UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

“EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LOS COLEGIOS: TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN DE IBARRA Y FISCOMISIONAL LEÓN RUALES DE MIRA DURANTE EL AÑO LECTIVO 2013-2014”.- PROPUESTA ALTERNATIVA

Trabajo de grado previo a la obtención de título de Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad Física y Matemática

AUTOR: Quiña Morocho Héctor Efrén

DIRECTOR: Msc. Edú Almeida Riera

Ibarra, 2015

ACEPTACIÓN DEL DIRECTOR

En calidad de director del trabajo de grado titulado **"EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LOS COLEGIOS: TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN DE IBARRA Y FISCOMISIONAL LEÓN RUALES DE MIRA DURANTE EL AÑO LECTIVO 2013-2014"** del señor Héctor Efrén Quiña Morocho, estudiante de Licenciatura en Ciencias de la Educación Especialidad Física y Matemática, doy constancia de que el presente trabajo de investigación reúne todos los requisitos para ser sometido a la evaluación del Jurado Examinador que el Honorable Consejo Directivo de la Facultad designe.

MSc. Edú Almeida

2015-06-28

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

El razonamiento lógico matemático es una capacidad del ser humano muy importante que amerita un adecuado desarrollo, permite a las personas encontrar relaciones entre objetos y situaciones de la realidad para poder establecer conclusiones y en un sentido más amplio es el soporte fundamental para resolver problemas de la vida diaria. En el Ecuador ha ganado protagonismo en los últimos años debido ya que constituye una competencia fundamental para el ingreso a las universidades. Por tal razón se encontró la necesidad de investigar cómo se está llevando a cabo la enseñanza de la matemática para desarrollar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de bachillerato, de tal manera que se eligió a dos colegios: Fiscomisional "Léon Ruales" de Mira provincia del Carchi y Técnico Víctor Manuel Guzmán de Ibarra provincia de Imbabura para investigar la realidad existente. Se identificó la existencia del problema a partir de técnicas de investigación como la observación y la encuesta, encontrando que el nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes es bajo y que la enseñanza llevada a cabo no promueve el desarrollo del mismo. Las técnicas anteriores sirvieron además para determinar las falencias dentro del proceso de enseñanza que no hacen posible el desarrollo del razonamiento lógico matemático. Para tener una mejor comprensión de la problemática así como también para buscar una alternativa de solución adecuada se recurrió a fuentes bibliográficas físicas y digitales, y con base en éstas se realizó una propuesta de solución que consiste en una guía didáctica modelo para que sea aplicada en las instituciones objeto de investigación basada en los razonamientos lógico inductivo y lógico deductivo, la cual despertó la atención en los docentes y estudiantes. Por las características anteriores la investigación es de tipo documental, descriptiva, proyecto factible y además es un proyecto especial.

ABSTRAC

The logical mathematical reasoning is a very important capacity of the human being that have to be boosted properly, it lets people find relationships between objects and situations of the reality for establishing conclusions and broadly it is the fundamental support to solve problems from de daily life. In Ecuador the logical mathematical reasoning has won leadership in recent years because it is the fundamental capacity to enter to university. For that reason it found the need to investigate how theaching of mathematics to strengthen the logical mathematical reasoning of baccalaureate students is performing, therefore it chose two high schools: Fiscomisional “León Ruales” from Mira city, Carchi province and Técnico Víctor Manuel Guzmán from Ibarra city, Imbabura province to investigate the living reality. It identificated the existence of the problem by the using of investigation techniques like the observation and the inquest finding that the level of students logical mathematical reasoning is low and the teaching performed doesn’t promote the development of the same. The last techniques were used to determine the failures in the teaching process that don’t let possible the logical mathematical reasoning to boost. For having a better understanding of the problem and to look for a good alternative of solution it got information from physical books, digital books and internet articles, and base on these it designed a solution aproach that consist of a model didactic guide to aplicate in the high schools under investigation based on both inductive logical reasoning and deductive logical reasoning. This catched the atention of students and teachers. Due to the features mentioned this investigation corresponds to the types: documental, descriptive, feasible projec and special projec.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad la enseñanza de las matemáticas se encuentra con varias irregularidades, a lo largo de los años se la ha aplicado desde diferentes enfoques y modelos pedagógicos, no obstante, en todos aquellos se han visto dificultades. El razonamiento lógico matemático depende fundamentalmente de las nociones matemáticas que adquiere el individuo y por tanto es consecuencia del aprendizaje de esta ciencia. Es ahí donde aparece el problema ¿Se está enseñando matemática con el objetivo de desarrollar el razonamiento? ¿Qué métodos y estrategias se están utilizando? ¿Cuál es el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes? Todas las respuestas a este tipo de interrogantes apuntan a que no se enseña matemáticas para desarrollar el razonamiento y consecuente el nivel de razonamiento promedio de los estudiantes no es el mejor.

Para investigar la problemática en el contexto real se escogió a dos instituciones educativas secundarias del medio, y a partir de la observación y aplicación de otras técnicas se identificó las causas del problema, entre ellas el abuso excesivo de fórmulas matemáticas y la no utilización de los razonamientos inductivo y deductivo. La investigación no busco únicamente encontrar las causas de problema sino también proponer una manera de solucionarlo, para lo que fue necesario organizar una fundamentación teórica actual y suficiente. Luego se elaboró una guía didáctica especial, con impactos favorables en la población.

El trabajo de investigación consta de seis capítulos.

El primer capítulo se llama “el problema de investigación”, en donde se detallan los aspectos referentes al problema como la identificación y el planteamiento.

En el segundo capítulo “marco teórico” se muestra toda la información bibliográfica reunida como base para la compresión del problema

El tercer capítulo consiste en la metodología de la investigación. La investigación corresponde a los tipos: documental, descriptiva, proyecto especial y proyecto factible. Tiene un diseño no experimental y se utilizó las técnicas de la observación y la encuesta en la recolección de la información.

El cuarto capítulo trata sobre el análisis e interpretación de resultados, en donde se analizó la información captada por dos instrumentos: el cuestionario de preguntas cerradas y la ficha de observación. Los resultados obtenidos constataron la existencia del problema y mostraron las causas del mismo.

Las conclusiones y recomendaciones se ubicaron en el quinto capítulo y en el sexto se elaboró una guía didáctica modelo que indica la manera de manejar una clase de matemáticas enfocada al desarrollo del razonamiento matemático, tomando como principales a los razonamiento inductivo y deductivo.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Antecedentes

El desarrollo del razonamiento lógico matemático constituye una competencia fundamental para poder resolver los diferentes tipos de problemas correspondientes a distintas áreas científicas, es una herramienta necesaria para estudiar un gran número de temas que se presentan en la vida estudiantil como en la investigación. Por esta razón es centro de atención de psicólogos, profesores especialmente de matemáticas e investigadores para buscar estrategias que posibiliten su desarrollo, el cual facilitará un buen rendimiento académico y una mejor toma de decisiones en la vida real.

En la educación matemática es el medio para desarrollar el razonamiento lógico matemático por lo tanto es la principal causa de éste. Por ello se analiza la educación matemática en varios países del mundo.

Internacionalmente se reconoce el éxito del modelo de educación de un país a partir de los resultados obtenidos en las pruebas TIMSS y PISA; ambas se aplican a estudiantes de secundaria en las competencias principales: matemáticas, ciencias y lectura; pero difieren en el tipo de evaluación, respecto a matemáticas las pruebas TIMSS están enfocadas en evaluar los contenidos del currículo (generalizado de acuerdo a la mayoría de países) mientras que las pruebas PISA valoran problemas referentes a los contenidos de estudio, es decir, qué pueden hacer los estudiantes con los conocimientos; por esa razón, las pruebas PISA están mejor elaboradas para valorar el nivel del desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes.

En el año 2009 en matemáticas la media respecto a matemáticas en las evaluación de PISA de la Unión Europea fue de 493,9 puntos, correspondiendo los más elevados puntajes a Finlandia con 540,1 puntos; Bélgica con 536,7 y Liechtenstein con 536; sin embargo, a pesar de ser buenos puntajes, los más altos corresponden a países orientales entre ellos: Shanghái-China con 600, Singapur con 562 y Honk Kong-China con 555. (Red Española de información sobre educación, 2011)

Para el año 2012 los resultados no difieren significativamente, el primer lugar en matemáticas lo obtiene Singapur con 573 puntos seguido por Corea del Sur y Japón con 554 y 536 puntos respectivamente, Finlandia ocupa la octava posición con 519 puntos mientras que los países americanos se ubican el mejor posicionado en el puesto 47 Chile con 423, puesto 49 para México con 413 y en el último lugar de toda la lista Perú con 368 puntos. (BBC Mundo, 2013)

Lo anterior es un indicador de que la educación matemática en América Latina tiene problemas y no consigue buenos resultados de aprendizaje y razonamiento.

Una investigación realizada en México respecto al nivel del razonamiento matemático de egresados del bachillerato por Larrazolo , Backhoff y Tirado (2013) menciona en el resumen:

> Se analizaron los resultados de 45 competencias matemáticas del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA), utilizado en los procesos de admisión de 2006 y 2007. Los resultados confirman que los estudiantes: tienen un aprovechamiento sumamente bajo, no comprenden los conceptos básicos de matemáticas, no tienen las habilidades para solucionar problemas numéricos de mediana complejidad, y los conocimientos adquiridos se relacionan con la memorización de algoritmos.

Según el Ministerio de Educación del Ecuador (2011) el eje curricular integrador de área de matemáticas en el bachillerato general unificado (BGU) es "Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos." (p. 3). De acuerdo con esto se indica la importancia que se le debe dar al desarrollo del razonamiento lógico matemático, durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, como una competencia indispensable para el bachiller.

En el Ecuador existe un gran número de estudiantes que no han desarrollado el razonamiento lógico matemático adecuadamente y tienen dificultades de aprendizaje; esto es un problema actual que además de afectar en su rendimiento académico les dificulta su ingreso a las universidades. Se ha tomado dos resultados del Examen Nacional de Educación Superior (ENES) a nivel nacional rendidos en mayo de 2012 y septiembre de 2013 como muestra de aquello:

En mayo de 2012 el Sistema Nacional de Nivelación y Admisión (SNNA) tuvo a 104 208 participantes del ENES arrojando como resultados un promedio 667,4 sobre mil puntos y una media en cuanto al razonamiento lógico matemático de 655,08. (Ecuavisa, 2012). Para septiembre 2013 el promedio del ENES subió en un pequeño margen a un promedio de 685 puntos sobre mil, con un total de 162 196 estudiantes que lo rindieron. (El ciudadano, 2014).

Los resultados indicados arriba muestran un margen poco aceptable de los resultados que se esperan alcanzar, teniendo en cuenta que los postulantes con un puntaje inferior a 601 no pudieron ingresar a la universidad, y solo los que alcanzaron 950 puntos o más tuvieron un cupo asegurado en la carrera de su preferencia, el resto debió someterse a un curso preparatorio con el riesgo de que sea en para otra carrera diferente a su preferida.

Se ha escogido a dos instituciones educativas para llevar a cabo la presente investigación:

COLEGIO FISCOMISIONAL LEÓN RUALES

Ubicado en Mira, provincia del Carchi; el colegio Fiscomisional León Ruales es una institución gratuita para la formación de jóvenes en educación general básica y bachilleratos general unificado y técnico; dirigida por la MSc. Sor María Xavier Calle actual rectora, quien dio la factibilidad y total apoyo para que se lleve a cabo la investigación.

Se hizo un análisis en cuanto al rendimiento de los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato durante los dos últimos años lectivos respectivamente: Para el año lectivo 2012-2013 en los segundos años de bachillerato se generó un promedio de 8,23 puntos y para el año lectivo 2013-2014 hasta la culminación del primer quimestre, la media de los terceros de bachillerato fue de 7,53. Se analizaron además los instrumentos de evaluación quimestrales aplicados en los mismos cursos durante los años en mención encontrando que existe una falta de aplicación de problemas contextualizados relacionados con el medio y la realidad, escasez de ejercicios con el fin de desarrollar el pensamiento lógico, la poca solicitud de demostración de fórmulas o modelos y en general la no estructuración con base en los indicadores esenciales de evaluación establecidos en los lineamientos curriculares del BGU.

Todo ello es muestra de que los aprendizajes adquiridos por los estudiantes no son suficientes, lo que dificulta al desarrollo del razonamiento lógico ni se utilizan medios que lo favorezcan.

COLEGIO TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN

Localizado en el cantón Ibarra perteneciente a la provincia de Imbabura. Es una institución educativa pública que brinda formación a los estudiantes en educación general básica y bachillerato técnico. Es dirigida por el rector Msc. Marcelo Espinoza y el vicerrector Dr. Fernando Placencia, quienes otorgaron la factibilidad y las facilidades para poder llevar a cabo la investigación en el plantel educativo.

Al igual que en la anterior unidad de observación se procedió un análisis de la situación que se vivencia en el plantel:

Se tomó de la base de datos de la institución el promedio del rendimiento de los segundos años de bachillerato técnico en informática y contabilidad paralelos “A” durante el año lectivo 2012-2013 que fue de 6,94 y el correspondiente a los terceros de bachillerato técnico en las mismas especialidades y paralelos, durante el mismo año lectivo dejando como resultado un promedio de 7,07 puntos sobre diez. Se observó además los instrumentos de evaluación aplicados a los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerado durante los dos últimos años lectivos encontrando que no se utilizan problemas contextualizados del mundo real, tampoco problemas enfocados al desarrollo del razonamiento ni planteamiento de demostraciones de modelos; además los instrumentos de evaluación no se estructuran a cabalidad con base en los indicadores esenciales de evaluación.

El bajo rendimiento y la falta de la relación de la matemática con el mundo externo repercuten negativamente y dificultan un adecuado desarrollo del razonamiento lógico matemático.

1.2 Planteamiento del problema

Dentro de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los colegios se puede evidenciar algunos factores que influyen negativamente a que este proceso se logre llevar con eficiencia para obtener buenos resultados. El desarrollo del razonamiento lógico matemático depende estrictamente del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Una correcta enseñanza de la matemática en un ambiente adecuado posibilita aprendizaje significativo y a su vez conduce al mejoramiento del razonamiento lógico matemático.

Uno de los factores que influye negativamente en el proceso es la falta de motivación y entrega hacia el estudio por parte de los estudiantes, tal responsabilidad recae sobre algunos actores, para el estudio el interés se enfoca en el accionar del maestro, quien debe procurar concitar el interés en sus clases a partir de metodologías interactivas y recursos. Varios estudiantes muestran poca importancia por el estudio, no tienen predisposición por aprender cosas nuevas, algunos incluso asisten con el simple objetivo de pasar el año. Lo anterior se resume en un corto nivel de conocimientos y en un bajo rendimiento académico.

La enseñanza correcta de la matemática exige una metodología adecuada por parte del maestro aplicando el constructivismo, la aplicación de ésta junto con estrategias pertinentes hace posible una mejor comprensión de los fundamentos de la matemática y un aprendizaje verdadero; si un profesor no encuentra las estrategias metodológicas para desarrollar destrezas con criterios de desempeño, técnicas e instrumentos acorde a lo que enseña y a las características de los estudiantes, ellos tendrán dificultades para aprender y en particular para comprender y resolver problemas matemáticos.

Existen tres procesos mentales imprescindibles para realizar cualquier tipo de trabajo intelectual, estas son: concentración, memoria y razonamiento, los que se conjugan en distinto grado siendo el más importante el razonamiento, de otra manera el trabajo intelectual resulta ineficaz. Lo mismo ocurre en el aprendizaje de matemáticas, existe una alta inclinación por la memoria más que por el razonamiento su adecuado desarrollo que es muy importante.

Otra falencia dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que impide un adecuado desarrollo de razonamiento lógico matemático es la falta de resolución de problemas contextualizados y aplicaciones a la vida real. Algunos maestros se limitan a explicar su clase y a realizar algunos ejercicios y no problemas de aplicación; esto es una manera incorrecta de enseñar matemáticas, el objetivo de tal actividad es que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico, estén en capacidad resolver problemas relación a situaciones reales o a otros contextos (interdisciplinariedad) a partir de la interpretación de variables y el planteamiento de modelos matemáticos. El desarrollo del razonamiento se dificulta sin la toma en cuenta de estas acciones.

En general los factores de tipos metodológico y actitudinal presentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática como la forma de enseñanza utilizada por los profesores, la falta de resolución de problemas de razonamiento matemático, el uso de la memoria más que el razonamiento, la falta de entrega al estudio; producen consecuencias adversas, entre ellas: poca afinidad hacia las matemáticas y desmotivación, poca comprensión de los problemas matemáticos, bajo rendimiento académico, y en general, un escaso desarrollo del razonamiento lógico matemático, que es la destreza más importante para los estudios superiores, el desempeño profesional y el desenvolvimiento en la vida real.

1.3. Formulación del problema

¿Cuál es el grado del desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios Técnico Víctor Manuel Guzmán de Ibarra y Fiscomisional León Ruales de Mira durante el año lectivo 2013-2014?

1.4. Delimitación

1.4.1 Delimitación espacial:

- Colegio Técnico Víctor Manuel Guzmán

Ibarra-Imbabura-Ecuador

Avenida el Retorno Y Ricardo Sánchez

Teléfono: (06) 2950-712

- Colegio Fiscomisional León Ruales

Mira-Carchi-Ecuador

León Ruales C21-060 y Gonzáles Suárez

Teléfono: (06) 2280-171

1.4.2 Unidades de observación:

Estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios: Técnico Víctor Manuel Guzmán de Ibarra y Fiscomisional León Ruales de Mira. Una población total de 214 estudiantes.

1.4.3. Delimitación temporal:

El trabajo de investigación se efectúa desde el mes de octubre de 2013 y se desarrollará durante todo el año lectivo escolar 2013-2014, hasta junio de 2014.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo General

Determinar el grado del desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios Técnico Víctor Manuel Guzmán de Ibarra y Fiscomisional León Ruales de Mira.

1.5.2. Objetivos Específicos

- Diagnosticar las estrategias que el docente utiliza para desarrollar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes.
- Fundamentar teóricamente las estrategias para el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

- Proponer una guía didáctica con estrategias, ejercicios modelo y problemas propuestos que promuevan el desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes.

- Difundir la guía didáctica en los colegios en los que se llevó a cabo la investigación.

1.6. Justificación

El razonamiento lógico matemático es una característica propia de los seres humanos que empieza a desarrollarse a partir de la evolución de la persona. Sin embargo, esta facultad propia del individuo amerita un correcto desarrollo para potencializarla con la finalidad de que la persona obtenga una mejor comprensión de situaciones y pueda resolver diversos tipos de problemas con eficacia y eficiencia que se le presenten en la vida.

Por otro lado, el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático es una competencia que en los últimos dos años ha llamado la atención el Ecuador debido a que constituye una característica fundamental en el perfil del aspirante universitario, por lo cual se le ha otorgado una mayor importancia no únicamente por el hecho de ser indispensable, sino porque posibilita un mejor entendimiento de los temas de estudio, generando aprendizajes significativos; y, en general mejora el rol académico del estudiante.

Es importante por lo tanto encontrar y generar estrategias activas e innovadoras que hagan posible el desarrollo del razonamiento lógico matemático, aparte de las comúnmente aplicadas y reunirlas en una guía didáctica para la aplicación por parte de los docentes en los estudiantes de los colegios objeto de la investigación.

Mediante la investigación planteada se busca diagnosticar las estrategias utilizadas en el proceso de enseñanza aprendizaje con respecto al desarrollo del razonamiento lógico matemático; y se propondrá pautas reales y originales de solución, a la vanguardia de teorías relacionadas actuales, para superar el problema en tiempo prudente y en el mayor grado posible. La propuesta de solución se enfoca en superar el problema en mención de manera correcta, clara y sencilla.

Este trabajo de investigación constituye además un requisito para la obtención del título de “Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad Física y Matemática” de la Facultad de Educación Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Fundamentación Teórica

2.1.1. Fundamentación epistemológica

Teoría coherente de la evolución del conocimiento

Jean Piaget citado por Cabanne (2007) establece: “El conocimiento pasaría de un estado a otro de equilibrio a través de un desequilibrio de transición” (p. 8). Lo que quiere decir que el conocimiento es un proceso de modificación y construcción, desde un conocimiento inicial a otros superiores; superar el conflicto que implica el paso del uno al otro (estado de desequilibrio) es la clave para alcanzan nuevos aprendizajes, es la manera de formar el conocimiento. Esta teoría está en concordancia con la enseñanza de la matemática pues en ella es necesario tener conocimientos básicos que van evolucionando. Es tarea de maestro entonces encontrar la dinámica eficaz para superar aquel estado de desequilibrio.

Teoría de las situaciones didácticas

Desarrollada por Guy Brousseau en 1986, se enfoca en el estudio de las condiciones bajo las cuales se generan aprendizajes en matemáticas y la utilización y manipulación éstas. Por su importancia ha sido adaptada también a otros campos.

El docente es el encargado de plantear una serie de pasos que lleven al estudiante de un estado inicial (desconocimiento) a otros estados hasta llegar a un estado final (aprendizaje). Se trata de un proceso dinámico donde no sólo se analizan las situaciones que favorecen al aprendizaje de las matemáticas, sino que se generan ideas propias, aun cuando no resultasen eficaces, para el caso, desecharlas. La principal noción de la teoría es que se necesita principalmente de investigación y no simplemente de los fundamentos de las ciencias: matemática, psicología y pedagogía.

En cambio el medio no es importante en la dimensión del tipo que se trata sino cómo ha sido modificado para el aprendizaje; por tanto los espacios físicos son adecuados para el favorecimiento de las concepciones.

Favorece al aprendizaje la relación de los conocimientos con las experiencias del estudiante y la vinculación con el mundo real, en vista que permiten una significación autentica, mucho más objetiva de las matemáticas, facilita el entendimiento y la perpetuación en la memoria; puntos a ser tomados en cuenta en el proceso de secuenciación de las actividades didácticas.

Según el artículo “teoría de las situaciones didácticas” (2014) “Es una teoría de la enseñanza, basada en la hipótesis de que los conocimientos matemáticos no se construyen espontáneamente y busca las condiciones para una génesis artificial de los mismos”.

2.1.2. Fundamentación pedagógica

El Constructivismo

Constituye un paradigma pedagógico que se centra en el individuo como el constructor del conocimiento, lo hace a partir de conocimientos iniciales los mismos que son modificados para adaptarse a la nueva realidad construida. Se deriva de diferentes postulados dentro de la Pedagogía, Sicología y Filosofía. Sus principios son los siguientes:

- El individuo forma su conocimiento de manera activa.

- Para que se construya en nuevo conocimiento son necesarios los conocimientos previos.

- Los conocimientos y comportamientos son influenciados por el medio socio-cultural.

- El aprendizaje implica la aplicación del conocimiento a la realidad.

Dentro de los fundamentos del constructivismo tenemos a las teorías que se explican a continuación.

EL ENFOQUE SOCIOCULTURAL DE VIGOTSKY

La sociedad en el principal elemento que condiciona el aprendizaje de las personas. Influyen directamente en el individuo la cultura a su alrededor que posee además una manera propia de aprendizaje. Los elementos culturales como el lenguaje, las tradiciones, las visiones de la realidad y las relaciones sociales son elementos que determinan el comportamiento y la manera de ver la realidad de la persona, de ese modo la sociedad es la que influye en tales aspectos y el aprendizaje es diferente para cada persona según el medio en el que se desenvuelve. Aquí también se da el aprendizaje guiado que se trata del aprendizaje por medio de personas con mayores conocimientos y experiencia. (Teoría de la educación: Constructivismo, 2013)

LA TEORÍA EVOLUTIVA DE PIAGET

El aprendizaje es la modificación de estructuras cognitivas, es decir, los nuevos conocimientos se van asentando sobre las bases de anteriores conocimiento; mediante esa dinámica aquellos van evolucionando a formas más complejas, abstractas e ideales, no obstante existen también conocimientos que luego de servir como bases se van desechando, tal es el caso del conocimiento empírico. Para Piaget la manera de comprobar que una persona ha aprendido es mediante la explicación pertinente por ella del nuevo conocimiento. Menciona además que para que se genere el aprendizaje es fundamental la predisposición hacia éste o motivación, la misma que es personal y no puede ser influenciada por el maestro. (Teoría de la educación: Constructivismo, 2013)

TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE AUSUBEL

Para Ausubel el nuevo aprendizaje se inicia a partir de experiencias y conocimientos previos los cuales son indispensables y derivan en el nuevo conocimiento adquirido. Para que el aprendizaje sea significativo no sólo debe haber conformado una estructura mental, sino además debe ser aplicado a la realidad, tal hecho se convierte en un indicador del aprendizaje. Se menciona también que el aprendizaje significativo está en contraposición al memorístico y que la consecución de éste depende de la motivación del aprendiz, si el estudiante no tiene predisposición a aprender no es posible el aprendizaje significativo, se puede conseguir un aprendizaje memorístico pero por su naturaleza no es duradero y no se puede aplicar a la realidad. (Teoría de la educación: Constructivismo, 2013)

El constructivismo tiene los siguientes objetivos educativos:

- Instruir al estudiante en aprender a aprender, con predisposición, construyendo el conocimiento de manera activa y generando una apertura permanente de las cosas nuevas con actividades promotoras y de forma pertinente a su naturaleza.

- Impulsar el desarrollo de procesos cognitivos y de creatividad, para agilizar la mente del estudiante con mira a un mejor desempeño profesional y de la vida real.

- Utilizar en el aprendizaje elementos del contexto del mundo real, dentro de ellos problemas que impulsen la capacidad de interpretación y de análisis de situaciones para agilizar tales capacidades.

- Ambientar de forma creativa y didáctica el ambiente del aprendizaje.

Respecto al rol del estudiante propone:

- Aprendizaje de manera autónoma, con ayuda del docente prepara situaciones que posibiliten el aprendizaje significativo.

- El aprendizaje debe ser activos, se deben proponer actividades que implique la solución de problemas tomados de la realidad.

- Tener conocimientos previos y motivación hacia el aprendizaje.

La interacción entre los estudiantes:

La interacción entre los estudiantes es un recurso favorable en vista de que es aprendizaje es influenciado por el medio, de esa forma una buena organización en los estudiantes junto con el aporte de diferentes criterios y compartimiento de opiniones ayuda a obtener buenos resultados. Por tales razones se toma trabajo en grupo como beneficioso.

En cuanto al rol del docente:

El docente es el guía principal en el proceso de aprendizaje encargado de generar las situaciones adecuadas para que se puedan construir los conocimientos en las que se encuentran: actividades planificadas, material didáctico y guías didácticas y metodológicas. Es el encargado de orientar durante todo el proceso y debe ser capaz de localizar las diferencias individuales de los estudiantes para ayudar a enfocar las mismas a la forma de aprendizaje, es decir tener en cuenta que no todos los estudiantes están preparados para aprender de la misma manera. Las situaciones propuestas por el docente deben estar también enfocadas a despertar el interés y la motivación de los estudiantes ya que si no se consiguen estos elementos no se puede generar el aprendizaje significativo. El docente tiene que estar presente durante todo el proceso satisfaciendo las necesidades de los estudiantes, ayudando a superar dificultades y colaborando es el esclarecimiento de ideas.

Criterios e instrumentos de evaluación

No existen técnicas e instrumentos específicos para la evaluación dentro del constructivismo, no obstante ésta tiene que ser de tipo formativa teniendo en cuenta que también se aprende equivocándose; se sugieren para ello actividades como: análisis de casos, resolución de problemas, aplicación de conocimiento al mundo real; también es importante como comprobante de la construcción del conocimiento la elaboración de síntesis en resúmenes o en organizadores gráficos: mapas conceptuales, mapas mentales, cuadros sinópticos, entre otras. Se sugieren además actividades de autoevaluación y coevaluación.

2.1.3. Fundamentación Psicológica

Teorías del aprendizaje

Desde tiempos antiguos el hombre se ha interesado por dar respuesta a las interrogantes de su entorno, y por supuesto, el tema del aprendizaje no ha sido la excepción, planteándose hipótesis y más tarde formulando teorías. Se puede tomar como punto de partida de la educación a la antigua Grecia desde el siglo IV a.C., en donde hubo instituciones educativas como la Academia de Platón y el Liceo de Aristóteles.

No obstante la mayor parte de la población, en siglos anteriores no se preocupaba por la manera de enseñanza de los conocimientos que eran importantes (para la gente, según criterios de cultura y lugar), de esa manera los padres se enfocaban en enseñarles a sus hijos tareas que ellos realizaban, en la forma qué ellos las hacían, castigándolos cuando no las realizaban con éxito y graficándolos en el caso opuesto; con ese accionar se enseñaba sin importar la manera de llevar las acciones a cabo sino únicamente el resultado.

Con la generación de instituciones educativas hubo un cambio importante, por primera vez se tomaba a la educación como un proceso estructurado y planificado, en donde se enseñaba temáticas diferentes a las cotidianas (como las diferentes asignaturas de las ciencias), promulgando el desarrollo de la sociedad.

Desde la aparición de las instituciones educativas, los maestros se dieron cuenta que la enseñanza en muchas ocasiones resultaba ineficiente, debido a la manera de llevar a cabo el proceso y la falta de interés de los estudiantes, lo que constituía un grave problemas. La manera de enseñanza era la causa de la aversión al estudio por los estudiantes.

Más tarde surgieron escuelas psicológicas que dieron lugar a múltiples teorías del aprendizaje. A su vez, una teoría dada de aprendizaje lleva implícito un conjunto de prácticas escolares. Así, el modo en que un educador elabora su plan de estudios, selecciona sus materiales y escoge sus técnicas de instrucción depende, en gran parte, de cómo define al “aprendizaje”. Por ende, una teoría del aprendizaje funciona como guía en el proceso enseñanza-aprendizaje. (Borja, 2009)

Todo lo que hace un maestro se ve matizado por la teoría psicológica que los sostiene, por consiguiente, si un maestro no utiliza un caudal sistemático de una teoría en sus decisiones cotidianas, estará actuando ciegamente. De esta forma, en su enseñanza será difícil advertir que tenga una razón, una finalidad y un plan a largo plazo. Un maestro que carezca de una vasta orientación teórica, estará solamente cumpliendo con sus obligaciones de trabajo. Es cierto que muchos educadores operan en esa forma y emplean un conjunto confuso de métodos sin orientación teórica; sin embargo, no hay duda de que esa forma desorganizada de enseñanza es la causa de muchas de las críticas adversas que se hacen en la actualidad contra la educación.

El maestro debe conocer las teorías más importantes que han desarrollado los psicólogos profesionales a fin de tener bases firmes de psicología educativa que les permitan tomar decisiones y tener más probabilidad de producir aprendizajes significativos en el aula.

Teoría de aprendizaje cognitivista

A partir de la década de los 70, tiempo en que la teoría conductista, la más aceptada hasta entonces en cuanto a la descripción del aprendizaje, es cuestionada y se toman en cuenta nuevas consideraciones como medios indispensables y efectivos para generar el aprendizaje. Aparece la teoría cognitivista.

La teoría cognitivista a diferencia del conductismo se enfoca principalmente en los procesos internos con los que se da el aprendizaje, es el punto medio entre estímulo y respuesta sin el cual no se puede generar la comprensión de lo que se intenta aprender. Establece: para que se dé lugar al aprendizaje se necesitan de procesos cognitivos como la atención, percepción, memoria y razonamiento. Otorga importancia a ellos como un agregado que tiene que poner el estudiante y en cuanto mayor sea el desarrollo, el aprendizaje será más eficiente.

Según Bruning, Schraw y Norby (2012). : “Muchos de los conceptos clave de psicología cognitiva, como la teoría del esquema y los niveles de procesamiento, representan el pensamiento constructivista” (p. 209). Además: “Según la concepción constructivista, los alumnos alcanzan el significado seleccionando la información y construyendo su conocimiento individualmente, o bien en colaboración con otros alumnos” (p. 208-209)

La concepción constructiva del conocimiento no se enfoca en la transmisión de conocimientos, sino que promueve el desarrollo de procesos que favorezcan la construcción del conocimiento como la metacognición, para que el estudiante pueda obtenerlos de manera más independiente, mejorando la habilidad en procesos cognitivos y haciendo posible el aprendizaje significativo. Entre los exponentes más destacados en esta teoría tenemos:

JEAN PIAGET

Para Jean Piaget el conocimiento no se genera sólo por la interiorización del ambiente en el que se desenvuelve el individuo, se necesita de una construcción mental realizada por este. (Arancibia et al., 2009)

Características del aprendizaje.

- Adaptación e inteligencia: La inteligencia es la coherencia entre los esquemas mentales del sujeto con la realidad, es decir las representaciones mentales del mundo o del ambiente en concordancia con la verdad del ambiente.

- Asimilación: Versa en incorporar un nuevo conocimiento a una representación mental ya existente de tal manera que sea integrado sin cambiar la esencia misma de la representación mental.

- Acomodación: Está en contraposición a la asimilación, en este caso es necesario una nueva representación mental para atrapar el nuevo conocimiento, de otra manera no es posible.

JEROME BRUNER

El aprendizaje es un proceso de construcción efectuado por cada individuo a su manera. Cada persona asimila a su modo el conocimiento utilizando procesos cognitivos. (Arancibia et al., 2009)

Ideas sobre el aprendizaje:

- No dependencia entre reacción y estímulo

- El crecimiento consiste en internalizar estímulos en la memoria, para identificarlos en situaciones futuras.

- Desarrollarse intelectualmente implica una mayor capacidad de comunicación (mejoramiento del lenguaje), la resolución de problemas, el manejo de la atención y el tiempo.

Bruner da importancia a las nuevas estructuras que se forman cuando hay un aprendizaje, al aprendizaje mismo y al método de descubrimiento que es más efectivo para interiorizar un contenido, a los que se le conoce como “Aprendizaje por Descubrimiento”.

DAVID AUSUBEL

El proceso de aprendizaje se basa en el asentamiento de los nuevos conocimiento en la estructura cognitiva, entendiéndose como estructura cognitiva a los conocimientos y destrezas ya desarrolladas. Es importante tener en cuenta los conocimiento ya adquiridos para la planificación de manera que los nuevos se asienten en los anteriores (complemento) o se modifique la estructura cognitiva. (Arancibia et al., 2009)

El aprendizaje significativo

El conocimiento nuevo se asienta en las anteriores (estructura cognitiva) de manera que la estructura cognitiva se va modificando en lo que constituye un proceso organizado y gradual en donde el conocimiento inicial se conecta con el nuevo y se modifica.

2.1.4. Los procesos mentales superiores en el razonamiento.

Definición

Constituyen procesos de la corteza cerebral de mayor complejidad que los elementales: memoria, atención, emoción, aprendizaje y percepción. Algunos de ellos son: abstracción, lenguaje, pensamiento, toma de decisiones, actitudes, entre otras. Se llaman superiores debido a que requieren de una capacidad mental mayormente desarrollada que los procesos inferiores.

Los procesos mentales superiores se adquieren a partir de la influencia del medio en el que se desarrolla el individuo a diferencia de los inferiores que son innatos. Por lo tanto son influenciados por el ambiente social: familia, amigos y sociedad en general. Pero más todavía por el tipo de educación (principalmente formación intelectual) de la que el estudiante ha sido objeto. Los procesos mentales superiores hacen al individuo más eficiente y eficaz para cumplir funciones intelectuales. (Guerrero, s.f.)

Pensamiento Deductivo

Tradicionalmente se tiene al pensamiento deductivo que es el que va de lo general a lo particular, definición poco satisfactoria e insuficiente ya que existen premisas que no son proposiciones generales, de esa manera no se cumple con tal definición. Según Hernández y Rodríguez (2009). : “Los argumentos deductivos se caracterizan por dar lugar a conclusiones verdaderas, siempre que partamos de premisas que también lo son, cuando se infieren de manera necesaria de lo que establecen las premisas” (p. 69) Es decir, la deducción es un proceso mediante el cual se extrae una conclusión verdadera para lo que es necesario que las premisas sean verdaderas (declaraciones iniciales para analizarlas), de otro modo la conclusión no sería válida. Es menester acotar que la conclusión deductiva es la única válida (verdadera, a diferencia de la inductiva) por su naturaleza (consecuencia lógica y directa de proposiciones verdaderas) Podemos dar como ejemplo a dos premisas de la cuales se extrae la conclusión a partir de la deducción:

Premisas: - Todos los empleados son varones.

- Todos los varones tienen hijos.

Conclusión: Todos los empleados tienen hijos.

Pensamiento Analógico

Consiste en utilizar conocimientos anteriores para resolver situaciones diferentes que se susciten en el presente, es la aplicación de lo que ya se conoce para la solución de diferentes tipos de problemas no relacionados o poco relacionados con los problemas en donde apareció o se empleó el conocimiento original. Esta naturaleza hace que no siempre sus conclusiones sean correctas. Al no poder demostrar la veracidad de la conclusión es considerado como un razonamiento inductivo. (Sierra, 2010)

Al respecto Sierra (2010) menciona: “En muchas ocasiones, cuando se realiza la mencionada extrapolación de conocimientos de situaciones anteriores a alguna otra nueva situación, resulta ser que estas dos no comparten una estructura de razonamiento similar, lo que deriva en deducciones erróneas”

Pensamiento Lógico

Es la capacidad de abstracción del individuo, aparece en la pubertad y está presente en diferente grado en las personas: Algunos son mejores analizando situaciones y sacando conclusiones (correctas); sin embargo el pensamiento lógico puede ser desarrollado. Se basa principalmente en la inferencia de conclusiones a partir de las premisas teniendo en cuenta que para que el razonamiento sea lógico necesariamente la conclusión tiene que ser verdadera (válida) o al menos con un alto grado de probabilidad; esto se consigue cuando las premisas son verdaderas, en caso contrario, el razonamiento (cuando la conclusión sea falsa o poco probable) no es lógico.

El pensamiento lógico nos permite obtener nuevos aprendizajes sin tener que partir de las vivencias actuales a partir de la extracción de conclusiones desde las premisas, como se indicó.

Pensamiento transitivo

Según el artículo "El razonamiento" (s.f.). : "El razonamiento transitivo estudia las inferencias deductivas realizadas con proposiciones que tienen relaciones internas de transitividad, siendo la transitividad la propiedad de cualquier escala de acuerdo a la cual se comparan u ordenan objetos."

Al igual que en el razonamiento deductivo se parte de dos premisas para extraer la conclusión, pero durante el proceso es necesario encontrar además de la relación sintáctica entre las premisas una relación escrita que de significado a cada premisa, pueden ser (mayor que, más a la derecha, de menor edad, etc.) imprescindibles para que la conclusión será válida.

Tenemos a los siguientes tipos:

1. Relaciones de transitividad

- Julio es más viejo que Andrés.

- Andrés es más viejo que Luis.

- ¿Es Julio más viejo que Luis?

2. Relaciones de intransividad

- Leonor es madre de Lourdes

- Lourdes es madre de Melisa

- ¿Es Leonor madre de Melisa?

3. Relaciones de Atransitividad

- Manuel es primo de Gonzalo.

- Gonzalo es primo de Israel.

. ¿Es Manuel primo de Israel?

Pensamiento Hipotético

Durante el desarrollo cognitivo en la adolescencia el individuo mejora sus capacidades mentales y crea nuevas. El pensamiento hipotético es una de ellas y consiste en el planteamiento personal de proposiciones para entender la realidad. Se adelanta a los hechos y trata de explicar aspectos desconocidos. Se desarrolla a medida que se lo utiliza obteniendo conclusiones acertadas y es propio de cada persona.

Pensamiento Divergente

Hay diferentes formas de entender la realidad y solucionar problemas; los procesos mentales proveen de tales maneras. El pensamiento divergente es aquel que propone distintas alternativas de solución al problema diferentes de las habituales. En la forma de utilizar la imaginación y encontrar posibilidades poco comunes pero que resultan eficaces en la solución.

Según el artículo “Pensamiento Divergente” (2011):

> Pensar lateralmente implica complementar al pensamiento lógico tradicional ya que, como afirma el autor, al ser éste un proceso mecánico, no sólo puede ser inexacto, sino puede inducir a las personas a tomar decisiones erróneas.
>
> Esta clase de pensamiento es libre, asociativo y permite llegar a una solución desde otro ángulo. Si bien es cierto que ambos pensamientos son complementarios, el divergente incentiva el ingenio y la creatividad.

2.1.5. Estrategias para desarrollar el razonamiento lógico matemático

A continuación se muestran las principales estrategias para desarrollar el razonamiento lógico matemático.

La observación

Es uno de los primeros métodos existentes para la recolección de información de manera directa, clara y objetiva; del medio, situación o fenómeno presente ya que permite la presencia (vivencia) directa del sujeto que investiga. Por sus características es también uno de los métodos más adecuados y eficaces al momento de estudiar acontecimientos muy utilizado en gran número de investigaciones.

La observación es la percepción y captación de información de suceso a partir de los sentidos del ser humano (no únicamente el sentido de la vista) especialmente el de la vista. Su importancia radica en la forma directa de presenciar la realidad de estudio, posibilitando de esa manera una interpretación objetiva de la misma, eficaz para comprender hechos, descubrir nuevos elementos y construir la ciencia ya que en general forma parte del método científico.

Una parte importante de la observación es delimitar el campo de ésta, es decir, los elementos y características a observarse; con ello se dice que saber observar es saber seleccionar. Desde esa premisa trasladada al razonamiento durante un proceso analítico matemático es importante que el estudiante identifique las características fundamentales dentro de la situación matemática planteada que le ayuden a comprender la situación, relacionándola con conocimientos anteriores, para una correcta resolución, nuevo aprendizaje y utilización futura para situaciones semejantes. (Librada, s.f.)

La imaginación

Es la capacidad del ser humano de crear elementos intrínsecamente sin recibir influencia del medio en el tiempo actual. Da principal utilidad a la memoria, con base en elementos ya conocidos del pasado, de esa manera, utiliza tales conceptos para crear otros nuevos obviando la necesidad percibir con los sentidos información. Se llama imaginación al proceso mencionado como también al resultado del mismo; es asistemático y puedo conducir a ideas falsas como también a nuevas ideas innovadoras o a nuevos descubrimientos. Varios grandes descubrimientos de la historia parten de la imaginación por eso su importancia.

En el artículo “La imaginación” se menciona: “Los psicólogos han estudiado la imaginación, no sólo en su forma de creatividad y expresión artística, sino también en su forma mundana de la imaginación de todos los días y han propuesto que está basada en los mismos procesos cognitivos que el pensamiento racional.”

Aparte de ello la imaginación está relacionada con el pensamiento lateral que versa en buscar solución a la situación problema con base en la imaginación generando distintas alternativas. El pensamiento lateral se desarrolla a partir de la infancia pero con el paso del tiempo generalmente deja de ser utilizado al ser reemplazado por otros métodos (enseñados) para resolver los problemas, lo que se transforma en un hecho negativo para los estudiantes. La imaginación es una enorme alternativa para solucionar problemas porque permite alternativas de solución variadas y mucho más exclusivas.

El Pensamiento Inductivo

La inducción se enfoca en el estudio de las situaciones que determinan la probabilidad de ocurrencia de una situación, de esa manera, habitualmente, se parten de conocimientos particulares a una forma generalizada. En este pensamiento la conclusión a la que se llega no puede ser tomada como verdad sino como una posibilidad según el tipo y la cantidad de las premisas de las que se parta. Es esa fundamental diferencia con el pensamiento deductivo en el cual la inferencia si puede ser asignada con un valor de verdadero.

Según Hernández y Rodríguez (2009):

> El argumento inductivo parte de la observación de cierta propiedad en un determinado número de casos particulares de individuos de una clase determinada, para posteriormente generalizar con probabilidad en la conclusión, la propiedad que se predica en las premisas respecto a ciertos objetos o entidades de una clases dada, y la atribuye a todas las entidades de esa misma clase.

La concepción tradicional del razonamiento inductivo, es decir, “va de juicios particulares a generales” ya no es aceptada en el marco de la Lógica debido a que pueden existir razonamientos inductivos que no sostengan tal esquema y puedan adoptar incluso la forma de un razonamiento deductivo. La principal característica es que ése no se puede demostrar (a diferencia del deductivo) y únicamente se convierte en una posibilidad.

No obstante éste es indispensable para el método científico ya que permite establecer ideas más allá de lo que se puede observar, posibilitando la construcción de teorías, es decir abre la posibilidad de nuevas conclusiones excluyendo a la demostración.

El pensamiento inductivo es fáctico, se basa es hechos y la experiencia de los cuales extrae ideas generalizadas a diferencia del deductivo que se basa en ideas y puede sacar conclusiones verdaderas.

El razonamiento inductivo se utiliza también en matemáticas; un ejemplo es el siguiente:

- El 42 es un número que tiene como mitad un número entero
- El 12 es un número que tiene como mitad un número entero
- El 102 es un número que tiene como mitad un número entero

Por lo tanto:

Todos los número enteros que su última cifra es 2 tienen como mitad un número entero.

En razonamiento anterior podemos notar que la conclusión es verdadera, sin embargo no siempre puede ocurrir de esa manera:

- La raíz cuadrada de 4 es 2

- La raíz cuadrada de 36 es 6

- La raíz cuadrada de 7 es 2,6456…

Por lo tanto:

A todo número entero se le puede extraer la raíz cuadrada.

Es un razonamiento deductivo que es erróneo ya que a los enteros negativos no se les puede extraer la raíz cuadrada.

El Razonamiento Lógico

Se denomina razonamiento lógico al proceso de inferencia del individuo con base en premisas conocidas, adquiridas a partir de la dotación de datos o la experiencia, para sacar conclusiones válidas o probables de ser válidas. Los razonamientos incorrectos (conclusiones erróneas) no forman parte del razonamiento lógico aunque sí les corresponde el término de razonamiento. Se trata de encontrar razones suficientes en los juicios iniciales que permitan extraer la conclusión o hipótesis.

El razonamiento lógico se divide en tres tipos que son: deductivo (estrictamente lógico) en el que la validez de la conclusión se da si las premisas con válidas; inductivo en el cual no se puede otorgar validez a la conclusión sino únicamente una probabilidad y el razonamiento abductivo. Por todas las características es de vital importancia para el desenvolvimiento del ser humano y como soporte a la construcción de la ciencia.

El Razonamiento Conjetural

Uno de los razonamientos lógicos según la Charles Pierce además del deductivo e inductivo es el abductivo o conjetural. Versa fundamentalmente en el establecimiento de una hipótesis de la cual se desprende la conclusión, inferencia que la explica, por lo tanto no se puede admitir como una verdad; sin embargo es de vital importancia para la interpretación de hechos y la construcción de la ciencia ya que establece el planteamiento de posibilidades explicativas a situaciones todavía desconocidos.

El Razonamiento abductivo o conjetural forma parte de uno de los tres tipos de razonamientos lógicos (junto con el inductivo y deductivo) y debido a su característica se emplea en la búsqueda de soluciones o respuestas a necesidades y situaciones de explicar o resolver.

El razonamiento geométrico

El razonamiento geométrico se basa en la identificación y conocimiento de un espacio físico tridimensional, que el individuo adquiere a partir de su propia experiencia ya que ningún tipo de razonamiento puede enseñarse, únicamente existe una estimulación de desarrollo; lo hace desde edades tempranas y lo va desarrollando gradualmente conforme al crecimiento según la estimulación recibida. Con el razonamiento geométrico se promueven otras capacidades como: la vista espacial, la imaginación espacial y la representación espacial. La imaginación espacial es de prominente importancia ya que hace posible el análisis del plano y las relaciones espaciales, implicando razonamientos y estableciendo conclusiones.

EL razonamiento geométrico implica el análisis del plano, de los objetos en el plano, de las relaciones entre objetos, la descripción de los procedimientos, el descubrimiento de propiedades, la extracción de razonamientos, la modelización de fórmulas; por lo tanto, es de gran importancia tanto para la resolución de problemas como también para el desarrollo del razonamiento lógico matemático. (Leyva y Proenza, s.f.)

2.1.6. El Pensamiento Lógico Matemático

Definición

El pensamiento lógico matemático es el que tiene como objetivo encontrar relaciones lógicas entre elementos matemáticos: ya sean cantidades, expresiones algebraicas, figuras geométricas, entre otros. Para extraer conclusiones a parir de razonamientos inductivos, deductivos o abductivos y de esa manera obtener soluciones a problemas o también generar conocimientos nuevos sin necesidad de la abstracción del mundo real.

La finalidad de la Lógica versa en el estudio de la validez de los razonamientos, para lo cual necesita del pensamiento lógico en su aplicación, por lo tanto el pensamiento lógico matemático se enfoca además en comprobar la validez de los teoremas matemáticos mediante demostraciones.

El Pensamiento

Se reconoce por pensamiento a toda actividad de la mente, especialmente las actividades racionales y la imaginación. Desde esta perspectiva queda claro que se trata de un concepto bastante amplio y diverso ya que existen además tipos de pensamiento. El Pensamiento se define además como cualquier ente que es traído a la existencia en la mente a partir del entendimiento.

Es una capacidad propia del ser humano que se va desarrollando a partir de la experiencia vivida, del medio en el que el individuo se desenvuelve, de las circunstancias en las que ha sido puesto a prueba, así el pensamiento va evolucionando y agilizándose, de ese modo sirve para solucionar conflictos que ayudan a vivir mejor a la persona.

Dentro de los tipos de pensamiento están: Inductivo, Deductivo, Creativo, Sistémico, Analítico, Instintivo, Interrogativo y Social. (Pensamiento, 2014)

El Pensamiento Creativo

La creatividad es la capacidad de las personas para crear cosas nuevas, desconocidas y novedosas, propia de cada uno. El pensamiento creativo en cambio es la facultad mental del individuo para crear novedosas soluciones a diversos tipos de problemas, la solución (conclusión) a la que se llega tiene un elevado grado de originalidad (caso contrario no sería creativo). El resultado es consecuencia del pensamiento creativo, pues si este no se diera el pensamiento no sería creativo. Consiste también en la modificación de algún objeto o idea para transformase en otra diferente y original. (Pensamiento creativo, 2014)

La Inteligencia Lógica Matemática

Es una de las inteligencias múltiples propuestas por el psicólogo Howard Gardner en 1 983. Para definirla es necesario conocer primero el concepto de inteligencia; según Tirado et al. (2010): “Podemos considerar que la inteligencia es una destreza o habilidad diferenciada de las personas para comprender, razonar e imaginar, que les permite integrar respuestas complejas, ya que estas respuestas no son fáciles de concebir y logran resolver de manera eficiente situaciones problemáticas difíciles" (p. 88).

La inteligencia lógica matemática es la facultad del ser humano de resolver problemas matemáticos utilizando el pensamiento lógico. Capacita al individuo para encontrar relaciones lógicas, realizar esquemas lógicos, probar hipótesis matemáticas, demostrar teoremas, solucionar problemas con base en los números y el razonamiento. Se desarrolla a partir del ejercicio, es decir, cuando más problemas se hayan solucionado aplicando la inteligencia lógica matemática mayor será la inteligencia misma. Constituye además el fundamento principal (junto con la inteligencia verbal) de las pruebas de coeficiente intelectual (CI). Por lo tanto su promoción es necesaria. (Inteligencia lógica matemática, s.f.)

El pensamiento lógico matemático según Piaget

Según el psicólogo Jean Piaget el pensamiento lógico matemático no se puede enseñar, se construye de manera intrínseca y por parte de la propia persona a partir de las relaciones que logra identificar del exterior (relaciones reflexivas). El aprendizaje de estimulación del razonamiento lógico matemático se efectúa por etapas: vivenciales, manipulación, representación simbólica y abstracción. El aprendizaje de la persona relacionado con el descubrimiento es significativo debido a que se da en la dinámica personal y propia del individuo, factores influyentes en la memoria e intelecto. (Montoya, 2014)

Los postulados según Piaget:

- Es estudiante aprende por interacción con objetos en el medio.

- De la interacción el estudiante genera representaciones mentales.

- El conocimiento es un paso de un estado de desequilibrio a otro de equilibrio.

- El conocimiento consiste en la modificación y acomodación de estructuras cognitivas.

De esta forma para Piaget la matemática es dinámica, en interacción con objetos reales y el razonamiento lógico matemático en función de la abstracción reflexiva.

2.1.7. Otros temas referentes al pensamiento lógico matemático

El pensamiento lógico matemático está estrechamente relacionado con los procesos mentales para su ejecución y se vale además de los problemas que se presentan el diario vivir para la potencialización; a continuación se toman en cuenta dos elementos estrechamente relacionados éste: el lenguaje y las matemáticas.

Relación entre el lenguaje y el desarrollo del pensamiento

Para el psicólogo ruso Lev Vigotsky las capacidades mentales del lenguaje y el pensamiento son independientes entre sí cuando aparecen. En el desarrollo de sus inicios los procesos del pensamiento y el lenguaje no están emparentados, no obstante, acorde al crecimiento de las personas las ambos se van combinando y posibilitan un desarrollo completo; de esta manera el pensamiento se va haciendo verbal y el lenguaje racional. Para Vigotsky también el lenguaje es una forma de desarrollar el pensamiento. (Álvarez, 2010)

J. Piaget en cambio propone una teoría cognitiva que versa en la autonomía del sujeto para crear sus propias estructuras cognitivas, tomando en cuenta también al lenguaje. Menciona en ella a dos procesos para la adquisición del conocimiento: la organización y la acomodación; que también son aplicados al desarrollo del lenguaje. Toma en cuenta entonces al lenguaje como resultado del pensamiento y forma de dar a conocer el pensamiento. (Lenguaje y Pensamiento, s.f.)

Las relaciones entre el lenguaje y el pensamiento actualmente aceptadas son:

- El pensamiento no sólo se refleja en el lenguaje, sino que lo determina.
- El lenguaje precisa del pensamiento.
- El lenguaje transmite los conceptos, juicios y raciocinios del pensamiento.
- El pensamiento se conserva y se fija a través del lenguaje.
- El lenguaje ayuda al pensamiento a hacerse cada vez más concreto.
- El pensamiento es la pasión del ser racional, del que procura descubrir hasta lo más mínimo y lo convierte en un conocimiento.
- El pensamiento involucra una estructura conocida como "la estructura del pensamiento".
- El lenguaje es simplemente un manejo de símbolos (dígase codificación), el pensamiento es un acondicionador del lenguaje.
- El pensamiento es el límite a la acción inconsciente, generada en la mayoría de los casos por mensajes errados o mal interpretados.
- Las formas del lenguaje se basan en el pensamiento, sin embargo estas no tienen una relación de paralelismo, sino que son mutuamente dependientes, por lo que es importante analizarlas en conjunto. (Pensamiento, 2014)

Contribuciones de la matemática al desarrollo del pensamiento

La matemática es una ciencia formal que tiene como objeto abstraer relaciones cuantitativas y de las formas espaciales de la realidad. Busca describir el entorno en base a los números y las figuras de manera correcta ya que para que el conocimiento matemático sea válido se requiere de la demostración. Extrae los conceptos de la realidad y los lleva hacia la mente, los hace abstractos teniendo como objetivo final obtener generalizaciones.

Para poder realizar el proceso de abstracción y generalización se utilizan operaciones mentales como: diversos tipos de pensamiento, imaginación, creatividad, análisis, síntesis, entre otras; como también procesos lógicos de inducción y deducción, actividades mentales que acorde a la utilización se van fortaleciendo y son las bases fundamentales para la abstracción de conceptos matemáticos y el desarrollo del pensamiento matemático.

En el conocimiento matemático juega un papel importante también la inducción y deducción. La inducción junto con la experiencia para la representación mental de objetos de la realidad, es un medio importante en cuanto a la generación de concepciones matemáticas aplicando la lógica y las percepciones con los sentidos. La deducción en cambio para la generalización de las abstracciones mentales hecha con base en la inducción, es la obtención de la ley general común en matemáticas que se utiliza para aplicarse en otras circunstancias y ciencias matemáticas.

Tanto la utilización de los procesos mentales como del pensamiento inductivo y deductivo contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico, y las matemáticas en general al necesitar de la abstracción y la relación de conceptos. Es la esencia misma de las matemáticas el desarrollo del pensamiento.

El pensamiento lógico de las personas a partir de las matemáticas se promueve debido a que:

- Los conceptos, las generalizaciones y la aplicación de las leyes matemáticas requieren de un nivel de abstracción notable para lo que es necesario una actividad mental rigurosa.
- Las ciencias matemáticas están relacionadas entre sí por lo que un problema matemático puede tener varias vías de solución, el encontrar el camino de solución más conveniente según el caso estimula o la resolución de varias formas estimula la interrelación, el pensamiento creativo y el pensamiento lógico.
- El conocimiento matemático requiere de la utilización de los procesos mentales superiores: pensamiento, análisis, síntesis, creatividad, entre otras; lo que contribuye al desarrollo del pensamiento lógico. (González y Blanco, 2007)

2.2. Posicionamiento teórico personal

Los procesos mentales superiores son importantes para el desarrollo del razonamiento lógico matemático en su característica de procesamiento de la información. El pensamiento lógico, dentro de éste los pensamientos: inductivo, deductivo, lateral e hipotético, junto con la imaginación y la creatividad permiten abordar los problemas planteados de diferentes maneras, permitiendo varias soluciones novedosas y adecuadas. El razonamiento lógico matemático es resolver problemas de la realidad o abstractos aplicando las matemáticas y la lógica; así los procesos mentales superiores utilizados en la resolución de problemas matemáticos contribuyen al razonamiento lógico matemático. Dichos procesos implican actividades mentales rigurosas que acorde a su actividad se van agilizando gradualmente lo que también mejora la capacidad de razonamiento.

Después del análisis y discernimiento de la información se infiere que la teoría de las situaciones didácticas y la teoría cognitivista son afines al desarrollo del razonamiento lógico matemático.

La teoría de las situaciones didácticas implica principalmente el estudio e investigación de situaciones que estimulan el aprendizaje. Enfocándose en su objetivo principal aplicado al desarrollo del razonamiento lógico matemático se toma dentro de mencionadas situaciones a la aplicación de los métodos inductivo y deductivo mediante el ejercicio de los procesos mentales superiores, entre ellos los diferentes pensamientos: divergente, hipotético, matemático, entre otros; por su naturaleza de permitir solucionar problemas y generalizar leyes matemáticas. Por lo tanto, teniendo como objetivo el desarrollo del razonamiento lógico matemático, las actividades planificadas de enseñanza en el aula de clases deben centrarse en la resolución de problemas utilizando los procesos mentales superiores; como también dando apertura a la imaginación.

La teoría cognitivista asume al aprendizaje como un proceso de estructuración mental a partir de las percepciones que tenga disponible el individuo al que presenta como actor principal del suceso. Para el aprendizaje se vale exclusivamente de la representación intelectual de la realidad, en un proceso netamente subjetivo y mental, y además único para cada persona ya que cada uno procesa la información a su manera. El aprendizaje es además un proceso de construcción y modificación; de construcción cuando el conocimiento que se pretende aprender está poco relacionado o no relacionado con los conocimientos que ya se tienen y de modificación cuando el nuevo conocimiento es una actualización o complementación del ya asentado (estructuras cognitivas), de esa manera los conocimientos van evolucionando.

Una clase de matemática teniendo como descripción del aprendizaje a la teoría cognitivista se centra en la forma de hacer que los estudiantes puedan generar las representaciones mentales de la realidad (objetos matemáticos) de manera efectiva.

La teoría cognitiva al enfocarse en los procesos internos de la mente como manera indiscutible de aprendizaje, utiliza los procesos mentales superiores que son utilizados también en la ejecución de un razonamiento. De esa manera aprender aplicando la teoría cognitiva es aprender razonando; si los tópicos de aprendizaje implican conceptos y demostraciones matemáticas, esta causa implica además el desarrollo de un tipo especial de razonamiento: el razonamiento lógico matemático, ya que la utilización de los procesos mentales van agilizando al cerebro humano en los mismos procesos; mejora la capacidad de razonamiento.

2.3. Glosario de Términos

- Actividades de evaluación: actividades concretas con las que se ha evaluado a los alumnos para ver si han alcanzado los objetivos previstos.

- Acto educativo: acto sistemático e intencional que realiza el hombre y cuyo objetivo es la consecución del fin de la educación, es decir, la perfección humana.

- Alumno: del latín *alumnum*, de *alere,* alimentar. El alumno es la persona, respecto del que la educó. El discípulo respecto de su maestro, de la materia; estudiante.

- Aprendizaje: término que se refiere a aquellos procesos conscientes que desembocan en modificaciones mentales duraderas en el individuo. No se opone a enseñanza sino al contrario, una enseñanza de buena calidad asegura el aprendizaje. El concepto de aprendizaje y desarrollo individual varía en los diferentes modelos pedagógicos.

- Capacidades: Las capacidades son aquellas aptitudes que el alumno ha de alcanzar para conseguir un desarrollo integral como persona. En el currículo de una etapa educativa, los objetivos generales de la etapa y de área vienen expresados en términos de capacidades.

- Contexto de descubrimiento: se refiere al enfoque epistemológico que privilegia en el estudio de las ciencias, su evolución histórica y los procesos de creación necesarios para alcanzar el estado actual de la ciencia.

- Contexto de la enseñanza: se refiere a aquella dimensión de las ciencias que vincula su quehacer a la cultura de la época, a su lenguaje, a su desempeño por convencer y difundirse en medio de la comunidad académica y el resto de la sociedad.

- Cultura: Es el conjunto de conocimientos adquiridos por una persona bajo la acción del medio social. Ese conjunto de conocimiento, valores, creencias, entre otras; que forman la cultura condiciona el modo de vida y las costumbres de un grupa social o una época.

- Didáctica: se refiere a las metodologías de enseñanza, al conjunto de métodos y técnicas que permiten enseñar con eficacia.

- Educación: se refiere al proceso social e intersubjetivo mediante el cual cada sociedad asimila a sus nuevos miembros según sus propias reglas, valores, pautas, ideologías, tradiciones, prácticas, proyectos y saberes compartidos por la mayoría de la sociedad. Más modernamente la educación no solo socializa a los individuos sino que también rescata en ellos lo más valioso, aptitudes creativas e innovadoras, los humaniza y potencia como personas. Hoy día educarse no es adaptarse a la sociedad.

- **Enseñanza:** proceso intencional y planeado para facilitar que determinados individuos se apropien creativamente de alguna porción de saber con miras a elevar su formación, puede ser formal y no formal, escolar o desescolarizada.

- Estructura: conjunto de partes y relaciones entre ellas que definen un sistema. La función del sistema se refiere a la manera cómo se desempeña, cómo actúa o cómo puede utilizarse.

- Evaluación: la evaluación constituye un elemento clave para orientar las decisiones curriculares, definir los problemas educativos, acometer actuaciones concretas, emprender procesos de investigación didáctica, generar dinámicas de formación permanente del profesorado y regular el proceso de adaptación y contextualización del currículo en cada institución educativa.

- Formación: es el eje y principio fundador de la pedagogía; se refiere al proceso de humanización que va caracterizando el desarrollo individual aquí y ahora, según las propias posibilidades; la formación es la misión de la educación y de la enseñanza.

- Interacción: efecto de una de las partes de un sistema sobre otra de sus partes y viceversa.

- Modelos pedagógicos: son representaciones sintéticas de las teorías pedagógicas que existen como paradigmas dentro del campo disciplinario de la pedagogía.

- Paradigma: en el sentido de Thomas Kuhn, es el conjunto de teoría, métodos, problemas y objetos de estudio, técnicas y patrones de solución que caracterizan el trabajo investigativo de una comunidad científica en determinada época.

- Pedagogía: como término del lenguaje común y más amplio se refiere al saber o discurso sobre la educación como proceso de socialización, de adaptación.

- Saber: es aquel conjunto de conocimiento, pautas y valores, ideologías, mitos y ritos, destrezas y prácticas que una sociedad produce para sobrevivir, convivir y superarse.

2.4. Subproblemas, interrogantes y supuestos implícitos

- ¿Qué estrategias utiliza el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje para el desarrollo del razonamiento lógico matemático en los estudiantes?

Los docentes investigados no utilizan las estrategias metodológicas para el desarrollo del razonamiento lógico matemático adecuadamente, en las planificaciones señalan utilizar la inducción y deducción, sin embargo aquello no se evidencia durante las clases.

- ¿Cuáles son las estrategias indicadas para el desarrollo del razonamiento lógico matemático?

Las principales estrategias para desarrollar el razonamiento lógico matemático son la inducción y la deducción ya que permiten solucionar diversos problemas, son de mucha utilidad también el establecimiento de conjeturas y la relación de los problemas con el medio.

- ¿Cómo elaborar una guía didáctica con que ayude a desarrollar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes?

Una guía didáctica para desarrollar el razonamiento lógico matemático debe contener las estrategias más importantes: inducción y deducción, además problemas especiales en los que se apliquen los conocimientos en situaciones de la realidad. Debe mostrar el proceso a seguir con claridad, ser explícita en cuanto a los objetivos, dar ejemplos y proponer una evaluación.

- ¿Qué resultados se busca obtener luego de socializar la guía didáctica en los colegios en los que se realizó la investigación?

La guía pretende conseguir una aceptación de la comunidad educativa: docentes, estudiantes y autoridades a partir de la exposición de la misma acerca de la aplicación estrategias para desarrollar el razonamiento lógico matemático en proceso de aprendizaje

2.5. Matriz categorial

Tabla No. 01: Matriz categorial.

CONCEPTO	CATEGORÍA	DIMENSIÓN	INDICADOR
Conjunto de actividades mentales encaminadas al entendimiento y relación de ideas para la resolución de problemas reales expresados en lenguaje matemático.	Razonamiento lógico matemático	Pensamiento: - Lógico - Inductivo - Deductivo - Abductivo - Analógico - Matemático - Creativo - Crítico	- ¿Tiene dificultad en comprender un problema matemático? - ¿Puede inducir modelos matemático a partir del manejo de variables? - ¿Demuestra fórmulas matemáticas? ¿Evita el uso de la memoria para resolver problemas? - ¿Construye métodos de resolución alternativos a los tradicionales? - ¿Establece hipótesis y conjeturas en la resolución de problemas matemáticos? - ¿Aplica conceptos matemáticos a la realidad?
Proceso en cual se dirige al estudiante al desarrollo de destrezas, habilidades y la adquisición de nuevos conocimientos referentes a matemáticas.	enseñanza – aprendizaje de la matemática	- Planificación - Organización - Actualización - Descubrimiento - Construcción - Conjeturación - Comprobación - Validación - Solución de problemas - Evaluación	-¿El docente utiliza estrategias adecuadas para desarrollar el razonamiento? - ¿Se plantean problemas tomados del contexto real? - ¿Se establecen espacios para la discusión en clases y búsqueda de alternativas de solución? - ¿Las clases son novedosas e interesantes? - ¿La evaluación cumple con los indicadores esenciales de evaluación? - ¿La evaluación consta de problemas contextualizados?

Elaborado por: Héctor Quiña

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo de investigación

La investigación realizada corresponde a los siguientes tipos:

- **Investigación documental:** Para tener una concepción clara del problema, así como para encontrar las posibles soluciones, se necesitó de una fundamentación teórica, desde los distintos puntos de vista de las ciencias. La fundamentación teórica fue extraída de fuentes bibliográficas impresas y digitales, también de medios electrónicos como el internet.

- **Proyecto factible:** La investigación planteada se enfocó en el diagnóstico de la situación, análisis de los resultados y en el planteamiento de una propuesta que dé solución efectiva al problema, por lo tanto es un proyecto factible.

- **Investigación descriptiva:** La investigación fue descriptiva ya que determinó las causas generadoras del problema.

- **Proyecto especial:** La investigación fue de ingenio, pues presentó una propuesta de solución al problema que consiste en una guía didáctica para el desarrollo del razonamiento lógico matemático, por lo tanto, corresponde al tipo de proyecto especial.

3.2. Métodos

De acuerdo con la naturaleza de la investigación se consideró conveniente la utilización de los siguientes métodos:

- **Observación Científica:** El mencionado método permitió observar directamente el problema de investigación para ser abstraído, analizado y comprendido, a fin de solucionarlo.

- **La recolección de información:** Se aplicó técnicas de investigación para encontrar los datos que evidencian la existencia del problema, para la localización de las causas del problema, falencias y la búsqueda de alternativas de solución.

- **Analítico-sintético:** Se utilizó para procesar los resultados, a partir de los datos recolectados se hizo una interpretación objetiva y resumida. Se utilizó además para establecer las conclusiones y recomendaciones.

- **Inductivo-deductivo:** El método fue empleado en planteamiento y formulación del problema al analizar las causas y consecuencias del mismo y al expresarlo de manera general. Luego con el problema planteado formulado durante el resto de la investigación, al desarrollar las etapas.

- **Estadístico:** Fue utilizado en la selección de muestra a partir de la población de la investigación debido al número de la población. También se empleó en el análisis de los resultados recabados mediante los métodos de investigación.

3.3. Técnicas

En el trabajo de investigación se aplicaron las siguientes técnicas e instrumentos a la población de estudio para la recolección de datos, los cuales permitieron localizar las causantes del problema y en base a los mismos dar pautas de solución.

3.3.1. Técnicas:

- La Encuesta (Aplicada tanto a docentes, como a estudiantes)
- La observación

3.3.2. Instrumentos:

- Cuestionario de preguntas cerradas
- Ficha de observación

3.4. Población

La Población de estudio se halla distribuida de la siguiente manera; está identificada por los distintos curso de las instituciones educativas objeto de la investigación:

Tabla No. 02: Población de estudio clasificada por institución, cursos y especialidades. (BGU: bachillerato general unificado. BT: bachillerato técnico)

INSTITUCIÓN	CURSO	No. DE ESTUDIANTES	No. de Docentes
Colegio Fiscomisional León Ruales	2° BGU “A”	23	2
	2° BGU “B”	17	
	3° BGU “A”	23	
	3° BGU “B”	22	
Colegio Técnico Víctor Manuel Guzmán	2° BT Contabilidad “A”	30	2
	2° BT Informática “A”	36	
	3° BT Contabilidad “A”	27	
	3° BT Informática “A”	31	
	TOTAL	209	4

Fuente: Secretarías de las instituciones educativas

3.5. Muestra

Por el número de estudiantes de la población se procede a calcular la muestra. En el caso de los docentes por el número bajo no se la calcula.

$$\boldsymbol{n} = \frac{PQ \times N}{(N-1) \times \frac{E^2}{K^2} + 0,25}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{0{,}25 \times 209}{(208) \times \frac{0{,}05^2}{2^2} + 0{,}25}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{52{,}25}{0{,}38}$$

$$\boldsymbol{n} = 137$$

Fracción muestral estratificada

Tabla No. 03: Población, muestra y fracción muestral estratificada de cada grupo de la población de investigación.

INSTITUCIÓN	CURSO	No. DE ESTUDIANTES	FRACCIÓN MUESTRAL ESTRATIFICADA	No. DE DOCENTES
Colegio Fiscomisonal León Ruales	2° BGU “A”	23	15	2
	2° BGU “B”	17	11	
	3° BGU “A”	23	15	
	3° BGU “B”	22	15	
Colegio Técnico Víctor Manuel Guzmán	2° BT Contabilidad “A”	30	21	2
	2° BT Informática “A”	36	23	
	3° BT Contabilidad “A”	27	17	
	3° BT Informática “A”	31	20	
	TOTAL	209	137	4

Elaborado por: Héctor Quiña

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Resultados de la encuesta aplicada a estudiantes

En la sección se dan a conocer los resultados de la encuesta aplicada a los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios Fiscomisional León Ruales de Mira y Técnico Víctor Manuel Guzmán de la ciudad de Ibarra durante el año lectivo 2013-2014:

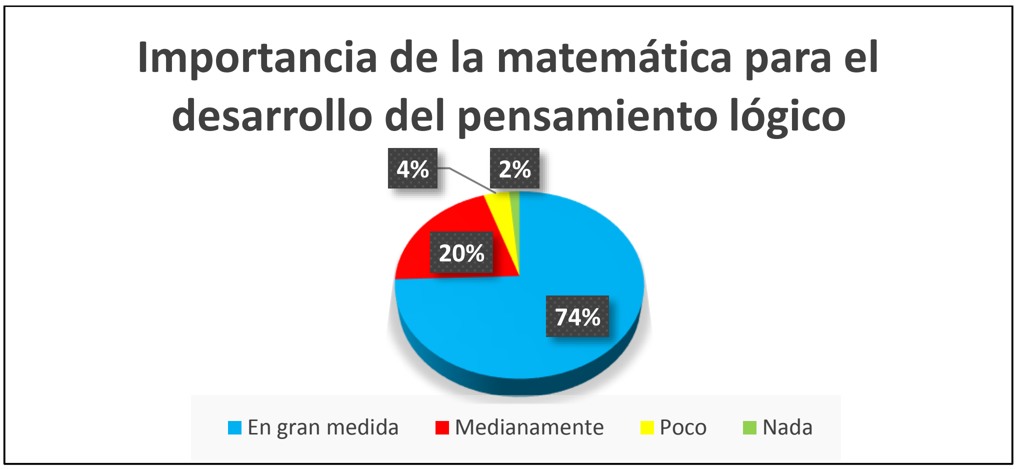
PREGUNTA 1: ¿Considera usted que la enseñanza de la matemática promueve el desarrollo del pensamiento lógico?

Tabla No. 04: Importancia de la matemática para el desarrollo del pensamiento lógico

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	102	74,45%
Medianamente	28	20,44%
Poco	5	3,65%
Nada	2	1,46%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 01



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Del total de estudiantes encuestados, un 74,45% que es una notable mayoría considera que la enseñanza de la matemática promueve el desarrollo del pensamiento lógico. El resultado mencionado es evidencia clara del conocimiento y conciencia de los estudiantes sobre la importancia de las clases de matemática para desarrollar el razonamiento lógico matemático.

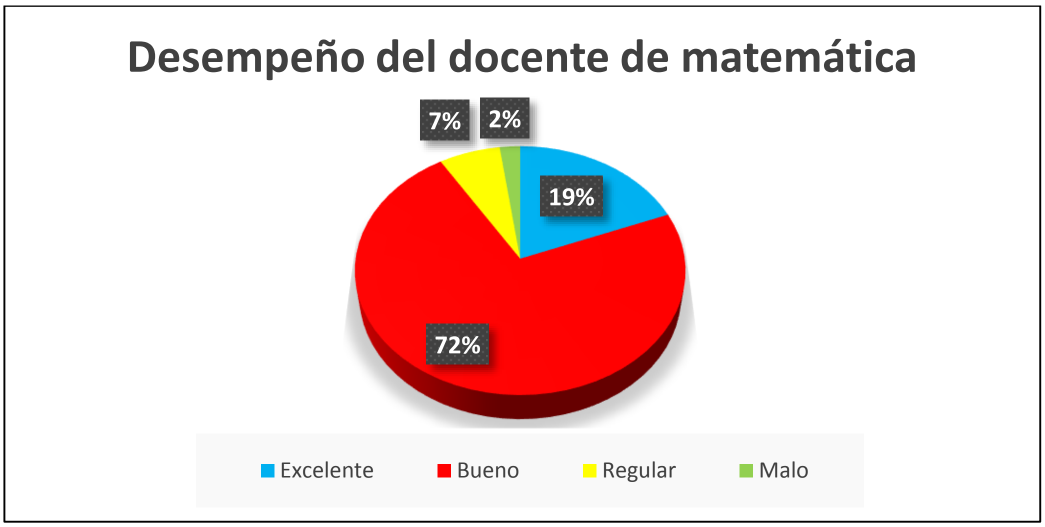
PREGUNTA 2: ¿Cómo es el nivel de desempeño de su profesor de matemática?

Tabla No. 05: Desempeño del Docente de matemática

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Excelente	26	18,98%
Bueno	99	72,26%
Regular	9	6,57%
Malo	3	2,19%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 02



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La mayoría de los estudiantes encuestados afirma que el desempeño del profesor de matemáticas es bueno, lo que indica que los estudiantes están de acuerdo con la dinámica del profesor, sin embargo el rendimiento de los estudiantes es prueba que existen varias falencias que corregir.

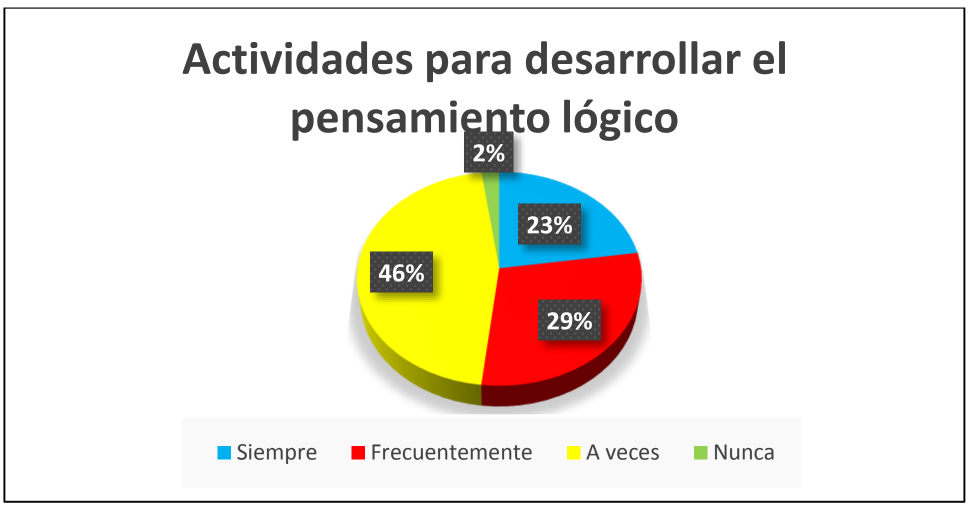
PREGUNTA 3: ¿Su profesor de matemática desarrolla actividades que favorecen al desarrollo del pensamiento lógico?

Tabla No. 06: Actividades para el desarrollo del pensamiento lógico

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	31	22,63%
Frecuentemente	40	29,20%
A veces	63	45,99%
Nunca	3	2,19%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 03



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La mayoría, el 46% de los estudiantes encuestados señala que el profesor de matemáticas promueve actividades para el desarrollo del pensamiento lógico a veces. Los resultados anteriores son muestra de que no se efectúan actividades para el desarrollo del pensamiento lógico en la enseñanza de la matemática todo el tiempo que sería lo ideal y que las que se practican no son muy eficaces debido al rendimiento de los estudiantes.

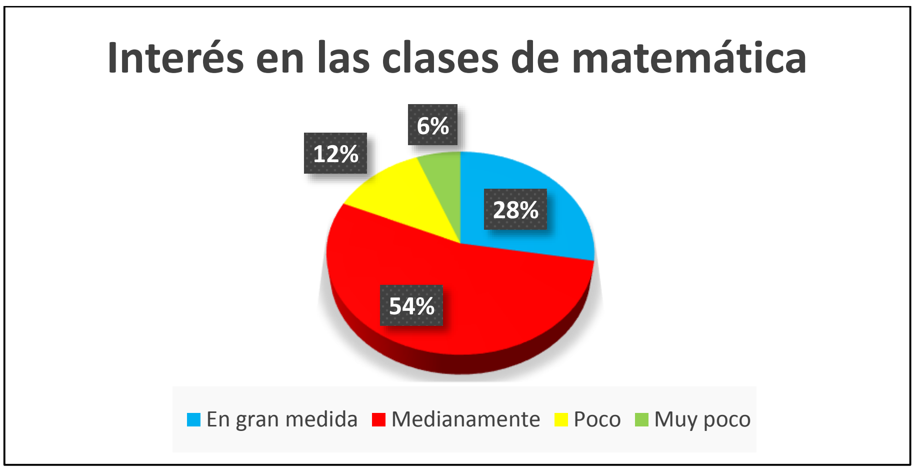
PREGUNTA 4: ¿Las clases impartidas por su profesor son amenas y concitan el interés de todos los estudiantes?

Tabla No. 07: Interés en las clase de matemáticas

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	38	27,74%
Medianamente	74	54,01%
Poco	17	12,41%
Muy poco	8	5,84%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 04



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los resultados arrojados por la encuesta respecto al interés generado por el docente en las clases de matemáticas muestran que el 54% de los estudiantes, que son la mayoría, considera que las clases de matemática son medianamente interesantes. De todo esto se deduce que existen falta de motivación e interés de los estudiantes y falencias en la dinámica del profesor para captar el interés de todos.

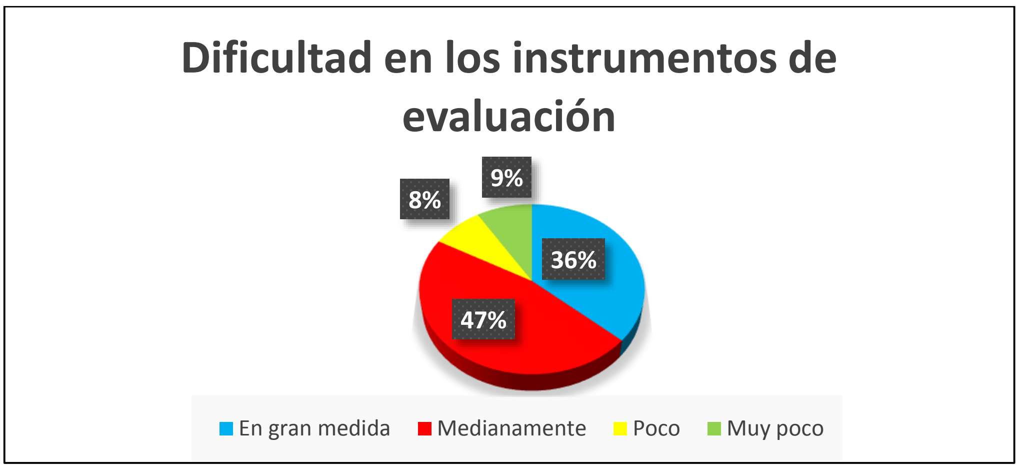
PREGUNTA 5: ¿A su juicio los instrumentos de evaluación aplicados por el docente le generan dificultad en el desarrollo de los mismos?

Tabla No. 08: Dificultad en los instrumentos de evaluación

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	50	36,50%
Medianamente	64	46,72%
Poco	11	8,03%
Muy poco	12	8,76%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 05



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La mayoría de los estudiantes encuestados alcanza un 47%, los que indican que los instrumentos de evaluación generan dificultad en la resolución con un grado de "medianamente" seguido a continuación por un 36% que afirman que los mismos generan dificultad "en gran medida". Los resultados alcanzados son evidencia de que los instrumentos de evaluación se estructuran de manera inadecuada y de los limitados aprendizajes de los estudiantes.

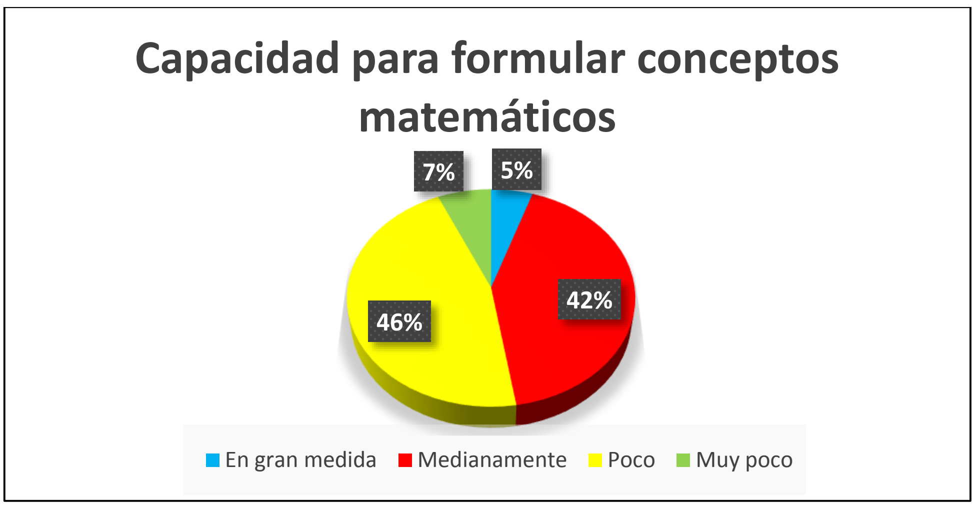
PREGUNTA 6: ¿Con la formación recibida de su profesor considera usted que está en la capacidad de formular conceptos matemáticos de manera autónoma?

Tabla No. 09: Capacidad para formular conceptos matemáticos

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	7	5,11%
Medianamente	58	42,34%
Poco	63	45,99%
Muy poco	9	6,57%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 06



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los resultados alcanzados en esta pregunta indican que los estudiantes no pueden formular conceptos matemáticos por su propia cuenta. Es clara la escasa construcción de conceptos propios, evidencia del aprendizaje significativo y parte fundamental del constructivismo.

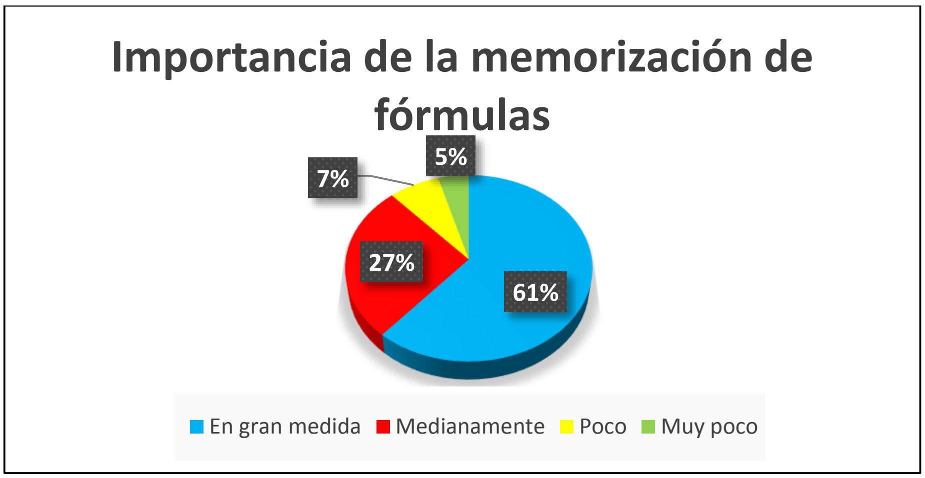
PREGUNTA 7: ¿Considera importante memorizar fórmulas para resolver problemas matemáticos?

Tabla No. 10: Importancia de la memorización de fórmulas

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	84	61,31%
Medianamente	37	27,01%
Poco	10	7,30%
Muy poco	6	4,38%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 07



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

EL resultado alcanzado evidencia que los estudiantes tienen como prioridad la memorización de fórmulas al momento de dar solución a problemas, lo cual impide un desarrollo del razonamiento lógico matemático; el abuso de la memorización de fórmulas mecaniza los métodos de resolución dejando en segundo plano al pensamiento lógico.

PREGUNTA 8: ¿Su profesor formula problemas tomados del contexto de la vida cotidiana?

Tabla No. 11: Formulación de problemas del contexto real

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	10	7,30%
Frecuentemente	19	13,87%
A veces	38	27,74%
Nunca	70	51,09%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 08

Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

En la gráfica anterior se aprecia que la mayoría de los encuestados asegura que su profesor de matemáticas nunca formula problemas tomados del contexto de la vida real, lo cual es indispensable para el desarrollo del razonamiento lógico matemático ya que le permite al estudiante comprender la realidad y poder utilizar tales conocimientos posteriormente en la resolución de problemas del diario vivir.

PREGUNTA 9: ¿Su profesor establece espacios para la discusión y búsqueda de alternativas de solución de un problema?

Tabla No. 12: Promoción de métodos de resolución alternativos

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	10	7,30%
Frecuentemente	18	13,14%
A veces	63	45,99%
Nunca	46	33,58%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 09

Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los resultados arrojados en la preguntan muestran que el docente no da prioridad a la búsqueda de alternativas de solución propias del estudiante, hecho que dificulta un óptimo desarrollo del razonamiento lógico matemático debido a que el estudiante se limita a seguir el camino indicado por el profesor con lo cual no aprovecha a plenitud su capacidad de pensamiento ni de creatividad.

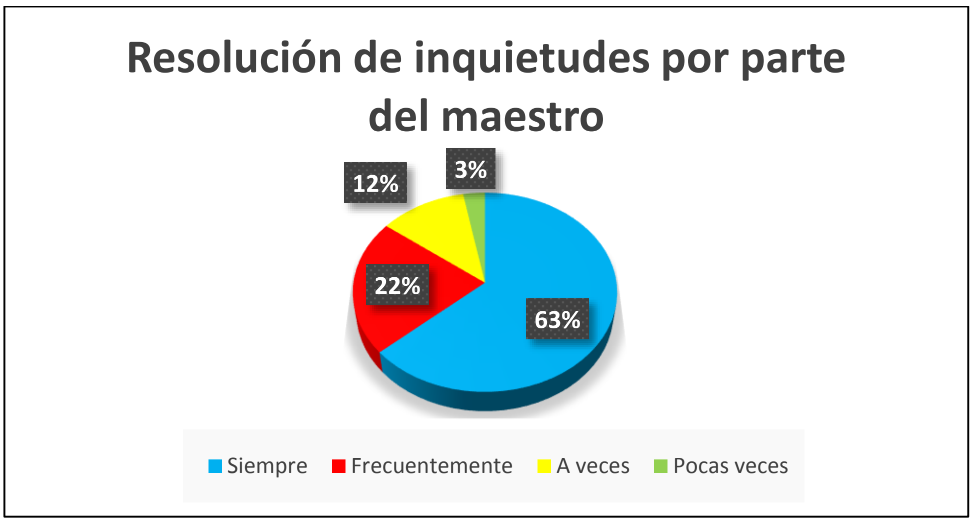
PREGUNTA 10: ¿Ante ciertas dudas en el proceso de construcción del conocimiento el docente está presto a resolver sus inquietudes con amabilidad?

Tabla No. 13: Resolución de inquietudes por parte del maestro

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	87	63,50%
Frecuentemente	30	21,90%
A veces	16	11,68%
Pocas veces	4	2,92%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 10



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La mayoría de los encuestados afirma que el profesor de matemáticas resuelve las inquietudes de los estudiantes de manera amable, a partir de este resultado es claro que el bajo rendimiento de los estudiantes y el razonamiento lógico matemático no se ve afectado por la manera de relacionarse entre el profesor y el estudiantes sino por otros factores.

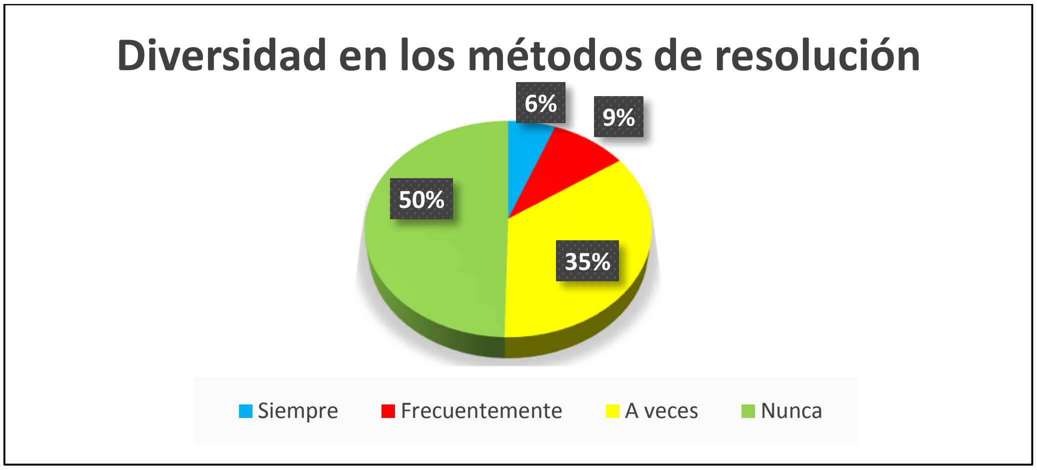
PREGUNTA 11: En la resolución de problemas su profesor emplea procedimientos diferentes que le lleven al mismo resultado.

Tabla No. 14: Diversidad en los métodos de resolución.

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	8	5,84%
Frecuentemente	13	9,49%
A veces	48	35,04%
Nunca	68	49,64%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a estudiantes

Gráfico No. 11



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Según los resultados expuestos queda en claro que el profesor de matemáticas utiliza muy poco la diversidad de procedimientos de resolución a problemas, razón influyente en el razonamiento lógico matemático debido a que una diversidad en métodos de resolución permiten al estudiante ampliar su visión del problema y la solución, y adquirir nuevos conceptos matemáticos.

4.2. Resultados de la encuesta aplicada a los docentes

De la misma que en la sección anterior, se muestran los resultados obtenidos en la encuesta aplicada a los docentes que imparten clases en los segundos y terceros años de bachillerato de las instituciones de investigación.

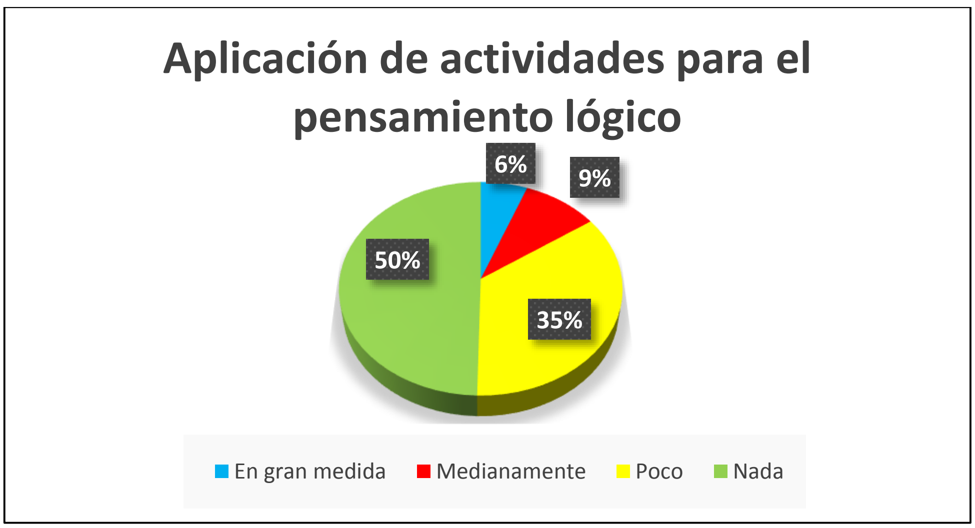
PREGUNTA 1: ¿Considera usted en la enseñanza de la matemática actividades para el desarrollo del razonamiento lógico?

Tabla No. 15: Aplicación de actividades que desarrollan el pensamiento lógico

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	8	5,84%
Medianamente	13	9,49%
Poco	48	35,04%
Nada	68	49,64%
Total	137	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 12



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Es evidente que los profesores de matemática asumen llevar a cabo actividades en la enseñanza para desarrollar el razonamiento lógico matemático, sin embargo, la dificultad en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes indica que las actividades que se realizan a favor del razonamiento lógico no se están efectuando de manera correcta.

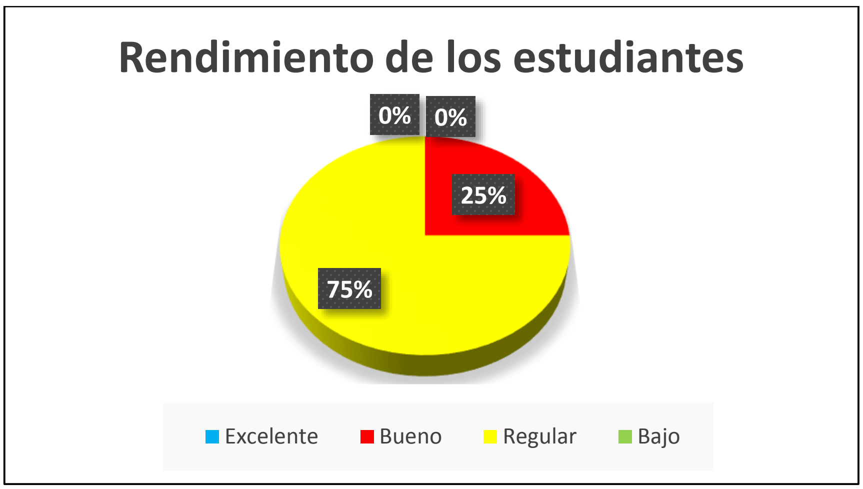
PREGUNTA 2: ¿En qué grado considera el nivel de desempeño de sus estudiantes en matemática?

Tabla No. 16: Rendimiento de los estudiantes

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Excelente	0	0,00%
Bueno	1	25,00%
Regular	3	75,00%
Bajo	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 13



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La mayoría de los docentes afirma que el rendimiento de sus estudiantes es regular, los resultados alcanzados se convierten en evidencia de que no se están adecuando estrategias indicadas para la construcción de aprendizajes significativos; ambos elementos, la construcción de aprendizajes significativos en matemática y el desarrollo del razonamiento lógico, van de la mano.

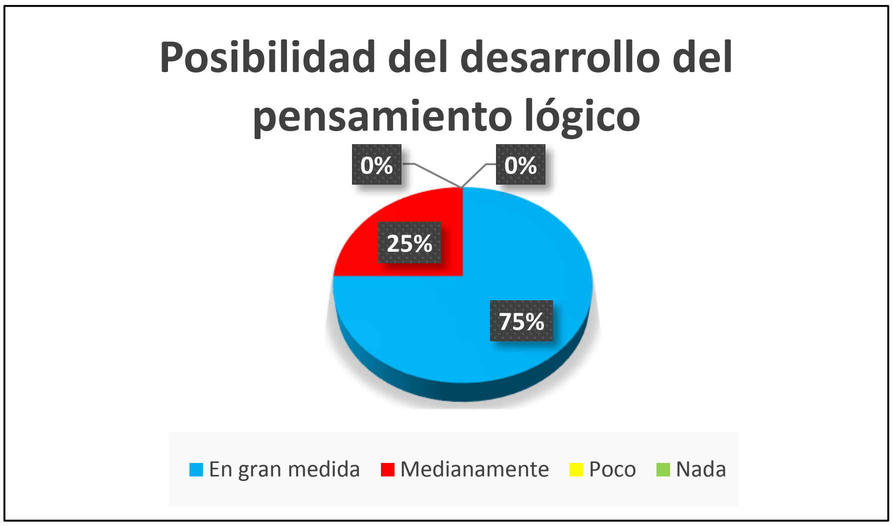
PREGUNTA 3: ¿Es posible desarrollar el pensamiento lógico matemático en los estudiantes a partir del trabajo de aula?

Tabla No. 17: Posibilidad del desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	3	75,00%
Medianamente	1	25,00%
Poco	0	0,00%
Nada	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 14



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La mayoría de los profesores de matemática encuestados admite que a partir del trabajo en el aula se puede desarrollar el pensamiento lógico, sin embargo el bajo nivel de los estudiantes es evidencia de que la actividad no se cumple. Tal conocimiento es importante para encontrar las estrategias metodológicas o mecanismos eficaces para ponerlos en práctica y de esa manera promover el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

PREGUNTA 4: ¿Qué procesos mentales favorecen el desarrollo del pensamiento lógico?

Tabla No. 18: Procesos mentales para el desarrollo del pensamiento lógico.

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Deductivo	2	50,00%
Analógico	0	0,00%
Hipotético	0	0,00%
Lógico	2	50,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 15

Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los procesos mentales que favorecen al desarrollo del pensamiento lógico más seleccionados son el deductivo y el lógico con los mismos porcentajes. Los profesores admiten la importancia de la deducción y la lógica para desarrollar el pensamiento lógico, no obstante, bajo nivel de razonamiento de los estudiantes es muestra de que no se prioriza en la utilidad de los procesos mentales durante las clases.

PREGUNTA 5: ¿Cree usted que es necesario la utilización de estrategias para desarrollar el razonamiento lógico matemático?

Tabla No. 19: Importancia de estrategias para el razonamiento

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	4	100,00%
Frecuentemente	0	0,00%
A veces	0	0,00%
Pocas veces	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 16

Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Los docentes de matemática encuestados responden a la pregunta con contundencia, todos aseguran que es importante utilizar siempre estrategias para poder desarrollar el razonamiento lógico matemático, esto representa el conocimiento de la utilidad de las estrategias, sin embargo, no son utilizadas.

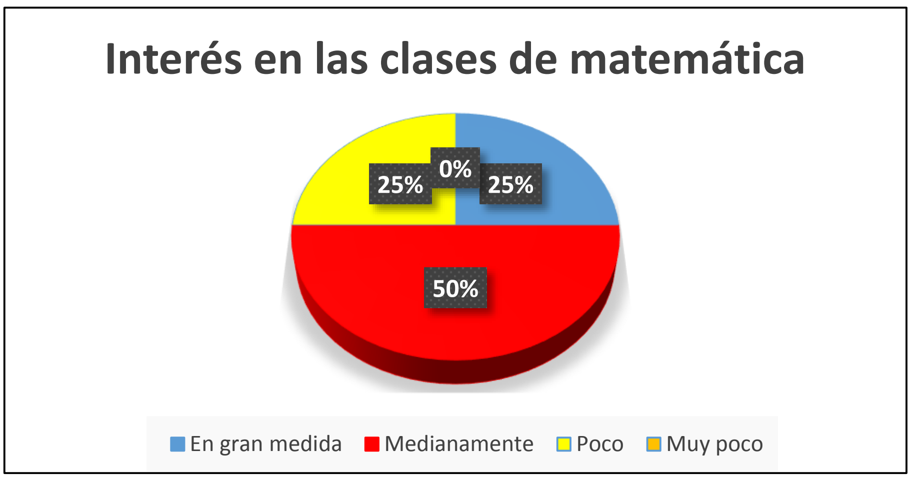
PREGUNTA 6: ¿Sus clases son amenas y concitan el interés de los estudiantes?

Tabla No. 20: Interés en las clases de matemáticas

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	1	25,00%
Medianamente	2	50,00%
Poco	1	25,00%
Muy poco	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 17



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los resultados alcanzados muestran que las clases de matemáticas impartidas por los docentes no concitan plenamente el interés de los estudiantes, tales resultados son evidencia de la manera tradicional de enseñanza y la falta de planteamiento de problemas interactivos y referentes a situaciones de la realidad.

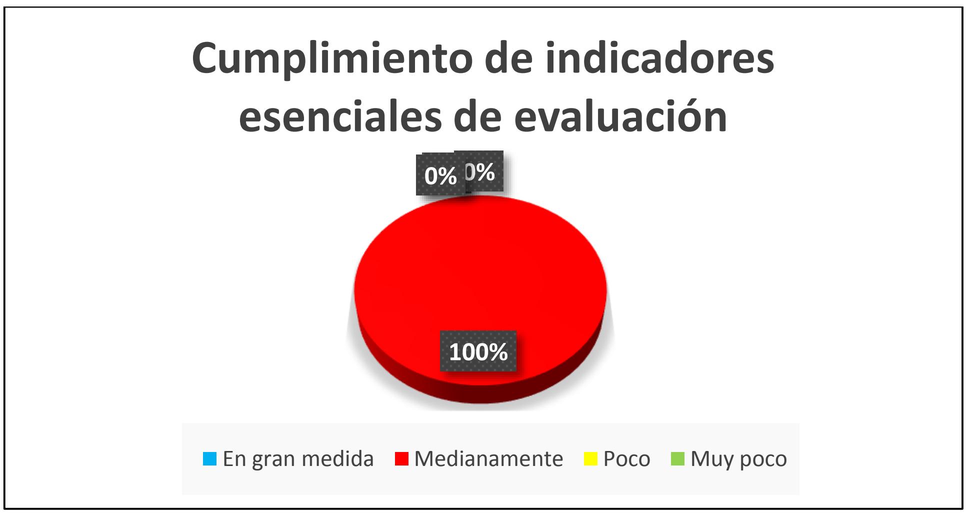
PREGUNTA 7: ¿A su juicio desarrolla los indicadores esenciales de evaluación establecidos en la planificación por bloques curriculares?

Tabla No. 21: Cumplimiento de indicadores esenciales de evaluación.

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	0	0,00%
Medianamente	4	100,00%
Poco	0	0,00%
Muy poco	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 18



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

El que los estudiantes no alcancen los indicadores esenciales de evaluación establecidos en los lineamientos curriculares es reflejo de la falta de aprendizajes y falencias en torno a la metodología utilizada; estos factores impiden un adecuado desarrollo del razonamiento lógico matemático.

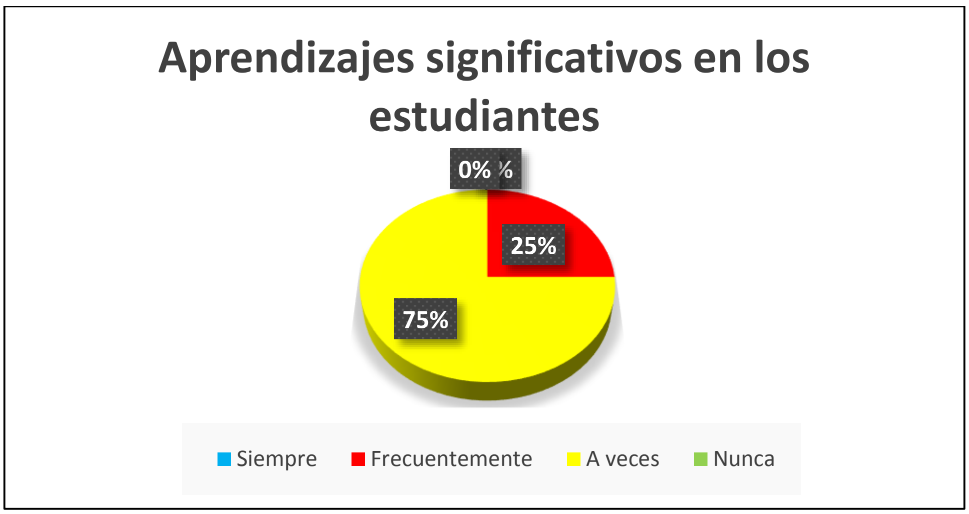
PREGUNTA 8: ¿Considera usted que los aprendizajes alcanzados por sus estudiantes, son significativos?

Tabla No. 22: Aprendizajes significativos en los estudiantes

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0,00%
Frecuentemente	1	25,00%
A veces	3	75,00%
Nunca	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 19



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La mayoría de los docentes encuestados afirma que los estudiantes no alcanzan aprendizajes significativos con regularidad. La respuesta mostrada concuerda con la falta de interés en las clases, el no buen rendimiento de los estudiantes, el poco desarrollo de los indicadores esenciales de evaluación; elementos determinantes para el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

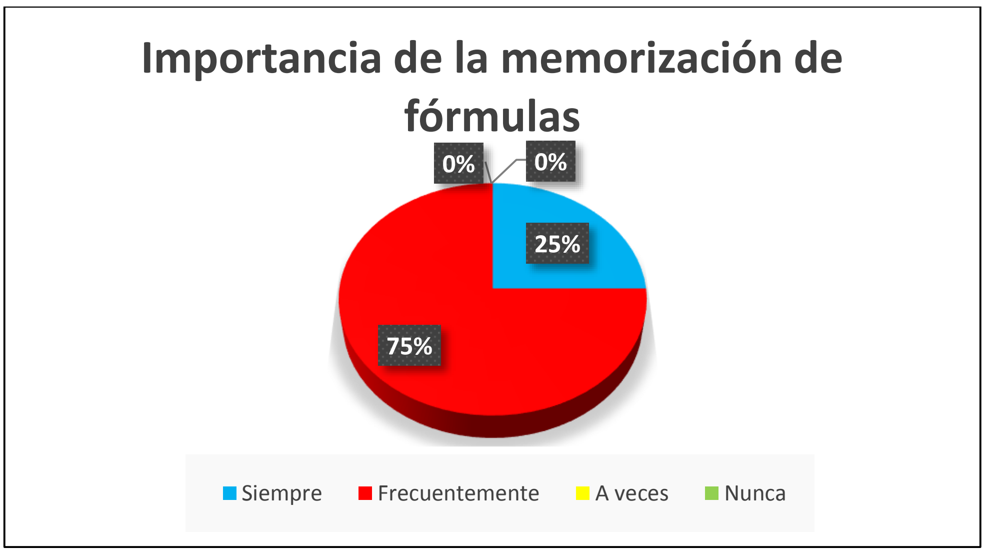
PREGUNTA 9: ¿Es recomendable que los estudiantes memoricen fórmulas matemáticas?

Tabla No. 23: Importancia de la memorización de fórmulas

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	25,00%
Frecuentemente	3	75,00%
A veces	0	0,00%
Nunca	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 20



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los resultados alcanzados son clara evidencia del énfasis que los profesores hacen en los estudiantes acerca de la memorización de fórmulas; esta realidad conduce a un abuso excesivo de la memoria por parte de los estudiantes en la resolución de problemas, restándole mérito a la comprensión y desaprovechando el ejercicio del razonamiento.

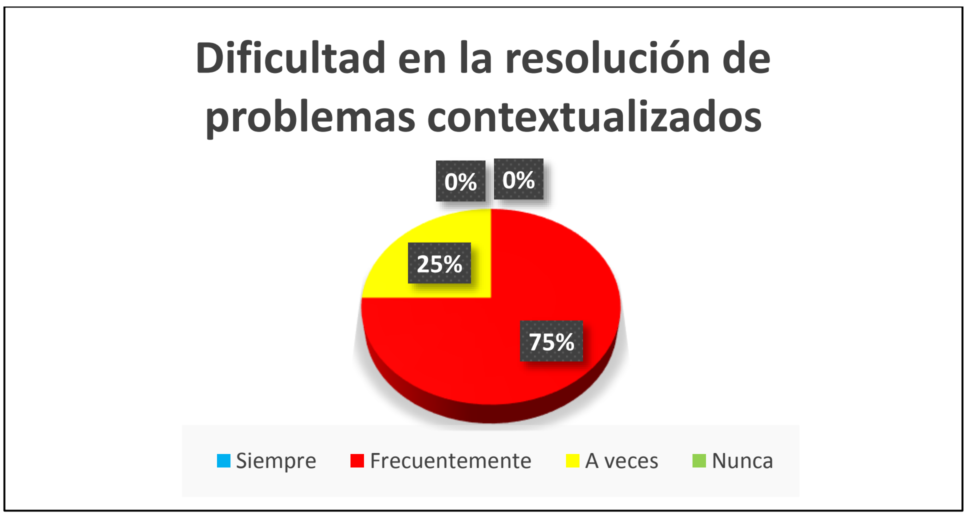
PREGUNTA 10: ¿Los estudiantes tienen dificultad en resolver problemas contextualizados?

Tabla No. 24: Dificultad en la resolución de problemas contextualizados

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0.00%
Frecuentemente	3	75,00%
A veces	1	25,00%
Nunca	0	0.00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 21



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los resultados indican que los estudiantes con frecuencia tienen problemas para resolver problemas contextualizados, eso representa un bajo desarrollo del razonamiento lógico matemático. La aplicación de problemas matemáticos del contexto de la vida real es una herramienta fundamental en el fortalecimiento del pensamiento lógico y la destreza de resolución de los mismos es evidencia de un buen razonamiento.

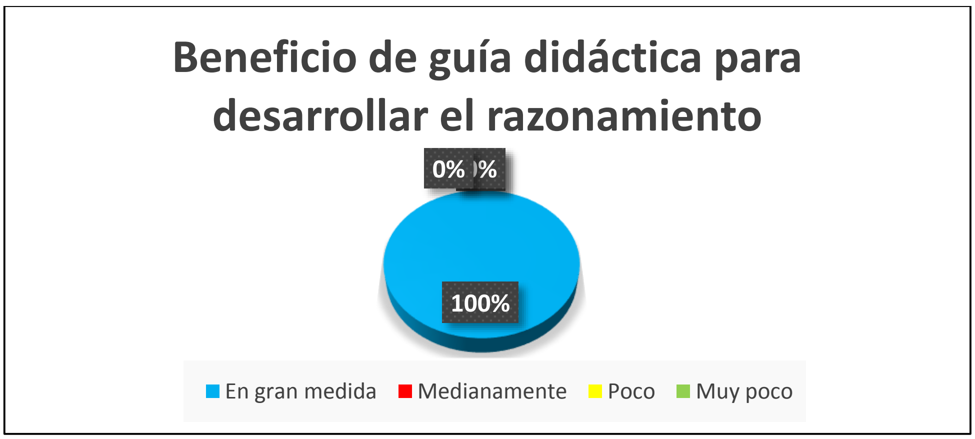
PREGUNTA 11: ¿Considera que la implementación de una guía didáctica ayude a promover el desarrollo del razonamiento lógico matemático en el tratamiento de los temas de bachillerato?

Tabla No. 25: Beneficio de una guía didáctica para el desarrollo del razonamiento

Variable	Frecuencia	Porcentaje
En gran medida	4	100,00%
Medianamente	0	0,00%
Poco	0	0,00%
Muy poco	0	0,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 22



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La respuesta a la pregunta planteada es completamente contundente: Los profesores aseguran que la aplicación de guía didáctica ayudará a promover el desarrollo del pensamiento lógico en las clases de matemática de los segundos y terceros años de bachillerato. A partir del resultado anterior se promueve la factibilidad de la elaboración de una guía metodológica como propuesta alternativa.

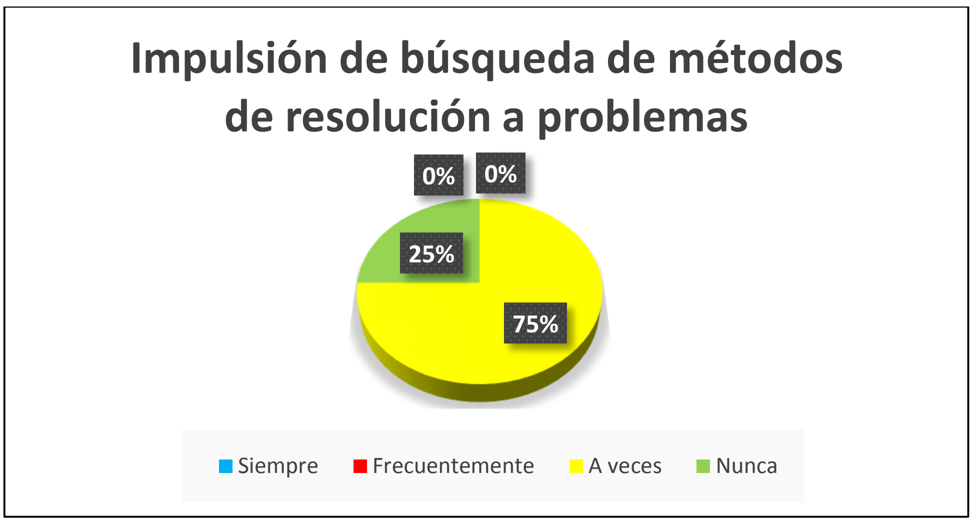
PREGUNTA 12: ¿En la resolución de problemas promueve espacios para que los estudiantes generen sus propias alternativas de solución?

Tabla No. 27: Impulsión de búsqueda de métodos de resolución a problemas

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0,00%
Frecuentemente	0	0,00%
A veces	3	75,00%
Nunca	1	25,00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 23



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

A partir de los resultados obtenidos para la pregunta establecida se puede constatar que los docentes no permiten, con la regularidad, que los estudiantes busquen métodos personales de resolución a problemas, fundamento importante del constructivismo (la consecución de aprendizajes significativos) y del desarrollo del razonamiento lógico matemático.

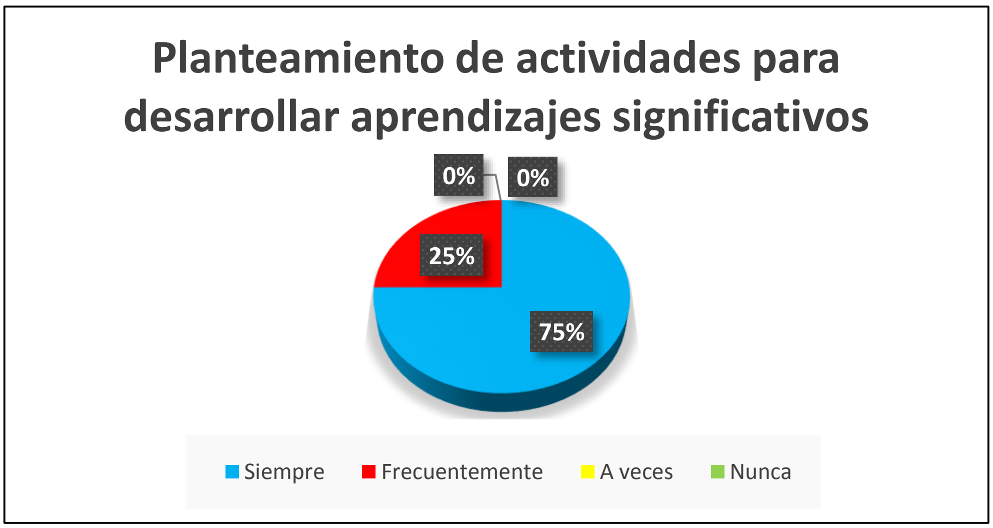
PREGUNTA 13: ¿En sus clases promueve actividades para que los estudiantes desarrollen aprendizajes significativos?

Tabla No. 27: Actividades para desarrollar aprendizajes significativos

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	3	75,00%
Frecuentemente	1	25,00%
A veces	0	0.00%
Nunca	0	0.00%
Total	4	100%

Fuente: Encuesta a docentes

Gráfico No. 24



Elaborado por: Héctor Quiña

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los docentes encuestados manifiestan que promueven constantemente actividades para que los estudiantes desarrollen aprendizajes significativos, es otras palabras sus clases están dirigidas a la consecución de aprendizajes significativos. No obstante, el no buen rendimiento de los estudiantes y el inadecuado desarrollo del razonamiento lógico matemático son evidencias de que no lo están logrando.

4.3. Análisis e interpretación de la observación realizada

Tabla No. 28: Ficha de observación de clase 1

<table>
<tr><td colspan="6">FICHA DE OBSERVACIÓN DE CLASE</td></tr>
<tr><td colspan="6">INSTITUCIÓN EDUCATIVA: COLEGIO FISCOMISIONAL LEÓN RUALES
CURSO: 2° de BGU B”
PROFESOR: Lic. Cecilia Ayala Onofre TEMA: Monotonía de funciones no lineales.
ASIGNATURA: Matemáticas
FECHA: 2014-05-12 HORA: de 10:20 a 11:40</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Grado de desarrollo alcanzado:

Logrado = 4
En proceso = 3
Avance Inicial = 2
No logrado = 1</td><td colspan="4">GRADO DE DESARROLLO ALCANZADO</td><td rowspan="2">OBSERVACIONES</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1. El profesor da a conocer el objetivo de la clase.</td><td></td><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>2. El profesor plantea situaciones reales para despertar la curiosidad del estudiante.</td><td></td><td></td><td></td><td>X</td><td>No se plantearon situaciones.</td></tr>
<tr><td>3. El docente guía a los estudiantes en la construcción propia de conocimientos matemáticos.</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td>El docente explicó directamente algoritmos.</td></tr>
<tr><td>4. Los estudiantes se encuentran interesados en la clase.</td><td></td><td>X</td><td></td><td></td><td>Se notó u interés parcial de los estudiantes.</td></tr>
<tr><td>5. El profesor explica la resolución de los problemas aplicando razonamientos lógicos inductivos, deductivos o abductivos.</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td>Se aplicó la deducción pero sin explicar el origen del modelo matemático.</td></tr>
<tr><td>6. El profesor conduce la clase haciendo razonar lógica y matemáticamente a los estudiantes.</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td>No se enfatizó en el razonamiento, sino en la repetición de procesos</td></tr>
<tr><td>7. Se obvia el excesivo uso de fórmulas en la resolución de problemas.</td><td></td><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>8. Los problemas planteados son novedosos y están vinculados con el contexto de la vida real.</td><td></td><td></td><td></td><td>x</td><td></td></tr>
<tr><td>9. El estudiante resuelve problemas de forma autónoma.</td><td></td><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>10. La evaluación aplicada contiene problemas de razonamiento.</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td>Los problemas fueron semejantes a los expuestos por el docente.</td></tr>
<tr><td>TOTAL</td><td></td><td>3</td><td>8</td><td>5</td><td>16</td></tr>
</table>

Fuente: Observación

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La clase llevada a cabo estuvo sustentada por el modelo pedagógico conductista ya que el docente se enfocó en la exposición de algoritmos partiendo de fórmulas matemáticas para que los estudiantes los repitieran, tales modelos no fueron explicados ni tampoco demostrados obviando de esa forma el uso del razonamiento matemático. Los problemas propuestos fueron semejantes a los expuestos en la forma de resolución y no vinculados a la realidad. El excesivo uso de fórmulas y repetición de algoritmos no estimulan el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

Tabla No. 29: Ficha de observación de clase 2.

FICHA DE OBSERVACIÓN DE CLASE					
INSTITUCIÓN EDUCATIVA: COLEGIO TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN CURSO: 3° INFORMÁTICA "A" PROFESOR: Lic. Carmen Acosta TEMA: La circunferencia ASIGNATURA: Matemática FECHA: 2014-05-13 HORA: de 8:20 a 9:40					
Grado de desarrollo alcanzado: Logrado = 4 En proceso = 3 Avance Inicial = 2 No logrado = 1	**GRADO DE DESARROLLO ALCANZADO**				**OBSERVACIONES**
	4	**3**	**2**	**1**	
1. El profesor da a conocer el objetivo de la clase.			X		Se habló del tema de clase.
2. El profesor plantea situaciones reales para despertar la curiosidad del estudiante.				X	
3. El docente guía a los estudiantes en la construcción propia de conocimientos matemáticos.				X	El docente explicó directamente algoritmos.
4. Los estudiantes se encuentran interesados en la clase.		X			Se notó u interés parcial de los estudiantes.
5. El profesor explica la resolución de los problemas aplicando razonamientos lógicos inductivos, deductivos o abductivos.			X		Se aplicó la deducción pero sin explicar el origen del modelo matemático.
6. El profesor conduce la clase haciendo razonar lógica y matemáticamente a los estudiantes.				X	El trabajo se centró en la repetición de procesos
7. Se obvia el excesivo uso de fórmulas en la resolución de problemas.				X	Se trabajó con base en fórmulas.
8. Los problemas planteados son novedosos y están vinculados con el contexto de la vida real.			X		Algunos problemas fueros diferentes.
9. El estudiante resuelve problemas de forma autónoma.			X		
10. La evaluación aplicada contiene problemas de razonamiento.			X		
TOTAL		3	10	4	17

Fuente: Observación

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Se trata de una clase tradicional, el docente se enfoca en la explicación de procesos, con base en fórmulas, para que los estudiantes los repitan, de esa manera no permite la construcción del conocimiento. Los problemas en su mayoría fueron semejantes a los explicados por el profesor, por lo tanto, no representan desafíos reales para mente. Todas estas causas no permiten el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- Los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios Técnico Víctor Manuel Guzmán y Fiscomisional León Ruales tienen un bajo desarrollo del razonamiento lógico matemático según los resultados arrojados por las técnicas e instrumentos de investigación aplicados.

- Los docentes de matemática de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios objeto de la investigación no utilizan estrategias adecuadas para el desarrollo del razonamiento lógico matemático; existe un abuso de la memoria ante el razonamiento, se utilizan demasiadas fórmulas, la vinculación de los problemas matemáticos a la realidad es escasa y no se proponen espacios durante las clases para procesos de solución alternativos.

- Existen varias estrategias para desarrollar el razonamiento lógico matemático, entre ellas: la observación, la imaginación, el pensamiento geométrico, el razonamiento conjetural, el pensamiento inductivo y el pensamiento deductivo; siendo las más importantes las dos últimas por su naturaleza de ser estrictamente lógicas y aplicables a diversos ámbitos, sin embargo, éstas se aplican en un grado muy bajo y de manera inadecuada.

- El bajo nivel de desarrollo lógico matemático localizado en los estudiantes hace factible la elaboración de una guía didáctica para desarrollar el razonamiento lógico matemático, con estrategias, ejemplos y ejercicios modelo que busque dar solucionar el problema.

5.2. Recomendaciones

- Se recomienda a los profesores la implementación de estrategias pertinentes para el desarrollo del razonamiento lógico matemático durante las clases de matemática, debido al bajo nivel de este razonamiento en los estudiantes diagnosticado en los instrumentos de investigación aplicados.

- Es importante que los profesores instruyan a los estudiantes aplicando los razonamientos inductivo y deductivo, para que los estudiantes se vayan familiarizando con esa dinámica y puedan razonar de tales formas en situaciones posteriores.

- Es recomendable que los profesores promuevan situaciones a los estudiantes que hagan posible el desarrollo del razonamiento lógico matemático, tales como problemas especiales planteados o problemas relacionados con el medio, de manera que se promulgue al estudiante a razonar lógica y matemáticamente.

- Se recomienda evitar durante las clases de matemática el exceso del uso de fórmulas ya que mecanizan al estudiante y disminuyen el nivel de razonamiento a utilizarse, la mecanización detiene el razonamiento.

- Se recomienda a los estudiantes poner más interés en clases y mayor motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas, ya que desarrollar el razonamiento matemático no es una tarea instantánea, requiere de constancia y ejercicio.

CAPÍTULO VI

6. PROPUESTA ALTERNATIVA

6.1. Título de la propuesta

"GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LOS COLEGIOS FISCOMISIONAL LEÓN RUALES DE MIRA Y TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN DE IBARRA"

6.2. Justificación e importancia

El razonamiento lógico matemático constituye una competencia fundamental para el estudio de las diferentes ciencias, posibilita una mejor capacidad de análisis, síntesis y resolución de problemas; no únicamente de carácter matemático sino también respecto a problemas de la vida real y la toma de decisiones; además el razonamiento lógico matemático se ha convertido en una capacidad fundamental para el ingreso a la universidad ecuatoriana. Por las razones mencionadas resulta inadmisible no tomarlo en cuenta en la formación de los estudiantes de bachillerato. En vista a las falencias respecto al desarrollo del razonamiento lógico matemático localizadas mediante la aplicación de las encuestas a los estudiantes y docentes de los segundos y terceros años de bachillerato en las instituciones de observación, es necesario dar una alternativa que busque solucionar las dificultades particulares y el problema en general. A partir de la investigación se propone una guía didáctica que ayude a mejorar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes, con estrategias novedosas que hacen factible la consecución de ese objetivo, problemas modelo y de planteamiento para la resolución del estudiante.

La propuesta beneficiará tanto a estudiantes como a docentes de la población de investigación y es na pauta de cómo llevar el proceso de enseñanza aprendizaje dentro del aula de clases.

6.3. Fundamentación

6.3.1. El constructivismo

Es un modelo pedagógico acorde con la teoría de aprendizaje cognitivista que se basa en los procesos de generación propia del conocimiento, desde este punto de vista el aprendizaje es un proceso de construcción y reconstrucción en donde los conocimientos iniciales se modifican para irse constituyendo en conocimientos científicos. En el constructivismo juegan un papel importante los procesos mentales, indispensables para el aprendizaje; el individuo aprende en base a la utilización de éstos.

Para el constructivismo interesan los procesos mentales superiores que el estudiante utiliza para la obtención del aprendizaje, éste ocurre de manera interna para lo que es necesario que el ambiente de la enseñanza aprendizaje sea el más adecuado; de esa parte se encarga el maestro quien debe orientar el aprendizaje del estudiante, debe presentar situaciones y dar pautas.

Se debe tener en cuenta que el actor principal en el aprendizaje es el estudiante quien lo realiza de manera autónoma; y que el docente cumple el rol secundario pero no menos importante de guía.

6.3.1. Razonamiento matemático

Como se mencionó en el capítulo dos el razonamiento matemático es el tipo de razonamiento utilizado en matemáticas principalmente para la demostración de teoremas que luego son utilizados de aplicación práctica en la resolución de problemas matemáticos. El razonamiento matemático forma parte del razonamiento lógico y es fundamental para la superación de dificultades presentadas en la realidad, principalmente relacionadas con conceptos matemáticos, por ejemplo para la modelización de problemas y también en la resolución conveniente de éstos en vista de que existen diversos caminos. El razonamiento matemático se basa principalmente en razonamientos lógicos inductivos y lógicos deductivos, la demostración de teoremas y resolución de problemas.

6.4. Objetivos

6.4.1. Objetivo General

Promover el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios Fiscomisonal León Ruales y Técnico Víctor Manuel Guzmán a partir de la aplicación de la guía didáctica.

3.6.4.1. Objetivos Específicos

- Determinar las estrategias adecuadas para el desarrollo del razonamiento lógico matemático en la enseñanza de la matemática.

- Elaborar una guía didáctica con estrategias y ejercicios modelo como instrumento para el mejoramiento del razonamiento lógico matemático de los estudiantes.

- Presentar la guía didáctica para el desarrollo del razonamiento lógico matemático en las instituciones objeto de la investigación.

3.6.5. Ubicación sectorial y física

- Colegio Técnico Víctor Manuel Guzmán

Ibarra-Imbabura-Ecuador

Avenida el Retorno Y Ricardo Sánchez

Teléfono: (06) 2950-712

- Colegio Fiscomisional León Ruales

Mira-Carchi-Ecuador

Avenida León Ruales C21-060 y Gonzáles Suárez

Teléfono: (06)2280-171

6.7. Desarrollo de la propuesta

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LOS COLEGIOS FISCOMISIONAL LEÓN RUALES DE MIRA Y TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN DE IBARRA

Héctor E. Quiña

GUÍA No. 01

1. TEMA

El razonamiento inductivo en la resolución de cálculos matemáticos

2. OBJETIVO

Comprender el mecanismo de la inducción y su efectividad en la resolución de problemas matemáticos.

3. DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO

Desarrollar el mecanismo de la inducción como recurso eficaz en la resolución de cálculos matemáticos.

4. REQUISITOS PREVIOS

4.1. OPERACIONES MATEMÁTICAS

Suma: Operación matemática básica, se representa con el signo (+) y consiste en añadir números para obtener una cantidad final total.

Ejemplo:

$56 + 31 = 87$

Elementos:

56 y 31 → sumandos

87 → suma total

Resta: Es contraria a la suma, consiste en quitar una parte de un todo; de una colección de elementos quitar algunos o de una cantidad otra. Se representa con el signo (-).

Ejemplo:

$45 - 18 = 27$

Elementos:

45→ minuendo

18→ sustraendo

27→ diferencia

Multiplicación: Operación matemática que consiste es sumar un número las veces que muestra otro número.

Ejemplo:

$34 \times 56 = 1904$

Elementos:

34 y 56→ factores 1 y 2

1904→ producto

División: Operación matemática contraria a la multiplicación, consiste en averiguar cuántas veces un número está contenido en otro.

Ejemplo:

$150 \div 30 = 5$

Elementos:

150→ dividendo

30→ divisor

5→ cociente

Cuando las divisiones no son exactas aparece otro elemento denominado residuo que es el número sobrante para que la división sea exacta división exacta.

Potenciación: Consiste en multiplicar por sí mismo una cantidad las veces que indica otro número denominado exponente.

Ejemplo:

$12^3 = 1728$

Elementos:

12→ base

3→ exponente

1728→ potencia

Radicación: Operación matemática contraria a la potenciación. Consiste en encontrar un número llamado raíz según lo indique otro número denominado índice radical.

Ejemplo:

$\sqrt[3]{712} = 8$

Donde:

3→ índice radical

712→ radicando

8→ raíz

5. CONOCIMIENTOS

- Cálculos aritméticos rápidos aplicando el razonamiento inductivo.

- Conteo de figuras geométricas con base en el razonamiento inductivo.

6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- La inducción

Aplicación del método inductivo

1. Estudio de la situación planteada.

2. Extracción de los casos particulares.

3. Análisis de los casos particulares y búsqueda de características comunes en ellos.

4. Planteamiento del modelo matemático o caso general a partir del razonamiento inductivo.

5. Aplicación del modelo matemático en la resolución del problema.

7. ACTIVIDADES

EJEMPLO 1

Calcular el valor de la sumatoria de las cifras del resultado de la operación

$$\underbrace{(333\ldots3)^2}_{\text{15 cifras}}$$

Para calcular el resultado de forma habitual, es decir, aplicando la potenciación al número dado, resulta un proceso extenso.

Aplicando el razonamiento inductivo tenemos:

Número de cifras (N)	Operación	Suma de cifras (S)	Equivalencia
1	$(3)^2 = 81$	$8 + 1 = 9$	$9 \times 1 = 9$
2	$(33)^2 = 1\,089$	$1 + 0 + 8 + 9 = 18$	$9 \times 2 = 18$
3	$(333)^2 = 110\,889$	$1 + 1 + 0 + 8 + 8 + 9 = 27$	$9 \times 3 = 27$

Caso general

Se puede notar que la suma de las cifras del resultado (S) es igual al número 9 multiplicado por el número de cifras del número que se eleva al cuadrado (N). De esta manera se induce el modelo matemático:

$S = 9 \times N$

Por lo tanto, para las 15 cifras del número se tiene:

$S_{15} = 9 \times 15$

$S_{15} = 135$

EJEMPLO 2

Calcular el valor de la sumatoria de las cifras del resultado de la operación

$$\underbrace{(333 \dots 34)^2}_{\text{17 cifras}}$$

Al igual que en el ejemplo 1, calcular el resultado aplicando la potenciación del número resulta un proceso extenso en su realización.

Aplicando el razonamiento inductivo tenemos:

Casos particulares

Número de cifras (N)	Operación	Suma de cifras (S)	Equivalencia
2	$(34)^2 = 1\,156$	$1+1+5+6=13$	$6 \times 2 + 1 = 13$
3	$(334)^2 = 111\,556$	$1+1+1+5+5+6=19$	$6 \times 3 + 1 = 19$
4	$(3\,334)^2 = 11\,115\,556$	$1 \times 4 + 5 \times 3 + 6 = 25$	$6 \times 4 + 1 = 25$

Caso general

Es evidente que la suma de cifras del resultado (S) es equivalente al producto de 6 por el número de cifras que se elevan al cuadrado aumentado en 1, de lo que, mediante los casos particulares se infiere el modelo matemático:

$S = 6 \times N + 1$

Por lo tanto, para las 17 cifras del número se tiene:

$S_{17} = 6 \times 17 + 1$

$S_{17} = 103$

EJEMPLO 3

Calcular el valor de P

$P = \sqrt[3]{401 \times 402 \times 403 + 402}$

Según la forma de la expresión se extraen los casos particulares, nótese que los tres números que se multiplican en el radical son consecutivos y además a este producto se le suma el segundo término de la multiplicación; manteniendo esas características y aplicando el razonamiento inductivo tenemos:

Casos particulares

Operación	Resultado	Equivalencia
$\sqrt[3]{1 \times 2 \times 3 + 2} = \sqrt[3]{8} = 2$	2	segundo término
$\sqrt[3]{2 \times 3 \times 4 + 3} = \sqrt[3]{27} = 3$	3	segundo término
$\sqrt[3]{3 \times 4 \times 5 + 4} = \sqrt[3]{64} = 4$	4	segundo término

Caso general

El resultado de la extracción de la raíz cúbica del producto de tres números naturales consecutivos sumado el segundo número a multiplicarse es equivalente a aquel segundo número.

Por lo tanto para la expresión planteada:

$P = \sqrt[3]{401 \times 402 \times 403 + 402} = 402$

$P = 402$

EJEMPLO 4

Calcular la suma de las cifras del resultado de la operación

$$\underbrace{(66 \ldots 66)}_{\text{72 cifras}} \times \underbrace{(55 \ldots 55)}_{\text{72 cifras}}$$

Aplicando el razonamiento inductivo tenemos:

Casos particulares

Número de cifras de cada producto (N)	Operación	Suma de cifras (S)	Equivalencia
1	$6 \times 5 = 30$	$3 + 0 = 3$	$3 \times 1^2 = 3$
2	$66 \times 55 = 3\,630$	$3 + 6 + 3 + 0 = 12$	$3 \times 2^2 = 12$
3	$666 \times 555 = 369\,630$	$3 + 6 + 9 + 6 + 3 + 0 = 27$	$3 \times 3^2 = 27$

Caso general

En los casos particulares se puede apreciar que la suma de cifras del resultado del producto (S) es equivalente al número 3 multiplicado por el número de cifras de cada producto (N) elevado a la potencia 2, de lo cual se infiere el modelo matemático:

$S = 3N^2$

Por lo tanto, para las 72 cifras de cada producto se tiene:

$S = 3(72)^2$

$S = 15\,552$

EJEMPLO 5

Calcular el valor de P

$$P = \sqrt{\sqrt[3]{314 \times 315 \times 316 + 315} \times 315}$$

A partir de la forma de la expresión se extraen los casos particulares

Operación	Resultado	Equivalencia
$\sqrt{\sqrt[3]{0 \times 1 \times 2 + 1} \times 1} = \sqrt{\sqrt[3]{1} \times 1} = 1$	1	segundo término
$\sqrt{\sqrt[3]{1 \times 2 \times 3 + 2} \times 2} = \sqrt{\sqrt[3]{8} \times 2} = 2$	2	segundo término
$\sqrt{\sqrt[3]{2 \times 3 \times 4 + 3} \times 3} = \sqrt{\sqrt[3]{27} \times 3} = 3$	3	segundo término

Caso general

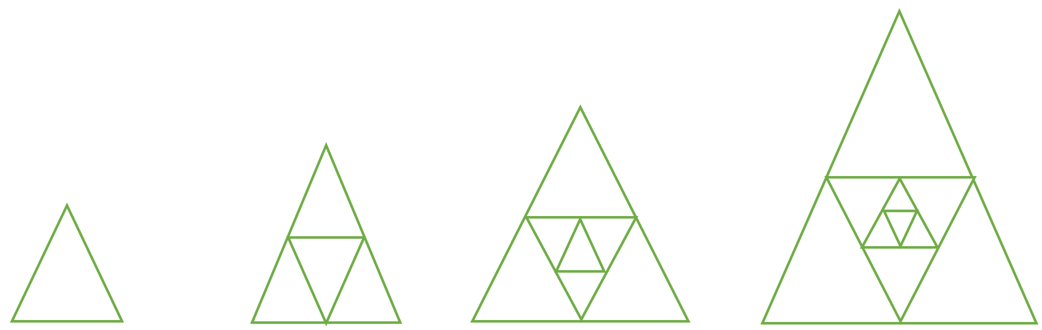
El resultado de cada caso es equivalente al segundo término. Para P será:

$$P = \sqrt{\sqrt[3]{314 \times 315 \times 316 + 315} \times 315} = 315$$

$$P = 315$$

EJEMPLO 6

En la siguiente secuencia de figuras, determinar cuántos triángulos tiene la figura en la posición 53.



1 2 3 4

En el ejercicio planteado es extenso e ineficiente graficar las figuras hasta la posición 53. Para cumplir con la petición se aplica el razonamiento inductivo:

Posición de la figura (P)	Número de triángulos de la figura (N)	Equivalencia
1	1	$1 \times 4 - 3 = 1$
2	5	$2 \times 4 - 3 = 5$
3	9	$3 \times 4 - 3 = 9$
4	13	$4 \times 4 - 3 = 13$

Caso general

Del análisis de los casos particulares se puede inferir que el número de triángulos de cualquier figura (N) es equivalente a la posición de la figura (P) multiplicada por 4 y disminuida en 3. Se obtiene de esa manera el modelo matemático:

$N = 4P - 3$

Para la figura de la posición 53

$N = 4P - 3$

$N = 4(53) - 3$

$N = 209$

La figura de la posición 53 tiene 209 triángulos

8. EVALUACIÓN

Resolver los ejercicios propuestos aplicando el razonamiento inductivo.

1. Calcular la suma de cifras del resultado de la expresión $(66..62)^2$ cuya base consta de 34 cifras.

2. En la expresión $(999\ldots9)^2$ que tiene en la base 30 cifras, calcular el valor de la sumatoria de las cifras del resultado.

3. Calcular la suma de las cifras de cifras del resultado de la expresión $(99..94)^2$ cuya base consta de 27 cifras.

4. Calcular el valor de P en la siguiente expresión $P = \sqrt{607 \times 608 + 608}$.

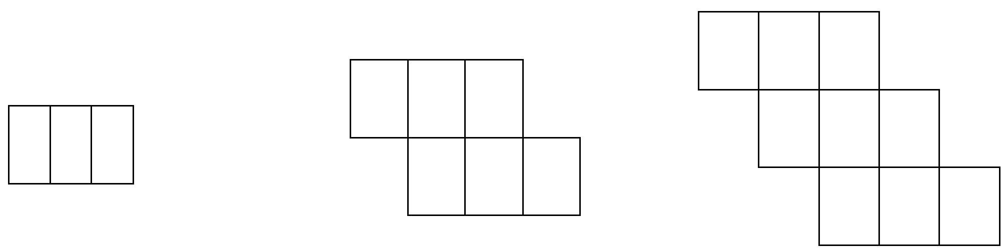
5. Dados los números 444…4 y 333…3 con 35 cifras cada uno, calcular la suma de las cifras del resultado del producto de éstos.

6. Dados los números 222…2 y 999…9 con 25 cifras cada uno, calcular la suma de las cifras del resultado de su producto.

7. En la siguiente expresión calcular el valor de Q

$$Q = \sqrt{\sqrt{504 \times 505 + 505}(504 + 1)}$$

8. En la siguiente serie de figuras calcular el número de cuadriláteros que contiene la figura en la posición 15.



1 2 3

GUÍA No. 02

1. TEMA

El razonamiento deductivo en la realización de cálculos del sistema numérico.

2. OBJETIVO

Utilizar el razonamiento deductivo en la resolución diversos problemas matemáticos diversos, reconociendo su dinámica y efectividad en esta tarea.

3. DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO

Aplicar el razonamiento deductivo en la resolución de problemas matemáticos respecto al sistema numérico.

4. REQUISITOS PREVIOS

4.1. DIFERENCIA DE CUADRADOS

Corresponde a una regla contraria al producto de la suma por la diferencia de dos números. Constituye uno de los casos de descomposición factorial.

Regla:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

4.2. PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS NÚMEROS.

Es de donde sale la regla anterior, se comprueba a partir de la multiplicación algebraica y sirve para obtener el producto de manera instantánea.

$(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

4.3. SUMA O DIFERENCIA DE TÉRMINOS CON EXPONENTES IGUALES CÚBICOS.

Constituye uno de los casos de descomposición factorial en el que se cumple la regla indicada.

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

4.4. PROGRESIÓN ARITMÉTICA

Una progresión aritmética es una serie con un patrón definido, se forma a partir del primer término sumando un número constante después de cada término denominado diferencia.

Elementos:

a: $primer\ término$

d: $diferencia$

u: $último\ término$

n: $número\ de\ términos\ o\ posición\ ordinal\ del\ término$

S_n: $suma\ de\ los\ n\ términos$

Ecuaciones:

$u = a + (n - 1)d$

$S_n = \frac{n}{2}(a + u)$

4.5. PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Es una serie con patrón definido formada mediante la multiplicación de un número constante llamado razón con el término anterior, iniciando desde el segundo término.

Elementos:

a: *primer término*

u: *último término*

r: *razón*

n: *número de términos o posición ordinal del término*

S_n: *suma de los n términos*

Ecuaciones:

$u = ar^{n-1}$

$S_n = \frac{ar^n - a}{r - 1}$

Cuando la sumatoria es convergente hacia cero.

$S_n = \frac{a}{1 - r}$

4.6. LOGARITMOS

Se denomina logaritmo al exponente al que se debe elevar una base conocida para obtener la potencia planteada.

ELEMENTOS

$\log_8 512 = 3$

Dada la expresión anterior se tiene:

$8: base\ del\ logaritmo$

$512: número$

$3: logaritmo$

PROPIEDADES

Logaritmo del producto

$\log(a \times b) = \log a + \log b$

Logaritmo de la división

$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$

Logaritmo de una potencia

$\log x^4 = 4 \log x$

Logaritmo de la raíz

$\log \sqrt{y} = \frac{1}{2} \log y$

Logaritmo de la base

$\log_7 7 = 1$

Logaritmo de la unidad

$\log_4 1 = 0$

5. CONOCIMIENTOS

- Cálculos aritméticos rápidos aplicando el razonamiento deductivo.

- Resolución de problemas específicos con base en el razonamiento deductivo: progresiones y logaritmos.

6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- La deducción

Aplicación del método deductivo

1. Estudio y compresión del problema matemático.

2. Selección del modelo matemático o fórmula correspondiente para la resolución del problema.

3. Aplicación del modelo matemático en la situación planteada.

6. ACTIVIDADES

EJEMPLO 1

Calcular el valor de P en la expresión:

$$P = \sqrt{\frac{1\,680 \times 1720 + 400}{113 \times 87 + 169}}$$

Es notorio que al intentar resolver el ejercicio operación por operación se trata de un proceso no tan simple (teniendo en cuenta que no se debe utilizar calculadora). Para resolverlo de manera rápida y eficaz utilizamos la deducción aplicando la regla general del producto de la suma por la diferencia de dos números:

Transformamos el número $1\,680$ en la resta equivalente y el número $1\,720$ en la suma equivalente teniendo en cuenta cumplir con la forma del producto de la suma por la diferencia; de igual manera con los números 113 y 87.

$$P = \sqrt{\frac{(1\,700 - 20)(1\,700 + 20) + 400}{(100 + 13)(100 - 13) + 169}}$$

$$P = \sqrt{\frac{1\,700^2 - 20^2 + 400}{100^2 - 13^2 + 169}}$$

Resolviendo

$$P = \sqrt{\frac{1\,700^2 - 400 + 400}{100^2 - 169 + 169}}$$

$$P = \sqrt{\frac{1\,700^2}{100^2}}$$

$$P = \frac{1\,700}{100} \rightarrow P = 17$$

EJEMPLO 2

Calcular el valor de Q dada la siguiente expresión:

$$Q = \sqrt[4]{\frac{873 \times 927 + 729}{1\,565 \times 1\,635 + 1\,225}}$$

Al igual que en el caso anterior es conveniente aplicar el razonamiento deductivo a partir de la regla del producto de la suma por la diferencia de los números, así transformamos los números 873 y 927 a la forma en el numerador y el $1\,565$ y $1\,635$ en el denominador

$$Q = \sqrt[4]{\frac{(900 - 27)(900 + 27) + 729}{(1\,600 - 35)(1\,600 + 35) + 1225}}$$

Aplicando

$$Q = \sqrt[4]{\frac{900^2 - 27^2 + 729}{1\,600^2 - 35^2 + 1\,225}}$$

Resolviendo

$$Q = \sqrt[4]{\frac{900^2 - 729 + 729}{1\,600^2 - 1\,225 + 1\,225}}$$

$$Q = \sqrt[4]{\frac{900^2}{1\,600^2}}$$

Como $900^2 = (30^2)^2$ y $1\,600^2 = (40^2)^2$

$$Q = \sqrt[4]{\frac{30^4}{40^4}} \rightarrow Q = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

EJEMPLO 3

Calcular el valor de la suma de términos de la serie siguiente:

$501^2 - 500^2, \quad 500^2 - 499^2, \quad 499^2 - 498^2, \quad \ldots, \quad 2^2 - 1^2$

Se trata de una serie expresada de forma diferente, para obtener los términos de ésta se puede calcular las potencias y luego efectuar las restas, sin embargo, eso se transformaría en un proceso extenso. Es importante aprender a reconocer formas de resolución rápidas y eficaces; este caso puede ser resuelto a partir del razonamiento deductivo utilizando la regla general de la diferencia de cuadrados:

$(501 + 500)(501 - 500), \; (500 + 499)(500 - 499), \; (499 + 498)(499 - 498), \; \ldots, (2 + 1)(2 - 1)$

Al resolver las sumas y restas correspondientes vemos como se transforma con facilidad en una expresión más simple.

$1\,001 \times 1, \; 999 \times 1, \; 997 \times 1, \; \ldots, \; 3 \times 1$

$1\,001, \; 999, \; 9997, \ldots, 3$

La expresión anterior es una progresión aritmética ya que la diferencia entre el termino antecesor con el sucesor es constante e igual a -2. De este modo calculamos en número de términos

$$u = a + (n-1)d$$

$$n = \frac{u-a}{d} + 1$$

$$n = \frac{3 - 1\,001}{-2} + 1$$

$$n = \frac{-998}{-2} + 1$$

$$n = 499 + 1 \rightarrow n = 500$$

Con los datos conocidos calculamos la sumatoria

$$S_n = \frac{n}{2}(a + u)$$

$$S_n = \frac{500}{2}(3 + 1\,001)$$

$$S_n = 250(1\,004)$$

$$S_n = 251\,000$$

EJEMPLO 4

Calcular el valor de x en la expresión:

$$x = \sqrt[3]{10\sqrt[3]{100\sqrt[3]{10\sqrt[3]{100\ldots}}}}$$

Se trata de una expresión que se extiende al infinito, la manera de resolución será con base en las leyes de los logaritmos y las progresiones:

Transformando a producto de raíces teniendo en cuenta las leyes de la radicación

$$x = \sqrt[3]{10} \times \sqrt[9]{100} \times \sqrt[27]{10} \times \sqrt[81]{100} \times \ldots$$

Aplicando el logaritmo a ambos miembros de la ecuación

$$\log x = \log \sqrt[3]{10} + \log \sqrt[9]{100} + \log \sqrt[27]{10} + \log \sqrt[81]{100} + \cdots$$

Aplicando las propiedades de logaritmos

$$\log x = \frac{1}{3}\log 10 + \frac{1}{9}\log 100 + \frac{1}{27}\log 10 + \frac{1}{81}\log 100 + \cdots$$

La expresión anterior se trata una sumatoria de logaritmos, para calcularla con base en progresiones en necesario dividirla en los sumatorias que contengan el mismo logaritmo de la siguiente manera

$$\log x = S_1 + S_2$$

Donde

$$S_1 = \frac{1}{3}\log 10 + \frac{1}{27}\log 10 + \frac{1}{243}\log 10 + \cdots$$

$$S_2 = \frac{1}{9}\log 100 + \frac{1}{81}\log 100 + \cdots$$

Trabajando con S_1

$$S_1 = \log 10\,(\frac{1}{3} + \frac{1}{27} + \frac{1}{243} + \cdots)$$

La progresión del segundo factor equivale a una sumatoria de progresión geométrica ya que tiene una razón constante $r = \frac{1}{9}$. Resolviéndola

$$S_1 = \frac{ar^n - a}{r - 1} \times \log 10$$

Al tratarse de una serie infinita convergente hacia cero se puede dar el valor 0 (cero) a u

$$S_1 = \frac{a}{1-r} \times \log 10$$

$$S_1 = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}} \times \log 10$$

$$S_1 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{8}{9}} \times \log 10 \ \rightarrow S_1 = \frac{3}{8} \times \log 10$$

$$S_1 = \log 10 \times \frac{3}{8}$$

Con la segunda progresión

$$S_2 = \frac{1}{9}\log 100 + \frac{1}{81}\log 100 + \cdots$$

$$S_1 = \log 100\,(\frac{1}{9} + \frac{1}{81} + \frac{1}{729} + \cdots)$$

De igual forma que en S_1, en el segundo factor se trata de una sumatoria de progresión geométrica convergente hacia cero y con razón $r = \frac{1}{9}$, por lo tanto

$$S_2 = \frac{ar^n - a}{r-1} \times \log 100$$

$$S_2 = \frac{a}{1-r} \times \log 100$$

$$S_2 = \frac{\frac{1}{9}}{1-\frac{1}{9}} \times \log 100$$

$$S_2 = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{8}{9}} \times \log 100 \ \rightarrow S_2 = \frac{1}{8} \times \log 100$$

$$S_2 = \log 100 \times \frac{1}{8}$$

De esta manera se sustituye en la ecuación inicial

$$\log x = S_1 + S_2$$

$$\log x = \log 10 \times \frac{3}{8} + \log 100 \times \frac{1}{8}$$

$$\log x = 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{1}{8}$$

$$\log x = \frac{5}{8}$$

Cambiando a la forma exponencial

$$x = 10^{\frac{5}{8}}$$

8. EVALUACIÓN

En los problemas siguientes, resolverlos aplicando el razonamiento deductivo

1. Calcular el valor de P en la siguiente expresión:

$$P = \sqrt{\frac{225 + 664 \times 694}{1\,340 \times 1\,376 + 324}}$$

2. Calcular el valor de Q en la siguiente expresión:

$$Q = \sqrt[3]{\frac{437(425 \times 449 + 144)}{1\,913(1\,899 \times 1\,927 + 196)}}$$

3. Calcular el valor de S en:

$$S = \sqrt[4]{\frac{81 + 2\,125 \times 2\,107}{441 + 527 \times 485}}$$

4. Calcular el valor de R en:

$$R = \sqrt{\frac{196 + 361 \times 389}{100 + 330 \times 350}}$$

5. Determinar el valor de la sumatoria de la serie.

$25^2 - 24^2, 22^2 - 21^2, \dots, 4^2 - 3^2$

6. Calcular el valor de x en:

$$x = \sqrt[3]{6\sqrt[3]{5\sqrt[3]{6\sqrt[3]{5\dots}}}}$$

7. Resolver la ecuación siguiente:

$$\frac{x^{12} + 64}{x^8 - 4x^4 + 16} = (x^2 + 7)(x^2 - 7) + x$$

GUÍA No. 03

1. TEMA

La inducción en la resolución de problemas matemáticos correspondientes a contenidos del currículo en matemática: bloques numérico y de funciones.

2. OBJETIVO

Aplicar el razonamiento inductivo en la solución de problemas correspondientes a los contenidos conceptuales de los segundos y terceros años de bachillerato.

3. DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO

Utilizar el razonamiento inductivo en la resolución de problemas matemáticos respecto a los bloques numérico y de funciones de los segundos y terceros años de bachillerato.

4. REQUISITOS PREVIOS

4.1. OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES

5. CONOCIMIENTOS

- Resolución de problemas matemáticos aplicando el razonamiento inductivo en los temas de: Progresiones aritméticas, progresiones geométricas, funciones y combinaciones matemáticas.

6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- La inducción

Aplicación del método inductivo.

1. Estudio de la situación planteada.

2. Extracción de los casos particulares.

3. Análisis de los casos particulares y búsqueda de características comunes en ellos.

4. Planteamiento del modelo matemático o caso general a partir del razonamiento inductivo.

5. Aplicación del modelo matemático en la resolución del problema.

7. ACTIVIDADES

EJEMPLO 1

En la siguiente progresión aritmética, encuentre el término de posición 30.

$5\ ,37\ , \ldots$

En el enunciado se expone que se trata de una progresión aritmética por lo tanto se puede calcular la diferencia, es decir, el número que se suma al anterior para formar el siguiente, característica principal de la progresión aritmética

$d = x_2 - x_1$

$d = 37 - 5$

$d = 32$

La diferencia constituye una guía para la construcción del modelo matemático. A continuación se analizan los casos particulares:

Posición del término (n)	Término	Equivalencia 1	Equivalencia 2
1	5	$5 + 0 \times 32$	$5 + (1 - 1)32$
2	37	$5 + 1 \times 32$	$5 + (2 - 1)32$
3	69	$5 + 2 \times 32$	$5 + (3 - 1)32$

Caso general

A partir de las relaciones realizadas se puede extraer el modelo matemático, nótese que se ha efectuado una segunda equivalencia para incluir en la relación al número de la posición del término, para que el modelo a formular sea una función de este último. El modelo queda de la siguiente manera:

$u = 5 + (n - 1)32$

Para la posición número 30

$u_{30} = 5 + (30 - 1)32$

$u_{30} = 5 + (29)32$

$u_{30} = 5 + 928$

$u_{30} = 933$

EJEMPLO 2

En la siguiente progresión aritmética calcular el valor de la sumatoria de los primeros 20 términos.

$7 , 122 , 337 , 452 , \ldots$

Inicialmente se calcula la diferencia para utilizarla como referencia en la formulación del modelo matemático.

$d = x_2 - x_1$

$d = 122 - 7$

$d = 115$

Se analizan los siguientes casos particulares:

Número de términos sumados (n)	Suma (S)	Equivalencia 1	Equivalencia 2
2	$7 + 122 = 129$	$7(2) + 115 = 129$	$7(2) + \left(\frac{2^2-2}{2}\right)115$
3	$7 + 122 + 237 = 366$	$7(3) + 3(115) = 366$	$7(3) + \left(\frac{3^2-3}{2}\right)115$
4	$7 + 122 + 237 + 352 = 718$	$7(4) + 6(115) = 718$	$7(4) + \left(\frac{4^2-4}{2}\right)115$

Caso general

Con base en el análisis de los casos particulares se extrae el modelo matemático:

$$S = 7n + \left(\frac{n^2 - n}{2}\right)115$$

Para los primeros 20 términos se tiene

$$S_{20} = 7(20) + \left(\frac{20^2 - 20}{2}\right)115$$

$$S_{20} = 140 + \left(\frac{380}{2}\right)115$$

$$S_{20} = 140 + (190)115$$

$$S_{20} = 140 + 21\,850$$

$$S_{20} = 21\,990$$

La suma de los primeros 20 términos de las progresión es de 21 990

EJEMPLO 3

Encontrar el término de la octava posición en la progresión geométrica dada.

2 , 16, 128 , $1\,024$, ...

Al tener dos términos conocidos consecutivos y además conociendo que se trata de una progresión geométrica se puede calcular la razón, dato importante para la inducción del modelo matemático.

$$r = \frac{x_2}{x_1}$$

$$r = \frac{16}{2}$$

$$r = 8$$

Casos particulares:

Posición del término (n)	Término	Equivalencia 1	Equivalencia 2
2	16	2×8	$2 \times 8^{2-1}$
3	128	2×8^2	$2 \times 8^{3-1}$
4	1 024	2×8^3	$2 \times 8^{4-1}$

Caso general

El modelo matemático es el siguiente:

$u = 2 \times 8^{n-1}$

Aplicando el modelo anterior para encontrar el octavo término de la progresión dada se tiene:

$u_8 = 2 \times 8^{8-1}$

$u_8 = 2 \times 8^7$

$u_8 = 2 \times 2\ 097\ 152$

$u_8 = 4\ 194\ 304$

El término de la octava posición en la progresión planteada es 4 194 304

EJEMPLO 4

Calcular la suma de los primeros 14 términos de la progresión geométrica

$1 , 3 , 9 , ...$

Se inicia con el cálculo de la razón que como ya se ha visto anteriormente es de importancia para inducir el modelo matemático.

$r = \frac{x_2}{x_1}$

$$r = \frac{3}{1}$$

$$r = 3$$

Casos particulares

Número de términos sumados (n)	Suma (S)	Equivalencia 1	Equivalencia 2
2	$1 + 3 = 4$	$\frac{9-1}{2} = 4$	$\frac{3^{2}-1}{2} = 4$
3	$1 + 3 + 9 = 13$	$\frac{27-1}{2} = 13$	$\frac{3^{3}-1}{2} = 13$
4	$1 + 3 + 9 + 27 = 40$	$\frac{81-1}{2} = 40$	$\frac{3^{4}-1}{2} = 40$

Caso general

Se extrae el modelo matemático para el problema

$$S = \frac{3^n - 1}{2}$$

Aplicándolo para las condiciones iniciales:

$$S = \frac{3^{14} - 1}{2}$$

$$S = \frac{4\ 782\ 969 - 1}{2}$$

$$S = 2\ 391\ 484$$

EJEMPLO 5

Se lanza un proyectil al espacio con ángulo de elevación diferente de 90° ocupando ciertas alturas en tiempos determinados según indica la tabla. Construir el modelo matemático para el fenómeno.

$t(s)$	$h\ (m)$
0	0
1	25
2	40
3	45
4	40

A partir de los datos de la tabla se extraen los casos particulares para buscar relaciones entre los valores de la altura h y el tiempo t.

Casos particulares

Tiempo $t(s)$	Altura $h(m)$	Equivalencia 1	Equivalencia 2
1	25	$30 - 5 = 25$	$30 \times 1 - 5 \times 1^2 = 25$
2	40	$60 - 20 = 40$	$30 \times 2 - 5 \times 2^2 = 40$
3	45	$90 - 45 = 45$	$30 \times 3 - 5 \times 3^2 = 45$

Caso general

Luego de estudiar los casos particulares se puede apreciar que el valor de la altura depende del tiempo. El modelo matemático es el siguiente:

$h = 30t - 5t^2$

La ecuación anterior es de segundo grado y su gráfica corresponde a una parábola en concordancia con la característica principal del movimiento descrito en la tabla.

EJEMPLO 6

A una reunión asisten 32 personas, calcular el número total de apretones de manos que se da si se tiene en cuenta que cada persona saludó con todas las demás.

Casos particulares

Número de personas (n)	Número de apretones de manos (P)	Equivalencia
2	1	$\frac{1\times 2}{2} = 1$
3	3	$\frac{2\times 3}{2} = 3$
4	6	$\frac{3\times 4}{2} = 6$

Caso general

De los casos particulares se induce el modelo matemático

$$P = \frac{(n-1)\times n}{2}$$

Evaluando la ecuación para n= 32 que es el número de asistentes a la reunión:

$$P = \frac{(32 - 1) \times 32}{2}$$

$$P = \frac{31 \times 32}{2}$$

$$P = 496$$

Se realizan 496 apretones de mano.

8. EVALUACIÓN

Resolver los siguientes problemas utilizando el razonamiento inductivo.

1. En la siguiente progresión aritmética encontrar el término de la posición número 43:

$7\ ,\ 58\ ,\ 109\ ,\ldots$

2. Dada la progresión aritmética a continuación calcular la sumatoria de los primeros 11 términos:

$18\ ,121\ ,224\ ,\ldots$

3. Determinar el término en la posición número 13 de la progresión geométrica a continuación:

$3\ ,12\ ,48\ ,\ldots$

4. Una compañía obtiene en el primero año de su funcionamiento una ganancia total de 48 dólares. ¿Qué ganancia total obtendrá la compañía en sus primeros 10 años de funcionamiento si se estima que cada año triplica las ganancias?

5. Los datos de la tabla a continuación describen la posición en el eje y de la partícula en función del tiempo. Encontrar el modelo matemático que representa al movimiento.

$t(s)$	$y(m)$
0	0
1	-5
2	-20
3	-45

6. Un grupo consta de 28 estudiantes, el profesor planea con ellos trabajos en parejas una vez a la semana pero sin que se repita ninguna pareja en ninguna semana. ¿Cuántas semanas transcurrirán sin que se falte a la condición?

GUÍA No. 04

1. TEMA

El razonamiento deductivo en la resolución de problemas correspondientes a los bloques geométricos: línea recta, parábola y circunferencia.

2. OBJETIVO

Promover el razonamiento deductivo como recurso en la resolución de problemas, de manera original y efectiva.

3. DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO

Aplicar el razonamiento deductivo en la resolución de problemas correspondientes a los bloques geométricos: línea recta, parábola y circunferencia.

4. REQUISITOS PREVIOS

4.1. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones son cinco: sustitución, igualación, suma y resta (o reducción), por determinantes y gráfico. Sin embargo se utilizaran sólo dos: método de sustitución y método de suma y resta.

- Método de sustitución

Dadas dos o más ecuaciones se despeja una incógnita desconocida en una ecuación y se reemplaza la equivalencia de ésta en lugar de la misma incógnita en otra ecuación, de esa manera se elimina una incógnita. Se repite el proceso con las demás incógnitas las veces que sean necesarias hasta obtener los valores de todas según el sistema.

Ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 10 \rightarrow \text{Ecuación ❶} \\ 2x - y = 2 \rightarrow \text{Ecuación ❷} \end{cases}$$

Se procede a despejar x en la ecuación uno

$x + y = 10$

$x = 10 - y$ ❶

Luego se sustituye su equivalencia en la ecuación dos

❶ en ❷

$2x - y = 2$ ❷

$2(10 - y) - y = 2$

Reduciendo la expresión

$2 \times 10 - 2y - y = 2$

$20 - 3y = 2$

$-3y = -18$

$$y = \frac{18}{3}$$

$$y = 6$$

Se ha encontrado el valor de y, para encontrar el valor de x se sustituye el valor conocido de y en cualquier ecuación

$x = 10 - y$ ❶

$x = 10 - 6$

$x = 4$

Los valores de x e y son 4 y 6 respectivamente.

- Método de suma y resta

A partir del sistema de ecuaciones (conjunto de ecuaciones con los mismos valores de incógnita) se ubican las ecuaciones de dos en dos una sobre la otra, para eliminar incógnitas en una suma algebraica de polinomios, si es necesario se multiplica a una o a ambas ecuaciones por constantes para que ocurra la eliminación de incógnitas, según lo permiten las propiedades de la igualdad.

$$\begin{cases} x + y = 10 \rightarrow \text{Ecuación ❶} \\ 2x - y = 2 \rightarrow \text{Ecuación ❷} \end{cases}$$

Para eliminar la incógnita y no es necesario multiplicar por un número a ninguna de las dos ecuaciones, ya que se puede apreciar que en ambas y

tiene en mismo coeficiente (número uno) y signos opuestos, condición imprescindible para poder eliminar la incógnita.

❶ + ❷

$$
\begin{array}{l}
x + y = 10 \\
2x - y = 2 \\
\hline
3x \quad 0 = 12
\end{array}
$$

$3x = 12$

$x = \frac{12}{3}$

$x = 4$

Para eliminar x se multiplica a la ecuación uno por -2 (menos dos), para que la incógnita tenga el mismo coeficiente con signos opuestos, condición fundamental para poder eliminarla.

❶(-2) + ❷

$$
\begin{array}{l}
-2x - 2y = -20 \\
2x - y = 2 \\
\hline
0 \quad - 3y = -18
\end{array}
$$

$-3y = -18$

$y = \frac{18}{3}$

$y = 6$

Los valores de x e y son 4 y 6 respectivamente, el resultado coincide con el obtenido al resolver el mismo sistema por el método de sustitución.

4.2. ECUACIONES DE LA RECTA

La ecuación de la recta cumple con las formas

- Ecuación extendida de la recta

$y = mx + b$

Donde

m: $pendiente\ de\ la\ recta$

b: $ordenada\ en\ el\ origen\ o\ corte\ de\ la\ recta\ (intercepto)\ en\ el\ eje\ y$

- Ecuación general de la recta

$Ax + By + C = 0$

Donde

A, B: $Coeficientes\ de\ las\ variables$

C: $Constante$

4.3. ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA

Toda parábola cumple con la forma

$y = Ax^2 + Bx + C$ Cuando el eje de simetría de la parábola es paralelo al eje de la abscisas (y).

ó

$x = Ay^2 + By + C$ Cuando el eje de simetría de la parábola en paralelo al eje de las ordenadas (x)

Donde

A, B: $Coeficientes$

C: $Constante$

La forma anterior puede transformarse en otra en la cual la ecuación se iguala a cero, tal forma se llama ecuación general de la parábola.

3.4. ECUACIONES DE LA CIRCUNFERENCIA

La circunferencia cumple con las formas:

- Ecuación general de la circunferencia

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

- Ecuación ordinaria de la circunferencia

$x^2 + y^2 = r^2$ Cuando el centro de la circunferencia está en el origen (0,0)

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ Cuando el centro de la circunferencia no está en el origen (0,0)

Donde:

h : $Coordenada\ del\ centro\ en\ el\ eje\ x$

k: $Coordenada\ del\ centro\ en\ el\ eje\ y$

r: $Longitud\ del\ radio$

5. CONOCIMIENTOS

El razonamiento deductivo en la resolución de problemas de geometría analítica.

- La línea recta.
- La parábola.
- La circunferencia.

6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- La deducción

Aplicación del método deductivo:

1. Estudio y compresión del problema matemático.
2. Selección del modelo matemático (ecuación) correspondiente para la resolución del problema.
3. Aplicación de la ecuación en la resolución del problema.

7. EJEMPLOS

EJEMPLO 1

Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (-1,-2) y (4,7).

Partiendo de la ecuación explícita de la recta

$y = mx + b$

No se tiene los valores de la pendiente m ni del corte en el eje y b para formular la ecuación, pero si se conocen los valores que adquieren las variables en dos puntos de la recta. Por lo tanto se pueden reemplazar en la ecuación.

Para el punto (-1,-2)

$y = mx + b$

$(-2) = m(-1) + b$

$-2 = -m + b$

$-m + b = -2$ ❶

Para el punto (4,7)

$y = mx + b$

$(7) = m(4) + b$

$7 = 4m + b$

$4m + b = 7$ ❷

Luego del reemplazo se nota que se han formado dos ecuaciones con dos incógnitas, por lo tanto es posible plantear un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -m + b = -2 & ❶ \\ 4m + b = 7 & ❷ \end{cases}$$

Para eliminar la incógnita b es necesario multiplicar a cualquiera de las dos ecuaciones por menos uno (-1), se lo realizará con la ecuación ❶

$$❶(-1) + ❷$$

$$m - b = 2$$

$$\underline{4m + b = 7}$$

$$5m \quad 0 = 9$$

$$5m = 9$$

$$m = \frac{9}{5}$$

El valor de la pendiente m para la recta es $\frac{9}{5}$

Para calcular el valor de b en cambio se sustituye el valor encontrado de m en cualquiera de la dos ecuaciones y se despeja.

Sustituyendo m en la ecuación ❶

$$-m + b = -2$$

$$-\left(\frac{9}{5}\right) + b = -2$$

$$b = \frac{9}{5} - 2$$

$$b = -\frac{1}{5}$$

El valor de b es $-\frac{1}{5}$.

Una vez calculados los valores de m y b de la ecuación los reemplazamos en la ecuación explícita de la recta.

$$y = mx + b$$

$y = \frac{9}{5}x - \frac{1}{5}$

Multiplicando a la ecuación por cinco

$5y = 9x - 1$

$9x - 5y - 1 = 0$ $\longrightarrow$ Que es la ecuación de la recta en la forma general

EJEMPLO 2

Encontrar las ecuaciones de las rectas L_1 y L_2 con pendientes $m_1 = 2$ y $m_2 = -3$ que se intersecan en el punto (4,3).

Recta L_1

Partiendo de la ecuación explícita de la recta

$y = mx + b$

El punto dado (4,3) al ser de intersección pertenece a ambas rectas por lo tanto sus coordenadas se pueden reemplazar en los valores de x e y en la ecuación explícita

$y = mx + b$

$(3) = m(4) + b$

$3 = 4m + b$

Además el valor de m para la ecuación es conocido

$3 = 4(2) + b$

$3 = 8 + b$

$b = -5$

Con los valores conocidos de m y b de la ecuación se reemplaza:

$y = mx + b$

$y = (2)x + (-5)$

$y = 2x - 5$

Que es la ecuación de la ecuación de la recta L_1 en la forma explícita; ordenándola:

$2x - y - 5 = 0$ ⟶ Ecuación general de la recta L_1

Recta L_2

Se reemplazan las coordenadas del punto (4,3) y el valor conocido de m de la ecuación en la forma de la ecuación explícita de la recta:

$y = mx + b$

$(3) = (-3)(4) + b$

$3 = -12 + b$

$b = 3 + 12$

$b = 15$

Con los valores conocidos de m y b se formula la ecuación de la recta

$y = mx + b$

$y = -3x + 15$

$3x + y - 15 = 0$ ⟶ Ecuación general de la recta L_2

EJEMPLO 3

Calcular la ecuación de la parábola que pasa por los puntos (0,6), (1,1) y (2,-1) y su eje de simetría es paralelo al eje de la ordenadas y.

Partiendo de la forma de la ecuación de la parábola

$y = Ax^2 + Bx + C$ ya que el eje de simetría es paralelo al eje y

No se conocen los valores de los coeficientes A y B ni de la constante C; pero si se conocen los valores de las variables de la parábola en tres puntos diferentes, por lo tanto estos valores son válidos y se pueden reemplazar en la ecuación.

Punto (0,6)

$y = Ax^2 + Bx + C$

$6 = A(0)^2 + B(0) + C$

$6 = C$

$C = 6$

Se obtuvo el valor de la incógnita C

Punto (1,1)

$y = Ax^2 + Bx + C$

$(1) = A(1)^2 + B(1) + C$

$1 = A + B + C$ Como $C = 6$

$1 = A + B + 6$

$A + B = -5$ ❶

Punto (2,-1)

$y = Ax^2 + Bx + C$

$-1 = A(2)^2 + B(2) + C$

$-1 = 4A + 2B + C$ Como $C = 6$

$-1 = 4A + 2B + 6$

$4A + 2B = -7$ ❷

Se han formado dos ecuaciones con las mismas dos incógnitas, de tal manera, se procede a resolver el correspondiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} A + B = -5 & ❶ \\ 4A + 2B = -7 & ❷ \end{cases}$$

❶(-2) + ❷

$-2A - 2B = 10$

$4A + 2B = -7$

$2A \quad 0 = 3$

$A = \frac{3}{2}$

Sustituyendo el valor conocido de A en ❶

$A + B = -5$

$$\frac{3}{2} + B = -5$$

$$B = -5 - \frac{3}{2}$$

$$B = -\frac{13}{2}$$

Luego de haber calculado los valores de A, B y C se forma la ecuación

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

$$y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{13}{2}x + 6$$

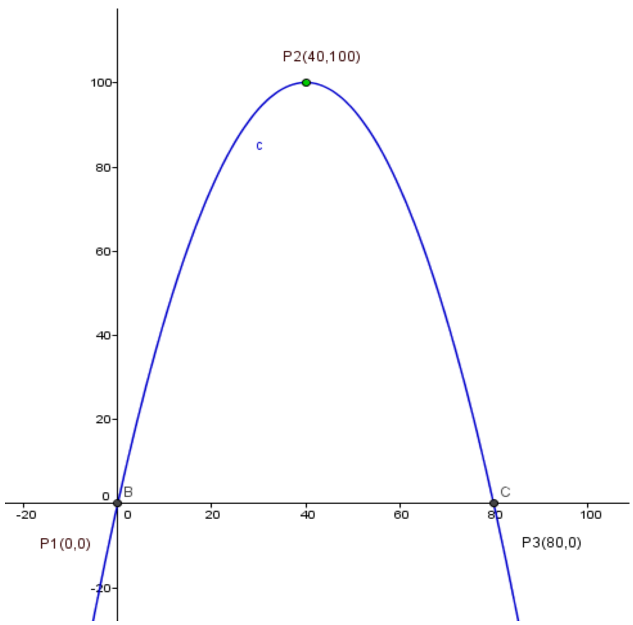
$$2y = 3x^2 - 13x + 12$$

$3x^2 - 2y - 13x + 12 = 0$ $\longrightarrow$ Ecuación general de la parábola

EJEMPLO 4

El disparo de un proyectil alcanza una altura máxima de 40 metros luego de recorrer horizontalmente 100 metros. Encuentre la ecuación de la parábola que describe el movimiento.

En el problema constan como dato las coordenadas del punto de altura máxima (40,100), se tiene en cuenta además que esa posición se mide a partir del origen, por lo tanto se tiene otro punto (0,0) y además, la simetría es característica inherente de la parábola, así que el punto en el que el proyectil choca contra el piso se puede determinar, tendrá de coordenada en x el doble del punto máximo y en el eje y tendrá el valor de cero, es decir el tercer punto será (80,0). Con los tres punto $P_1(0,0)$, $P_2(40,100)$ y $P_3(80,0)$ graficamos la parábola.



No se tiene la ecuación de la parábola pero se la puede determinar aplicando el razonamiento deductivo, partiendo de la forma de la ecuación para cada punto.

Punto (0,0)

$y = Ax^2 + Bx + C$ Ya que el eje de simetría es paralelo

$(0) = A(0)^2 + B(0) + C$ al eje de las ordenadas y

$0 = C$

$C = 0$

Punto (40,100)

$y = Ax^2 + Bx + C$

$(100) = A(40)^2 + B(40) + C$ Como $C = 0$

$100 = 1\,600A + 40B$ ❶ Dividiendo la ecuación para 20 para reducir los coeficientes

$5 = 80A + 2B$

$80A + 2B = 5$ ❶

Punto (80,0)

$y = Ax^2 + Bx + C$

$(0) = A(80)^2 + B(80) + C$ Como $C = 0$

$0 = 1\,600A + 80B$ ❷ Dividiendo a toda la ecuación para 80

$0 = 80A + B$

$80A + B = 0$ ❷

Se han formado dos ecuaciones con dos incógnitas. Se procede a resolver el sistema:

$$\begin{cases} 80A + 2B = 5 & ❶ \\ 80A + B = 0 & ❷ \end{cases}$$

Para poder eliminar la incógnita B se multiplica a la ecuación ❷ por menos dos (-2) para que tengan los mismos coeficientes con signos opuestos.

❶ + ❷(-2)

$$80A + 2B = 5$$

$$-160A - 2B = 0$$

$$-80A \qquad 0 = 5$$

$$A = -\frac{5}{80}$$

$$A = -\frac{1}{16}$$

Ahora se sustituye el valor encontrado en ❷

$80A + B = 0$ ❷

$$80\left(-\frac{1}{16}\right) + B = 0$$

$$-5 + B = 0$$

$$B = 5$$

Con los valores conocidos de las incógnitas A, B y C se plantea la ecuación:

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

$$y = -\frac{1}{16}x^2 + 5x + 0$$

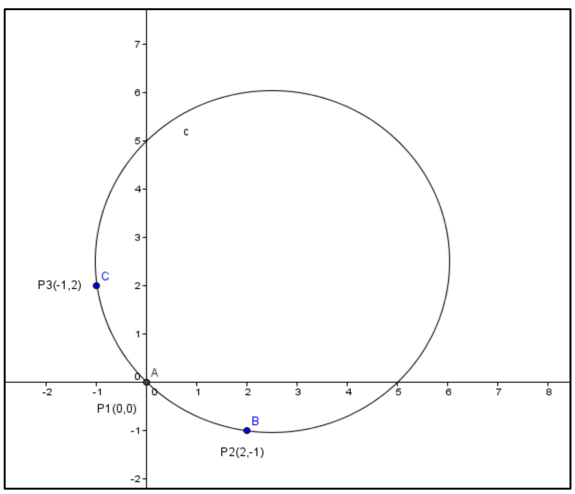
$$16y = -x^2 + 80x$$

$x^2 - 80x + 16y = 0$ $\longrightarrow$ Ecuación general de la parábola

EJEMPLO 5

Una tapa de hierro de un contenedor es agujerada por tres puntos distintos de coordenadas (0,0), (2,-1) y (-1,2) para repararla es necesario retirar una superficie mínima en forma de circunferencia que pase por los tres puntos. Calcular las coordenadas del centro y radio de la circunferencia para realizar el corte.

Se grafica la circunferencia:



No se tiene la ecuación de la circunferencia generada, pero sí se conocen tres de sus puntos, suficientes para calcularla ya que en la ecuación general de la circunferencia se tienen dos coeficientes desconocidos y una constante, en total tres números que no se conocen.

Se comienza a partir de la ecuación general de la circunferencia

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

Para el punto (0,0)

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

$(0)^2 + (0)^2 + D(0) + E(0) + F = 0$

$F = 0$

Para el punto (2,-1)

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

$(2)^2 + (-1)^2 + D(2) + E(-1) + F = 0$

$4 + 1 + 2D - E + F = 0$ Como F=0

$2D - E = -5$ ❶

Para el punto (-1,2)

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

$(-1)^2 + (2)^2 + D(-1) + E(2) + F = 0$

$1 + 4 - D + 2E + F = 0$ Como F=0

$-D + 2E = -5$ ❷

Se plantea el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2D - E = -5 & ❶ \\ -D + 2E = -5 & ❷ \end{cases}$$

Para poder anular la incógnita E se procede a multiplicar a la ecuación ❶ por dos (2).

❶$(2) +$ ❷

$$4D - 2E = -10$$

$$-D + 2E = -5$$

$$3D \qquad 0 = -15$$

$$D = -\frac{15}{3}$$

$$D = -5$$

Una vez calculado el valor de D, se lo reemplaza en cualquiera de las dos ecuaciones; en este caso se ha escogido a la ecuación ❷.

$$-D + 2E = -5$$

$$-(-5) + 2E = -5$$

$$5 + 2E = -5$$

$$2E = -10$$

$$E = -\frac{10}{2}$$

$$E = -5$$

Con los valores de D, E y F conocidos se determina la ecuación de la circunferencia:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$x^2 + y^2 + (-5)x + (-5)y + (0) = 0$$

$x^2 + y^2 - 5x - 5y = 0 \longrightarrow$ Ecuación general de la circunferencia

Para calcular las coordenadas del centro y el radio es necesario pasar de la forma general a la forma ordinaria de la ecuación de la circunferencia:

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

Iniciando desde la ecuación general de la circunferencia

$x^2+y^2-5x-5y=0$

Para expresarla en forma de la suma de dos binomios al cuadrado hay que completar en trinomio cuadrado perfecto y factorizar.

$x^2-5x+y^2-5y=0$

$$\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)+\left(y^2-5y+\frac{25}{4}\right)=\frac{25}{4}+\frac{25}{4}$$

$$\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=\frac{50}{4}$$

En consecuencia, teniendo en cuenta a la forma ordinaria $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$$h=\frac{2}{5}$$

$$k=\frac{2}{5}$$

$$r=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

8. EVALUACIÓN

Resolver los problemas a continuación aplicando el razonamiento deductivo.

1. Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (7,2) y (5,-6).

2. Calcular las ecuaciones de la rectas L_1 y L_2 con pendientes $m_1 = 1$ y

$m_2 = -2$ que se intersecan en el punto $\left(-\frac{8}{3}, \frac{-13}{2}\right)$.

3. Encontrar la ecuación de la parábola con eje de simetría paralelo al eje de las ordenadas y y que pase por los puntos: (2,-1), (4,25) y (-2,7).

4. El punto de altura máxima que alcanza un proyectil es de 80 metros cuando ha avanzado horizontalmente la distancia de 50. Calcule la ecuación de la parábola que describe el movimiento.

5. Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (1,5), (6,5) y (-3,0).

6. Calcular la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (5,3),

(3,-1) y (6,2).

6.8. Impactos

La guía didáctica propuesta produjo gran interés en los estudiantes y maestros y motivó a los docentes a emplearla durante las clases y a tomarla como modelo para el desarrollo de otros temas del currículo de matemáticas.

6.9. Difusión

La guía metodológica se presentó en las instituciones de observación y tuvo una buena acogida de parte de los estudiantes, docentes y autoridades.

6.10. Bibliografía

- Arancibia, V.; Herrera, P. & Strasser, K. (2004). *Manual de Psicología Educacional*. Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile

- Benalcázar, M. (2010). *Guía para realizar trabajos de grado*. Ibarra, Ecuador: Libertario.

- Betancourt, J. (2010). *Pensamiento numérico y algebraico: texto basado en el desarrollo de competencias con enfoque en el modelo META.* México: Cengage Learning.

- Bruning, H., Schraw, G. y Norby, M. (2012) *Psicología congnitiva y de la instrucción*. España: Pearson.

- Cabbane, N. (2007) *Didáctica de la matemática*. Argentina: Bonum.

- Cedillo, T. y Cruz, V. (2013). *Desarrollo del pensamiento algebraico*. España: Pearson Educación.

- Domínguez, S., Sánchez, E. y Sánchez, G. (2009). *Guía para elaborar una tesis.* México, D. F, México: Mc Graw Hill.

- Eyssautier, M. (2002). *Metodología de la investigación*. Colombia: Thompson Learning.

- Flórez, R. (2008). *Pedagogía del conocimiento*. Bogotá, Colombia: Mc Graw Hill.

- Guerrero, G. (2010). *Expresión Oral y Escrita*. Loja: Universidad Técnica Particular de Loja.

- Hernández, G. y Rodríguez G. (2009). *Lógica ¿para qué?* México: Pearson

- Lizárraga, M. (2006). *Razonamiento matemático*. Perú: Megabyte

- Medina, A. y Salvador, F. (2008). *Didáctica General*. Madrid, España: Pearson Educación.

- Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: Razonamiento y*

Aplicaciones. México: Pearson.

- Muñoz, C. (2011). *Como elaborar y asesorar una investigación de tesis.* México: Pearson Education.

- Pagano, R. (2008). *Estadística para las ciencias del comportamiento*. México: Cengage Learning

- Pozo, P. y Vidal, Y. (2013). *Matemáticas para la ingeniería*. España: Pearson Educación.

- Red española de información sobre educación. (2011). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: Retos comunes y políticas nacionales.* España: Eurydice.

- Thomas, Jr. & George, B. (2011). *Cálculo de una variable*. Madrid: Pearson.

- Tirado, F., Martínez, M., Covarrubias, P., López, M., Quezada, R., Olmos, A. y Díaz, E. (2010) *Psicología Educativa para afrontar los desafíos del siglo XXI*. México: Mc Graw Hill.

- Steward, J. (2011). *Cálculo de una variable*. Cengage Learning.

- http://www.ecuavisa.com/noticias/nacionales/50437-senescyt-presento-resultados-de-pruebas-de-admision-a-las-univesidades.html. [02 de diciembre de 2 013]

- http://www.slideshare.net/ecuadoruniversitario/resultados-enes-19-de-mayo-del-2012. [02 de diciembre de 2 013]

- PRIETO, Aiskel. *El razonamiento*. Alojado en: http://www.monografias.com/trabajos59/el-razonamiento/el-razonamiento.shtml. [30 de diciembre de 2013]

- El cuidadano. (2014, Abril 29). El promedio en el Examen Nacional para la Educación Superior se elevó 25 puntos. *Radio Huancavilca noticias*. Obtenido en Marzo 2, 2014, de http://radiohuancavilca.com.ec/noticias/2014/04/29/el-promedio-en-el-examen-nacional-para-la-educacion-superior-se-elevo-25-puntos/

- Ministerio de Educación. (2011). Lineamientos curriculares para el bachillerato general unificado: Área de matemática [Archivo PDF]. Disponible en http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/09/Lineamientos_Matematica_2do_090913.pdf.pdf

- Teoría de las situaciones didácticas. (2012). En Slideshare. Recuperado el 14 de octubre de 2014 de http://es.slideshare.net/MARITO426/teora-de-las-situaciones-didcticas-de-guy-brousseau

- Borja, G. (julio de 2009). Teorías del aprendizaje [Mensaje en un blog]. Recuperado de http://gonzaloborjacruz.blogspot.com/2009/07/teorias-de-aprendizaje-paradigmas-y.html

- Guerrero, S. (s.f.). Procesos Congnitivos, Memoria, Pensamiento y Lenguaje. En *Monografías.com.* Recuperado el 15 de octubre de 2014 de http://www.monografias.com/trabajos92/trabajo-investigacion-procesos-cognitivos/trabajo-investigacion-procesos-cognitivos.shtml

- Sierra, C. (2010). EL PENSAMIENTO ANALÓGICO. En *Slideshare.* Recuperado el 18 de octubre de 2014 de https://es.scribd.com/doc/73854314/El-pensamiento-analogico

- Labrada, R. (s.f.). La observación en la metodología de la investigación. En *Monografías.com*. Recuperado el 21 de octubre de 2014 de http://www.monografias.com/trabajos99/observacion-metodologia-investigacion/observacion-metodologia-investigacion.shtml

- Leyva, L. y Proenza, Y. (s.f.). Estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios. En *Cubaeduca*. Recuperado el 23 de octubre de 2014 de http://matematica.cubaeduca.cu/index.php?option=com_content&view=article&id=11060%3Aayuda-estimulacion-del-pensamiento-geometrico-en-escolares-primarios&catid=529%3Aayuda-p

- Pensamiento (2014). En *Wikipedia*. Recuperado el 01 de noviembre de 2014 de http://es.wikipedia.org/wiki/Pensamiento

[1] Pensamiento creativo (2014). En *DEFICIÓN DE*. Recuperado el 01 de noviembre de 2014 de http://definicion.de/pensamiento-creativo/

- Inteligencia lógica matemática (s.f.) En *Inteligencias multiples.idoneos.com*. Recuperado el 02 de noviembre de 2014 de http://inteligenciasmultiples.idoneos.com/368710/

- Montoya, C. (19 de junio de 2014). Desarrollo del pensamiento lógico matemático según Piaget. [Mensaje en un blog]. Recuperado de http://redesoei.ning.com/profiles/blogs/desarrollo-del-pensamiento-l-gico-matematico-seg-n-piaget

- Álvarez, C. J. (2010). LA RELACIÓN ENTRE EL LENGUAJE Y EL PENSAMIENTO DE VIGOTSKY EN EL DESARROLLO DE LA PSICOLINGÜÍSTICA MODERNA. En *Scielo*. Recuperado el 4 de noviembre de 2014 de http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-48832010000200002

- Lenguaje y Pensamiento (s.f.). En *Psicodedagogía.com*. Recuperado de http://www.psicopedagogia.com/articulos/?articulo=343

- Pensamiento (2014). En *Wikipedia*. Recuperado el 10 de noviembre de 2014 de http://es.wikipedia.org/wiki/Pensamiento

- González, J. y Blanco, M. (2007).Contribución de la matemática al desarrollo del pensamiento de los escolares. En *Monografias.com*. Recuperado el 12 de noviembre de 2014 de http://www.monografias.com/trabajos16/matematica-y-pensamiento/matematica-y-pensamiento.shtml

- Una clave para comprender qué es el sistema. (2014). En *Misterios y Conspiraciones*. Recuperado el 15 de febrero de 2015 de http://insercionblog.blogspot.com/2014/11/quien-odia-quien-una-clave-para.html

- Larrazolo, L. Backhoof, E. y Tirado, F. (2013). Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en México. En *Revista Scielo.* Recuperado el 12 de febrero de 2015 de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-66662013000400006&script=sci_arttext

- BBC Mundo. (2013). ¿Cómo les fue a los países de América Latina en las pruebas PISA?. Recuperado el 20 de febrero de 2015 de http://www.bbc.com/mundo/noticias/2013/12/131203_pisa_resultados_am

- Informe PISA. (s.f.). En *wikipedia.* Recuperado el 1 de marzo de 2015 de https://es.wikipedia.org/wiki/Informe_PISA

- Arteaga, J. (s.f.). Glosario de Educación. En *monografías.com.* Recuperado el 2 de marzo de 2015 de http://www.monografias.com/trabajos/glosedu/glosedu.shtml

ANEXOS

1. Matriz de coherencia

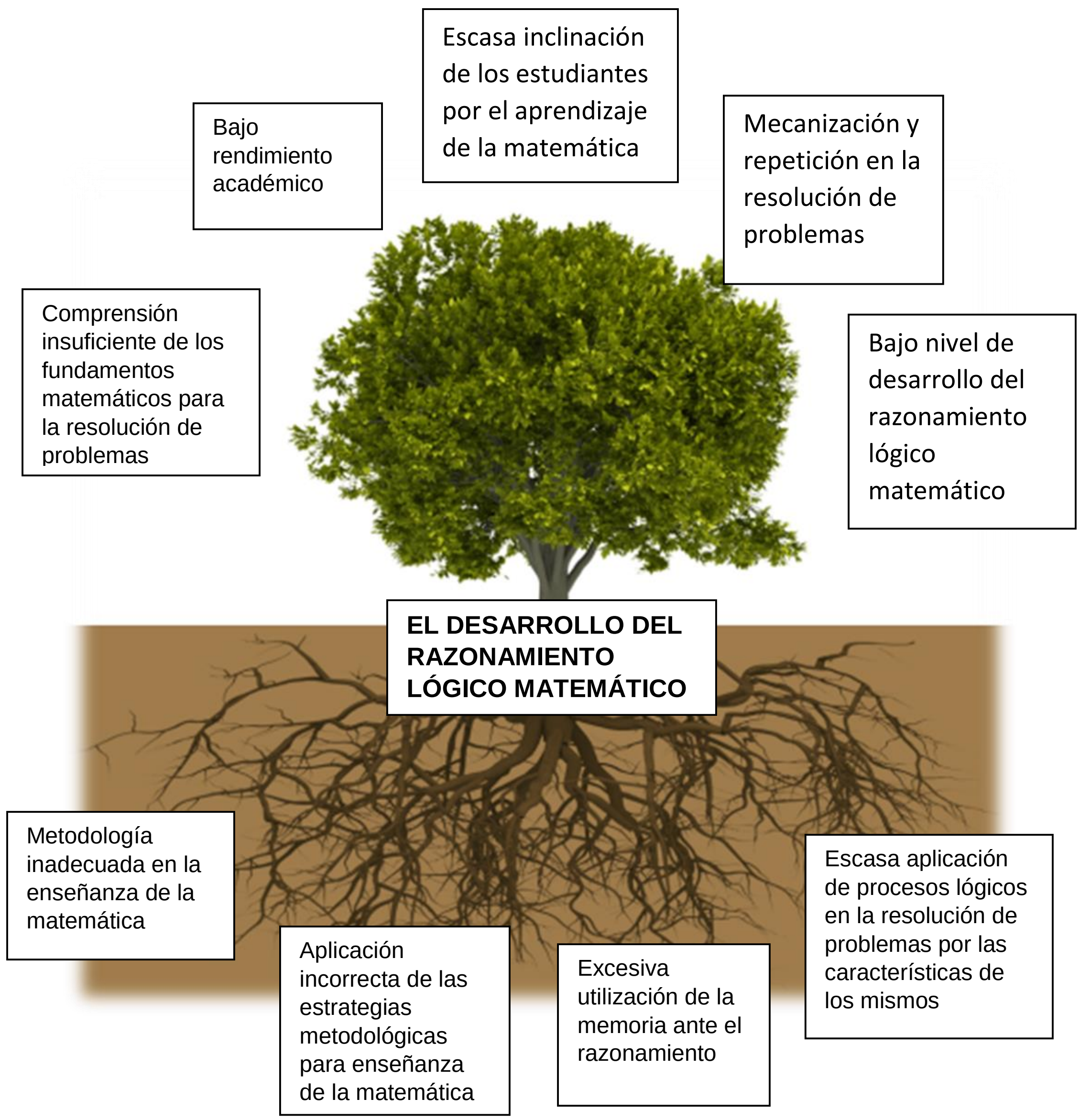
Tabla No. 30: Matriz de coherencia

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVO GENERAL
¿Cuál es el grado del desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios Técnico Víctor Manuel Guzmán de Ibarra y Fiscomisional León Ruales de Mira?	Determinar el grado del desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de los segundos y terceros años de bachillerato de los colegios Técnico Víctor Manuel Guzmán de Ibarra y Fiscomisional León Ruales de Mira.
INTERROGANTES	OBJETIVOS ESPECÍFICOS
¿Cuáles son las estrategias indicadas para el desarrollo del razonamiento lógico matemático?	Diagnosticar las estrategias que el docente utiliza para desarrollar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes.
¿Cómo elaborar una guía didáctica con estrategias, ejercicios modelo y problemas propuestos que ayude a desarrollar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes?	Fundamentar teóricamente las estrategias para el desarrollo del razonamiento lógico matemático.
¿Cómo elaborar una guía didáctica con estrategias, ejercicios modelo y problemas propuestos que ayude a desarrollar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes?	Proponer una guía didáctica con estrategias, ejercicios modelo y problemas propuestos que promuevan el desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes.
¿Qué resultados se obtienen luego de socializar la guía didáctica en los colegios en los que se realizó la investigación?	Difundir la guía didáctica en los colegios en los que se llevó a cabo la investigación.

Elaborado por: Héctor Quiña

2. Árbol de problemas

EFECTOS



CAUSAS

Fuente: Imagen de internet

Elaborado por: Héctor Quiña

3. Encuesta a estudiantes

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

ENCUESTA DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES

OBJETIVO:
Diagnosticar el nivel de aprendizaje de matemáticas de los segundos y terceros años de bachillerato y su efectividad en el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

INSTRUCCIONES:
Lea con atención las preguntas y seleccione con una "x" la opción que considera correcta, los resultados serán tratados con absoluta confidencialidad.

1. ¿Considera usted que la enseñanza de la matemática promueve el desarrollo del pensamiento lógico?

En gran medida	Medianamente	Poco	Nada

2. ¿Cómo es el nivel de desempeño de su profesor de matemática?

Excelente	Bueno	Regular	Bajo

3. ¿Su profesor de matemática desarrolla actividades que favorecen al desarrollo del pensamiento lógico?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

4. ¿Las clases impartidas por su profesor son amenas y concitan el interés de todos los estudiantes?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

5. ¿A su juicio los instrumentos de evaluación aplicados por el docente le generan dificultad en el desarrollo de los mismos?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

6. ¿Con la formación recibida de su profesor considera usted que está en la capacidad de formular conceptos matemáticos de manera autónoma?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

7. ¿Considera importante memorizar fórmulas para resolver problemas matemáticos?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

8. ¿Su profesor formula problemas tomados del contexto de la vida cotidiana?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

9. ¿Su profesor establece espacios para la discusión y búsqueda de alternativas de solución de un problema?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

10. Ante ciertas dudas en el proceso de construcción del conocimiento el docente está presto a resolver sus inquietudes con amabilidad.

Siempre	Frecuentemente	A veces	Pocas veces

11. En la resolución de problemas su profesor emplea procedimientos diferentes que le lleven al mismo resultado.

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

¡GRACIAS POR SU COLABORACIÓN!

4. Encuesta a docentes

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

ENCUESTA DIRIGIDA A LOS DOCENTES

OBJETIVO:
Diagnosticar el nivel de aprendizaje de matemáticas de los segundos y terceros años de bachillerato y su efectividad en el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

INSTRUCCIONES:
Lea con atención las preguntas y seleccione con una “x” la opción que considera correcta. Los resultados serán tratados con absoluta confidencialidad.

1. ¿Considera usted en la enseñanza de la matemática actividades para el desarrollo del razonamiento lógico?

En gran medida	Medianamente	Poco	Nada

2. ¿En qué grado considera el nivel de desempeño de sus estudiantes en matemática?

Excelente	Bueno	Regular	Bajo

3. ¿Es posible desarrollar el pensamiento lógico matemático en los estudiantes a partir del trabajo de aula?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

4. ¿Qué procesos mentales favorecen el desarrollo del pensamiento lógico?

Deductivo	Analógico	Hipotético	Lógico

5. ¿Cree usted que es necesario la utilización de estrategias para desarrollar el razonamiento lógico matemático?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Pocas veces

6. ¿Sus clases son amenas y concitan el interés de los estudiantes?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

7. ¿A su juicio desarrolla los indicadores esenciales de evaluación establecidos en la planificación por bloques curriculares?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

8. ¿Considera usted que los aprendizajes alcanzados por sus estudiantes, son significativos?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

9. ¿Es recomendable que los estudiantes memoricen fórmulas matemáticas?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

10. ¿Los estudiantes tienen dificultad en resolver problemas contextualizados?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

11. ¿Considera que la implementación de una guía didáctica ayude a promover el desarrollo del razonamiento lógico matemático en el tratamiento de los temas de bachillerato?

En gran medida	Medianamente	Poco	Muy poco

12. ¿En la resolución de problemas promueve espacios para que los estudiantes generen sus propias alternativas de solución?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

13. ¿En sus clases promueve actividades para que los estudiantes desarrollen aprendizajes significativos?

Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca

¡GRACIAS POR SU COLABORACIÓN!

5. Ficha de observación

<table>
<tr><td colspan="6" align="center">FICHA DE OBSERVACIÓN DE CLASE</td></tr>
<tr><td colspan="6">INSTITUCIÓN EDUCATIVA:
SECCIÓN:
CURSO:
PROFESOR:
ASIGNATURA:
HORA:</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Grado de desarrollo alcanzado:

Logrado = 4
En proceso = 3
Avance Inicial = 2
No logrado = 1</td><td colspan="4" align="center">GRADO DE DESARROLLO ALCANZADO</td><td rowspan="2" align="center">OBSERVACIONES</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1. El profesor da a conocer el objetivo de la clase.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. El profesor plantea situaciones reales para despertar la curiosidad del estudiante.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. El docente guía a los estudiantes en la construcción propia de conocimientos matemáticos.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4. Los estudiantes se encuentran interesados en la clase.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5. El profesor explica la resolución de los problemas aplicando razonamientos lógicos inductivos, deductivos o abductivos.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6. El profesor conduce la clase haciendo razonar lógica y matemáticamente a los estudiantes.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7. Se obvia el excesivo uso de fórmulas en la resolución de problemas.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8. Los problemas planteados son novedosos y están vinculados con el contexto de la vida real.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9. El estudiante resuelve problemas de forma autónoma.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10. La evaluación aplicada contiene problemas de razonamiento.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td align="center">TOTAL</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Elaborado por: Héctor Quiña

6. Certificaciones

Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "LEÓN RUALES"

Hermanas de la Providencia

Mira, 2 014 enero 17

CERTIFICACIÓN

*La Rectora de la Unidad Educativa **"León Ruales"** de la ciudad de Mira, Provincia del Carchi, certifica que el Señor **HÉCTOR EFRÉN QUIÑA** con Cédula No. 0401781570, el día miércoles 08 de enero de 2014; realizó encuestas a los estudiantes de la Institución.*

Lo que certifico en honor a la verdad, para los fines consiguientes.

Atentamente,

Mgs. Sor María Xavier Calle

Mgs. Sor María Xavier Calle C.,

RECTORA

COLEGIO "LEÓN RUALES" RECTORADO MIRA - CARCHI

Dirección: Av. León Ruales C21-060 y González Suárez – Telefax 062280171 – Telf. 062280411

RECIBIDO 07 MAY 2014

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
IBARRA - ECUADOR

UNIVERSIDAD TECNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DECANATO

Oficio 1165-D
06 de mayo de 2014

Magíster Sor
María Xavier Calle
RECTORA COLEGIO FISCOMISIONAL LEÓN RUALES

Señora Rectora:

A nombre de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología reciba un cordial y atento saludo a la vez que auguro el mejor de los éxitos en las actividades que viene desempeñando.

Como es de su conocimiento la Facultad cuenta con la Carrera de Física y Matemática y para poder culminar con el Trabajo de Grado titulado: "EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DURANTE EL AÑO LECTIVO 2013 - 2014", se requiere la aplicación de encuestas a los alumnos segundo y tercer año de Bachillerato. Razón por la que solicito comedidamente brinde las facilidades necesarias al señor Héctor Efrén Quiña Morocho, estudiante de la Carrera en mención.

Atentamente,
CIENCIA Y TECNICA AL SERVICIO DEL PUEBLO

MSc. Raimundo López Ayala
DECANO

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
Facultad de Educación
Ciencia y Tecnologia
DECANATO
Ibarra - Ecuador

Marilú B.

Recibido
Mira, 8 de mayo de 2014
Sor María Xavier Calle

COLEGIO "LEÓN RUALES"
RECTORADO
MIRA - CARCHI

UNIVERSIDAD TECNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DECANATO

Oficio 1167-D
06 de mayo de 2014

Magíster
Marcelo Espinoza
RECTOR COLEGIO TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN

Señor Rector:

A nombre de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología reciba un cordial y atento saludo a la vez que auguro el mejor de los éxitos en las actividades que viene desempeñando.

Como es de su conocimiento la Facultad cuenta con la Carrera de Física y Matemática y para poder culminar con el Trabajo de Grado titulado: "EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DURANTE EL AÑO LECTIVO 2013 - 2014", se requiere la aplicación de encuestas a los alumnos segundo y tercer año de Bachillerato. Razón por la que solicito comedidamente brinde las facilidades necesarias al señor Héctor Efrén Quiña Morocho, estudiante de la Carrera en mención.

Atentamente,
CIENCIA Y TECNICA AL SERVICIO DEL PUEBLO

MSc. Raimundo López Ayala
DECANO

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
Facultad de Educación
Ciencia y Tecnologia
DECANATO
Ibarra - Ecuador

Marilú B.

2014-05-07

Ministerio
de Educación

UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL "LEÓN RUALES"
RECTORADO

Yo, Lourdes Muñoz Ruales, Rectora (E) del plantel a petición de la parte interesada y en legal forma me permito extender la siguiente:

C E R T I F I C A C I Ó N:

Que, el Señor HÉCTOR EFREN QUIÑA MOROCHO, CC: 0401781570, asistió el día de hoy a nuestro plantel a fin de realizar la socialización de su Proyecto "EL DESARROLLO DE RAZONAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO DE LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO", socialización que la realizó desde las 12:00 hasta las 13:15.

Es todo cuanto puedo informar en honor a la verdad, pudiendo el Sr. Quiña hacer uso de la presente certificación como a bien tenga.

Mira, 05 de mayo de 2015

MSc. Lourdes Muñoz Ruales
RECTORA (E) UEF"LR"

UNIDAD EDUCATIVA
"LEÓN RUALES"
RECTORADO
MIRA - CARCHI

C E R T I F I C A C I Ò N

Doctor Fernando Placencia Enríquez, Rector (E)

C E R T I F I C A

QUE el señor QUIÑA MOROCHO HECTOR EFREN, socializó la propuesta del trabajo de investigación "Guía didáctica para el desarrollo del razonamiento lógico matemático" a los segundos y terceros de bachillerato especialidad Informática y contabilidad, durante la mañana del 04 de mayo del Año en curso.

Faculta al interesado, conceder a esta certificación el uso que estimen conveniente.

Ibarra, 04 de mayo 2015

UNIDAD EDUCATIVA "VICTOR MANUEL GUZMÁN" RECTORADO IBARRA ECUADOR

Dr. Fernando Placencia E.

RECTOR-E

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

1. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

La Universidad Técnica del Norte dentro del proyecto Repositorio Digital Institucional, determinó la necesidad de disponer de textos completos en formato digital con la finalidad de apoyar los procesos de investigación, docencia y extensión de la Universidad.

Por medio del presente documento dejo sentada mi voluntad de participar en este proyecto, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:	0401781570		
APELLIDOS Y NOMBRES:	Quiña Morocho Héctor Efrén		
DIRECCIÓN:	Mira		
EMAIL:	hector_quina@yahoo.com		
TELÉFONO FIJO:	2280-825	**TELÉFONO MÓVIL**	0969680217

DATOS DE LA OBRA	
TÍTULO:	**"EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LOS COLEGIOS: TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN DE IBARRA Y FISCOMISIONAL LEÓN RUALES DE MIRA DURANTE EL AÑO LECTIVO 2013-2014".**- PROPUESTA ALTERNATIVA.
AUTOR (ES):	Quiña Morocho Héctor Efrén
FECHA: AAAAMMDD	2015/06/29
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO	
PROGRAMA:	☑ **PREGRADO** ☐ **POSGRADO**
TITULO POR EL QUE OPTA:	Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad Física y Matemática
ASESOR /DIRECTOR:	Msc. Edú Almeida Riera

2. AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD

Yo, Quiña Morocho Héctor Efrén , con cédula de identidad Nro. 0401781570, en calidad de autor (es) y titular (es) de los derechos patrimoniales de la obra o trabajo de grado descrito anteriormente, hago entrega del ejemplar respectivo en formato digital y autorizo a la Universidad Técnica del Norte, la publicación de la obra en el Repositorio Digital Institucional y uso del archivo digital en la Biblioteca de la Universidad con fines académicos, para ampliar la disponibilidad del material y como apoyo a la educación, investigación y extensión; en concordancia con la Ley de Educación Superior Artículo 144.

3. CONSTANCIAS

El autor (es) manifiesta (n) que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es original y que es (son) el (los) titular (es) de los derechos patrimoniales, por lo que asume (n) la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá (n) en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 29 días del mes de Junio del 2015

EL AUTOR:

(Firma)......................................
Nombre: Quiña Morocho Héctor Efrén
C.C. 0401781570

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

Yo, Quiña Morocho Héctor Efrén, con cédula de identidad Nro. 0401781570 manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4, 5 y 6, en calidad de autor (es) de la obra o trabajo de grado titulado: **"EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LOS SEGUNDOS Y TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LOS COLEGIOS: TÉCNICO VÍCTOR MANUEL GUZMÁN DE IBARRA Y FISCOMISIONAL LEÓN RUALES DE MIRA DURANTE EL AÑO LECTIVO 2013-2014"**.- PROPUESTA ALTERNATIVA , Qué ha sido desarrollada para optar por el Título de Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad Física y Matemática en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

Ibarra, a los 29 días del mes de Junio del 2015

(Firma)......................................

Nombre: Quiña Morocho Héctor Efrén

Cédula: 0401781570