- Las autoridades del Ministerio de Educación deben promover cursos de capacitación permanentes sobre el uso de estrategias didácticas para mejorar la labor docente.

## BIBLIOGRAFÍA

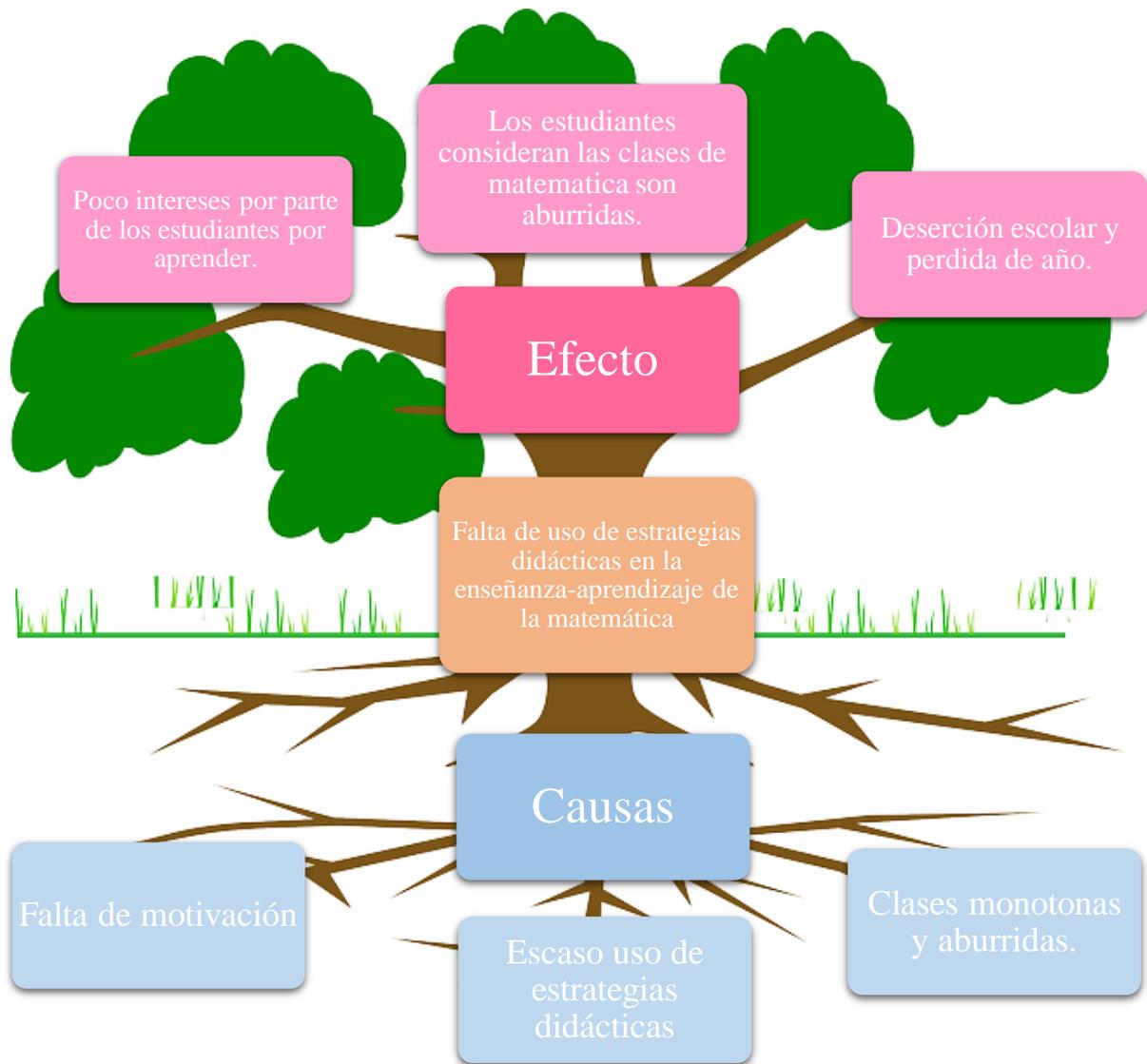
- Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M., & Reyes, R. (2009). *Matemáticas Simplificadas* (Segunda ed.). México : PEARSON EDUCACIÓN.
- Arévalo, R. (2010). Teorías de dominio de los docentes sobre el aprendizaje y su expresión en la evaluación de los aprendizajes: un estudio de caso en una institución educativa particular de Lima. *Educación*, XIX(36), 23-42.
- Betancourt, J. (2017). *Estrategias didácticas innovadoras: Recursos para maestros y alumnos del siglo 21*. Jalisco: CEICREA. Obtenido de <https://estrategiasdidacticassite.files.wordpress.com/2017/03/libro.pdf>
- Cardoza, R., Suárez, T., & Cabrera, E. (2019). La dinámica de la enseñanza de la matemática. *Transformación*, XV(2), 139-155. Obtenido de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2077-29552019000200139&lng=es&tlng=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552019000200139&lng=es&tlng=es)
- Castor, D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, XXIV(70), 181-272. Obtenido de [http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&tlng=es](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&tlng=es)
- Centro de Innovación Docente . (Junio de 2021). *Innovación Docente* . Obtenido de [Documento]: <https://innovaciondocente.udd.cl/files/2021/06/demostraciones.pdf>
- Delgado, Y., Delgado, Y., Pérez, M., Rodríguez, M., & Escalona, R. (2021). Software educativo de matemática para estudiantes de Vigilancia y Lucha Antivectorial. *Rev Ciencias Médicas*, XXV(5). Obtenido de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1561-31942021000500005&lng=es&tlng=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1561-31942021000500005&lng=es&tlng=es).
- Díaz, A., & Hernandez, R. (1999). Construcción y aprendizaje significativo. En A. Díaz, & R. Hernandez, *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo* (págs. 13-33). México: Mc Graw Hill. Obtenido de <http://metabase.uaem.mx/bitstream/handle/123456789/647/Constructivismo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Díaz, C., & Campusano, K. (2017). *MANUAL DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS: ORIENTACIONES PARA SU SELECCIÓN* (Primera ed.). Santiago: Ediciones INACAP. Obtenido de <https://www.inacap.cl/web/2018/documentos/Manual-de-Estrategias.pdf>
- Díaz, J., & Díaz, R. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *SCielo*, XXXII(60), 57-74. doi:<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03>

- Edel, R. (2004). El concepto de enseñanza-aprendizaje. *ResearchGate*, 1-5. Obtenido de [https://www.researchgate.net/publication/301303017\\_El\\_concepto\\_de\\_ensenanza-aprendizaje](https://www.researchgate.net/publication/301303017_El_concepto_de_ensenanza-aprendizaje)
- Fernández, C. (2013). *Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria*. Quito: UNIR. Obtenido de [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013\\_02\\_04\\_TFM\\_ESTUDIO\\_DEL\\_TRABAJO.pdf?sequence=1](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1)
- Flores, M. (2014). Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria. *TEXTOS Y CONTEXTOS*, 43-58. doi:6349169
- García, J. (2022). *Blog Spot*. Obtenido de Aplicaciones de la derivada en la vida real.: <http://entenderlasmates.blogspot.com/2017/11/aplicaciones-de-la-derivada-en-la-vida.html>
- George, D., & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference. 11.0 update* (Cuarta ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Guerra, J., Téllez, N., Arada, A., González, A., & Camaño, L. (2010). Propuesta desarrolladora de estrategias curriculares en asignaturas del ejercicio de la profesión en la Carrera de Estomatología. *Revista de Ciencias Médicas de Pinar del Río*, 14(4), 97-107. Obtenido de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1561-31942010000400010&lng=es&tlng=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1561-31942010000400010&lng=es&tlng=es)
- Guerrero, J. (17 de Julio de 2020). *Docentes al Día*. Obtenido de ¿Cómo enseñar a los alumnos a resolver problemas matemáticos? Estrategias para trabajar en el aula: <https://docentesaldia.com/2019/04/02/como-ensenar-a-los-alumnos-a-resolver-problemas-matematicos-estrategias-para-trabajar-en-el-aula/>
- Gutiérrez, L., Buitrago, M., & Ariza, L. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, XV(20), 137-153. doi:<http://dx.doi.org/10.21830/19006586.170>
- Hernández, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la Investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. México: Mc Graw Hill Education.
- Huera, J. (2022). *Cálculo Diferencial*. Obtenido de NeuroChispas: <https://www.neurochispas.com/cursos/calculo-diferencial/>
- Matos, Y., & Pasek, E. (2008). LA OBSERVACIÓN, DISCUSIÓN Y DEMOSTRACIÓN: TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN EN EL AULA. *Laurus*, XIV(27), 33-52. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/761/76111892003.pdf>

- Mercapide, G. (2018). [Documento]. Obtenido de Dificultades de aprendizaje del cálculo y enseñanza de la economía.:  
<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/13733/MercapideArg%C3%BCelloGuillermo.pdf?sequence=1>
- Meza, A. (2013). Estrategias de aprendizaje. Definiciones, clasificaciones e instrumentos de medición. *Propósitos y Representaciones*, 1(2), 193-212. Obtenido de <https://revistas.usil.edu.pe/index.php/pyr/article/view/48/117>
- Ministerio de Educación. (2019). *Currículo de los Niveles de Educación Obligatoria* (Segunda ed.). Quito: Ministerio de Educación. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/09/BGU-tomo-2.pdf>
- Moreira, M., Caballero, M., & Rodríguez, M. (1997). APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: UN CONCEPTO SUBYACENTE. *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo*, 19(44), 1-16. Obtenido de <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/40784677/apsigsubesp-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1652999197&Signature=Ozymd2k10r55zLBrNzGL0ldutZB5Lx3bxTxSzyqJrj4Juu3gtptwUwshfJkb2r5nA3z9ksoRdwSB5rEE~-EC6UXHPg0tSiYe0p-5jcF4Mp8TrDOjd4C~pY1-5SHJv4sWfV~ATp-lhUBLnkH>
- Ponciano, E., & Sosa, L. (2016). CONOCIMIENTO DEL PROFESOR AL ENSEÑAR LA DERIVADA USANDO RECURSOS TECNOLÓGICOS. *UNIANDÉS*, 366-371.
- Romero, F. (2009). APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y CONSTRUCTIVISMO. *Revista digital para profesionales de la enseñanza*, 1-8. Obtenido de <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd4981.pdf>
- Ruiz, E., Guitiérrez, J., & Garay, L. (2018). Visualizando problemas de la derivada con aplicaciones en dispositivos móviles. *Innovación educativa*, XXVIII(76), 39-65. Obtenido de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-26732018000100039&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-26732018000100039&lng=es&tlng=es)
- Sánchez, C., Aguilar, M., Martínez, L., & Sánchez, J. (2020). *ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN ENTORNOS DE APRENDIZAJE ENRIQUECIDOS CON TECNOLOGÍA* (Primera ed.). Ciudad de México: Casa abierta al tiempo. Obtenido de <https://www.casadelibrosabiertos.uam.mx/contenido/contenido/Libroelectronico/estrategias-didacticas.pdf>
- Sarmiento, M. (2007). *Bit stream*. Obtenido de Enseñanza y Aprendizaje: [https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8927/D-TEESIS\\_CAPITULO\\_2.pdf](https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8927/D-TEESIS_CAPITULO_2.pdf)
- STEWART, J. (2018). *CÁLCULO DE UNA VARIABLE TRASCENDENTES TEMPRANAS* (Séptima ed.). México: Cengage Learning Editores. Obtenido de <http://colegioparroquialsanluisgonzaga.edu.co/wp-content/uploads/2018/04/Calculo-Una-variable-Stewart-7ed-1.pdf>

- Urdiain, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra.
- Vargas, G. (2020). Estrategias educativas y tecnología digital en el proceso enseñanza aprendizaje. *Cuadernos Hospital de Clínicas*, LXI(1), 114-129. Obtenido de [http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1652-67762020000100010&lng=es](http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1652-67762020000100010&lng=es).
- Vergel, M., Zafra, S., & Gómez, C. (22 de mayo de 2019). [Documento]. Obtenido de Cálculo diferencial en el currículo de primaria: <http://formacionib.org/noticias/?Calculo-diferencial-en-el-curriculo-de-primaria>
- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la Educación Matemática. *EMA*, IV(1), 16-31. Obtenido de [http://funes.uniandes.edu.co/1085/1/46\\_Waldegg1998Principios\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1085/1/46_Waldegg1998Principios_RevEMA.pdf)
- Wenzelburger, E. (1993). Introducción de los Conceptos Fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral - Una Propuesta Didáctica. *Educación Matemática*, V(3), 93-123. Obtenido de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol5/vol5-3/vol5-3-6.pdf>

## ANEXOS





**Universidad Técnica del Norte**  
**Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología**  
**Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales**

**Instrucciones:**

1. La encuesta es anónima para garantizar la confidencialidad de la información.
2. Marque con una sola *x* en el casillero según corresponda su respuesta.

**Cuestionario**

<b>Datos Informativos</b>	
1. <b>Género:</b>	Femenino ( )      Masculino ( )
2. <b>Edad:</b>	_____ años
3. <b>Etnia</b>	Blanco ( )    Mestizo ( )    Indígena ( )    Afrodescendiente ( )    Otro ( )

LAS SIGUIENTES PREGUNTAS RESPONDA SOBRE LA BASE DE LA SIGUIENTE ESCALA

<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Rara vez	A veces	Algunas veces	Siempre

<b>Conteste las siguientes preguntas con respecto al tema de enseñanza aprendizaje de Derivación de funciones</b>		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
1	¿El docente de matemática demuestra dominio de la asignatura?				
2	¿Con qué frecuencia su profesor de matemáticas utiliza recursos tecnológicos para el tratamiento del contenido de derivadas?				
3	¿El docente de matemáticas resuelve problemas de cálculo diferencial aplicando diferentes procedimientos?				
4	¿El docente demuestra las fórmulas de derivación de forma argumentada para asegurar su veracidad?				
5	¿Suele tener problemas al resolver ejercicios de derivadas de funciones algebraicas?				
6	¿El docente resuelve problemas de física y otros campos de las matemáticas aplicando los fundamentos del cálculo diferencial?				
7	¿Considera que las clases de matemáticas se relacionan con situaciones de la vida cotidiana?				
8	¿El docente utiliza recursos tecnológicos como una estrategia de enseñanza para el estudio de derivadas de funciones algebraicas?				
9	¿Las clases de cálculo diferencial son dinámicas y participativas?				

**Gracias por su colaboración**

**Universidad Técnica del Norte**  
**Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología**  
**Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales**

**Objetivo:** Diagnosticar cuáles son las estrategias didácticas aplicadas y ejecutadas para el proceso enseñanza- aprendizaje en derivación de funciones por los docentes de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” dentro del aula para brindar una educación de calidad.

**Instrucciones:** Estimado docente por favor responda la siguiente encuesta con sinceridad y honestidad.

**Entrevista**

**Datos Informativos:**

**Nombre del Entrevistado:** \_\_\_\_\_

**Asignatura:** \_\_\_\_\_

1. ¿Cómo docente de matemáticas resuelve problemas de física aplicando el cálculo diferencial?
2. ¿Qué tipos de estrategias emplea para desarrollar el contenido de cálculo diferencial?
3. Como docente de matemática ¿Qué problemas a tenido con los estudiantes en el tratamiento de derivadas?
4. Utiliza recursos tecnológicos para el desarrollo del contenido de derivadas de funciones algebraicas
5. ¿Cuál es la importancia de usar estrategias didácticas para el desarrollo de las clases de matemáticas?