UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

TEMA:

HISTORIA DE LA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO Y SU INCIDENCIA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO EN CIENCIAS DE LA UNIDAD EDUCATIVA GABRIELA MISTRAL DE LA CIUDAD DE OTAVALO EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014-2015, PROPUESTA ALTERNATIVA.

Trabajo de Grado previo a la obtención del título de Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialidad de Física y Matemática.

AUTOR:
Velásquez Lita Manuel Avimael

DIRECTOR:

Msc. Almeida Riera Edú Jay

Ibarra, 2015

ACEPTACIÓN DEL DIRECTOR

Luego de haber sido designado por el Honorable Consejo Directivo de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte de la ciudad de Ibarra, he aceptado con satisfacción participar como director del Trabajo de Grado titulado **"HISTORIA DE LA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO Y SU INCIDENCIA EN LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO EN CIENCIAS DE LA UNIDAD EDUCATIVA GABRIELA MISTRAL EN LA CIUDAD DE OTAVALO EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014 – 2015, PROPUESTA ALTERNATIVA",.** De autoría del señor Velásquez Lita Manuel Avimael, previo a la obtención del Título de Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialidad de Física y Matemática. Al ser testigo presencial, y corresponsable directo del desarrollo del presente trabajo de investigación, afirmo que reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sustentado públicamente ante el tribunal que sea designado oportunamente.

Esto es lo que puedo certificar por ser justo y legal.

MSc. Edú Almeida
DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo a mi familia, en especial a mí adorada madre por el apoyo y la confianza incondicional que me han brindado en toda la ardua trayectoria de mi vida estudiantil, por sus sabios consejos, por enseñarme el verdadero significado del sacrificio y la perseverancia, lo que me ha permitido cumplir mi tan anhelada meta de ser un excelente profesional. Y finalmente a todas las personas cercanas y lejanas que creyendo en mí, me trasmitieron su entusiasmo para hacer esto realidad.

Avimael Velásquez

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios, a mi familia, a la Universidad Técnica del Norte y a mis profesores, por compartir sus sabias enseñanzas para que yo logre cumplir esta gran meta que es la primera de muchas más fructíferas.

Al Msc. Edú Almeida, director de trabajo de grado por su valiosa guía al brindarme sus recomendaciones oportunamente para la correcta realización de este trabajo.

Avimael Velásquez

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

La investigación se desarrolló en la Unidad Educativa "Gabriela Mistral" de la ciudad de Otavalo, durante el año lectivo 2014 – 2015, donde se diagnosticó el deficiente uso de la historia de la Matemática como recurso metodológico en el proceso de enseñanza aprendizaje de álgebra y geometría, lo que se confirmó mediante la aplicación de los instrumentos de investigación de campo como; la encuesta aplicada a estudiantes y docentes, y la ficha de observación, la cual permitió palpar la desvalorización existente con respecto al tema histórico de las ciencias exactas, y a la vez el interés dispuesto por estudiantes y docentes para conocer la historia de los conocimientos. Por tal motivo en el presente trabajo, se considera a la historia de la Matemática como un valioso recurso de apoyo en la enseñanza de los distintos saberes, y se propone su incorporación en el proceso inicial y continuo de los ambientes de aprendizaje. De tal manera que tenga al alcance los fundamentos de la existencia de los aprendizajes, o al menos las pautas que le permitan interesarse por la ciencia y lo útil que son para la vida. El deficiente aprovechamiento de los recursos por parte del docente al momento de iniciar a compartir los conocimientos hacia el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño que demanda la vida cotidiana, motivó, a la elaboración de una propuesta alternativa para contrarrestar la problemática detectada. Se basó en rescatar e incorporar la historia de la Matemática como recurso metodológico basado en un proceso que consta de: 1° Recurso histórico, 2° Fundamentos, 3° Solución guiada de ejercicios-problemas y 4° Aplicación, cada uno con estrategia significativas, de modo que los estudiantes desarrollen el pensamiento abstracto, lógico, numérico y sobre todo se enriquezcan de cultura general matemática que le permita investigar, analizar y reflexionar sobre la importancia de ser diestros con el conocimiento.

ABSTRACT

This investigation was developed in Unidad Educativa "Gabriela Mistral" in Otavalo city, during the school lective year 2014 - 2015, where it was diagnosed the low level of mathematic history uses like a methodological resource in from the teaching learning process of algebra and geometry, which was reaffirmed by means of applying instruments of researching, fields like: surveys for teachers - students and the observation cards which allowed to see the exact sciences devaluation. From another side there is the willingly interested of teachers and students to know the history of mathematic knowledge. Thus, the present job is considered a valuable resource for supporting educative teaching process at the same time to incorporate the initial and ongoing environments of learning. In such a way, teachers can be able to get the basic learnings and get some steps to follow the process and to be interested for a valuable science that is mathematic, that is helpful for personal and professional life. Also, the deficient uses of resources from teachers during the process of teaching in classes show the lowest development of strategies and performance criteria. Therefore, It motivated to elaborate an alternative proposal to take away the detected problem and looking for ransom of mathematic history and takes it like a methodological resource trough different process: 1 historical resource, 2 fundaments, 3 Exercises and math problems results, 4 Applications with meaningful strategies, so with those students can be sure to develop their abstract, logical, numerical thought. So, they can rich their mathematic cultural background that allow to research, analyze and meditate by themselves about importance of exact sciences in the life.

INTRODUCCIÓN

La necesidad conduce a la creatividad, fue así como los estudiosos del pasado lograron desarrollar nuevos conocimientos en base a estrategias de cálculo increíbles, los cuales actualmente son la base fundamental de los saberes que se enseña y aprende. Por lo tanto es indispensable conocer sobre los historia de la Matemática, de esta manera solventaríamos las inquietudes personales y las de estudiantes que constantemente se preguntan por qué las denominaciones, formas y características de los conceptos en matemática.

Muchos niños, jóvenes y adolescentes de distintas generaciones sienten inalcanzable, incomprensible y abstracto el tema de la matemática que les fue impartida llena de tareas, definiciones, propiedades, operaciones y fórmulas sin sentido, descontextualizadas y “sin historia”. Se propone “comentar-analizar” y “pensar” en una matemática con antecedentes, donde el error es parte del aprendizaje, el debate y el trabajo en equipo ayuda a construir el conocimiento para la comprensión.

El presente trabajo de grado fue una investigación que tuvo por objeto rescatar y dotar de; la historia de la Matemática como recurso para motivar e impulsar el aprendizaje de la misma en los estudiantes de primero de BGU de la Unidad Educativa “Gabriela Mistral” en el año lectivo 2014-2015.

Este trabajo está estructurado de acuerdo a lo dispuesto por la Universidad Técnica del Norte en seis capítulos:

El capítulo I, presenta los antecedentes directores de investigaciones realizadas anteriormente a fin de viabilizar esta investigación, el marco contextual del problema determinado por la priorización del árbol del problema en la que se evidencia el deficiente uso de recursos, la formulación del mismo, delimitación, objetivos: general y específicos; seguido de la justificación de la investigación que enfatiza la relevancia de una alternativa de solución.

El capítulo II, representa el marco teórico lo cual comprende los fundamentos que sustentan científicamente sobre la historia de la Matemática y los procesos de enseñanza – aprendizaje de álgebra y geometría.

El capítulo III, consta de la metodología de la investigación con sus respectivos tipos, métodos, técnicas e instrumentos de exploración para la obtención y registro de datos así como la determinación de la población de estudio.

En el capítulo IV, contempla la tabulación de datos obtenidos de las encuestas aplicadas a docentes y estudiantes, seguido del procesamiento, análisis e interpretación de la información.

En el capítulo V, están las conclusiones que reflejan los resultados veraces de la investigación, en función de los objetivos planteados al inicio de la investigación con sus respectivas recomendaciones, a fin de brindar a los interesados el aporte en el campo de la educación.

En el capítulo VI, refiere a la elaboración de la propuesta alternativa como un aporte de la investigación hacia contrarrestar la problemática, estructurada en dos unidades de álgebra y geometría con un proceso de cuatro etapas, las cuales son: Recurso, Fundamentos, Solución guiada y Aplicación. Y está compuesta de título, justificación, fundamentación, objetivo general y específicos, la ubicación sectorial y física, los impactos y difusión de la misma.

Se anexa el árbol de problemas, la matriz de coherencia, los instrumentos de recolección de información, el certificado de socialización y fotos como parte de las evidencias de la investigación.

Finalmente se incluye la bibliografía y web-grafía consultadas para fundamentar la investigación y desarrollar la propuesta.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Antecedentes

La Matemática, es una ciencia esencial y de vital importancia ya que facilita la vida de quien la conoce y la práctica, por lo tanto, ha estado presente de forma aliada a lo largo de la historia en todos los tiempos, desde que el hombre a más de la necesidad de contar para realizar las respectivas reparticiones empieza a tomar sus respectivos registros con datos numéricos de sus actividades.

Existen investigaciones anteriores en las cuales se debate y se defiende la propuesta de usar la historia de la Matemática como recurso didáctico en la construcción del conocimiento, es así que investigadores como: Furinghetti y Somaglia (1997), Fauvel (1991), Toumasis (1995), Galadí-Enríquez (1997), Ruiz (2003), Chávez y Salazar (2003), y más matemáticos coinciden en lo valioso, importante y provechoso que puede resultar dar el uso debido a este recurso, aunque estos enfoques se direccionan a la formación docente, por qué no considerar los beneficios que también se lograría al compartirlo en los ambientes de aprendizaje con los estudiantes del Bachillerato a fin de fomentar e incentivar la motivación e investigación mediante cuestionamientos curiosos del surgimiento de la Matemática.

El conocimiento de esta ciencia se ha visto imprescindible desde tiempos antiguos acreditando que el ser humano se involucre en un mundo lleno de saberes que le permiten resolver y satisfacer sus necesidades problemáticas en el ejercicio de la vida cotidiana. De esta manera la comunidad educativa juega un papel trascendental en la difusión de la Matemática, por lo tanto son los actores encargados de compartir y aprender mutuamente los alcances necesarios para llegar al entendimiento y posterior práctica apropiada de sus aplicaciones.

Sin embargo, a través de la historia se han presentado problemas en la práctica de la enseñanza aprendizaje dentro de los ambientes de clase, motivo por el cual crece la necesidad de analizar la gran pregunta; ¿Por qué el arte de enseñar y aprender Matemática se vuelve complicado por docentes y estudiante respectivamente?, tal parece que una de las falencias al aplicar las respectivas estrategias metodológicas por parte de los docentes en el proceso de enseñanza aprendizaje, radica en que los maestros están evitando dar a conocer los orígenes de las enseñanzas que se manejan en cada año lectivo. Desde mucho tiempo atrás célebres filósofos y pedagogos se han preocupado por los problemas que suscitan al momento de compartir esta ciencia dentro de la comunidad educativa, por tal razón se han realizado anteriores investigaciones en las cuales cada autor defiende su postura manteniendo que; para lograr un aprendizaje significativo en los educandos se debe cumplir a cabalidad con los parámetros que plantea un proceso de enseñanza aprendizaje planificado, el cual consta en forma general de los prerrequisitos, conocimiento nuevo y aplicación o relación en la vida diaria.

Autores como Vygotsky, Ausubel y Piaget concuerdan en que aprender es un don innato del ser humano, lo cual se debe aprovechar fructíferamente con una visión de desarrollo y avance. Siendo así, estos autores consideran y recomiendan la correcta práctica de la educación tomando en cuenta factores muy importantes como son los instrumentos o recursos apropiados para un aprendizaje constructivista que sea significante en la vida de cada individuo.

Cuando se habla de desarrollar destrezas en Matemática es válido referirse a lo importante que es cómo saber utilizarlo en actividades cotidianas que nos ayudan a desenvolvernos de manera eficaz y eficiente sin olvidar lo imprescindible que es contar con bases o antecedentes de la temática que se quiere abordar. Es así como hechos acontecidos en el pasado aportan a tomar sentido por las actividades que se desea llevar a cabo, en este caso se tiene que, para aprender las ciencias exactas es de vital ponderación saber empezar de los orígenes del surgimiento de cada particular que se aprende y enseña respectivamente en las aulas de clase.

Conocer los aspectos generales del desarrollo cognitivo, también de intereses y necesidades de los estudiantes al momento de dar inicio a las clases constituye un aspecto fundamental en este proceso que sin duda debe ser tomado como la línea de partida para iniciar, continuar y obtener los mejores resultados en la labor de formación integral de los estudiantes.

El desempeño profesional del docente, implica su vocación y compromiso con la comunidad educativa que va de la mano con los enfoques actuales dentro de este campo del saber, manteniendo firmeza en la trayectoria de guiar al educando hacia su objetivo de lograr un aprendizaje que le va a servir para la vida, el cual no sea adquirido de forma tradicional sino que le ayude al propio estudiante a ser crítico, reflexivo y constructor de su conocimiento con autonomía que se verá reflejado en el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño.

Para comprender las falencias en el marco educativo amerita considerar y reflexionar sobre las prácticas educativas realizadas en el pasado, las cuales solo se basaban en tratar de cumplir con los contenidos sin importar que los alumnos desarrollen o no las habilidades requeridas en la trayectoria estudiantil.

La enseñanza de la Matemática tiende progresivamente a facilitar las herramientas necesarias para el desarrollo de determinadas profesiones y de hecho un correcto desenvolvimiento de cada persona en el mundo que le rodea. La Matemática permite al estudiante desarrollar su capacidad de comunicación, constituyéndose en un instrumento eficaz para la relación y sistematización de conocimientos de otras áreas.

Por otra parte, es indiscutible que, a los estudiantes se debe prepararlos para la vida en circunstancias de gran diversidad laboral lo cual demanda desarrollar en los alumnos destrezas, habilidades, competencias y capacidades esenciales.

La investigación planteada se la realizará en la Unidad Educativa "Gabriela Mistral", donde existen la mayoría de estudiantes que son indígenas, en la cual se vive un ambiente pedagógico con dificultades en la enseñanza y aprendizaje de Matemática, semejante a las problemáticas de la mayoría de instituciones de educación media del país. Particularmente, el estudio se enfoca a detectar la inutilización de temas históricos matemáticos dentro de la construcción del conocimiento que se practica en los ambientes de aprendizaje, los cuales pueden ser muy necesarios y de mucho interés tanto para docentes cuanto para estudiantes al momento de involucrarse en el venturoso campo de esta ciencia.

1.2. Planteamiento del problema.

La presente investigación está dirigida a saber las dificultades que se pueden presentar por ausencia o deficiente utilización de recursos metodológicos al momento de enseñar y aprender Matemática.

Asimilar los conocimientos matemáticos en los estudiantes de bachillerato, constituye un problema que se ha presentado a lo largo del tiempo y de forma general alrededor del mundo. Frecuentemente se escucha la inconformidad de los alumnos preguntándose ¿Cuál es el objetivo de aprender esta ciencia en la vida? Que en los últimos tiempos ha sido catalogada como tediosa por los mismos educandos inconscientemente. Las dificultades que presentan al momento de aprender no les han permitido comprender lo esencial y provechoso que resulta conocer y dominar la Matemática, ya que esta materia es la más importante y exacta herramienta que facilita al individuo el desarrollo de las respectivas destrezas con criterio de desempeño que permiten al estudiante un desenvolvimiento adecuado en la vida diaria acorde a las demandas de la sociedad actual.

A partir del enfoque histórico de la asignatura es evidente como en la antigüedad la matemática era utilizada como la herramienta más significativa para la solución de sus problemas, por lo tanto, saber esta ciencia y dar continuidad al estudio era de vital necesidad para el pertinente desenvolvimiento en la vida diaria. En la actualidad se observa una gran incongruencia respecto al proceso de enseñar y aprender matemática, pues, si esta ciencia es capaz de facilitar las herramientas para la solución de los problemas que surgen en la vida de cada individuo debería ser tomada como una opción favorable y no tendría por qué ser vista como algo inútil.

El árbol del problema claramente permite priorizar las diferentes causas que dan lugar a ciertas deficiencias, las cuales impiden desarrollar adecuadamente las habilidades necesarias por los estudiantes para alcanzar y continuar construyendo los conocimientos.

La ausencia de interdisciplinaridad entre asignaturas que se presenta al compartir los conocimientos matemáticos con los alumnos, es una causa por la cual la Matemática no se ha podido enfocar desde diferentes perspectivas que aportarían gradualmente a ser tomada con agrado, debido a que los aspectos históricos, sociales, humanistas, políticos son parte de la vida cotidiana y está claro que mientras más se relacione con su entorno entonces le interesa, y por lo tanto aprende.

Las falencias psicopedagógicas ligadas a los malos hábitos de estudio de los alumnos en el desempeño de su profesión de estudiantes son las causas que no permiten cumplir el objetivo de aprender, que a la vez viene dado por la deficiente motivación acerca de la Matemática que reciben de los docentes en los ambientes de aprendizaje.

A causa del deficiente uso de recursos metodológicos y el bajo nivel de investigación sobre historia de la Matemática por parte del docente, da lugar a mantener la monotonía de las clases tradicionales que promueven a la vez el desinterés por parte del estudiantado, lo cual se pretende contrarrestar al poner en práctica una propuesta metodológica que la misma investigación permitirá desarrollar.

En este punto es muy útil reflexionar acerca de cómo en la mayoría de las veces al comenzar las clases no se inicia con una motivación o con una actividad dinámica que permitirá al estudiante despertar las ganas por lo que va a aprender, o si en el caso dado existe la motivación o actividad dinámica al principio de las clases, esta, muchas de las veces no es la pertinente para el tema de la materia a impartir.

Por esto es importante cubrir correctamente con una de las etapas fundamentales del proceso metodológico de la enseñanza aprendizaje como es la motivación, con una acción que aporte a motivar al estudiante a aprender y que mejor, si esta actividad está contemplada como parte del contenido, es decir, que la historia de la misma temática ayude a desarrollar un análisis eficaz sobre origen, evolución y actual aplicación de cada nuevo conocimiento que se comparte con los alumnos en los aulas de clases.

Por lo tanto es labor del docente dar uso eficiente a los recursos metodológicos, en este caso basarse en la historia de la Matemática, que muchas veces está presente, pero no es utilizada de manera apropiada. Entonces es trascendental involucrarse más en el amplio horizonte del conocimiento con la finalidad de brindar un ambiente propicio para la práctica de la enseñanza – aprendizaje.

Para este particular es evidente la necesidad de incursionar en la epistemología de los conocimientos de la Matemática para rescatar la importancia del surgimiento de determinados temas los cuales a más de ser útiles para motivar a los educandos pueden ser estudiados de tal forma que permitan constatar la existencia y sus respectivas razones de ser de cada cuestión de los contenidos.

1.3. Formulación del problema.

Una vez definido el problema de investigación, se puede formular de la siguiente manera:

¿De qué manera influye la historia de la Matemática utilizada como recurso metodológico en la enseñanza-aprendizaje de álgebra y geometría en los estudiantes de primero de bachillerato en ciencias de la unidad educativa “Gabriela Mistral” de la ciudad de Otavalo en el periodo académico 2014 - 2015?

1.4. Delimitación

1.4.1. Delimitación espacial

El apoyo por parte de la institución educativa es un aporte importante para llevar a cabo esta investigación, en este caso se ha tomado en cuenta a la unidad educativa “Gabriela Mistral” ubicada en la dirección Luis Enrique Cisneros 8 - 71 y Panamericana Norte, ubicada en la ciudad de Otavalo, y con una gran aceptación por parte de todos los actores que comprende la comunidad educativa.

El mapa presentado a continuación permitirá al lector conocer la delimitación espacial del lugar en el cual se desarrollará la investigación.

Gráfico N. 1 Mapa

Elaborado por: Avimael Velásquez

Fuente: www.googlemap.com

1.4.2. Delimitación temporal

Con la finalidad de obtener resultados reales de esta investigación se la realizó en el año lectivo 2014 - 2015 con los estudiantes de primero de bachillerato.

1.5. Objetivos.

1.5.1. Objetivo General.

Contribuir al mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje del álgebra y la geometría mediante la utilización de la historia de la Matemática como recurso metodológico, en los estudiantes de primero de bachillerato en ciencias de la unidad educativa “Gabriela Mistral” de la ciudad de Otavalo en el periodo académico 2014 – 2015.

1.5.2. Objetivos Específicos.

- Diagnosticar en los docentes de la unidad educativa la utilización de la historia de la Matemática como recurso metodológico para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.

- Construir la fundamentación científica teórica pertinente que ayudará a sustentar viablemente la investigación.

- Elaborar una guía metodológica sobre los temas de álgebra y geometría que tome en cuenta la historia de la Matemática para que los estudiantes logren conocer y aprender más de la misma.

- Socializar la propuesta metodológica en el área de Matemática con docentes y estudiantes de la unidad educativa.

1.5.3. Justificación.

El propósito de esta investigación es identificar la deficiente utilización de la historia de la Matemática dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje. Al ser un recurso muy apreciable que puede ayudar al estudiante a conocer sobre las razones de surgimiento de dicha ciencia que en la actualidad se ha estado despreciando al momento de compartir los conocimientos en las clases.

Existen varios factores que guardan estrecha relación con el proceso de enseñanza aprendizaje, al cual están sometidos directamente maestros y alumnos en los que cada integrante está en la obligación de cumplir a cabalidad sus respectivas funciones. Sin embargo los indicadores de evaluación deben ser flexibles, es decir, constituye un punto trascendental considerar también la diversidad de problemas producto de las diferencias individuales propias de cada estudiante.

El desarrollo de esta investigación contribuirá a retomar la historia de la Matemática como un componente propicio que permita al estudiante aventurarse en el espectacular mundo del nacimiento de esta ciencia mediante la interdisciplinariedad con el campo investigativo que en la actualidad se trata de promover, con la finalidad de que el estudiante no sea solo el receptor pasivo de los conocimientos, sino que, él también aporte con sus experiencias hacia la construcción de un aprendizaje significativo enmarcado en el desarrollo de destrezas, habilidades y competencias que le permitan al individuo desempeñarse críticamente en su diario vivir.

Investigaciones realizadas en otros países permiten justificar la razón de esta investigación, pues se puede observar la existencia de este tipo de deficiencias en ambientes educativos similares a los que se vive también en nuestro país. De esta manera se ha podido profundizar sobre investigaciones de este tipo, las cuales por lo general se la han realizado a nivel de la formación que reciben quienes van a ser docentes de la especialidad de Matemática. Por lo tanto si dentro de la formación que reciben los futuros profesores de esta materia es importante para que estos actores puedan tomar agrado por lo que van a enseñar y de hecho enriquecerse culturalmente sobre temas históricos de suma importancia, por qué no compartir con los estudiantes la historia de la Matemática que aprenden, para que ellos a la vez puedan conocer sobre los antecedentes de esta ciencia e interesarse en descubrir las referencias de la disciplina que a diario asimilan en los ambientes de aprendizaje conjuntamente con sus maestros.

El resultado de esta investigación buscará constituirse como una alternativa metodológica que puede ser utilizado de forma muy provechosa al momento de incursionar en la enseñanza aprendizaje de la Matemática, la cual brinde al estudiante la oportunidad de obtener motivación e interés para que el aprendizaje sea más dinámico por ende más eficiente, el mismo que brindará al educando la capacidad de ser crítico y reflexivo sobre las ciencias exactas y así aprovechar su tan meritoria aplicación en la vida cotidiana.

Conocer las referencias sobre alguna situación en particular ayuda positivamente a analizar y comprender las posibles consecuencias y modificaciones que dicho particular ha experimentado a lo largo del tiempo. De hecho es justo lo que sucede a la hora de aprender Matemática. Sería poco llamativo involucrarse en un mundo de operaciones matemáticas que aparecen de la nada, entonces es viable establecer que sí sería gradualmente provechoso indagar sobre las circunstancias que dieron lugar a la aparición de determinados conocimientos, reflexionar dentro del marco de su importancia, y que de alguna manera se pueda vincular lo interesante de la historia de la Matemática con su evolución y su actual utilidad para la resolución de problemas en el diario vivir.

Mi propuesta plantea implementar la historia de la Matemática como recurso metodológico alternativo, que se puede utilizar al momento de iniciar el proceso de enseñanza – aprendizaje del álgebra y la geometría en los primeros años de bachillerato en ciencias de la unidad educativa "Gabriela Mistral", que durante dicho proceso serán de mucha utilidad para lograr fundamentar los conocimientos, despertar el interés y la motivación en base a relaciones de los aprendizajes ya existentes de los que se desea asimilar y las respectivas destrezas con criterio de desempeño que se desea dominar.

Se debe enfatizar la relevancia de esta investigación debido a que trata de identificar también; que la ausencia de recursos metodológicos no es la única dificultad que se presenta a la hora de la práctica en las aulas de clases, pero, sin embargo la implementación de la historia de la Matemática como recurso metodológico será un gran aporte en vista de que, de alguna manera se logra cubrir con etapas principales del proceso de enseñanza aprendizaje como es la motivación y la investigación.

Por otra parte es necesario acudir al espíritu humano de los docentes en circunstancias en las que se puedan presentar más de un problema, para que mediante su capacidad y experiencia encuentre las vías de solución de cada particular con la finalidad de brindar un ambiente favorable en los contextos de aprendizaje.

Finalmente cabe señalar que la procedencia de cada tópico no siempre tendrá un enfoque histórico motivacional. Sin embargo valdrá la pena realizar los análisis respectivos con la finalidad de saber que lo que se está aprendiendo si tiene razón de existencia. A la vez es importante tomar en cuenta que cada ambiente de clases guarda sus diferencias particulares, cosa de la que no habría que sorprenderse pues somos seres humanos tan parecidos pero tan diferentes a la vez.

Esta investigación se la realizó a los estudiantes y al cuerpo docente de Matemática de la institución, fomentando la utilización de un recurso metodológico muy interesante como es la historia de la Matemática al momento de iniciar las clases con la enseñanza de los conocimientos, para lograr un acertado desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño en los alumnos, las mismas que les ayudarán a desenvolverse eficazmente en su vida diaria.

Es preciso destacar la factibilidad de esta investigación, ya que todo cuanto se ha expuesto se podrá llevar a cabo con la colaboración de las autoridades institucionales, estudiantes, docentes y administrativos.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Fundamentación teórica

2.1.1. Fundamentación filosófica

Teoría humanista

La teoría humanista permitirá tomar la investigación de forma adecuada para brindar al educando una formación integral que le permita un pertinente desenvolvimiento al momento de ejecutar sus acciones en el ejercicio de la vida diaria. Motivando a la vez el correcto desempeño en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el cual se involucran todos los actores de la comunidad educativa con el fin de lograr una sociedad más humana y de éxito.

Esta teoría maneja un campo de acción de carácter democrático y flexible el cual considera como meta el desarrollo intelectual del estudiante en apoyo de la personalidad independiente de cada alumno para que este individuo tenga la libertad de elegir el camino del aprendizaje basado en los antecedentes históricos de la temática de estudio.

Como representantes de esta teoría se tiene a destacados psicólogos, quienes consideran y defienden la naturaleza del ser humano y su capacidad innata de aprender, orientando el sendero de la educación que involucra al mismo estudiante y a su entorno para lograr explotar positivamente las potencialidades y habilidades necesarias en el campo del saber sin olvidar la esencia de la humanidad.

La teoría enfatiza el espíritu humano libre, capaz de sobresalir a través de sus virtudes creativas, perseverantes y espontáneas al momento de enfrentar el proceso de aprendizaje para lograr pertinente desenvolvimiento que le permite romper los esquemas mentales a los cuales han sido sometidos los estudiantes en el transcurso de su instrucción escolar mediante el tradicionalismo.

El perfil del ser humano que concibe esta teoría, ayuda a reflexionar rigurosamente sobre las semejanzas y diferencias individuales que rodean a cada individuo a la hora de enfrentar el proceso de asimilación de conocimientos y desarrollo de destrezas. Por lo tanto es de vital importancia llevar esta investigación mediante un análisis adecuado sobre el campo de acción de la teoría humanista, basado en entender a cada estudiante como un mundo diferente lleno de ideales y oportunidades los cuales están dirigidos a la superación personal conjuntamente con la sociedad.

2.1.2. Fundamentación psicológica

Teoría cognitiva

Es importante para esta investigación considerar los aportes alcanzados por Jean Piaget, pues apoya positivamente a fundamentar la demanda existente en el campo de la educación con bases cimentadas en el desarrollo del individuo como eje fundamental del proceso de aprendizaje. Además sus aportes sobre la importancia de la motivación en este proceso como factor determinante en el accionar y el desarrollo de sus capacidades mentales.

Anita Woolfolk, (2010). En su libro psicología educativa dice.

> **En la actualidad, hay un interés renovado por el aprendizaje, el pensamiento y la resolución de problemas. La perspectiva cognoscitiva del aprendizaje podría describirse como una orientación filosófica que generalmente es aceptada, lo cual significa que los teóricos cognoscitivos comparten nociones básicas sobre el aprendizaje y la memoria. Y, algo más importante, los psicólogos cognoscitivos consideran que los procesos mentales existen, que éstos pueden estudiarse de manera científica y que todos los seres humanos son participantes activos en sus propios actos de cognición (Ashcraft, 2006). (p. 234)**

Por lo tanto es relevante orientar esta investigación por vías en las cuales se consideran aspectos cognitivos de aprendizaje y memoria propios de estudiantes, quienes están sometidos constantemente dentro del proceso de aprendizaje siendo los actores principales que adquieren, recuperan y utilizan el nuevo conocimiento alcanzado con el fin de satisfacer sus intereses y necesidades.

De hecho dentro de esta teoría es en donde el investigador tratará de enfatizar el aprendizaje basado en los procesos mentales propios del estudiante para verificar que verdaderamente el aprendizaje es la adquisición de conocimientos los cuales repercuten directamente en el posterior cambio de conducta del educando.

Y de forma general se toma en cuenta aspectos de valoración en los que el estudiante está en la capacidad de desarrollar al máximo sus potencialidades o desarrollar las destrezas con criterio de desempeño que aportan a que el estudiante supere los esquemas mentales tradicionales que truncan futuros avances en el proceso de su formación integral obteniendo como resultado un aprendizaje autónomo que practica la construcción del conocimiento con el fin de lograr un aprendizaje significativo.

2.1.3. Fundamentación pedagógica

Pedagogía critica

Este marco conceptual acoge a la investigación desde el punto de vista de la metodología pertinente que amerita despeños corresponsablemente por cada actor de la educación. Es importante relacionar el método instructivo a utilizarse con la pedagogía crítica que direcciona al ser humano que no puede estar desligada de la concepción de un estudiante libre y motivado, basado en objetivos que describen a dónde quiere llegar. Por otra parte es de vital importancia un adecuado ambiente pedagógico proporcionado por el docente en las aulas de clase con los debidos procesos y planificaciones flexibles, es decir, que puedan estar sujetos a ciertos cambios que demanda la práctica de la docencia con cada grupo de estudiantes.

Entonces será factible analizar las incidencias que se presentan dentro de cada etapa de esta investigación vinculada con la educación y fundamentada bajo las teorías que rigen el trayecto funcional del arte de enseñar y aprender.

2.2. Fundamentación epistemológica

Empirismo

Corriente epistemológica que se desarrolla en Inglaterra en del siglo XVII y XVIII, enfatiza que la experiencia vivenciada de cada individuo es la única fuente válida de conocimiento, mientras que niega la posibilidad de ideas espontáneas o del pensamiento a priori. Sólo el conocimiento sensible nos pone en contacto con la realidad.

Una de las actitudes que mantienen los empiristas, a pesar de sus diferencias en cada autor, es insistir en los hechos, en oposición a las utopías teóricas, así como a las fantasías y a las interpretaciones especulativas.

2.2.1. Historia de la Matemática

LAUREN, B. y otros (2001). La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós-MEC. Pg. 6 – 7

> **La Matemática (del lat. mathematĭca, y éste del gr. μαθηματικά, derivado de μάθημα, conocimiento) es una ciencia que, a partir de notaciones básicas exactas y a través del razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre los entes abstractos (números, figuras geométricas, símbolos). Mediante las Matemáticas conocemos las cantidades, las estructuras, el espacio y los cambios. Los matemáticos buscan patrones, formulan nuevas conjeturas e intentan alcanzar la verdad Matemática mediante rigurosas deducciones. Éstas les permiten establecer los axiomas y las definiciones apropiados para dicho fin.**

La historia de la Matemática abarca muchos avances importantes en el campo del conocimiento que en la actualidad sirve de línea de partida o como herramienta fundamental en el estudio de ciertos fenómenos presentes en la vida, pero es relevante reconocer que esta ciencia no nace plenamente formada sino que fue tomando forma gracias a aportes acumulativos de grandes impulsadores que procedían de varias culturas y que a la vez dominaban diferentes lenguas pero de alguna manera llegaban a coincidir en ideas matemáticas que hoy en día son de gran utilidad y que se cree datan desde hace 4.000 a 5.000 años.

Aunque la Matemática sea la supuesta "Reina de las Ciencias", algunos matemáticos no la consideran una ciencia natural. Principalmente, los matemáticos definen e investigan estructuras y conceptos abstractos por razones puramente internas a la Matemática, debido a que tales estructuras pueden proveer, por ejemplo, una generalización elegante, o una herramienta útil para cálculos frecuentes. Además, muchos matemáticos consideran esta ciencia como una forma de arte, en vez de un saber práctico o aplicado. Sin embargo, las estructuras que los matemáticos investigan frecuentemente sí tienen su origen en las ciencias naturales, y muchas veces encuentran sus aplicaciones en ellas, particularmente en la Física.

Cabe recalcar que el la formación de esta ciencia como tal tiene sus inicios en el marco del razonamiento lógico y que su progreso ha venido de la mano con el desarrollo de las civilizaciones humanas. Sin los descubrimientos griegos, árabes e hindúes suscitados a través de la historia, la sociedad de hoy no podría funcionar como se la vive. Prácticamente todos los avances tecnológicos que hoy parecen natural se basan en ideas y métodos matemáticos que a veces son de mil años de edad, otras veces de nada mas meses de edad, pero que de una u otra manera están estrechamente relacionadas y se las desarrollan con el fin común de satisfacer los intereses y necesidades de la humanidad.

Al ser una ciencia que viene estando en la vida de los seres humanos desde sus inicios, se considera virtualmente imposible llegar a obtener la historia completa de la Matemática. La disciplina es bastante amplia y tan técnica que ni siquiera los mejores expertos del tema podrían entender por completo la generalidad de la historia. De esta manera hay que considerar a esta disciplina como la extracción de partes de una historia, mas no como un resumen de todas las historias existentes, y finalmente se debe recordar que la Matemática posee una historia larga y muy gloriosa aunque algo olvidada, aun cuando la influencia y el beneficio brindado a la humanidad es grandiosa sobre el desarrollo de una nueva cultura humana.

Origen de la Matemática

El origen de la Matemática se remonta a unos 4.000 años a.C., con la aritmética comercial sumeria y la geometría caldea, utilizada para mediciones agrarias. La geometría como proceso deductivo apareció mucho tiempo después, en Grecia, con Tales de Mileto y Pitágoras de Samos; a los pitagóricos se debe, como aportación verdaderamente científica, el teorema de Pitágoras y el descubrimiento de los números irracionales, que fueron estudiados posteriormente por Eudoxo (s. IV a.C.). Alejandría fue un gran centro de estudios matemáticos; entre los matemáticos alejandrinos hay que destacar a Euclides, que sistematizó en sus elementos todos los conocimientos matemáticos de la época y cuya geometría permaneció casi intacta hasta el s. XIX. Arquímedes, además de sus trabajos de hidrostática, evaluó el número en *pi* 3,1416 y fue un precursor del cálculo integral con su método mecánico de cálculo de áreas. Durante la Edad Media apareció en Occidente el sistema de numeración decimal, introducido por los árabes, quienes lo habían aprendido de los indios. Los árabes fueron los continuadores de los griegos en el cultivo de la Matemática y dieron un gran impulso al álgebra.

La Matemática en la actualidad

GALDOS, Luis. 2007. Matemática Galdós, editorial. Madrid, España. Pg. 6-7

En la Conferencia Internacional de Matemáticos que tuvo lugar en París en 1900, el matemático alemán David Hilbert expuso sus teorías. Hilbert era catedrático en Gotinga, el hogar académico de Gauss y Riemann, y había contribuido de forma sustancial en casi todas las ramas de la Matemática, desde su clásico Fundamentos de la geometría (1899) a sus Fundamentos de la Matemática en colaboración con otros autores. La conferencia de Hilbert en París consistió en un repaso a 23 problemas matemáticos que él creía podrían ser las metas de la investigación Matemática del siglo que empezaba. Estos problemas, de hecho, han estimulado gran parte de los trabajos matemáticos del siglo XX, y cada vez que aparecen noticias de que otro de los "problemas de Hilbert" ha sido resuelto, la comunidad Matemática internacional espera los detalles con impaciencia. A pesar de la importancia que han tenido estos problemas, un hecho que Hilbert no pudo imaginar fue la invención del ordenador o computadora digital programable, primordial en la Matemática del futuro. Aunque los orígenes de las computadoras fueron las calculadoras de relojería de Pascal y Leibniz en el siglo XVII, fue Charles Babbage quien, en la Inglaterra del siglo XIX, diseñó una máquina capaz de realizar operaciones Matemáticas automáticamente siguiendo una lista de instrucciones escritas en tarjetas o cintas.

La imaginación de Babbage sobrepasó la tecnología de su tiempo, y no fue hasta la invención del relé, la válvula de vacío y después la del transistor cuando la computación programable a gran escala se hizo realidad. Este avance ha dado un gran impulso a ciertas ramas de la Matemática como el análisis numérico y las Matemáticas finitas, y ha generado nuevas áreas de investigación Matemática como el estudio de los algoritmos. Se ha convertido en una poderosa herramienta en campos tan diversos como la teoría de números, las ecuaciones diferenciales y el álgebra abstracta. Además, el ordenador ha permitido encontrar la solución a varios problemas matemáticos que no se habían podido resolver anteriormente, como el problema topológico de los cuatro colores propuestos a mediados del siglo XIX. El conocimiento matemático del mundo moderno está avanzando más rápido que nunca.

Teorías que eran completamente distintas se han reunido para formar teorías más completas y abstractas. Aunque la mayoría de los problemas más importantes han sido resueltos, otros como las hipótesis de Riemann siguen sin solución. Al mismo tiempo siguen apareciendo nuevos y estimulantes problemas. Parece que incluso las Matemáticas más abstractas están encontrando aplicación.

2.2.2. Historia del álgebra

El álgebra babilónica

Hacia el año 2000 a. C. los Babilonios desarrollaron un Álgebra en prosa para resolver ecuaciones de primer y segundo grado. Hay una tableta que contiene los cuadrados y los cubos de números naturales y su suma $n^3 + n^2$ de $n = 1\, a\, n = 30$, que permite resolver ecuaciones cúbicas de la forma $x^3 + x^2 = b$, con x número natural, desde $b = 2\, hasta\, b = 27{,}900$.

Una tableta de Yale del 1600 A. C. contiene problemas no resueltos de ecuaciones simultáneas. Por ejemplo:

$$\begin{cases} 150(\mathrm{x} - \mathrm{y}) - (\mathrm{x} + \mathrm{y})^2 = -1000 \\ xy = 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^8 + x^6y^2 = 3.200.000 \\ xy = 1.200 \end{cases}$$

Sin embargo estos destacados promotores del álgebra encontraron ciertos artificios que aportaron a resolver ecuaciones lineales y cuadráticas por completación del trinomio cuadrado perfecto o por sustitución.

2.2.3. Historia de la geometría

La geometría babilónica

Arce M., Blázquez S., Ortega T., Pecharromán C., (2010). Fundamentos epistemológicos e históricos de la Matemática, p, 2-15

La información que se posee sobre la cultura babilónica procede, en su mayoría, del análisis que se ha ido haciendo del contenido de cerca de un millón de tablillas, la mayoría de arcilla, que se han encontrado hasta la fecha, con escritura cuneiforme. De ellas, tan sólo unas quinientas tienen interés matemático, y se encuentran dispersas por museos de Europa y en algunas universidades de Estados Unidos, aunque los hallazgos más recientes -los de Tell Harmal y Dhibayi en Irak- se guardan en el Museo iraquí de Bagdad. Los avances más notables de la geometría babilónica se produjeron en dos áreas en las que pudieron dar rienda suelta a sus habilidades algebraicas, sus trabajos sobre el teorema de Pitágoras y sobre los triángulos semejantes, que precedieron a los trabajos de los griegos en estos temas en más de mil años. No hay ninguna duda de que los babilonios ya utilizaron el teorema de Pitágoras como se desprende de los siguientes enunciados en una tablilla encontrada en Telí Dhibayi y en otra de Tell Harmall. Estos dos enunciados ponen de manifiesto también que los babilonios también conocían cómo determinar áreas de triángulos y semejanzas.

La geometría egipcia

Las creaciones Matemáticas egipcias que nos han llegado, fundamentalmente, están contenidas en dos grandes papiros que se conocen como “papiro de Rhind” o “papiro de Ahmes” (escriba egipcio) que se remonta en torno al año 1650 a.C., y el “papiro de Moscú”, que fue escrito en el Siglo XVIII a.C. El papiro de Ahmes, que mide 30 centímetros de ancho por 5,5 metros de largo, contiene un total de 87 problemas con sus soluciones y es el más importante de todos.

Gráfico N. 2 Recorte del papiro Ahmes

Fuente: internet

Le sigue en importancia el de Moscú (8 cm x 5 m), que contiene 25 problemas y los de Reisner que datan de la misma época. Del análisis de estos problemas se deduce que de la necesidad de calcular las áreas de las tierras y los volúmenes de los graneros, así como de las grandes construcciones, nació la geometría egipcia, con su carácter peculiarmente práctico.

Si hubo alguna motivación teórica, permaneció bien escondida tras las reglas del cálculo.

La geometría griega

Aunque la civilización griega estuvo establecida en el Mediterráneo oriental desde varios siglos antes, no es hasta el siglo VII a.C., cuando entra en la historia de la Ciencia. La aparición de las Escuelas jónicas constituyó uno de esos acontecimientos de los que se ha dicho que tienen el valor de un origen o nacimiento: es el instante en que la ciencia griega deja ya de proponerse exclusivamente la adquisición de saberes, para exigirse, además, una coordinación de los datos poseídos. Así, mientras que los babilónicos habían prestado atención al primer elemento esencial del método científico "el registro de datos" los griegos contribuyeron con el segundo elemento: la propuesta de teorías "hipótesis" para organizar esos datos.

El primer gran geómetra griego fue de ascendencia fenicia Tales de Mileto, (570-550 a.C), uno de los siete sabios de Grecia. Se formó en Egipto y, aunque sus demostraciones buscaran el convencimiento más que el rigor, su aportación consistió en introducir en la geometría la noción de demostración, y, de hecho, demostró los cuatro teoremas siguientes:

1. Todo círculo queda dividido en dos partes iguales por el diámetro.

2. Los ángulos de la base de un triángulo isósceles son iguales.
3. Los ángulos opuestos que se forman al cortarse dos rectas son iguales
4. Teorema de Tales: Los lados de los triángulos semejantes son proporcionales aunque no lo sean sus áreas.

Otro geómetra importante fue Pitágoras, que nació en Samos, viajó por Egipto y Mesopotamia y se estableció en Crotona, donde fundó una escuela en la que pretendían deducir los resultados de unos pocos enunciados que se consideraban postulados. Surge así la primera geometría axiomática. Aunque los babilonios ya conocían ternas pitagóricas, Pitágoras formuló el teorema que lleva su nombre, lo que le llevó a descubrir números irracionales y las relaciones métricas del lado del pentágono regular (y de la estrella de cinco puntas, pentalfa, estrella que se genera a sí misma) como elemento básico para construir el dodecaedro y el icosaedro, escuela que también conocía los otros tres cuerpos platónicos (hexaedro, tetraedro y octaedro), todos ellos se conocen como los cinco cuerpos platónicos y son los únicos poliedros regulares. Los pitagóricos construyeron el pentágono de manera que el cociente entre la diagonal y el lado fuera la razón áurea, o relación entre las dimensiones de un rectángulo de lados: $l \; y \; l - x$ tales que:

$$\frac{l}{x} = \frac{x}{l - x}$$

El rectángulo grande es proporcional al que resulta de eliminar un cuadrado de lado igual a la dimensión inferior.

La razón áurea también se utilizó en el arte y en la arquitectura griega (por ejemplo en el Partenón), y se tomó durante mucho tiempo como canon de belleza. Hasta nuestra época llega la fascinación de muchos científicos y artistas por esta curiosa proporción.

Poco antes del año 400 a. C., circularon por Atenas tres problemas que han pasado a la historia como “los tres problemas clásicos” cuya solución debería obtenerse con regla y compás de forma exacta:

- Duplicación del cubo: Determinar la longitud de la arista de un cubo que duplique el volumen de otro dado.
- Trisección del ángulo: Dividir un ángulo dado en tres partes iguales.
- Cuadratura del círculo: Obtener el lado de un cuadrado cuya área sea la de un círculo dado.

En el intento de solucionar estos problemas, que finalmente resultaron ser irresolubles con regla y compás, muchos matemáticos descubrieron otros resultados fundamentales para dar continuidad al avance de la matemática hasta llegar a la actualidad y verificar que de alguna manera las aplicaciones que hoy se tiene son el reflejo de aportes realizados desde la antigüedad.

2.3. El aprendizaje

2.3.1. Definiciones de aprendizaje

Zapata-Ros, Miguel., 2012 en su obra Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos dice.

1. “(…) un proceso de cambio relativamente permanente en el comportamiento de una persona generado por la experiencia” (Feldman, 2005).

Por lo tanto se destaca que el aprendizaje implica un cambio de conducta o un cambio en la capacidad conductual y dicho cambio se fortalece y perpetúa a través de la práctica de diversas formas de experiencia alcanzadas en la escolaridad y en la vida cotidiana.

2. **“**El aprendizaje implica adquisición y modificación de conocimientos, estrategias, habilidades, creencias y actitudes” (Schunk, 1991).

3. Según Schmeck (1988, p. 171): “... el aprendizaje es un sub-producto del pensamiento... Aprendemos pensando, y la calidad del resultado de aprendizaje está determinada por la calidad de nuestros pensamientos”.

4. El aprendizaje conlleva un **“proceso dinámico dentro del cual el mundo de la comprensión que constantemente se extiende llega a abarcar un mundo psicológico continuamente en expansión... significa desarrollo de un sentido de dirección o influencia, que puede emplear cuando se presenta la ocasión y lo considere conveniente... todo esto significa que el aprendizaje es un desarrollo de la inteligencia” (Bigge, 1985, p. 17).**

De esta forma el aprendizaje conlleva cambios de la estructura cognoscitiva, moral, motivacional, conductual y física del ser humano.

5. **“**El aprendizaje consiste en un cambio de la disposición o capacidad humana, con carácter de relativa permanencia y que no es atribuible simplemente al proceso de desarrollo**”.** (Gagné, 1985).

6. Shuell (1991) define aprendizaje como **“...** un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de una determinada manera, la cual resulta de la práctica o de alguna otra forma de experiencia**”.**

El aprendizaje para (González, 2001), “es el proceso de adquisición cognoscitiva, que explica, en parte, el enriquecimiento y la transformación de las estructuras internas, de las potencialidades del individuo para comprender y actuar sobre su entorno” (p, 2)

El aprendizaje es el resultado del apropiado cumplimiento de un proceso ordenado, sistemático y coherente, que le permite al estudiante alcanzar los conocimientos sobre algún tema por medio del estudio o de la experiencia.

2.3.2. Teorías del aprendizaje

Una teoría de aprendizaje es un conjunto de proposiciones organizadas que están integradas sintáctica y semánticamente (es decir, que siguen ciertas reglas por las que pueden relacionarse de forma lógica unas con otras y con los datos observables) y que sirven como medio para predecir y explicar fenómenos observables que ocurren en educación.

Nelson (1998, a través de Zapata, 2000) plantea la discusión sobre las condiciones para la aplicación de una teoría

> **(…) No todos los enfoques instruccionales [como aplicación de determinados principios que rigen el aprendizaje] son efectivos en cada contexto de aprendizaje. Es necesario determinar cuándo un enfoque particular podría ser el mejor posible en relación a las necesidades del alumno, el estilo de enseñanza del profesor, el ambiente de aprendizaje, y los objetivos de formación. También es importante determinar cómo un enfoque de instrucción podría ser utilizado en un contexto dado [fundado igualmente como aplicación de principios que rigen el aprendizaje].** (p. 85).

Es así que las teorías del aprendizaje son paradigmas que tienen el objetivo común de efectivizar el arte de enseñar y aprender, por lo tanto estas teorías brindan recomendaciones que el docente debe considerar antes, durante y después de su desempeño dentro del ámbito educativo. Para lo cual es importante analizar desde distintos enfoques determinados por las demandas de los estudiantes al momento de adquirir conocimientos para desarrollar sus respectivas destrezas con criterio de desempeño.

De ante mano hay que tener muy en cuenta la diferencias individuales de cada aprendiz, debido a que los seres humanos somos tan iguales y diferentes a la vez y esto implica que cada alumno tiene su manera diferente de asimilar sus conocimientos, por lo tanto el docente está en la obligación de brindar un ambiente de enseñanza propicio, el cual se acopla a la cotidianidad a la que está acostumbrado el alumno con la finalidad de que la interacción al momento de aprender no sea tomada de forma abstracta, sino que brinde las posibilidades de relacionar lo que ya domina con el nuevo conocimiento y así lograr adquirir sapiencias significativas acorde a sus intereses.

2.3.2.1. Teoría conductista

Para Woolfolk, A., (2010) en su libro Psicología Educativa decimoprimera edición dice.

> **Los psicólogos, están a favor de las teorías conductistas del aprendizaje, las cuales por lo general consideran que el resultado del aprendizaje es un cambio en el comportamiento y destacan los efectos de los acontecimientos externos sobre el individuo. Algunos conductistas pioneros como J. B. Watson adoptaron la postura radical de que, puesto que el pensamiento, las intenciones y otros sucesos**

mentales internos no pueden verse ni estudiarse de forma rigurosa y científica, estos "mentalismos", como los llamó, ni siquiera deberían incluirse como una explicación del aprendizaje. (p, 198).

Si bien es cierto el conductismo se fundamenta en el mecanismo, un cierto determinismo, realismo social y el objetivismo a ultranza. Por lo tanto para los conductistas "aprendizaje" es un cambio relativamente permanente del comportamiento del individuo que ocurre como resultado de un desempeño o de la práctica de ciertas acciones con el fin de lograr un fin, es decir, el cambio de conducta que se da del paso de lo conocido a lo desconocido anhelando la adquisición de nuevos aprendizajes como formación de nuevas conductas o el refinamiento de conductas operantes ya existentes, mediante un reforzamiento intermitente que el docente pueda facilitar al estudiante en los ambientes de aprendizaje.

Sin embargo no se debe olvidar que los seres humanos aprenden desde la experiencia, por lo que se menciona que el docente no necesita de teorías sistemáticas desvinculadas de las prácticas cotidianas, sino, el docente tiene que planificar la enseñanza compartida de sus conocimientos en las aulas de clase.

El docente debe conocer teorías más importantes que se han desarrollado en base a los psicólogos profesionales a fin de tener base científica que les permitan tomar decisiones y tener más probabilidades de producir resultados eficientes en el aula. De hecho hay que poner a consideración las ventajas existentes en cada paradigma de aprendizaje, pues no necesariamente las teorías antiguas tendrán solo aspectos negativos.

2.3.2.2. Teoría cognitiva

Para Woolfolk, A., (2010) en su libro Psicología Educativa decimoprimera edición dice.

En la actualidad, hay un interés renovado por el aprendizaje, el pensamiento y la resolución de problemas.

> **La perspectiva cognoscitiva del aprendizaje podría describirse como una orientación filosófica que generalmente es aceptada, lo cual significa que los teóricos cognoscitivos comparten nociones básicas sobre el aprendizaje y la memoria. Y, algo más importante, los psicólogos cognoscitivos consideran que los procesos mentales existen, que éstos pueden estudiarse de manera científica y que todos los seres humanos son participantes activos en sus propios actos de cognición (Ashcraft, 2006)** (p. 234)

La teoría cognitiva del aprendizaje está enmarcada dentro de los procesos mentales que el ser humano como tal es capaz de estructurarlo y consolidarlo para lograr de esta manera resultados favorables en la línea de cumplir con los objetivos de la enseñanza aprendizaje. De esta manera es esencial aprovechar el potencial de inteligencia y memoria que cada alumno posee a la hora de apropiarse del conocimiento.

Por lo que es de suma importancia concebir al educando como el actor principal del proceso de enseñanza aprendizaje, es decir, que el docente está en la obligación de ver al estudiante como protagonista en clase, capaz de responsabilizarse de sus propios actos de cognición con la finalidad de lograr un aprendizaje significativo el cual le permita seguir incursionando de forma apropiada en el camino de la instrucción escolar y con muchos éxitos a futuro.

2.3.2.3. Teoría del aprendizaje significativo

Ausubel D., (1938) En su obra teoría del aprendizaje significativo dice.

> **El alumno debe manifestar […] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria (p,48)**

Para David Ausubel el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

Es así que el aprendizaje significativo ocurre cuando la nueva información enlaza con las ideas ya existentes en la estructura cognoscitiva. Es decir, es el proceso a través del cual el estudiante puede relacionar de modo no arbitrario y sustancial lo que aprende con lo que ya sabe, conduciendo a la comprensión y a la significancia de lo asimilado.

Al ser la teoría del aprendizaje significativo un proceso, por lo tanto demanda de condiciones o requisitos para que este pueda ser ejecutado de manera apropiada mediante; un esquema jerárquico de conceptos o experiencias que existan en el cerebro sobre información con jerarquía conceptual, y también son necesarios los conceptos integradores; que son ideas específicas que están en la estructura cognoscitiva.

De tal modo que para plasmar el aprendizaje significativo es preciso que los nuevos conocimientos, información a prender o destreza a desarrollar deban ser potencialmente significativos desde la estructura lógica del área de estudio y desde la estructura psicológica del alumno. En este proceso el estudiante debe presentar una actitud favorable que le permita aprender significativamente.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad.

Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

En el proceso de adquisición de los aprendizajes significativos hacia un potencial desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño se parte de los conocimientos previos de los estudiantes. Cuando el alumno recuerda y logra relacionar con los conocimientos que ya domina, entonces está en condiciones óptimas para receptar el nuevo conocimiento que dependerá gradualmente de los niveles de desarrollo operativo propio de cada individuo ya que estos juegan un papel fundamental.

Ausubel puntualiza la significancia de los prerrequisitos diciéndolo de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje, es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

2.3.2.4. Estrategias para el aprendizaje significativo

El aprendizaje Según Ausubel (1976), quien toma como elemento esencial la instrucción, propone: El aprendizaje escolar es un tipo de aprendizaje que alude a cuerpos organizados de material significativo. Le da especial importancia a la organización del conocimiento jerárquicamente y a las reestructuraciones que son el resultado de la interacción entre las estructuras del sujeto con las nuevas informaciones.

Tanto Ausubel como Vygotsky estiman que una reestructuración rigurosa favorece el aprendizaje de los conocimientos elaborados, por lo tanto se necesita una instrucción formalmente establecida. Ausubel tiene en cuenta dos elementos: El aprendizaje del alumno, que va desde lo repetitivo o memorístico, hasta el aprendizaje significativo. La estrategia de la enseñanza, que va desde la puramente receptiva hasta la enseñanza que tiene como base el descubrimiento por parte del propio educando.

El aprendizaje es significativo cuando se incorpora a estructuras de conocimiento que ya posee el individuo mediante la relación de enseñanzas. Para que se produzca este aprendizaje significativo hay que considerar las siguientes condiciones: Potencialidad significativa: Esto se refiere a la lógica de los procesos y a la coherencia en la estructura interna del material. Psicológica-Cognitiva: El alumno debe contar con ideas incluyentes relacionadas con el nuevo material y así vincularlas eficazmente, que actuarán de nexo entre la estructura cognitiva preexistente del educando y las ideas nuevas. Disposición positiva afectiva: Disposición subjetiva para el aprendizaje.

2.3.2.5. Teoría de la construcción del conocimiento

Carretero M. (2009). Constructivismo y educación. Buenos Aires: Paidós, ¿Qué es la construcción de conocimiento? (p, 17-36)

> **Básicamente puede decirse que el constructivismo se fundamenta en la idea según la cual el individuo (tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos) no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. Entonces, ¿con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Principalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea.**

Siendo así, es trascendental enfatizar en los conocimientos previos del estudiante debido a que él, únicamente logrará retener significativamente el conocimiento nuevo solo si lo cimenta y se apoya de las destrezas ya desarrolladas en el transcurso del proceso de aprendizaje, además se debe recurrir a la motivación como herramienta promotora de las ganas que predisponen los alumnos al momento de aprender, pues, para querer aprender deben estar convencidos de que las nuevas habilidades de conocimiento cubren con la demanda de sus interés y necesidades.

Martínez R. y otros., (2004) en su revista Matemática: Cultura y aprendizaje a través de Cattaneo, Liliana en su libro didáctica de la Matemática dice.

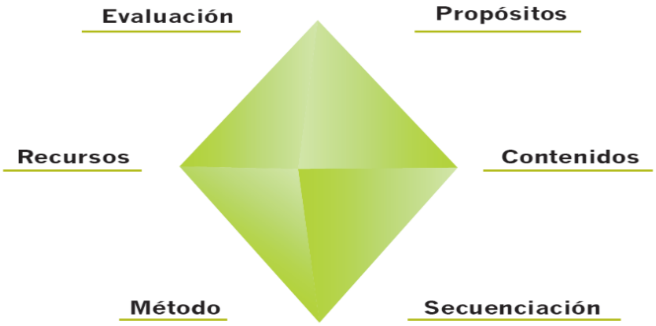
"El proceso de aprendizaje del alumno debe basarse en su propia actividad creadora, en sus descubrimientos personales, en sus motivaciones intrínsecas, debiendo ser la función del profesor de orientar, guiar, animar, pero no la fuente fundamental de información" (p,24).

Los frecuentes cuestionamientos de cómo aprenden los alumnos y cómo enseñan los maestros ha sido el tema fundamental de la educación del cual se han preocupado muchos docentes, pedagogos y psicólogos. En la actualidad conocemos que la mejor manera como los educandos pueden alcanzar la asimilación de conocimientos y el desarrollo de destrezas es mediante la construcción del conocimiento autónomo del propio estudiante, concibiendo al maestro únicamente como el guía en el proceso hacia el camino del aprendizaje significativo.

2.3.2.6. Diamante curricular

Ministerio de educación del Ecuador, actualización y fortalecimiento curricular introducción al diamante curricular, (2010), (p. 4)

Gráfico N. 3 Diamante curricular



Fuente: texto de actualización y fortalecimiento curricular, Ecuador 2010.

Los procesos que abarca el diamante curricular son de suma importancia, los cuales deben ser aplicados apropiadamente para que el docente pueda desenvolverse satisfactoriamente frente a sus estudiantes. Es relevante concebir a la naturaleza del diamante curricular como un proceso inquebrantable del que no es recomendable pasar por alto la interpretación y ejecución de sus elementos con el fin de lograr desarrollar las destrezas con criterio de desempeño y de antemano un aprendizaje significativo en los alumnos.

El diamante curricular es el esquema que da a conocer el proceso de enseñanza-aprendizaje que se debe llevar a cabo en los salones de clase, del cual consideramos la parte concerniente a metodología y recursos, en vista de que son los elementos que se trabajarán en esta investigación, vinculado esto a la utilización de recursos apropiados a la hora de guiar el aprendizaje de los alumnos, proporcionándoles la historia de la Matemática dentro de este proceso.

Destrezas con criterio de desempeño

Las destrezas con criterio de desempeño reflejan la habilidad del saber hacer de estudiante, las mismas que se logran desarrollar con la aplicación sistemática de pasos dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, y estas a su vez surgen de la necesidad de responder a las siguientes preguntas formuladas a continuación sobre el paradigma de aprendizaje del educando:

¿Qué debe saber?	Conocimiento
¿Qué debe saber hacer?	Destreza
¿Con que grado de dificultad?	Precisiones de profundización

2.3.2.6.1. Metodología

Blanchard M. y Muzás M., (2007) en su libro propuestas metodológica para profesores reflexivos dice.

> **Si queremos que algo cambie en el proceso enseñanza-aprendizaje que planteamos, es necesario que cambie nuestros modos de llevar a cabo la tarea educativa en el aula. No sirve de nada plasmar en los papeles palabras coherentes con el nuevo modelo educativo y que después todo siga igual en el aula. En este paso de un modelo educativo a otro, juega un papel especial el tipo de metodología y organización desde la que desarrollaremos nuestro quehacer diario.**

Es necesario entonces reflexionar e interpretar rigurosamente sobre las orientaciones en base a métodos didácticos utilizables en educación que en la actualidad se puede manejar para crear un ambiente apropiado dentro del quehacer docente hacia brindar una educación de calidad en las unidades educativas.

Es cierto que se “enseña” todas las temáticas presentadas en el currículo, pero en muchas ocasiones no de la manera más adecuada, pues el trabajo del docente no solo está en enseñar, sino que el maestro debe ser el guía quien comparte sus conocimientos ayudando a que el alumno asimile correctamente la ciencia.

2.3.2.6.2. Recursos

Son herramientas existentes, elaboradas, aprendidas etc. que se pueden manipular a la hora de ejercer la labor docente en las aulas de clase, con el propósito de brindar al estudiante el material apropiado que puede ser utilizado de forma motivante en el arte de enseñar y aprender. Es por ello que consideramos importante hacer referencia a ellas de modo general para comprender el grado de funcionalidad en el contexto escolar.

Así, los recursos que se utilizan en el arte de enseñar y aprender matemática deben constar de algunas propiedades que son elementales para que el desarrollo de las habilidades sea eficiente. Estas son: sencillez significancia, confiabilidad, validez, finalidad, aplicabilidad, adaptabilidad, interactividad y funcionalidad.

2.3.2.7. Importancia de la historia de la Matemática

Según Cristina Fernández de Kishner presidenta de la República de Argentina en la cumbre de las américas 2015, dice:

> **La historia a mí me encanta, porque además me ayuda a comprender lo que pasa, lo que paso, porque paso y fundamentalmente a prevenir lo que puede llegar a pasar, porque la historia enseña, no para recordarla y autoflagelarnos o como un ejercicio de masoquismo**

> **sino simplemente para entender por qué pasaron las cosas… A mí sí que me gusta la historia, entonces la historia es importante porque la historia nos explica por qué unos somos una cosa y otros son otra, porque todo tiene que ver con todo,…no le tengamos miedo a la historia.**

Por lo tanto, la historia sirve para entender el porqué de los conocimientos matemáticos que ahora se aprende.

Siendo así, al ser una Matemática procedente desde los mismos tiempos de los que la humanidad proviene y las huellas que ha dejado en su camino, abren las puertas para continuar con la evolución y desarrollo de la misma.

Santaló (1994), considera a la historia de la Matemática como un recurso que le permite producir ese acercamiento tan necesario de la materia con el respectivo interés de los alumnos a la hora de iniciar el aprendizaje.

> **...Pero lo que sí cabe y es recomendable, es aprovechar los temas que se presten para ello, para informar sobre la historia de su origen y los alicientes y dificultades con que se encontraron sus creadores. La presentación histórica de muchos temas de Matemática, es un complemento a los mismos que seguramente interesará a algunos alumnos, a los cuales se podrá suministrar información complementaria para ayudar a satisfacer su interés natural y tal vez despertar vocaciones por la historia o la epistemología de las ciencias. La escuela debe abrir el máximo de ventanas al conocimiento, para que cada alumno dirija su atención hacia lo que más le atraiga.**

En efecto muchos descubrimientos humanos son efímeros, la construcción de las ruedas de carro fue muy importante aunque hoy en día no es exactamente tecnología de vanguardia. La matemática, por el contrario, suelen ser permanentes. Una vez que se ha hecho un descubrimiento matemático está a disposición de cualquiera y con ello adquiere una vida propia. Las buenas ideas matemáticas difícilmente pasan de moda, aunque la manera de implementarlas y compartirlas pueda sufrir cambios excepcionales.

Hoy seguimos utilizando métodos para solucionar ecuaciones que fueron descubiertas por los antiguos babilonios. Hoy en día ya no se utiliza la misma notación pero el vínculo histórico es irrefutable. De hecho la mayoría de la matemática que se enseña en la actualidad es la que se desarrolló en el pasado.

Innegablemente es fundamental enseñar historia como cultura general a los ciudadanos de una determinada región para que estos a su vez sepan los orígenes o tengan al alcance las herramientas para dar explicaciones a algunas dudas que surjan en la actualidad fruto de ciertas causas en el pasado. De la misma forma es imprescindible que un estudiante que está aprendiendo matemática debe conocer por naturalidad la historia o los antecedentes de lo que le enseñan hasta para que encuentre razón y justificación de la disciplina a adoptar.

Por otra parte, Sierra (1997), da a conocer variadas razones para considerar la Historia de las Matemáticas en su respectiva enseñanza:

Para el profesor, constituye un antídoto contra el formalismo y el aislamiento de conocimiento matemático y un conjunto de medios que le permiten

apropiarse mejor de dicho conocimiento, a la vez que le ayudan a ordenar la presentación de los temas del currículo. La exploración de la Historia por parte del profesor, le ayuda igualmente a descubrir los obstáculos y dificultades que se han presentado, los errores cometidos por los propios matemáticos (que a veces se reproducen en los alumnos), así como la visión de la actividad Matemática, como actividad humana con sus glorias y sus miserias.
Para los alumnos prepara un terreno donde las Matemáticas dejan de jugar el papel de edificio acabado, reestableciéndose su estatus de actividad cultural, de actividad humana, a la vez que les ayuda en su motivación para el aprendizaje. Además, facilita conocer la génesis de los conceptos y los problemas que han pretendido resolver, ayudando a su compresión.

De igual forma el Ministerio de Educación en su Normativa de Educación Secundaria enfatiza que la Matemática a través de la historia ha sido un medio para el continuo mejoramiento del individuo, su realidad y las relaciones con sus semejantes. En tal sentido, es una herramienta más en el proceso de construcción del ser humano, de prepararlos para la vida en sociedad y poder generar desarrollo.

La educación plantea la formación de un individuo crítico, proactivo y capacitado para la vida en sociedad, la aplicación de la Matemática en la vida cotidiana a través de la resolución de problemas, formará en el estudiante la base necesaria para la valoración de la misma, dentro de la cultura de su vida cotidiana, de su región y de su país.

Se puede decir que la Matemática es la ciencia del razonamiento y los números que son de gran utilidad e importancia ya que se considera como una de las ramas fundamentales para el desarrollo de la vida de cada ser humano.

Valorar de antemano que los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de la Matemática y la educación Matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura.

El objetivo no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos puros”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculo de operaciones complejas, puesto que la tecnología hoy día resuelve esta demanda. Lo que se pretende es poner al alcance del estudiante las herramientas elementales necesarias basadas en contextos históricos los cuales permitan al individuo superar las dificultades, interesarse por la materia y tener la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información Matemática y los argumentos apoyados en datos que el educando puede encontrar en las diversas situaciones de su vida cotidiana.

2.3.2.8. Teorías generales de motivación

Las teorías de la motivación se refieren a la serie de orientaciones teóricas que direccionan la motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje, de tal manera que de acuerdo a los autores, el contexto de la motivación es complejo y requiere de dominio científico sobre el respectivo conocimiento para su aplicación de forma efectiva en el proceso pedagógico.

Cuando Brophy habla de las características de la motivación en los niños dice que ellos "Hacen muchas cosas simplemente porque quiere hacerlas". Y él ejemplifica la motivación intrínseca con "Selección de un juguete o una camisa de desgaste" y explica que el niño hace su propia elección y logra la satisfacción tanto del acto de elección y de la oportunidad de jugar con el juguete o vestir la camiseta.

A la motivación extrínseca cuando ellos actúan en un esfuerzo para complacer a los adultos y agrega además que "un niño está motivado extrínsecamente, la recompensa viene de fuera de la infancia tiene que ser proporcionada por alguien más".

Según Ajello (2003). La motivación intrínseca se refiere a aquellas situaciones donde la persona realiza actividades por el gusto de hacerlas, independientemente de si obtiene un reconocimiento o no. La motivación extrínseca, por su parte, obedece a situaciones donde la persona se implica en actividades principalmente con fines instrumentales o por motivos externos a la actividad misma, como podría ser obtener una recompensa.

Así por ejemplo, el autor encuentra el sentido a la intención de implementar un recurso importante como es la historia de la Matemática dentro de la temática que se pretende enseñar, es decir, si el docente va a empezar la clase con un nuevo conocimiento, el debería compartir algo de historia sobre la procedencia de dicho tema, para que el estudiante logre interesarse por lo que va a aprender y si el hecho de presentar los elementos históricos no funciona como motivación para la nueva clase, al menos quedará el conocimiento sobre los surgimientos de la ciencia que está adquiriendo.

Según Naranjo M. (2009) la motivación extrínseca incluye incentivos, tales como las recompensas y los castigos.

Además de ello, hay cuatro perspectivas sobre la motivación:

La Sociocultural: la cual se fundamenta desde el origen social de los procesos motivacionales, puesto que todo tipo de motivaciones se apoyan en la cultura a la hora de ser desarrollada por los seres humanos (Montero y Huertas, 2006).

La humanista: Fundamentada desde las necesidades de las personas, para realizar el deseo de llegar a ser cada vez más persona.

La conductista: Esta perspectiva señala que las recompensas externas y los castigos son centrales en la determinación de la motivación de las personas

(Santrock, 2002). Lo cual conduce a determinadas acciones.

La cognitiva: Es donde se enfatiza que la persona piensa en lo que puede ocurrir es importante para determinar lo que efectivamente sucede (Ajello, 2003). Los pensamientos, en el caso de la persona estudiante, guía su motivación.

2.3.2.8.1. Características de la motivación

Schunk Dale, H., (2012) en su obra Teorías del Aprendizaje una Perspectiva Educativa dice.

> **El constructivismo no es principalmente una teoría del desarrollo humano, que en años recientes se ha aplicado al aprendizaje. Se ha escrito menos acerca**

> **del papel que la motivación desempeña dentro del constructivismo. Sin embargo, esta perspectiva se puede aplicar a la motivación, y algunos principios motivacionales estudiados por investigadores en otros campos teóricos se ajustan bien al constructivismo (Sivan, 1968). Algunos aspectos de la motivación especialmente relevantes incluyen los factores contextuales, las teorías implícitas y las explicitas de los profesores.** (p, 254)

De esta manera es necesario vincular a las teorías motivacionales con la teoría del aprendizaje, en este caso se puede constatar la relación con la teoría del aprendizaje constructivista, en vista de que el alumno al momento de construir su conocimiento o desarrollar las destrezas, necesita encontrar la razón para justificar su accionar como estudiante y de esta manera el educando podrá desempeñarse de la manera más eficiente posible en su profesión de estudiante y de antemano esto permitirá que, el docente guie de la mejor forma el aprendizaje del estudiante. Consecuentemente es pertinente conocer las orientaciones que brindan las teorías motivacionales, las cuales promueven un ambiente propicio dentro de ciertas etapas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Se concibe entonces a la motivación como un proceso psicológico superior, el cual permite al ser humano despertar interés por las actividades que se realiza. A continuación el autor describe algunas características:

- Orientadora.
- Impulsora
- Jerarquizadora
- Cíclica

2.3.2.8.2. Motivaciones didácticas

Se refiere a las acciones que el docente está en la capacidad de desarrollar para que el estudiante pueda interesarse por el tema que va a aprender, luego de encontrar las razones de las cosas, para que le puede servir lo que aprende o a partir de conocer de donde proviene la temática a ser abordada y posteriormente entender o relacionar que lo asimilado es aplicable en contextos de la vida cotidiana.

- Motivación intelectual
- Motivación emocional

2.3.2.8.3. Importancia de la motivación

La motivación representa una función fundamental dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, la misma que a través de los tiempos ha sido investigada por destacados psicólogos como Brunner, Vygotsky, Piaget y Ausubel con el objetivo de realizar aportes pedagógicos que permitan una labor educativa eficaz, y de este modo contribuir con los recursos o estrategias, las cuales conlleven a que los educandos se interesen por el conocimiento que se va a adquirir.

Por lo tanto si la motivación es un estado emocional que permite al individuo interesarse por las actividades que este pretende desarrollar, entonces se puede afirmar que, solo despertando y manteniendo el interés en el educando por la actividad que realiza en este caso su predisposición al aprender, es como podremos lograr buenos resultados en el ejercicio pleno del proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.4. Posicionamiento teórico personal

La presente investigación se identifica más representativamente con la teoría constructivista y del aprendizaje significativo. En vista de que el autor trata de incorporar un elemento muy valioso propio de la signatura de matemática dentro del proceso enseñanza aprendizaje de la misma, que no ha sido tomado en cuenta apropiadamente, como es la historia de la matemática, para lograr un aprendizaje significativo en base a conocimiento, análisis y reflexión sobre el surgimiento y evolución de esta ciencia, lo que se espera pueda ser incorporado de manera útil en la práctica del aprendizaje y en el desenvolvimiento oportuno en la vida cotidiana del individuo.

David Ausubel defiende el aprendizaje significativo mediante la aplicación de estrategias diseñadas bajo conceptos que faciliten al estudiante alcanzar los objetivos propuestos y den realce al mejoramiento del arte de enseñar y aprender. El proceso de aprendizaje significativo del participante incorpora ideas, hechos (históricos) y habilidades inmersas en una estructura racional o arbitraria con los conocimientos adquiridos o experiencias vividas de manera que el aprendizaje sea por descubrimiento o representación, e interiorice el conocimiento desde la observación y el reconocimiento de principios psicológicos y sociológicos de un proceso de formación integral hacia una educación de calidad.

Si se quiere lograr un aprendizaje significativo por parte de cada uno de los estudiantes, enseñar es trabajar de forma flexible y razonada, es decir, que el docente no se limite a transmitir conceptos que brinda con cada uno de los significados, el docente tiene que ser un competente capaz de planificar y promover situaciones en las que el estudiante analice de forma crítica, rescatando la historia de cada saber en el campo de la Matemática y relacionándolo con su experiencia de conocimientos, de tal modo que el estudiante se adapte a diferentes métodos didácticos y así estructure las ideas y organice su propio conocimiento, lo que puede generar una mayor motivación e interés en la disciplina que se estudia.

2.5. Glosario de términos

Aprendizaje.- Es el cambio relativamente permanente en la capacidad de reflejar una conducta específica como consecuencia de la experiencia. Lo que logra el estudiante como parte final del proceso de aprendizaje y que se evidencia con el cambio de conducta.

Aprendizaje Significativo.- Es el aprendizaje que se puede incorporar a las estructuras de conocimientos que tiene el sujeto, que tiene significado a partir de la relación que establece con el conocimiento anterior y el nuevo aprendizaje, haciendo que este sea duradero y significativo.

Constructivismo.- Teorías acerca de los procesos cognoscitivos, unas hacen referencia al carácter activo al momento de aprender.

Destreza.- Es la habilidades del individuo adquirida mediante procesos. Es un producto de los aprendizajes que significa saber hacer. Es una capacidad que las personas pueden aplicar o utilizar de manera autónoma cuando la situación lo requiera.

Destreza con criterio de desempeño.- Relativo a “saber hacer”

Didáctica.- Relativa al arte de la enseñanza; adecuada para enseñar.

Estrategia.- Formulación operativa, distintas a traducir políticas a ejecución.

Estrategia Metodológica.- Son procesos, técnicas y acciones que se integran para facilitar el logro de los objetivos.

Habilidades.- Competencia adquirida por vía del aprendizaje o la práctica que puede ser intensiva o distribuida en el tiempo.

Inteligencia.- Capacidad para resolver problemas o para elaborar productos que son de gran valor para uno o varios contextos sociales o culturales.

Metodología.- Componente que va implícito en el currículo y que depende de la orientación paradigmática. Se refiere a la aplicación de métodos, técnicas formas que el maestro utiliza para que se lleve a efecto los conocimientos que abordan los planes y programas.

Motivación.- Causa del comportamiento de un organismo, o razón por la que un organismo lleva a cabo una actividad determinada.

Proceso Enseñanza-Aprendizaje.- Es el conjunto de actividades mentales y emocionales que desarrolla el maestro y el estudiante, para adquirir nuevos conocimientos y desarrollar mejores habilidades que repercutan en un positivo cambio de conducta.

Recursos Didácticos.- Son situaciones, elementos exactos o audiovisuales relacionados con el tema que permiten el proceso enseñanza – aprendizaje como medio interactivo y propulsor de transformaciones cognoscitivas.

Teoría de Aprendizaje.- Son paradigmas educativos que señalan la forma en que el estudiante desarrolla sus destrezas en base a los nuevos conocimientos.

2.6. Matriz categorial

Tabla N. 1 Matriz Categorial

Definición	Categorías	Dimensión	Indicador
Epistemología de la ciencia Matemática, la cual revela los orígenes y razones de surgimiento de los distintos contenidos de la misma.	**Historia de la ciencia Matemática**	Historia del álgebra Historia de la geometría	Valora la importancia del surgimiento de la Matemática. Reflexiona sobre el aparecimiento, evolución y actual aplicación de lo que se aprende. Conoce la epistemología de las temáticas. Comprende la necesidad de abordar antecedentes históricos sobre la base de la investigación
Conjunto de etapas flexibles, sistemáticos y coherentes efectuadas simultáneamente por educadores y educandos que ayudan a desarrollar destrezas y habilidades para un desempeño crítico y responsable.	**Proceso de enseñanza aprendizaje**	Teorías del aprendizaje. Metodología. Motivación. Recursos.	Provee al alumno los fundamentos de las raíces de los temas. Promueve la investigación por parte del docente y estudiante. Fomenta interés por lo que aprende. Motiva la curiosidad del alumno por el aprendizaje. Implementa un recurso basado en la historia de los conocimientos

Elaborado por: Avimael Velásquez

Fuente: Avimael Velásquez

2.7. Preguntas de la investigación

¿Cómo mejorará la utilización de la historia de la Matemática a lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes de primero de bachillerato general unificado?

Aportará gradualmente ya que la historia de la Matemática le interesa al estudiante, y es vital aprovechar esa predisposición para lograr aprendizajes significativos necesarios en la vida cotidiana.

¿Cómo elaborar la guía metodológica abordando la historia de la Matemática con los fundamentos adecuados que proporcione un recurso apropiado para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes?

La guía metodológica se estructura en cuatro etapas las cuales son: recurso histórico, fundamentos, solución guiada y aplicación, cada uno con procesos y estrategias innovadoras a fin de optimizar el arte de enseñar y aprender.

¿Qué tan oportuno será compartir con los estudiantes la historia del álgebra y la geometría en el proceso enseñanza-aprendizaje de las mismas?

Será indispensable, pues servirá de fuente de inspiración y motivación antes, durante y después de incursionar en el aprendizaje de la Matemática.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Tipos de investigación

Para la respectiva formulación y su posterior desarrollo la investigación se apoyó en los siguientes tipos:

3.1.1. Investigación descriptiva

Permitió al investigador involucrar las variables planteadas tal como se presentan en un determinado espacio-tiempo, sobre el problema de investigación, y mediante la observación facilitó un registro adecuado de datos veraces con la finalidad de describir y llevar a cabo una pertinente interpretación del problema presentado y de esta forma alcanzar ciertas generalizaciones significativas las cuales puedan ser aprovechadas a favor de solucionar el problema.

3.1.2. Investigación de campo

Este tipo de investigación permitió al autor involucrarse en el amplio contexto de la realidad a fin de desarrollar la investigación de manera accesible y en contacto con los actores de la educación presentes en la unidad educativa “Gabriela Mistral”

3.1.3. Investigación bibliográfica o documental

Mediante este tipo de investigación el investigador logró recolectar teoría acertada sobre el marco de referencia necesario para sustentar la validez del trabajo mediante la adquisición o revisión de documentos bibliográficos, textos, revistas científicas, libros, direcciones de internet altamente confiable, etc. Para mantener consistentemente la estructura y el correcto desarrollo de la investigación que permitió al autor extraer, deducir e interpretar acertadas conclusiones y recomendaciones producto de la indagación en procura de abordar información relevante que de realce y guie factiblemente al trabajo realizado.

3.1.4. Investigación propositiva

La investigación propositiva ayudó a desarrollar la investigación con un carácter estratégico la cual guio a reconocer las falencias de la enseñanza Matemática que posteriormente permitió elaborar una guía didáctica basada en rescatar la historia de la Matemática en la ejecución del proceso de enseñanza-aprendizaje proponiendo mejorar el interés que presentan los estudiantes en las aulas de clase, mostrándoles los antecedentes históricos de la ciencia que en la actualidad se aprende y así facilitar un recurso útil a la hora de compartir los conocimientos matemáticos.

3.2. Métodos

3.2.1. Método inductivo-deductivo

Se lo empleó en la construcción del marco teórico a fin de indagar oportunamente sobre las bases teóricas pertinentes en este campo investigativo. Posibilitando deducir, analizar y sistematizar los fundamentos requeridos para hacer generalizaciones acerca del problema, se utilizó también para la interpretación de resultados, conclusiones y recomendaciones proyectadas hacia la propuesta.

3.2.2. Método analítico sintético

Su utilización favoreció a realizar la síntesis apropiada con toda la información obtenida, mediante un análisis riguroso que permita una comprensión acertada del problema y sus respectivos componentes. Posibilitando una visión clara de las funciones de las variables sus respectivas causas y posibles consecuencias o efectos a fin de obtener resultados conclusiones verídicas y recomendaciones oportunas.

3.2.3. Método estadístico

Es el método que permitió al autor realizar un análisis cuantitativo y porcentual del respectivo registro de datos obtenidos mediante la utilización de un instrumento apropiado en la investigación de campo realizado que permitió recopilar, agrupar y tabular datos para resumirlos en diagramas estadísticos, la información se representó a través de tablas, gráficos y en forma escrita, con lo cual se construyó las conclusiones del caso.

3.2.4. Método descriptivo

Permitió observar el problema de forma directa en un contexto real y formularlo como tal, para que pueda ser investigado y entendido implícita y explícitamente en el transcurso del trabajo indagatoria en procura de solventar dicha dificultad existente en el desempeño de la labor docente como es mantener el interés de los estudiante por el conocimiento compartido brindando e invitando a reflexionar sobre la historia de la ciencia Matemática.

3.2.5. Método matemático

Se lo utilizó a fin de obtener indicadores numéricos fruto del instrumento de investigación utilizado como es la encuesta, pues gracias a este método es como el investigador puede registrar y tabular los respectivos datos que se vio reflejados en las conclusiones.

3.3. Técnicas e instrumentos

3.3.1. Encuesta a estudiantes

La encuesta a estudiantes se lo realizó a través de un cuestionario de 10 preguntas, las mismas que están relacionadas a obtener versiones sobre la utilización de la historia de la Matemática como recurso metodológico que sus profesores les ofrecen o les comparten al momento de iniciar con el proceso de enseñanza-aprendizaje de los respectivos contenidos de la materia.

3.3.2. Encuesta a docentes

La encuesta a docentes se lo realizó a través de un cuestionario de 12 preguntas, las mismas que están relacionadas a conocer en qué medida el maestro utiliza la historia de la Matemática como un recurso metodológico al momento de compartir el conocimiento con los educandos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los respectivos contenidos de la materia.

3.3.3. Ficha de observación

Se aplicó este instrumento el cual constó de cuestionamientos variables tanto para estudiantes como para docentes de primero BGU de la unidad educativa Gabriela Mistral con la finalidad de tomar apuntes mediante la observación, sobre el desempeño académico de alumnos y maestros que evidencien los aspectos del proceso de enseñanza – aprendizaje, direccionados al uso de recursos metodológicos.

3.4. Población

La población o universo es de 110 alumnos y seis docentes del área de Matemática de la unidad educativa "Gabriela Mistral" y está distribuida de la siguiente manera:

Tabla N. 2 Población

Unidad educativa	Estudiantes (hombre/mujeres)	Docentes	Total
Paralelo A	**38**		**38**
Paralelo B	**36**		**36**
Paralelo C	**36**		**36**
Matemática		**6**	**6**
Total población	**110**	**6**	**116**

Fuente: secretaria de la institución.
Elaborado por: Avimael Velásquez

En vista de que la población es de tan solo 116 participantes no se ha procedido a hacer el cálculo de la muestra, por lo tanto se procedió a trabajar con el total de la población encontrada en los primeros años de bachillerato general unificado de la unidad educativa "Gabriela Mistral".

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Resultados de la encuesta realizada a estudiantes de la Unidad Educativa “Gabriela Mistral”

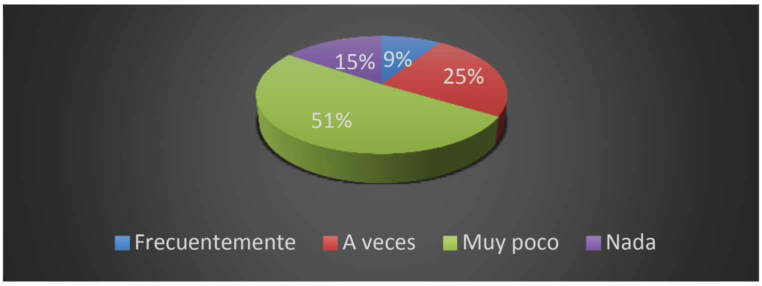
PREGUNTA 1: ¿Le han contado sus profesores sobre la historia de la matemática?

Tabla N. 3 Socialización de la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Frecuentemente	10	9,1
A veces	27	24,5
Muy poco	56	50,9
Nada	17	15,5
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 4 Socialización de la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Un elevado número de estudiantes coinciden en que los docentes no comparten la historia de la matemática en los ambientes de aprendizaje de esta materia, en consecuencia es evidente que los educandos manejan un déficit con respecto a los antecedentes históricos que esta ciencia ha experimentado a través del tiempo y por lo tanto también esto hace que se sigan manteniendo las dificultades de enseñanza aprendizaje.

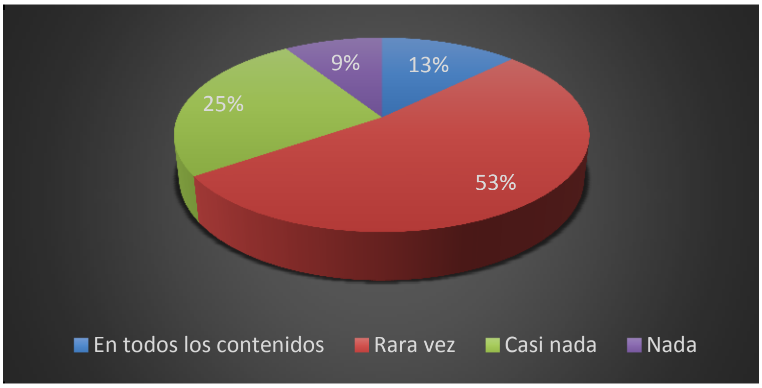
PREGUNTA 2: ¿En sus libros de matemática encuentra contenidos sobre historia de la matemática?

Tabla N. 4 Historia en libros

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
En todos los contenidos	14	12,7
Rara vez	58	52,7
Casi nada	28	25,5
Nada	10	9,1
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 5 Historia en libros



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

En base a estos resultados se observa gradualmente la carencia que se presenta en la construcción de los libros de matemática para estudiantes, quienes deberían tener una herramienta de apoyo completa que les brinde referencias de lo que aprenden, en consecuencia esto motivaría al estudiante a que se interese por conocer las razones de la existencia de los conocimientos.

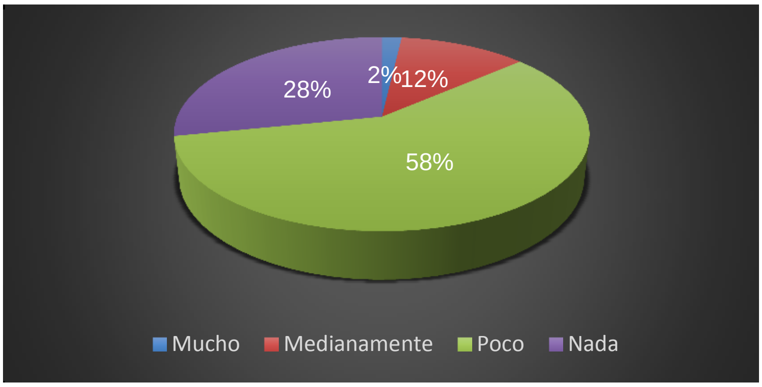
PREGUNTA 3: ¿Cuánto conoce usted de la historia de la matemática en álgebra y geometría?

Tabla N. 5 Cuánto conoce de la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Mucho	2	1,8
Medianamente	13	11,8
Poco	64	58,2
Nada	31	28,2
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 6 Cuánto conoce de la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

De los resultados obtenidos se aprecia que la mayoría de los encuestados conocen muy poco sobre la historia de la matemática en relación con el álgebra y la geometría que en los ambientes de aprendizaje son necesarios para lograr desarrollar acertadamente las destrezas con criterio de desempeño, por lo cual, la capacidad de profundizar sobre los conocimientos queda limitada frente al desconocimiento existente e impide el desarrollo de habilidades cognitivas.

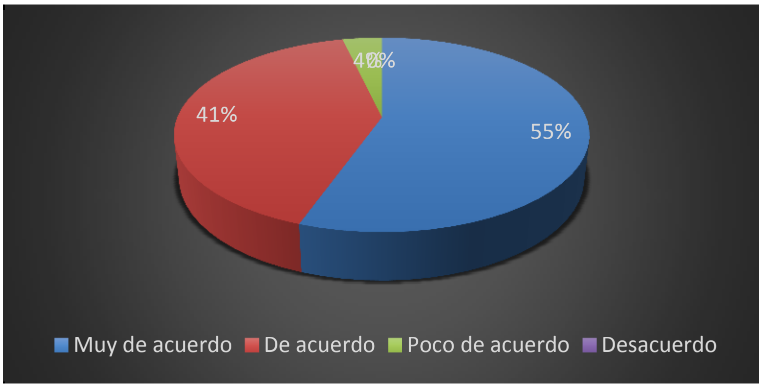
PREGUNTA 4: ¿Cree usted qué es importante conocer sobre la historia de la matemática?

Tabla N. 6 Importancia de conocer la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Muy de acuerdo	61	55,5
De acuerdo	45	40,9
Poco de acuerdo	4	3,6
Desacuerdo	0	0,0
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 7 Importancia de conocer la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Los datos reflejan que el total de los estudiantes manifiestan estar de acuerdo en conocer sobre la historia de la matemática, entonces es claro ver la disposición existente por parte de ellos al querer redescubrir los conocimientos, por lo tanto, en base a estos precedentes es posible aprovechar la historia de esta ciencia como recurso que permita llegar con el conocimiento a los educandos y de antemano desarrollar acertadamente las destrezas para un eficaz desempeño en la vida.

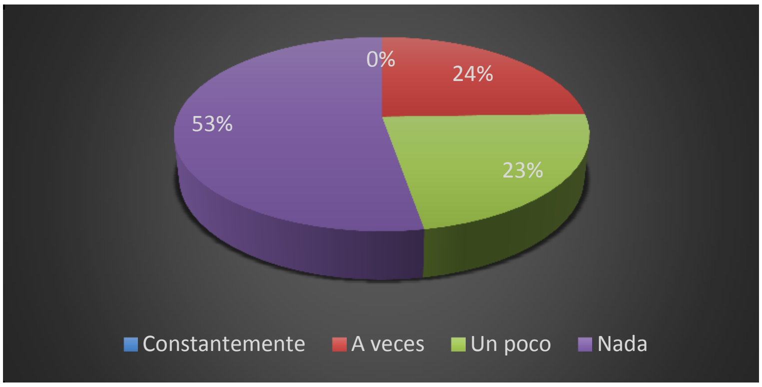
PREGUNTA 5: ¿Ha investigado Ud. Sobre la historia de la matemática?

Tabla N. 7 Investigación sobre historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Constantemente	0	0,0
A veces	27	24,5
Un poco	25	22,7
Nada	58	52,7
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 8 Investigación sobre historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Se puede constatar que un gran número de estudiantes no tiene una cultura investigativa que le permita aventurarse en el mundo de la historia de lo que aprenden en matemática, limitando así conocer sobre los aspectos trascendentales de la utilidad y evolución presentada por esta ciencia a lo largo del tiempo. Pero, al saber que consideran importante conocer de los fundamentos de dicha asignatura, bastará fomentar en los alumnos el espíritu investigador para encaminarlos por los senderos que la historia ofrece en el marco del conocimiento.

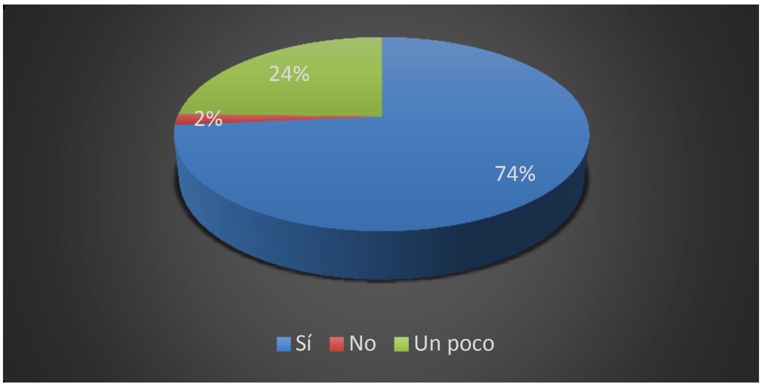
PREGUNTA 6: ¿Son interesantes las clases de matemática que usted recibe en el aula?

Tabla N. 8 Clases de matemática interesantes

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Sí	81	73,6
No	2	1,8
Un poco	27	24,5
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 9 Clases de matemática interesantes



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

La mayoría de estudiantes manifiestan que las clases de matemática que reciben si son interesantes, sin embargo, este adjetivo no se lo puede utilizar para describir las calificaciones obtenidas por ellos mismos en las evaluaciones. Es conocimiento de todos, sobre los problemas que enfrenta la educación matemática. De esta manera se debe desatacar el porcentaje obtenido, sin dejar a un lado los componentes que forman parte de la construcción del conocimiento como es la historia de la matemática que también pueden aportar oportunamente en este proceso.

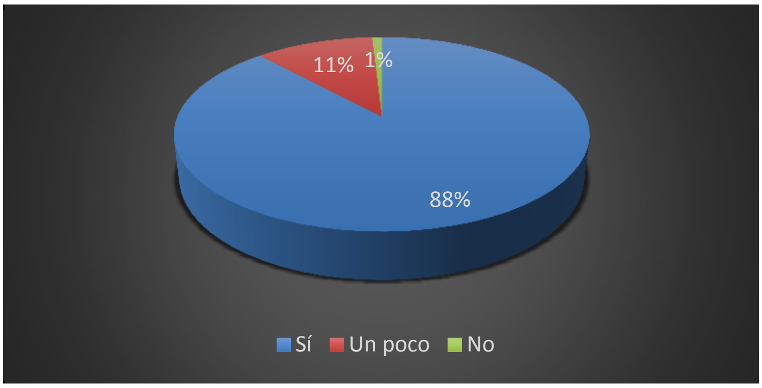
PREGUNTA 7: ¿Le gustaría que sus profesores le den a conocer sobre la historia de los temas que aprende en matemática?

Tabla N. 9 Conocer sobre la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Sí	97	88,2
Un poco	12	10,9
No	1	0,9
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 10 Conocer sobre la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Es evidente que aproximadamente el total de los estudiantes manifiestan una muy favorable acogida con respecto al interés de conocer la historia de lo que aprenden, por lo cual, esto ayudaría a superar muchas dificultades presentes en los ambientes de aprendizaje, a fin de ofrecer pertinentemente la historia de la matemática como un recurso estratégico para llegar con el conocimiento fortalecedor de las destrezas con criterio de desempeño.

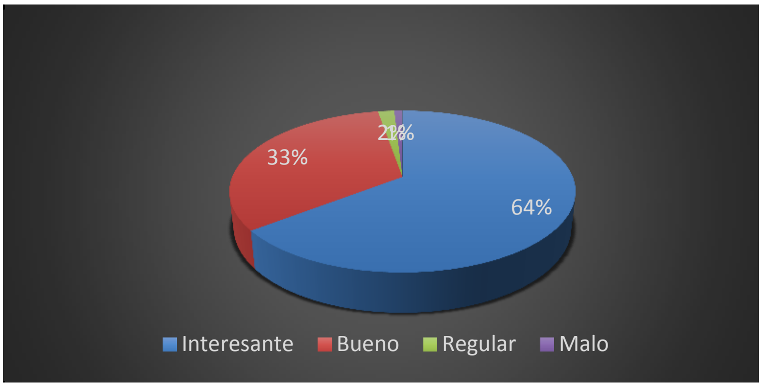
PREGUNTA 8: ¿Qué le parecería que su profesor inicia a guiar su aprendizaje de matemática explicándoles la historia?

Tabla N. 10 Historia de la matemática como pre-requisito

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Interesante	71	64,5
Bueno	36	32,7
Regular	2	1,8
Malo	1	0,9
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 11 Historia de la matemática como pre-requisito



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Un elevado número de estudiantes manifiestan entre lo bueno e interesante que sería que los docentes utilicen la historia de la matemática como prerrequisito en el proceso de guiar a los educandos hacia la asimilación de conocimientos matemáticos, siendo así, es preponderante cubrir con esta parte tan importante de este proceso que se lleva a cabo en las aulas de clase a fin de contribuir a superar las dificultades de aprendizaje presentes en estos ambientes.

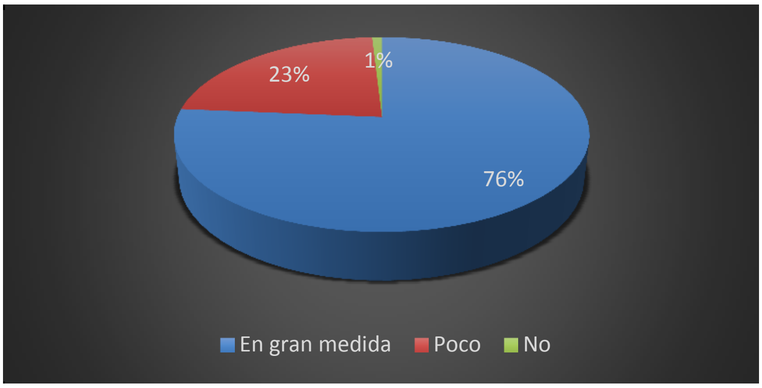
PREGUNTA 9: ¿Cree usted que es beneficioso investigar sobre la historia de la matemática para saber de dónde y por qué aparecieron?

Tabla N. 11 Importancia de investigar sobre la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
En gran medida	84	76,4
Poco	25	22,7
No	1	0,9
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 12 Importancia de investigar sobre la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

La gran parte de la población encuestada toma conciencia y considera que investigar sobre la historia de la matemática les puede ser muy útil para conocer las razones de la existencia de esta ciencia, por lo que es importante aprovechar esta predisposición y enfatizar la autoeducación mediante una estrategia tan valiosa como es la investigación, contribuyendo a contrarrestar y sobrellevar los problemas del aprendizaje matemático a través de un proceso corresponsal.

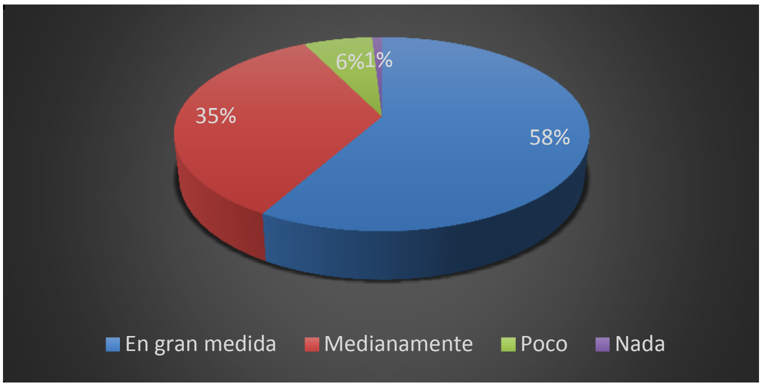
PREGUNTA 10: ¿Conocer sobre la historia de la matemática ayudaría a que se interese por la matemática?

Tabla N. 12 Interés por la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
En gran medida	64	58,2
Medianamente	38	34,5
Poco	7	6,4
Nada	1	0,9
Total	110	100,0

Fuente: Encuesta a estudiantes de 1° BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 13 Interés por la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Los docentes son conocedores de las diferencias individuales bajo las cuales los estudiantes practican el aprendizaje, siendo así, es factible acoger una alternativa como es la historia de la matemática, ya que un muy elevado número de estudiantes manifiestan que conocer sobre la historia de esta ciencia despertaría aún más su interés por lo que les enseñan, en consecuencia se tendría un recurso valioso capaz de fomentar un aprendizaje significativo, el cual solvente las necesidades y los interese de los mismos.

4.2. Resultados de la encuesta realizada a docentes de la Unidad Educativa “Gabriela Mistral”

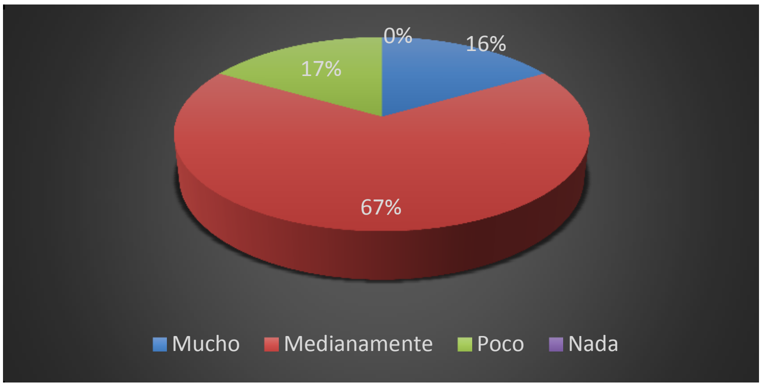
PREGUNTA 1: ¿Cuánto conoce usted de la historia del álgebra y la geometría?

Tabla N. 13 Dominio sobre la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Mucho	1	16,7
Medianamente	4	66,7
Poco	1	16,7
Nada	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 14 Dominio sobre la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Más de la mitad de docentes de matemática manifiestan que: en mediadas favorables si conocen sobre la historia del álgebra y la geometría, pero tal vez no es transmitida o no es utilizada como un recurso apropiado para compartir los conocimientos que permitan desarrollar oportunamente las destrezas con criterio de desempeño de los educandos, desperdiciando así el interés que presentan los mismos por conocer la historia de lo que aprenden en las clases de esta ciencia.

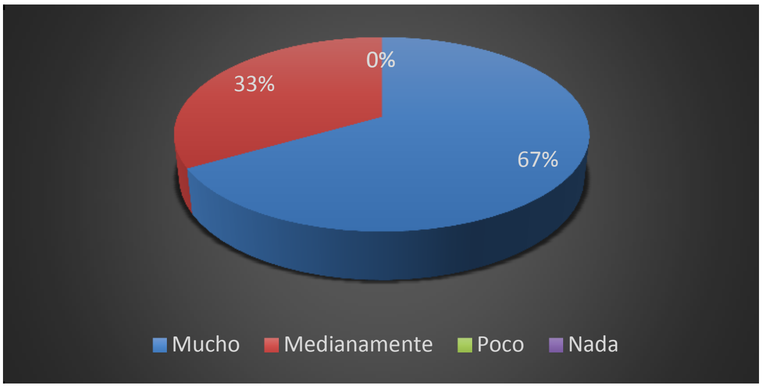
PREGUNTA 2: ¿Cree usted qué es importante dar a conocer a los estudiantes sobre la historia de la matemática?

Tabla N. 14 Importancia de la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Mucho	4	66,7
Medianamente	2	33,3
Poco	0	0,0
Nada	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 15 Importancia de la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

El total de los docentes coinciden en que es gradualmente importante dar a conocer sobre la historia de la matemática a los aprendices de estas ciencias exactas, por lo cual se debería aprovecharlo apropiadamente para brindar más facilidades que permitan encaminar a los estudiantes en el fascinante mundo del aprendizaje con un enfoque analítico-reflexivo a partir de los antecedentes existentes dentro de este campo.

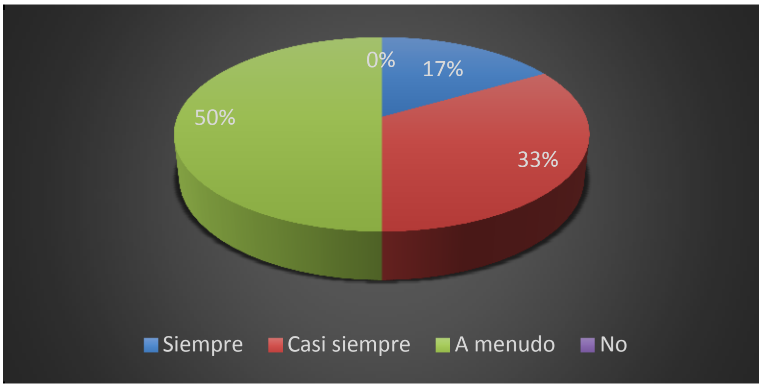
PREGUNTA 3: ¿Son interesantes las clases de matemática que usted imparte en el aula?

Tabla N. 15 Clases de matemática interesantes

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Siempre	1	16,7
Casi siempre	2	33,3
A menudo	3	50,0
No	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 16 Clases de matemática interesantes



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Se observa que los docentes ostentan puntos a favor de las clases interesantes que imparten en los diferentes ambientes de aprendizaje, y si, es un buen indicador, pero, por qué no hacer que los estudiantes se interesen más por la matemática que aprende compartiendo con ellos aspectos históricos anecdóticos lo cual puede favorecer en gran medida a mejorar su desempeño como estudiantes.

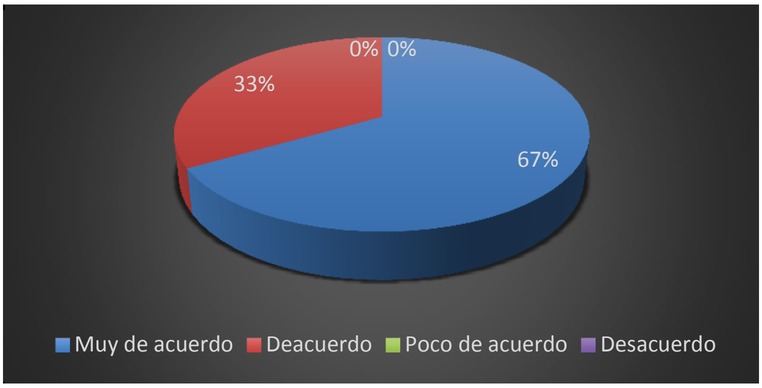
PREGUNTA 4: ¿Le gustaría que sus estudiantes conozcan la historia de los temas que les enseña en matemática?

Tabla N. 16 Valoración sobre impartir la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Muy de acuerdo	4	66,7
De acuerdo	2	33,3
Poco de acuerdo	0	0,0
Desacuerdo	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 17 Valoración sobre impartir la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Un gran porcentaje de los docentes señalan un renombrado respaldo con respecto a enriquecer de saberes históricos-matemáticos a los estudiantes, en función de obtener mejores logros y de esta manera aportar al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño, por lo que amerita construir un documento con aspectos históricos que faciliten compartir entre docentes y alumnos la historia de los se enseña y aprende respectivamente en matemática.

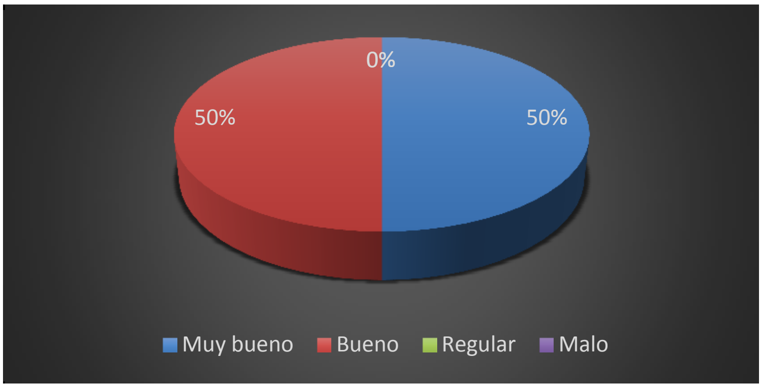
PREGUNTA 5: ¿Le parece pertinente relacionar la enseñanza del álgebra y la geometría explicándoles la historia de las mismas?

Tabla N. 17 Pertinencia de compartir la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Muy bueno	3	50,0
Bueno	3	50,0
Regular	0	0,0
Malo	0	0,0
Total	6	100

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 18 Pertinencia de compartir la historia de la matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Todos los docentes exponen indicadores proyectados hacia que es pertinente incursionar dentro del campo de la historia de las matemáticas en función de motivar y tener un recurso más para brindar un ambiente acogedor dentro del marco curricular de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, lo que puede conducir a un desenvolvimiento sobresaliente tanto de maestros cuanto de alumnos.

PREGUNTA 6: ¿Cuál es la estrategia metodológica que más utiliza en el proceso de enseñanza aprendizaje?

Tabla N. 18 Utilización de la historia de la matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Clase magistral	3	50,0
Desarrollo de ejercicios	3	50,0
Desarrollo de problemas	0	0,0
Historia de la Matemática	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 19 Utilización de la historia de la matemática

Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Ningún docente utilizan la historia de la matemática como recurso metodológico para iniciar sus clases, en consecuencia hay que considerar que se está obviando algo muy importante en la formación de los alumnos y esto promueve a seguir conservando las dificultades de aprendizaje que no permiten desarrollar a cabalidad las destrezas con criterio de desempeño.

PREGUNTA 7: ¿Qué tipos de motivación realiza Ud. En las clases de matemática?

Tabla N. 19 Tipo de motivación

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Dinámica	0	0,0
Juegos lógicos	1	16,7
Cuentos anecdóticos	5	83,3
socializa la historia de la matemática	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 20 Tipo de motivación

Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Casi la totalidad de docentes manifiestan que solo utilizan los cuentos anecdóticos como motivación para empezar las clases, lo cual si cumple con parte del proceso enseñanza aprendizaje, pero en muchas de las ocasiones la motivación no guarda relación con el tema a impartirse y es aquí donde existe inconsistencia bebido a que se logra un mejor aprendizaje si la motivación está directamente relacionado con lo que se va a aprender. Es evidente que ningún docente socializa aspectos de la historia de la matemática para empezar las clases, por lo que es necesario brindar un recurso de apoyo el cual permita cumplir con el proceso y a la vez contribuir a un aprendizaje significativo.

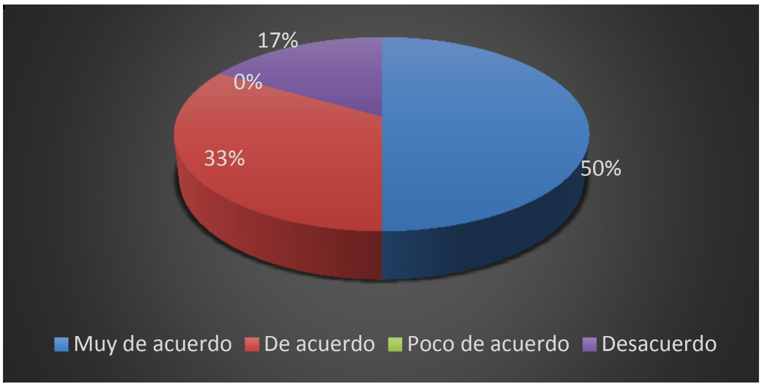
PREGUNTA 8: ¿Cree que sería factible explicar a sus alumnos sobre los fundamentos de los temas que enseña?

Tabla N. 20 Explicación de los fundamentos de los contenidos de matemática

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Muy de acuerdo	3	50,0
De acuerdo	2	33,3
Poco de acuerdo	0	0,0
Desacuerdo	1	16,7
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 21 Explicación de los fundamentos de los contenidos de matemática



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Un alto porcentaje de los docentes revelan estar de acuerdo en que explicar los fundamentos de la matemática que se enseña es factible, en función de rescatar las razones de la existencia de las ciencias exactas y así lograr cimentar de mejor manera los conocimientos que se abordan en los ambientes de aprendizaje, a fin de despertar el espíritu curioso de ciertos estudiantes quienes pueden inclinarse por aventurarse en el mundo de la investigación.

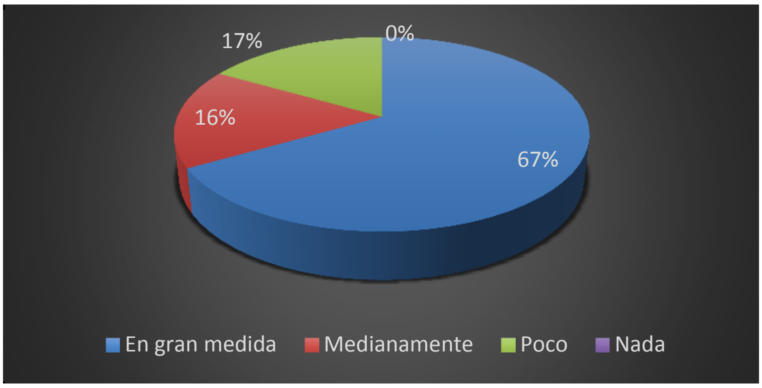
PREGUNTA 9: ¿Será pertinente enseñar a los estudiantes sobre la epistemología de los términos matemáticos?

Tabla N. 21 Pertinencia de enseñar epistemología de términos

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
En gran medida	4	66,7
Medianamente	1	16,7
Poco	1	16,7
Nada	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 22 Pertinencia de enseñar epistemología de términos



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

La mayoría de los docentes de la población en estudio acogen en gran medida la iniciativa de compartir con los estudiantes la epistemología de los términos utilizados en matemática, debido a que se considera conveniente conocer sobre la naturaleza de las palabras que se manejan en el cotidiano lenguaje matemático y se evidencia el respaldo por parte de los docentes encuestados quienes mantienen su postura de que es una manera de enriquecer de cultura general matemática a los alumnos.

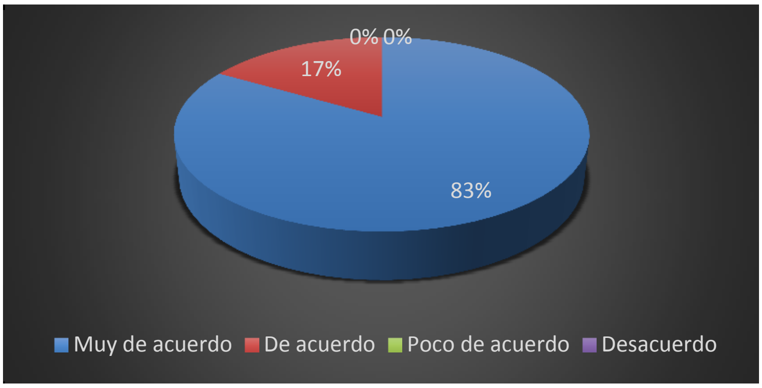
PREGUNTA 10: ¿Considera apropiado enriquecer culturalmente los conocimientos sobre la historia a de la matemática a los educandos?

Tabla N. 22 Enriquecimiento cultural

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Muy de acuerdo	5	83,3
De acuerdo	1	16,7
Poco de acuerdo	0	0,0
Desacuerdo	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 23 Enriquecimiento cultural



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Incursionar en el mundo del saber es lo que fomenta y motiva a salir de la ignorancia y a ampliarse los horizontes, de esta manera se evidencia parcialmente que enriquecer culturalmente con la historia de la matemática a los educandos es un punto con el cual los docentes están muy de acuerdo en todo el sentido de la palabra, porque contribuirá a alcanzar y posteriormente dominar los aprendizajes que conllevan a desarrollar las destrezas con criterio de desempeño requeridas para cubrir con la demanda de intereses y necesidades de la vida cotidiana.

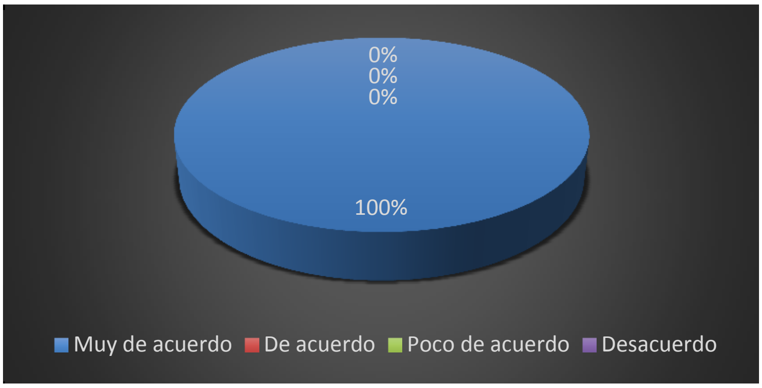
PREGUNTA 11: ¿Le gustaría contar con una guía metodológica que incorpore la historia de la Matemática para la enseñanza-aprendizaje del álgebra y geometría?

Tabla N. 23 Aceptación de la guía metodológica

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Muy de acuerdo	6	100,0
De acuerdo	0	0,0
Poco de acuerdo	0	0,0
Desacuerdo	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa "Gabriel Mistral"

Gráfico N. 24 Aceptación de la guía metodológica



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

El total de la población de educadores expresa estar muy de acuerdo en contar con una guía metodológica que incorpore la historia de la Matemática como base fundamental del proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra y geometría a fin de tener más herramientas de apoyo las cuales aporten a combatir las dificultades presentes en los diferentes ambientes de aprendizaje.

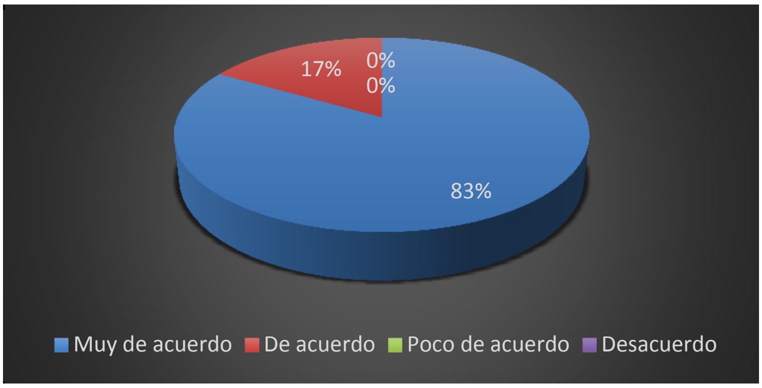
PREGUNTA 12: ¿Estaría de acuerdo en participar en la socialización de una guía metodológica que incorpore la historia de la Matemática?

Tabla N. 24 Participar en la socialización

Alternativa	Frecuencia (u)	Porcentaje (%)
Muy de acuerdo	5	83,3
De acuerdo	1	16,7
Poco de acuerdo	0	0,0
Desacuerdo	0	0,0
Total	6	100,0

Fuente: Encuesta a docentes de matemática de la Unidad Educativa “Gabriel Mistral”

Gráfico N. 25 Participar en la socialización



Elaborado por: Avimael Velásquez

Interpretación:

Los docentes manifiestan una alta predisposición para ser partícipes en la socialización de la propuesta metodológica la cual incorporará la historia de la Matemática dentro del proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra y la geometría, en consecuencia lograran conocer las estructuración de la guía lo que permita dar un mejor uso de la misma.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Una vez realizado el respectivo análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la investigación, a través de los instrumentos de indagación como son la ficha de observación y las encuestas aplicadas a los estudiantes y docentes del primero BGU en ciencias de la Unidad Educativa "Gabriela Mistral" de la ciudad de Otavalo se ha logrado establecer las siguientes conclusiones.

- La enseñanza de la matemática en la actualidad no toma en cuenta la historia de la matemática como recurso importante en el proceso de construcción del conocimiento, es decir, los docentes no comparten con los estudiantes la historia de lo que enseñan, ni los textos contienen apropiada información acerca de los antecedentes matemáticos, lo que conduce desafortunadamente a mantener los problemas de aprendizaje, los cuales se pueden superar y mejorar mediante la implementación de una propuesta metodológica que sí involucre la historia.

- Los estudiantes consideran muy relevante conocer la historia de los temas que aprenden en matemática, además presentan una gran predisposición para investigar sobre estos aspectos ya que creen contribuiría sustancialmente a interesarse por esta ciencia, lo cual complementa la labor docente al momento de desarrollar las destrezas con criterio de desempeño que permiten aprovechar al máximo la capacidad del educando.

- Los docentes poseen un conocimiento medio sobre la historia del álgebra y la geometría, sin embargo no utilizan apropiadamente estos saberes históricos como un recurso para fundamentar los conocimientos, además tampoco cuentan con una herramienta o guía metodológica que involucre la historia de la matemática al momento de iniciar con el proceso de enseñanza aprendizaje que permita desarrollar destrezas con criterio de desempeño acertadamente.

- Está claro que tener una guía metodológica que relacione la enseñanza de los conocimientos matemáticos con su respectiva fundamentación histórica sería factible, pertinente y apropiado para lograr un aprendizaje significativo que a la vez enriquezca culturalmente sobre la importancia de la historia de la matemática en los ambientes de aprendizaje.

5.2. Recomendaciones

- Se sugiere a los docentes investigar sobre la historia de la Matemática y también promover en los estudiantes el hábito de investigadores ya que a la larga contribuirá al correcto desempeño en toda la trayectoria estudiantil.

- Se recomienda utilizar la historia de los temas que se va a enseñar en matemática como prerrequisito dentro del proceso de enseñanza aprendizaje

- Los estudiantes de matemática deben construir su aprendizaje mediante el análisis y reflexión sobre los antecedentes históricos de la matemática, para que logren comprender el porqué de los fundamentos, el presente de los conocimientos y así entiendan la importancia de aprender las ciencias exactas.

- Se recomienda a los directivos y docentes utilizar la guía metodológica, la cual contribuirá al mejoramiento de la enseñanza aprendizaje y al desarrollo de destrezas en el bloque de álgebra y geometría en los primeros años de BGU.

CAPÍTULO VI

6. PROPUESTA ALTERNATIVA

6.1. Título de la propuesta

GUÍA METODOLÓGICA “LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA COMO RECURSO PARA ENSEÑAR Y APRENDER ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA”

6.2. Justificación e importancia

La guía contribuirá a desarrollar y fortalecer las destrezas con criterio de desempeño de los estudiantes de primero BGU de la Unidad Educativa “Gabriela Mistral” sobre álgebra y geometría. En vista de que se ha diagnosticado las dificultades en los ambientes de aprendizaje debido a la deficiente utilización de recursos metodológicos por parte de los docentes de matemática al momento de desarrollar el debido proceso de la construcción del conocimiento. Se presenta una propuesta la cual permita involucrar al estudiante como protagonista crítico, es decir, fomentando interés por lo que aprenden desde un enfoque en el cual se considere los orígenes y fundamentos de los conocimientos matemáticos acompañados de la historia que les rodea.

La forma usual que en la actualidad se maneja al enseñar conceptos abstractos aparentemente salidos de la nada o sin razón de ser y existir ha provocado un rechazo de la matemática por parte de los educandos lo que impide llegar al ellos con el conocimiento.

Por lo tanto presentar la matemática a través de la historia con los personajes que la descubrieron y crearon, con sus virtudes, defectos y anécdotas, acerca esta ciencia al lector impulsando la curiosidad para mejorar el interés y superar las dificultades que se vayan presentando con la finalidad de que el estudiante logre adueñarse del conocimiento y pueda a la vez dar uso a esos conocimientos hacia satisfacer las necesidades y cubrir los intereses de la vida cotidiana.

La necesidad de los docentes, cuyo nivel de investigación no les permite apoyarse y profundizar dentro de los aspectos históricos de la ciencia que comparten con los educandos, ni tan poco fomentar el espíritu investigativo de los alumnos con la finalidad de obtener mejores resultados en la enseñanza aprendizaje, es una problemática a la que se puede poner fin mediante el correcto uso de la guía, ya que esta posee una estructura la cual rescata la parte histórica de la ciencia, estimula un estudio analítico reflexivo, enlazando los conocimientos previos con los nuevos y de esta manera ofrece un recurso de apoyo para perpetuar el aprendizaje requerido dando lugar a entender la importancia de aprender matemática.

Otro factor importante que tiene mucha incidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje es la motivación intrínseca presente en los antecedentes históricos por los cuales surge la matemática y por los cuales ha atravesado para llegar a ser una herramienta muy útil que facilite el desempeño de los seres humanos en el desenvolvimiento de la vida diaria.

La propuesta aportará científicamente en el sentido de que será una herramienta de apoyo la cual involucre tanto al docente como al estudiante en el amplio horizonte de la enseñanza aprendizaje con la finalidad de lograr aprendizajes mejor fundamentados los mismos que se los puede lograr mediante aportes investigativos individuales y colectivos que a la vez complemente con el pertinente desarrollo de destrezas con criterio de desempeño.

A nivel educativo, la guía involucra una metodología basada en el análisis-reflexión sobre la historia de la matemática, diseñada de tal manera que cumpla con los parámetros de un proceso capaz de guiar al estudiante hacia un aprendizaje significativo, el mismo que contribuya a utilizar eficientemente los recursos educativos corresponsablemente entre docentes y estudiantes.

A nivel social, el cambio del paradigma educativo en el cual el hecho de aprender a aprender es la pauta más trascendental que se puede sembrar en los educandos con el objetivo de que sean ellos mismos los protagonistas principales en los propios ambientes de aprendizaje, que mediante la curiosidad y la investigación de la mano logren solventar los aprendizajes en el marco de la demanda de la sociedad.

A nivel filosófico, la posibilidad de perpetuar el aprendizaje hacia una educación cambiante, actualizada y de calidad que a más de velar por el desarrollo integral del individuo en base a los intereses y necesidades que demanda el ser humano, se lo pueda utilizar para el enriquecimiento de cultura general en matemática lo que aprueba al educando como un ente crítico en el maravilloso mundo de la ciencias exactas.

Esta propuesta beneficiará principalmente a los estudiantes de primero BGU de la Unidad Educativa “Gabriela Mistral” a mejorar su desempeño como estudiantes de matemática, de hecho también tendrá trascendencia a nivel de los docentes, pues son los actores principales de la educación, y toda herramienta que aporte a su formación será un recurso valioso que se debe aprovechar oportunamente, por otra parte cabe recalcar que indirectamente se beneficiaran estudiantes de otras instituciones educativas ya que el currículo se lo ejecuta a nivel nacional.

6.3. Fundamentación de la propuesta

La propuesta está fundamentada en la teoría constructivista, donde el aprendizaje esta direccionado a la construcción autónoma de los conocimientos por los mismos estudiantes bajo la tutoría de los docentes, así se logra un ambiente de aprendizaje dinámico, participativo e interactivo en el que el estudiante es el protagonista principal.

Consecuentemente es factible fundamentarla en la teoría del aprendizaje significativo, debido a que se recurre a los prerrequisitos como elemento sustancial del proceso enseñanza aprendizaje, el cual permite abordar la historia de la matemática desde un enfoque de redescubrimiento, facultando el análisis y la criticidad del educando al momento de incursionar en los fundamentos de la matemática.

6.4. Objetivos

6.4.1. Objetivo general

Fundamentar y mejorar la enseñanza-aprendizaje del álgebra y la geometría, desde un enfoque histórico, fomentando el espíritu investigativo y enriqueciendo de cultura general sobre matemática a los estudiantes de primero BGU.

6.4.2. Objetivos específicos

- Promover en los estudiantes la importancia de la historia de la matemática para motivar el interés por esta ciencia.
- Brindar a los docentes un recurso de apoyo que permita compartir los conocimientos de forma apropiada y oportuna.
- Socializar la guía metodológica para que sea utilizada pertinentemente en los ambientes de aprendizaje.

6.5. Ubicación sectorial y física

La guía está dirigida a estudiantes y docentes de la Unidad Educativa “Gabriela Mistral” ubicada en la dirección Luis Enrique Cisneros 8-71 y Panamericana Norte en de la ciudad de Otavalo, provincia de Imbabura.

6.6. Desarrollo de la propuesta

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Historia de la Matemática como recurso metodológico para enseñar y aprender Álgebra y Geometría

Por: Avimael Velásquez

Ibarra, 2015

Introducción

La presente guía es una propuesta metodológica que busca potenciar las capacidades de los estudiantes para aplicar los conocimientos y destrezas como: analizar, razonar, interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana. Además contiene síntesis historias importantes que se recomienda exponer y discutir antes, durante y después del proceso de aprendizaje.

Está organizado en dos unidades. En las cuales se puede aprovechar eficientemente la historia de la Matemática como recurso metodológico.

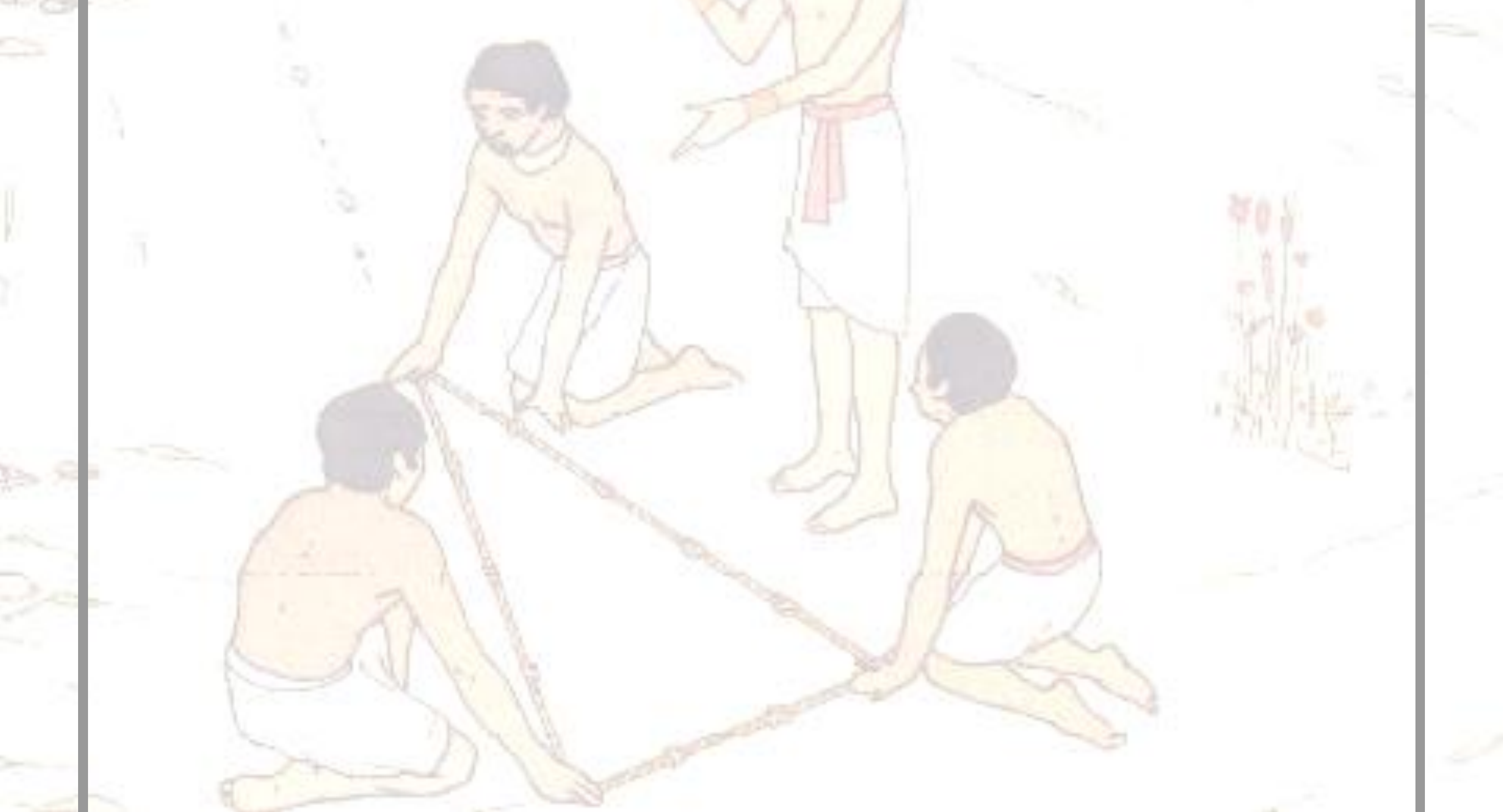
El desarrollo de las destrezas dentro de cada unidad incluye actividades que permiten observar el avance de los estudiantes y evaluar el aprendizaje mediante tareas, trabajos individuales y lecciones.

Al término de cada lección de estudio se proponen actividades que permiten la revisión activa de todos los conocimientos y la resolución de problemas enfocados en los indicadores esenciales de evaluación.

Para motivar a trabajar con las Tecnologías de la Información y la Comunicación se presentan actividades con las cuales podrán investigar y mirar videos sobre aspectos matemáticos-históricos trascendentales, que permitan reflexionar acerca de la importancia de la historia de la Matemática y lo indispensable que es para la vida.

<table>
<tr><th colspan="3">PLAN DE BLOQUE CURRICULAR: ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA</th></tr>
<tr><td colspan="3">1. DATOS INFORMATIVOS:</td></tr>
<tr><td>Nivel:</td><td>Área: Matemática</td><td>Asignatura:</td></tr>
<tr><td>Docente:</td><td>Curso:</td><td>Año lectivo:</td></tr>
<tr><td>Eje transversal:
• La interculturalidad
• Formación de una ciudadanía democrática
• La protección del medio ambiente
• Cuidad de la salud y los hábitos de recreación
• La educación sexual en los jóvenes</td><td>Macrodestrezas:
• Conceptual
• Calculativa o procedimental
• Modelización</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Eje de aprendizaje: abstracción, generalización, conjetura y demostración, integración de conocimientos, comunicación de ideas matemáticas, y el uso de tecnologías en la solución de problemas.</td></tr>
<tr><td>Eje curricular integrador: adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas, mediante la elaboración de modelos.</td><td colspan="2">Objetivos educativos del bloque:
• Entender los vectores como herramientas para representar magnitudes físicas.
• Desarrollar intuición y comprensión geométricas de las operaciones entre vectores.
• Comprender la geometría del plano mediante el espacio $\boldsymbol{R^2}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">2. RELACIÓN ENTRE COMPONENTES CURRICULARES</td></tr>
<tr><td>Destreza con criterio de desempeño</td><td>Recurso metodológico</td><td>Indicadores esenciales de evaluación</td></tr>
<tr><td rowspan="3">✓ Representar un vector en el plano a partir del conocimiento de su dirección, sentido y longitud. (P)
✓ Reconocer los elementos de un vector a partir de su representación gráfica. (C)
✓ Identificar entre sí los vectores que tienen el mismo sentido, dirección y longitud, a través del concepto de relación de equivalencia. (C)
✓ Operar con vectores en forma gráfica mediante la traslación de los orígenes a un solo punto. (P)
✓ Demostrar teoremas simples de la geometría plana mediante las operaciones e identificación entre los vectores. (C, P)
✓ Representar puntos y vectores en ℝ2. (P)
✓ Representar las operaciones entre elementos de ℝ2 en un sistema de coordenadas, a través de la identificación</td><td rowspan="3">✓ Recurso histórico
○ Analizar, reflexionar y motivar mediante videos, historietas, biografías, anécdotas, aportes importantes y preguntas relacionadas.
✓ Fundamentos
○ definiciones y etimología.
○ Investigar origen de términos matemáticos.
○ Comparar terminología.
✓ Solución guiada de ejercicios problemas</td><td>✓Reconoce los elementos de un vector en ℝ2.
✓Opera con vectores de ℝ2.
✓Determina la longitud de un vector.
✓ Calcula el perímetro y el área de una figura geométrica.
✓Resuelve problemas de la Física aplicando vectores.</td></tr>
<tr><td>❖ Técnica Test</td></tr>
<tr><td>❖ Método Cuestionari o</td></tr>
</table>

entre los resultados de las operaciones y vectores geométricos. (P) ✓ Determinar la longitud de un vector utilizando las propiedades de las operaciones con vectores. (P) ✓ Calcular el perímetro y el área de una figura geométrica mediante el uso de la distancia entre dos puntos y las fórmulas respectivas de la geometría plana. (P) ✓ Resolver problemas de la Física (principalmente relacionados con fuerza y velocidad) aplicando vectores. (C, P, M)	○ Utilizar métodos de enseñanza matemática: ▪ Método de solución de problemas ▪ Método heurístico ▪ Método inductivo-deductivo ▪ Método de proyectos ✓ **Aplicación** ○ Basado en problemas de la vida cotidiana ○ Interdisciplinariedad con otras ciencias ○ Trabajar con material concreto ○ Inventar y plantear ejercicios-problemas propios de cada estudiante.	



Estructura procedimental de la guía:

La guía metodológica está estructurada en dos unidades, las mismas que contienen conocimientos de álgebra y geometría extraídos de los lineamientos curriculares de 1° BGU, que serán enfocados enfatizando la historia de la Matemática como recurso metodológico basado en un proceso que consta de las siguientes estrategias:

1) **Recurso histórico**
    a. Analizar, reflexionar y motivar mediante videos, historietas, biografías, anécdotas, aportes importantes y preguntas relacionadas.
2) **Fundamentos**
    a. Definiciones y etimología.
    b. Investigar origen de términos matemáticos.
    c. Comparar terminología.
3) **Solución guiada**
    a. Utilizar métodos de enseñanza matemática:
        i. Método de solución de problemas
        ii. Método heurístico
        iii. Método inductivo-deductivo
        iv. Método de proyectos
4) **Aplicación**
    a. Basado en problemas de la vida cotidiana
    b. Interdisciplinariedad con otras ciencias
    c. Trabajar con material concreto
    d. Inventar y plantear ejercicios-problemas propios de cada estudiante.

Estructura temática de la guía:

- **UNIDAD 1: Álgebra**
  - **Historia del álgebra**
  - **Expresiones algebráicas**
  - **Ecuaciones**
- **UNIDAD 2: Geometría**
  - **Historia de la geometría**
  - **Ángulos**
  - **Conteo de segmentos y figuras**
  - **Vectores en R^2**
    - **Brújula**
    - **Balística**
    - **Billar**
    - **Natación**
  - **Teorema de Pitágoras**
  - **Distancia entre dos puntos**
  - **Punto medio de un segmento**
  - **Perímetro y área de figuras geométricas**
    - **Teorema de senos**
    - **Teorema de cosenos**
  - **Velocidad y fuerzas**

UNIDAD 1: Álgebra

Fundamentos

Historia del álgebra

Recurso histórico

Matemática en Egipto y Mesopotamia

¿Qué es la matemática?

¿Dónde o cómo nace la matemática?

¿Para qué sirve la matemática?

Ver video sobre Matemática en Egipto:

https://www.youtube.com/watch?v=37eEB5M1St0

Ver video sobre historia del álgebra:
https://www.youtube.com/watch?v=TQc4WE61rhU

(Del árabe al-jabr, restauración). El origen de este término se remonta al año 830 cuando el insigne matemático árabe Mohamed ibn Musa al- Khuwarizmi escribió un libro titulado Al-jabr w'al muqabâbala, que se puede traducir como Restauración y simplificación.

Álgebra babilónica:

Los babilonios podían resolver ecuaciones lineales y cuadráticas (por completación del cuadrado o por substitución). Aún podían resolver complicados sistemas, como por ejemplo:

$$\begin{cases} x^8 + x^6 y^2 = (3.200.000)^2 \\ x.y = 1.200 \end{cases}$$

Ejemplo-problema:
"He sumado el área de mis dos cuadrados, lo que me da 21,15 y el lado de uno es más pequeño que el lado del otro"

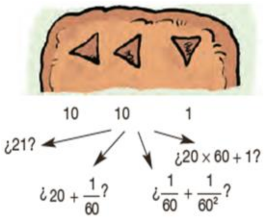
Álgebra en Egipto.

Muchos de los 110 problemas contenidos en los papiros de Rhind y de Moscú son de carácter práctico, relacionados a la vida cotidiana. Ellos generalmente se resuelven vía la aritmética o utilizando ecuaciones lineales de la forma:

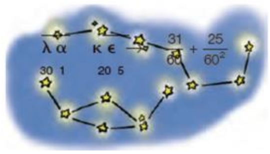
$$x + ax = b;\ x + ax + cx = b$$

Recurso histórico

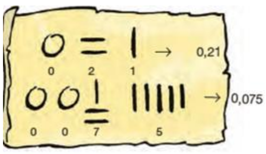
En babilonia escribían los números decimales en su sistema posicional de base 60, igual que los números enteros.



Los números decimales no se utilizaban en Egipto, sólo fracciones. Los griegos y los hindúes los utilizaban solamente para cálculos astronómicos



Cuando apareció la cifra 0, los chinos escribían los números decimales con su método de varillas de manera muy análoga a la actual.



A la incógnita "x" la llamaban (aha) ó (h). Existen problemas de proporcionalidad, de regla de tres, de repartición proporcional; existen cuestiones que llevan a progresiones aritméticas y geométricas. En diversos casos se usa el método de la "falsa posición".

Álgebra Pitagórica.

El descubrimiento de la irracionalidad de $\sqrt{2}$, por parte de los pitagóricos, trajo muchas consecuencias interesantes.

Curiosidad:

¿Por qué a los números naturales se los representa con la letra ***N***?

Debido a su letra inicial del inglés "*natural*"

¿Por qué a los números enteros se los representa con la letra ***Z***, y no con la letra ***E***?

Debido a su letra inicial del alemán "*Zahl*", que significa número.

¿Por qué a los números racionales se los representa con la letra ***Q***, y no con la letra ***R***?

Debido a su letra inicial del inglés "*quotient*", que significa cociente.

¿Por qué a los números irracionales se los representa con la letra ***I***?

Por su letra inicial del inglés "*irrational*"

Clasificación de los números:

Al-Uglidisi notó a las fracciones decimales muy parecidos a la actual. Así 7,51 era: $\overline{7'51}$ → 7 unidades y 51 de cien Al-Kasi divulgó su teoría sobre números decimales en su trabajo “Clave de la aritmética”.
En 1585, el belga S. Stevin demostró en su trabajo “La Disme” que con números decimales también se podía opera. La notación que utilizó fue:

El escocés J. Napier implantó a principios del siglo XVII la notación actualmente utilizada para los números decimales.

Recurso histórico

Abu Al-Khwarizmi nació alrededor del año 780 en Bagdad, Irak.
Ver video sobre Al-Khwarizmi:
https://www.youtube.com/watch?v=eqtZPuomrPA

Expresiones Algebráicas

Fundamentos

Una expresión algebraica es una serie de números y letras unidos mediante los signos de las operaciones aritméticas.

Las expresiones algebraicas también nos sirven para describir diferentes situaciones.

Para representar cantidades generalmente utilizamos números. Pero hay ocasiones en que también empleamos letras.

Por ejemplo: Si se sabe que Pablo tiene 8 años, se puede calcular fácilmente la edad de sus hermanos.

Así: Pablo tiene tres hermanos: Juan, que es dos años menor que él, Carla, que es dos años mayor, y María, que le dobla la edad.

$Juan$	$Carla$	$María$
$8-2=6$	$8+2=10$	$8x2=16$

Ahora: en el caso que se desconozca la edad de Pablo se lo representa con la letra x, y se puede expresar la edad de sus hermanos de la siguiente forma.

$Juan$	$Carla$	$María$
$X-2=6$	$X+2=10$	$2.X=16$

Recurso histórico

Tartaglia, nació en 1499 en Brescia, fue traductor del libro "los elementos"

Ver video sobre importancia del álgebra: https://www.youtube.com/watch?v=Rx4UF7OasKA

Etimología:
Dividir (del latín $divĭdĕre$, partir, separar) División, divisor, dividendo, individuo (indivisible).

Etimología:
Incógnita (del latín *in*, no y el participio de $cogno - sĕcre$, conocer) No conocida. Se aplica a la cantidad desconocida de una ecuación. Conocer, desconocer, reconocer.

Estas son expresiones algebraicas

Lo que en el lenguaje algebraico se plantearía como:

- Si se resta dos años a la edad de Pablo entonces Juan tiene seis años.
- Si se añade dos años a la edad de Pablo entonces Carla tiene diez años.
- Al duplicar la edad de Pablo entonces el resultado es dieciséis y esto equivale a la edad de María.

Ecuaciones

Fundamentos

Ecuación.- (del latín, derivado de aequus, igual) Es una igualdad en la que hay incógnitas. Igualdad, ecuación, equidistante, equilibrio (del latín aequalis, igual y libra, balanza), equinoccio (época en la que los días son de igual duración que las noches), lateral (perteneciente o situado al lado de una cosa).

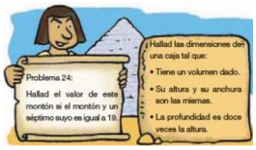
Una **identidad** es una igualdad que se verifica para cualquier valor numérico de las letras que aparecen en ella.

Una **ecuación** es una igualdad que se verifica para algunos valores numéricos de las letras que aparecen en ella.

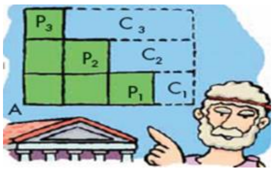
$3x + 2x = 5x$	$3x + 4 = 7$	$3x + 2 = 3x - 1$
Para cualquier valor de x	*Solo para* $x = 1$	*Para ningún valor de x*

Recurso histórico

Antiguamente las civilizaciones resolvían de forma verbal situaciones que hoy representamos con ayuda de las ecuaciones



En la Grecia clásica resolvían geométricamente circunstancias correspondientes a ecuaciones sencillas.



Diofanto (s. III) utilizo por primera vez símbolos en el planteamiento y solución de problemas, aunque resolvía aritméticamente las ecuaciones planteadas.

Los hindúes amplían las ideas de Diofanto, pero los árabes retornan a un álgebra verbal.

Resolver una **ecuación** es determinar los valores numéricos de la incógnita que satisfacen la igualdad, esto es, hallar las soluciones.

Ejemplo:

El triple de un número aumentado en cuatro es igual a diez: $3\,x + 4 = 10\; solución: x = 2$

Solución guiada

Ejercicio:

Resolver la siguiente ecuación

$$1{,}2 + 0{,}4x = 0{,}6x - 0{,}3$$

Agrupar los términos que contienen x en un solo lado de la ecuación, se recomienda antes del igual. Y los términos independientes en el otro lado de la igualdad, se recomienda después del signo igual.

$$0{,}4x - 0{,}6x = -0{,}3 - 1{,}2$$

Para facilitar los cálculos, multiplicar por diez a toda la ecuación

$$4x - 6x = -3 - 12$$

$$-2x = -15$$

Multiplicar por (-1) a toda la igualdad

$$2x = 15$$

Despejar x

$$x = \frac{15}{2}$$

$$x = 7{,}5$$

Solución guiada

Problema:

El total de dinero recaudado por cuatro estudiantes suma 67,5 dólares. Si Pedro recolecto el doble de lo de Juan, Claudia el doble de lo de Pedro y Anita el doble de lo de Claudia. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Estudiantes	Cantidad de dinero
Juan	x
Pedro	$2(x) = 2x$
Claudia	$2(2x) = 4x$
Anita	$2(4x) = 8x$

Todo suma 67,5 dólares

Entonces

$$x + 2x + 4x + 8x = 67{,}5$$

$$15x = 67{,}5$$

$$x = 4{,}5\ dólares$$

Estudiantes	Cantidad de dinero
Juan	$x = 4{,}5$
Pedro	$2x = 9$
Claudia	$4x = 18$
Anita	$8x = 36$

Fortalecer las destrezas mediante el desarrollo de la parte de aplicación, en la Actividad N° 1.

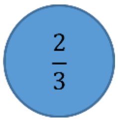
Recurso histórico

¿Quienes descubrieron las fracciones?

Los egipcios

¿Porqué o para que necesitaban las fracciones?

Para repartir equitativamente los bienes o posesiones con los demás.



¿Cómo repartían dos panes para tres miembros de la familia?

Repartir en mitades, entonces a cada uno a $\frac{1}{2}$, y sobra $\frac{1}{2}$, luego ese un medio volverlo a partir en tres pedazos, a $\frac{1}{6}$ para cada uno de los tres.

Entonces: $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

Ver video sobre historia de las fracciones:

https://www.youtube.com/watch?v=MeAhplo4KRw

Resolución de problemas mediante ecuaciones:

Solución guiada

Problema:

1) Enunciado del problema: La cabeza de un perro mide 18,6 cm de longitud, su cola es tan larga como la cabeza y mide la mitad parte del lomo. El lomo es tan largo como la cabeza y la cola juntas. ¿Entonces, cuánto mide de largo el perro?

2) Identificación del problema:

- Leer el problema
- Interpretar el problema

Se trata de un problema en el cual la longitud del perro está expresada en base a medidas proporcionales de las demás partes del cuerpo del animal.

- Identificar datos e incógnitos

Datos: medidas

$$Cabeza = 18{,}6cm$$

Incógnitas:

Longitud total del perro = ¿?

- Establecer relaciones entre datos e incógnitas

$$Cabeza: k$$

$$Cola: c$$

$$Lomo: x$$

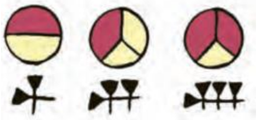
Cola es tan larga como la cabeza → $c = k = 18{,}6cm$

Cola mide la mitad del lomo → $c = \frac{1}{2}x$

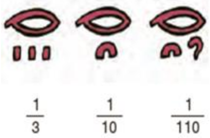
El lomo es tan largo como cabeza y cola juntas

Recurso histórico

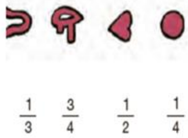
Los babilonios tenían notaciones especiales para algunas fracciones.



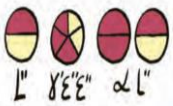
En Egipto empleaban fracciones con numerador unidad. Para ello, colocaban un símbolo especial sobre del número que funcionaba de denominador.



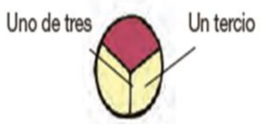
Ciertas fracciones egipcias se formulaban mediante signos especiales.



Los griegos usaban fracciones con numerador unidad, como los egipcios.



Al principio, los griegos consideraron las fracciones como razones geométricas.
.



→ $x = k + c$

→ $x = 18{,}6cm + 18{,}6cm$

→ $x = 37{,}2cm$

3) Formulación de alternativas de solución:

- Proponer posibles soluciones

Formar sistemas de ecuaciones mediante las igualdades obtenidas.

- Analizar posibles soluciones
- Formular oraciones matemáticas

4) Resolución:

- Matematizar el problema

→ $l_t = k + x + c$

→ $l_t = 18{,}6cm + 37{,}2cm + 18{,}6cm$

→ $l_t = 74{,}4cm$

- Relacionar el problema y operaciones
- Fraccionar el problema en operaciones parciales
- Efectuar operaciones

5) Verificación de solución:

- Examinar las soluciones

→$c = \frac{1}{2}x$

→$c = \frac{1}{2}.37{,}2cm$

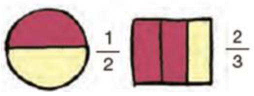
→$c = 18{,}6cm$

- Interpretar el resultado
- Validar procesos y resultados
- Rectificar procesos y soluciones erróneas

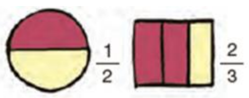
Recurso histórico

Los romanos manejaban un sistema fraccionario basado en la división de la unidad en una docena.

En la India escribian las fracciones con el numerador encima del denominador.



Los árabes adoptaron el sistema hindú y le añadieron la barra horizontal. Así crearon los símbolos que hoy se utilizan.



Diofanto

Diofanto primer matemático griego, mostró un talento genuino para el álgebra.

Repartición de camellos

Solución guiada

Problema:

En la antigua Bagdad, un padre antes de morir hizo su testamento en el cual determinaba como se debían repartir los camellos entre tres hermanos; de tal manera que al mayor le toque la mitad, al del medio la tercera parte y al menor la novena parte. Si la herencia constaba de treinta y cinco camellos ¿cuántos animales recibieron cada uno?

Método heurístico

Solución:

- Descripción

Repartir camellos entre tres hermanos

- Exploración

Treinta y cinco camellos

- Comparación

Al hermano mayor la mitad, al del medio la tercera parte y al menor la novena parte del total

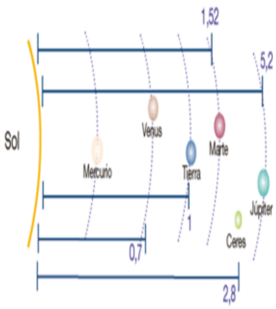
- Abstracción

Analizar qué; al dividir 35 para las proporciones indicadas da un cociente de números decimales. Y no es factible realizar una repartición en la que a uno le toque 17,5 camellos, a los siguientes 11,6 camellos y al último 3,8 camellos.

$$\frac{35}{2} = 17{,}50 \qquad \frac{35}{3} = 11{,}66 \qquad \frac{35}{9} = 3{,}88$$

Recurso histórico

Johann Elert Boden nacido en Alemania, en 1772, estudió la sucesión 3; 6; 12; 24; 48;… y la modificó al sumar a cada término cuatro y dividir el resultado para diez, con lo que obtuvo la sucesión denominada de Bode-Tito: 0,7; 1; 1,6; 2,8; 5,2;… Genial, pues los primeros números se aproximaban a la distancia entre el Sol y los planetas conocidos. Consecutivamente, descubrieron que a la distancia de 2,8 unidades astronómicas se encontraba el asteroide Ceres.



- Generalización

Por lo tanto, una vez más es posible dar solución al problema mediante la aplicación de la maravillosa matemática, para este particular con ayuda de las fracciones. Basados en la historia de este problema, se sabe que mientras los tres hermanos discutían sobre la repartición de los camellos, un sabio matemático; que pasaba por el lugar acompañado de un amigo el cual también poseía un camello en el que se transportaban, ofreció ayudarles a solucionar el inconveniente.

Entonces tomó prestado el camello del acompañante para completar el conjunto de 36 animales.

Así; si al hermano mayor le correspondía la mitad, sería $\frac{36}{2} = 18\, camellos$, no tendría por qué quejarse, pues le correspondió más de lo que al principio creía.

Si al hermano del medio le toca la tercera parte, sería $\frac{36}{3} = 12\, camellos$, de igual forma también sale beneficiado, pues ya no le correspondió los 11,66.

Finalmente, el menor recibiría la novena parte, sería $\frac{36}{9} = 4\, camellos$, y no los 3,88 que supuestamente eran para él.

Ahora bien:

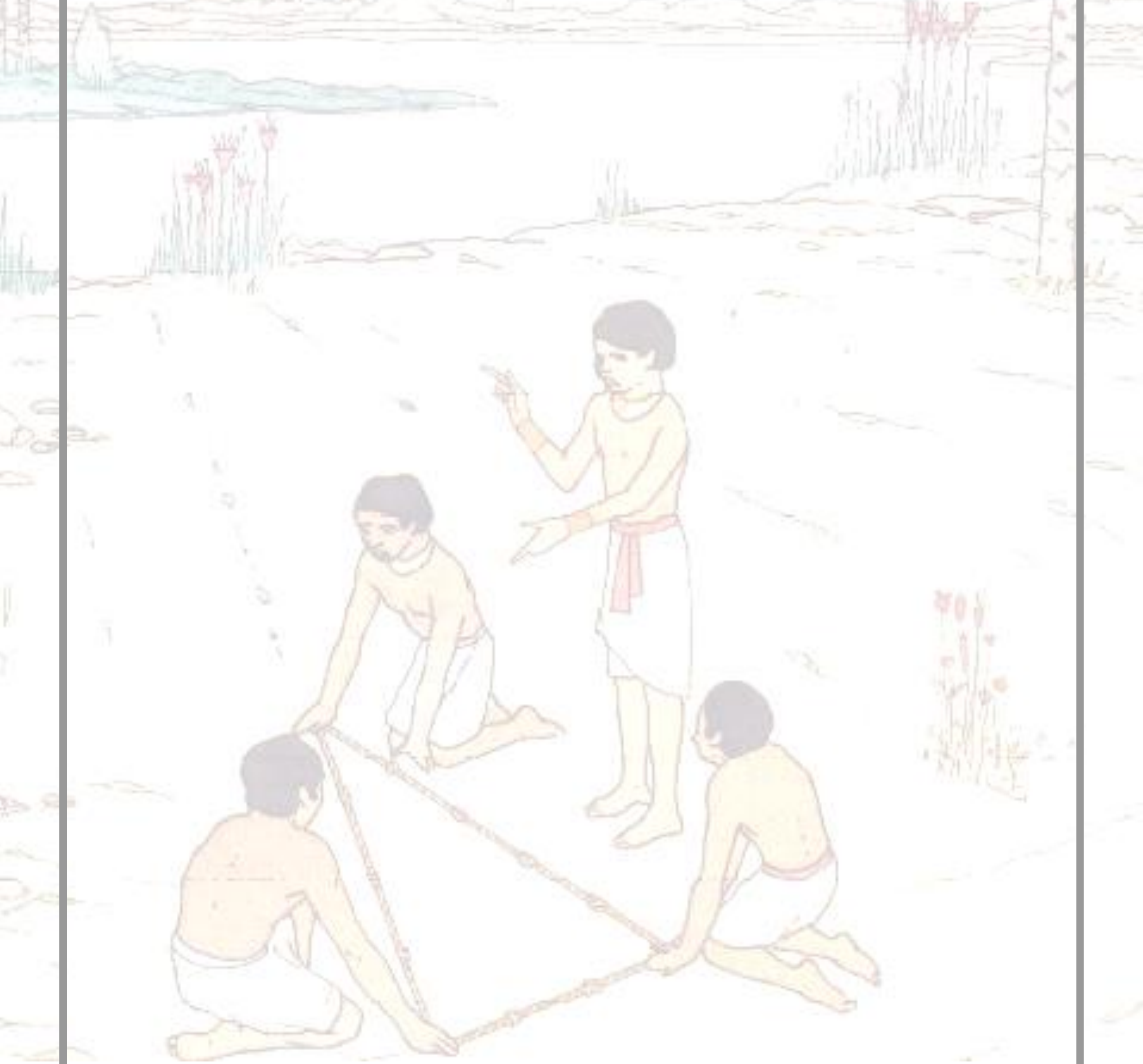
Con el camello del acompañante del sabio se logró completar 36 animales de los cuales se procedió con la repartición:

$$(18 + 12 + 4) camellos = 34\ camellos$$

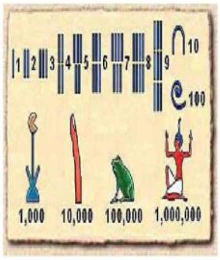
Quiere decir que: sobran dos animales.

Uno, se devuelve al acompañante que es el dueño del suyo.

Y el otro queda para el sabio quien con su astucia y la utilización de la matemática pudo resolver el problema lucrativamente.

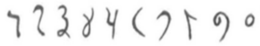


Recurso histórico

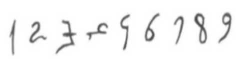


Números en Egipto. (Arriba)

Numeración decimal inventado en la India alrededor del siglo VI, bajo influencia asiria y griega.



Versión de los números árabes adoptados por los árabes.



Numerales europeos en el siglo XVI.

Sistema de numeración griego.

- **Sociales**. Los accidentes naturales más grandes del mundo, las grandes montañas, dejan a los edificios más altos a un bajo nivel. La montaña más alta de todas es el monte Everest en la cordillera del Himalaya. El aire en la cima del Everest tiene una densidad tres veces inferior que a nivel del mar.

Si la suma de las alturas del monte Everest y el volcán Kilimanjaro equivale a 14744m, y la altura del monte Everest es $\frac{3}{2}$ de la altura del Kilimanjaro aumentada en 4 m. Encontrar las alturas en metros del monte Everest y el volcán Kilimanjaro.

Problema: Solución guiada

Método de solución de problemas

- Enunciando el problema
- Identificación del problema

Altura del monte Everest: $x \to x = \frac{3}{2}y + 4$

Altura del volcán Kilimanjaro: y

- Formulación de alternativas de solución

$$\begin{cases} x + y = 14744 & (1) \\ x - \dfrac{3}{2}y = 4 & (2) \end{cases}$$

Resolución del sistema de ecuaciones de 2x2 mediante un método algebraico (sustitución)

- Resolución

$$En\ la\ ecuación\ (1)\ despejar\ y$$

$$y = 14744 - x$$

$$En\ la\ ecuacion\ (2) sustituir\ y$$

$$x - \frac{3}{2}y = 4$$

$$x - \frac{3}{2}(14744 - x) = 4$$

$$2x - 3(14744) + 3x = 8$$

$$x = \frac{8 + 3(24744)}{5}$$

$$x = 8848m$$

Ahora bien si: $y = 14744 - x$

$$y = 14744 - 8848$$

$$y = 5896m$$

- Verificación de soluciones

Reemplazar valores en: $x + y = 14744 \quad (1)$

$$14744m = 14744m \quad (1)$$

Problema: Solución guiada

Inductivo – Deductivo

- Observación

El perímetro de su aula de clase es 18 metros y 4 veces el largo equivale a 5 veces el ancho. Calcula las dimensiones del aula.

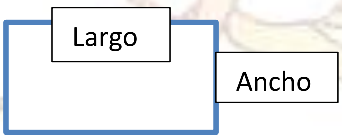
- Experimentación

Tome medidas de su aula y vincule al problema datos reales

- Comparación

Extraiga equivalencias entre las medidas del ancho y largo

- Abstracción



$Perímetro\ =\ 18\ metros$

$4\ veces\ el\ largo\ equivale\ a\ 5\ veces\ el\ ancho$

- Generalización

$$P = 18m$$

$$P = a + l + a + l$$

$$P = 2a + 2l$$

$Ancho: a$

$Largo: l$

$$4l = 5a$$

$$l = \frac{5a}{4}$$

Si:

$$P = 2a + 2l$$

Reemplazando: $P = 2a + 2(\frac{5a}{4})$

$$P = 2a + 2{,}5a$$

$$18m = 4{,}5a$$

$$a = 4m$$

$$l = \frac{5(4m)}{4} = 5m$$

- Comprobación

$$P = 2a + 2l$$

$$18m = 2(4m) + 2(5m)$$

$$18m = 18m$$

- Aplicación

Con las medidas obtenidas del aula de clase, trate de establecer relaciones de proporción entre el largo y el ancho, con la finalidad de formar ecuaciones que direccionen la solución matemáticamente.

Actividad N° 1

Aplicación

Desarrollar las actividades indicadas a continuación

1. ¿Quién fue el personaje más sobresaliente del álgebra y por qué?
2. ¿Por qué es imprescindible el álgebra dentro de la matemática?
3. ¿Cuál es la diferencia entre álgebra y aritmética?
4. Escribe cada enunciado en lenguaje algebraico utilizando letras.

a) El cociente entre dos números es igual a $\frac{1}{4}$.

b) El triple de la suma de dos números es 9.

c) Un tercio de la diferencia entre dos números equivale a 10.

d) Si el mayor de dos números se divide entre el menor, el cociente es 3 y el residuo es 1.

e) El triple de un número aumentado en 2 equivale al doble de otro número disminuido en 5.

5. Plantear cinco enunciados en el lenguaje común que resulten de posibles combinaciones de los literales anteriores u otros completamente diferentes y luego expréselos matemáticamente con ayuda del álgebra.
6. El piso de un aula de clase tiene de ancho $3{,}75m$ menos que de largo y su perímetro es de $27{,}5m$
7. Una sánduche más una gaseosa cuestan ochenta y cinco centavos. Si el sánduche vale veinte y cinco centavos más que la gaseosa. ¿cuánto vale cada cosa?

Actividad N°2: Aplicación

Desarrollar las actividades indicadas a continuación:

1. Con ayuda de un mapa del mar Mediterráneo, investigue dónde estaban las siguientes ciudades: Mileto, Atenas y Samos.

2. Física. La interacción gravitacional es una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza. La Tierra ejerce atracción gravitacional sobre los objetos que se encuentran a su alrededor, esta es la razón por la cual los objetos que se encuentran próximos a su superficie, caen hacia ella. La fuerza que aplica la Tierra sobre un cuerpo se denomina peso.

Aunque el peso y la masa están muy relacionados, son conceptos diferentes. La masa de un cuerpo es siempre la misma, mientras que el peso de un cuerpo en la Luna es la sexta parte de su peso en la Tierra.

En la Tierra, la relación entre el peso y la masa está bien definida: el peso de un cuerpo equivale a 9,82 veces su masa.

a) Escribe una ecuación que relacione el peso de un cuerpo con el de su masa.

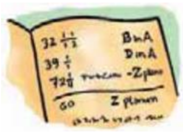
b) ¿Es esta ecuación una función lineal? ¿Por qué?

c) Averigua tu masa y calcula tu peso.

Recurso histórico

Al siglo IX, Al-Jwarizmi escribió acerca de los procedimientos algebraicos para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

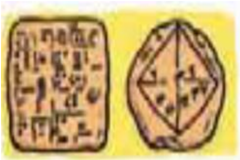
Durante siglo XVI, François Viéte amplió una notación algebraica muy apropiada; constituía las incógnitas con vocales y las constantes con consonantes.



En el siglo XVII, el matemático francés René Descartes inventó la notación algebraica moderna, en la cual las constantes están representadas por las primeras letras del alfabeto, y las incógnitas por, x, y, z.

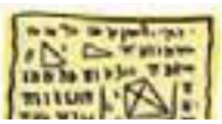
Recurso histórico

Al siglo XVII a. C., en Mesopotamia y Babilonia ya sabían resolver ecuaciones de primero y segundo grado.



Próximo al siglo II a. C., los matemáticos chinos escribieron el libro Jiu zhang suan shu, (Nueve capítulos del arte matemático), en el que bosquejaron métodos para resolver ecuaciones de primero y segundo grado.

En el siglo VII, los hindúes habían desarrollado ya las reglas algebraicas fundamentales para opera con números negativos y positivos.



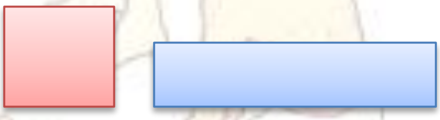
3. El volcán más alto del sistema solar es el monte Olimpo ubicado en Marte. Es tres veces más alto que el Everest y nueve veces más alto que el monte Olimpo de Grecia. ¿Cuál es la altura del monte Olimpo en Marte? ¿Cuál es la altura del monte Olimpo de Grecia?

4. Realiza un collage sobre los matemáticos más sobresalientes de la edad antigua y compártela en clase.

5. Investigar cinco problemas y resolver con ayuda de las ecuaciones.

6. Plantea tres problemas en las que intervengan conceptos y situaciones de su vida diaria por ejemplo: (su edad o estatura con respecto a la de sus familiares o amigos, o las medidas de las dimensiones de su aula o de su dormitorio etc.

7. Un rectángulo y un cuadrado tienen la misma área. El largo del rectángulo es seis metros mayor que el lado del cuadrado y su ancho es cuatro metros menor que el lado del cuadrado. Calcular las dimensiones y el área del rectángulo y del cuadrado.



UNIDAD 2: Geometría

Fundamentos

Historia de la geometría

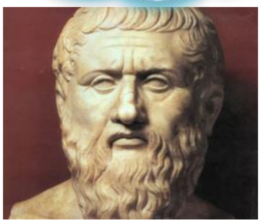
Geometría.- (del griego gêo, tierra y metrón, medida) Etimológicamente significa medida de la tierra. El término latino es agrimensura, «medida de la tierra». El origen de este término se debe a los egipcios que después de la inundación anual de sus tierras de cultivo a causa de la crecida del Nilo, se veían obligados a ingeniárselas para dar a cada agricultor una porción de tierra equivalente a la que tenían ya que las lindes se borraban.

Geometría Babilónica.

La geometría en Babilonia está aún en la etapa de un conjunto de reglas para efectuar medidas prácticas; así, entre los años 2000 a 1600 A.C. ya les era familiar algunas reglas generales para calcular: el área de un rectángulo, de un triángulo rectángulo, de un triángulo isósceles; el área de un trapezoide teniendo un lado perpendicular a los lados paralelos; el volumen de un paralelepípedo rectangular, el volumen de un prisma recto con base trapezoidal.

Sabían que la circunferencia de un círculo era tres veces su diámetro; el área del circulo con la fórmula $A = \frac{c^2}{12}$, donde c es longitud de la circunferencia.

Recurso histórico



Herodoto
484 a.C. en Turios, a 426 a.C.

Sostenía que la geometría nació en el antiguo Egipto por razones prácticas al reconstruir periódicamente los lindes de las tierras luego de las inundaciones causadas por el río Nilo.

Recurso histórico

Los decimales de π

Las cifras decimales de π ha variado a lo largo de la historia.

• En el papiro de Ahmes (1650 a. C.) aparece el valor 3,16.

• Arquímedes hacia el 300 a. C. utilizaba

Recurso histórico

- Al-Kashi, en Persia en 1429, utilizaba el valor 3,1415926535897932
- Ludolph van Ceulen en 1615 obtuvo treinta y cinco cifras decimales.
- En 1706 Machin alcanzó los primeros cien decimales.
- Gracias a una calculadora Ferguson y Wrench en 1947 obtuvieron 808 decimales.
- En 1949 Reitwiesner, con uno de los primeros ordenadores, determinó π con 2037 decimales.

14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288
41971 69399 37510 58209 74944 59230 78164
06286 20899 86280 34825 34211 70679 82148
08651 32823 06647 09384 46095 50582 23172
53594 08128 48111 74502 84102 70193 85211
05559 64462 29489 54930 38196 44288 10975
66593 34461 28475 64823 37867 83165 27120
19091 45648 56692 34603 48610 45432 66482
13393 60726 02491 41273 72458 70066 06315
58817 48815 20920 96282 92540 91715 36436
78925 90360 01133 05305 48820 46652 13841

La geometría en Egipto:

Fundamentos

Muchos de los problemas contenidos en los papiros de Moscú y de Rhind conciernen a la geometría; hay 26 problemas geométricos, los que hacen referencia a fórmulas de medición y que son necesarias para evaluar áreas de figuras planas, así como ciertos volúmenes. El área del triángulo isósceles se obtiene multiplicando la mitad de la base por la altura. Sabían calcular el volumen de cilindros y prismas. El área del círculo lo calculaban con la fórmula $A = (\frac{8}{9}diametro)^2$

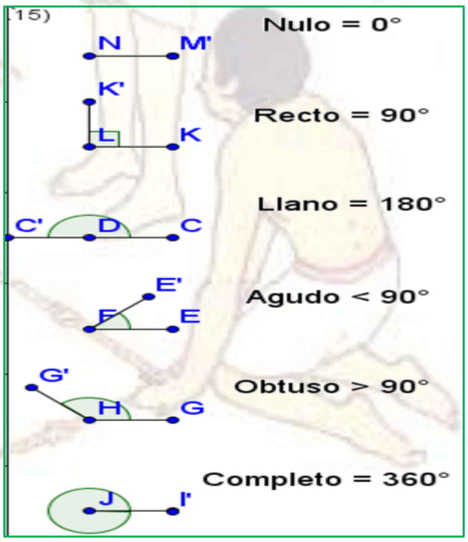
Ángulos

(Del latín *angŭlus*, ángulo, rincón) Triángulo (tres ángulos), anguloso (que tiene esquinas).

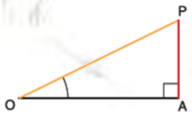
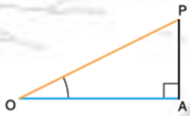
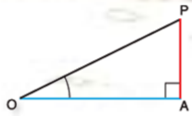
Qué es ángulo: Es la región del plano limitada por dos rayos vectores que tienen un mismo origen.

Ejemplos del entorno diario en donde se distinguen ángulos:

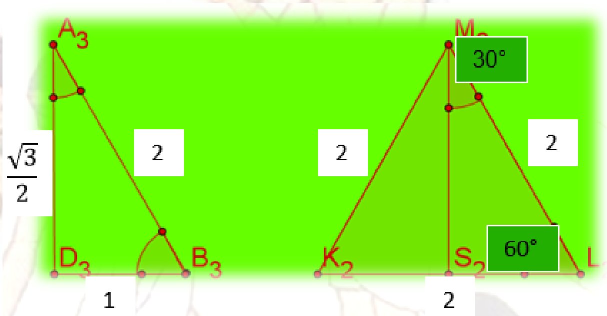
Clasificación de ángulos:



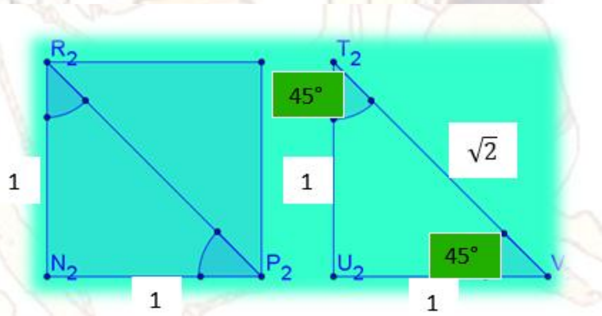
Ángulos notables:

Seno	Coseno	Tangente
La razón entre la longitud del cateto opuesto al ángulo α y la de la hipotenusa se llama seno del ángulo α y se escribe $sen\ \alpha$. $\sin \alpha = \frac{AP}{OP}$ 	La razón entre la longitud del cateto contiguo al ángulo α y la de la hipotenusa se llama coseno del ángulo α y se escribe $cos\ \alpha$. $\cos \alpha = \frac{AO}{OP}$ 	La razón entre la longitud del cateto opuesto al ángulo α y la del cateto contiguo se llama tangente del ángulo α y se escribe $tg\ \alpha$. $\tan \alpha = \frac{AP}{AO}$ 

Ángulo de 30° y 60°



Ángulo de 45°



Recurso histórico

Ahmes

Fue un antiguo escriba que nació alrededor del año 1680 a. C. y murió aproximadamente en 1620 a. C. en Egipto.
Escribió el Papiro de Rhind o de Ahmes, un trabajo de matemática del antiguo Egipto que data de aproximadamente del 1650 a. C.
En 1863, el papiro llegó al Museo Británico.

Seis problemas similares a los que en la actualidad se plantean

Ejemplo:

"Calcular el volumen de la pirámide truncada, de base cuadrada con lado a, con cuadrado superior de lado b, y altura h".

Con la fórmula: $V = \frac{h(a^2+a.b+b^2)}{3}$

Fundamentos

Geometría Pitagórica.

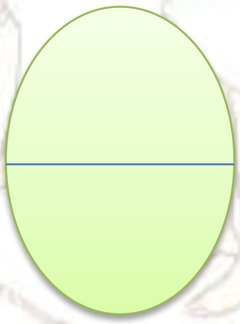
Manejaban ingeniosos métodos geométricos para representar ciertas identidades, así como la representación geométrica de números y la solución geométrica de ecuaciones algebraicas. Se debe a los pitagóricos grandes partes de esos resultados.

Ejemplo:

"La suma de los tres ángulos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos".

Compara, analiza y comenta en clases:

Calcula el área de un círculo de radio $r = 3cm$ con la fórmula $A = (\frac{8}{9}diametro)^2$, y también con la ecuación conocida actualmente.



$$A = (\frac{8}{9}diametro)^2$$

$$A = (\frac{8}{9}.6cm)^2$$

$$A = 28{,}44cm^2$$

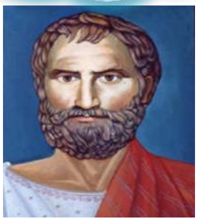
$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi(3cm)^2$$

$$A = 28{,}27cm^2$$

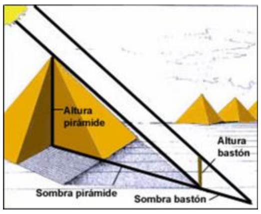
Conteo de segmentos y figuras

Recurso histórico



Thales de Mileto nació alrededor del año 624 a.C. en Mileto, Asia Menor, Turquía.

Se le atribuye la predicción de un eclipse de Sol en el año 585 a.C. También el cálculo de las alturas de las pirámides a través de un método de comparación de sus sombras con la sombra de un palo de conocida altura al mismo tiempo Por ello, se le consideró uno de los Siete Sabios de Grecia.



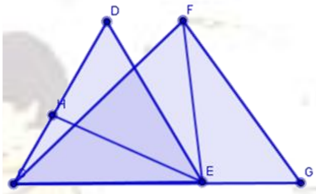
Fundamentos

Contar figuras favorece a desarrollar la destreza de la abstracción, y para incursionar dentro del campo de la geometría es preponderante contar con esa habilidad, ya que facilita un desempeño más riguroso, preciso y profundo en la solución de problemas.

Solución guiada

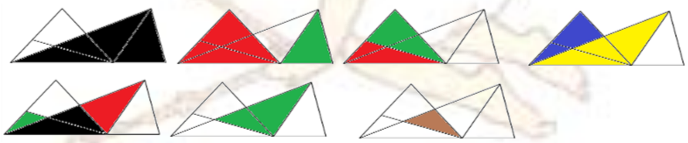
Cuántas figuras de tres lados se logran distinguir en la siguiente figura:

a) 12
b) 11
c) 14
d) 13
e) 8



Es importante tomar en cuenta las condiciones de la orden al contar, es decir, en este caso no especifica que se cuenten determinados tipos de triángulos, entonces hay que contar absolutamente todos, con tal de que sean de tres lados:

La forma de conteo depende de la estrategia a utilizar por el estudiante, pues se puede empezar desde los grandes hasta los peueños o viseversa, o se puede separa en partes y establecer las uniones con graficos auxiliares, o incluso se puede pintar de diferente color cada triángulo con el fin de identificar todos los existentes.



Por lo tanto en la figura hay doce triángulos

Recurso histórico

Leyenda del ajedrez

Sheram, príncipe de la india, quedó tan maravillado cuando conoció el juego del ajedrez, y quiso recompensar generosamente a Sessa, el inventor de aquel juego. Le dijo: "Pídeme lo que quieras". Sessa le respondió: "Soberano, manda que me entreguen un grano de trigo por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta, y así sucesivamente hasta la casilla 64".

El príncipe no pudo complacerle, porque el resultado de esa operación S = 1+2+4+…+ 2^{63} equivale a 18 trillones de granos. Para obtenerlos habría que sembrar la Tierra entera 65 veces.

Actividad N° 3: *Aplicación*

1. Crear un crusigrama acerca de cinco matemáticos que hayan realizado aportes destacados en geometría.

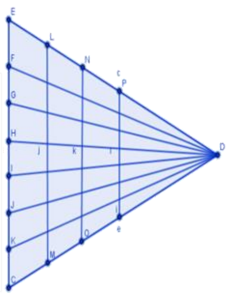
2. Calcular el volumen de una pirámide truncada usando la ecuación $V=\frac{h(a^2+a.b+b^2)}{3}$, $a=base\ mayor, b=base\ menor$. que se usaba en la antigüedad y compare el error al calcular mediante la ecuación actual, $V_{truncado}=V_{piramide\ mayor}-V_{menor}\ y\ V=\frac{1}{3}.A_{base}.h$

3. Busque una figura rectangular o cuadrada divídela en dos partes por una de sus diagonales, con ayuda de un instrumento de medida obtenga las dimensiones de los dos catetos e hipotenusa, y con ayuda de las funciones trigonométricas calcule la medida de los ángulos agudos del triángulo.

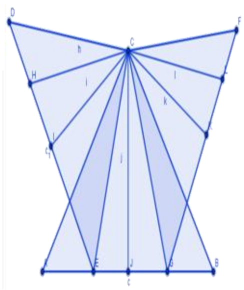
4. Construya cuatro figuras en la que se puedan distinguir varios triángulos, cuadrados, rectángulos y/o circunferencias. Practique contando figuras y comparta con sus compañeros.

5. En las figuras propuestas a continuación cuente el número de triángulos y pinte el literal de la respuesta correcta.

a) 28
b) 56
c) 112
d) 84
e) 60



a) 19
b) 21
c) 32
d) 33
e) 35



Fundamentos

Vectores en R^2

El concepto vector, viene del latín: *Vectoris* y este a su vez de *Veho*, que significa “el que acarrea, conduce o transporta”. En geometría se usa para definir magnitudes, donde es necesario conocer su: magnitud, dirección y sentido.

Elementos de un vector

•Origen o punto de aplicación: punto sobre el cual actúa el vector.

•Dirección: la determina la recta que contiene al vector y todas sus paralelas.

•Sentido: muestra hacia qué lado se dirige el vector (va desde el origen al extremo). Se indica mediante una flecha en uno de sus extremos.

• Módulo: es la medida de la longitud del vector.

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Si: $P_1(x_1, y_1) \rightarrow P_1(1, -3)$

$P_2(x_2, y_2) \rightarrow P_2(-3,4)$

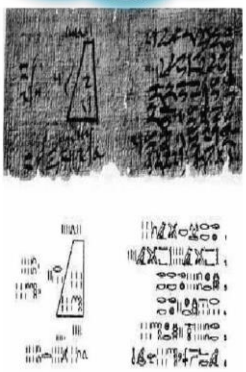
Nota: tomar en cuenta los signos al reemplazar los valores en la fórmula.

• Vectores y coordenadas cartesianas: los vectores se pueden trabajar en un sistema de coordenadas cartesianas.

Magnitudes:

- Cantidad: es todo aquello que puede medirse.

Recurso histórico



Papiro de Moscú.

Los vectores están presentes en la vida diaria y sirven para orientarte de mejor manera, es muy común encontrarlos en imágenes de señalización

Video sobre introducción a vectores:

https://www.youtube.com/watch?v=KTmFCQ1Z19Q

¿En qué lugares se distinguen los vectores?

¿Para qué sirven los vectores?

Recurso histórico

René Descartes (1596-1650) d. C.

<u>Anécdota:</u>

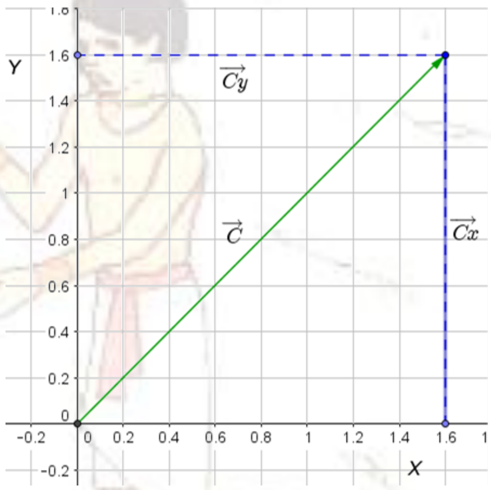
Debido a una enfermedad René tenía que pasar innumerables horas en cama, mientras aprovechaba para pensar en matemática, cuando de pronto mientras miraba al techo se le cruza una mosca. Se preguntó entonces si se podría determinar la posición exacta del insecto, por lo que pensó que si se conociese la distancia a dos superficies perpendiculares, en este caso la pared y el techo, sí se podría saber. Se levantó y dibujo dos rectas perpendiculares en la que cualquier punto de la hoja quedaba determinada por la distancia de los ejes, y así nacen las coordenadas cartesianas.

Video sobre anécdota de Descartes: https://www.youtube.com/watch?v=IRCk_uJFvb0

- Cantidad escalar: son las que están definidas por el número que las mide y la unidad de medida, ejemplo: el tiempo, la temperatura, tu peso, etc.
- Cantidad vectorial: se representan mediante un módulo, la dirección y el sentido.

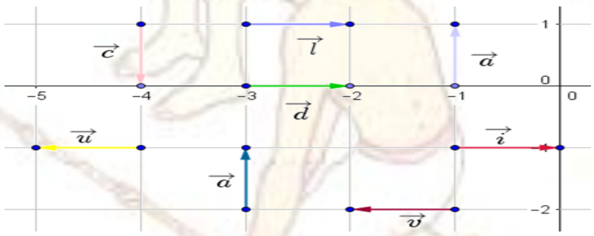
Entonces ¿Qué es un vector?

Es un segmento de recta dirigido que consta de magnitud dirección y sentido, se representa utilizando una letra sobre él, con una flechita sobre la letra así: $\vec{v}$ o dos letras una del origen y otra del final así: $\overline{AB}$



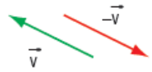
Vectores unitarios

Son aquellos cuyo módulo es la unidad.



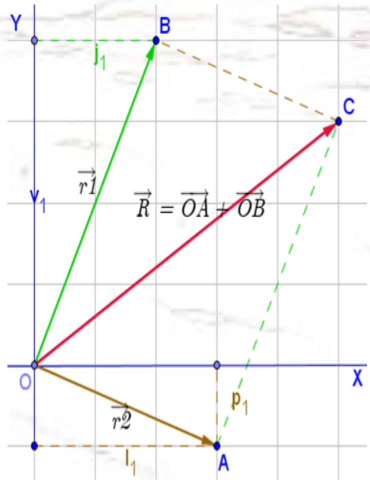
Vectores equipolentes y equivalentes

Equipolentes	Equivalentes
Mismo módulo, dirección y sentido, es decir, que son paralelos y tienen el mismo tamaño	Mismo origen

Vectores iguales	Vectores opuestos
	

Operaciones con vectores analíticamente

Ejercicio: Solución guiada



Adición de vectores:

$$\vec{A} + \vec{B} = (ax, ay) + (bx, by)$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (ax + bx, ay + by)$$

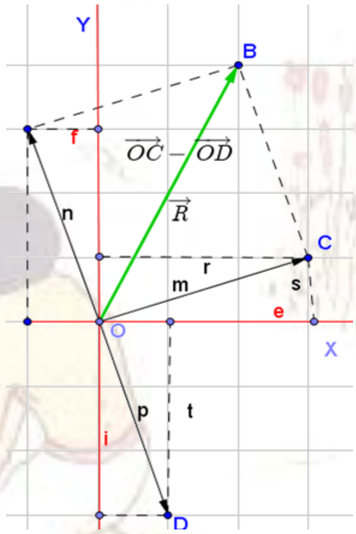
Sumar los siguientes vectores: $\vec{A} = (\mathbf{3}, -\mathbf{1})$ y $\vec{B} = (\mathbf{2}, \mathbf{4})$,

$$\vec{A} + \vec{B} = (3, -1) + (2, 4)$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (3 + 2, -1 + 4)$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (5, 3)$$

Sustracción de vectores:



Para obtener el vector diferencia: $\vec{OC} - \vec{OD}$, se suma a $\vec{OC}$, con el opuesto de $\vec{OD}$. $\vec{C} - \vec{D} = (cx, cy) + (dx, dy)$

$$\vec{C} - \vec{D} = (cx + dx, cy + dy)$$

Restar los siguientes vectores: $\vec{C} = (\mathbf{3}, \mathbf{1})$ y $\vec{D} = (\mathbf{1}, -\mathbf{3})$

Opuesto del vector $\vec{D} = (\mathbf{1}, -\mathbf{3})$ es:

$-\vec{D} = (-\mathbf{1}, +\mathbf{3})$ es decir, su negativo.

$$\vec{C} - \vec{D} = (3, 1) + (-1, 3)$$

$$\vec{C} - \vec{D} = (3 - 1) + (1 + 3)$$

$$\vec{C} - \vec{D} = (2,4)$$

Recurso histórico

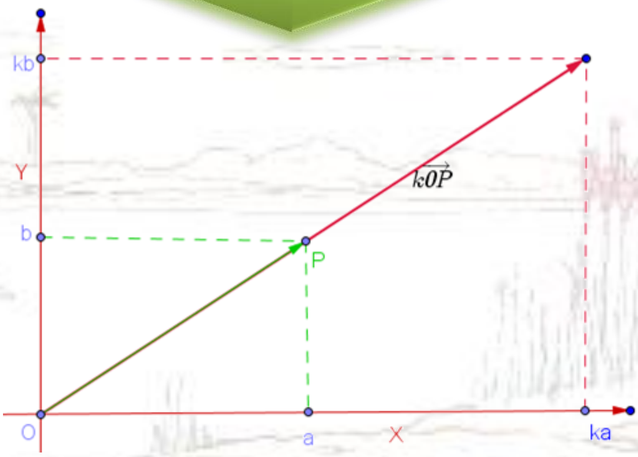
Antecedente:

El antecesor del vector es el cuaternion que es un número complejo que puede expresarse como un conjunto y este a su vez estaba formado por dos partes, una parte real y una parte imaginaria y que solo indican una dirección, todo esto planteado gracia a los aportes del irlandés William Hamilton. Como se fueron empleando los cuaterniones fueron apareciendo problemas aseguro Lord Kelvin.

El análisis vectorial se lo debemos en general al físico norteamericano Gibbs.

Producto de un número por un vector:

Fundamentos



En general, si $\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ y k es un número real cualquiera, las componentes del vector $\boldsymbol{k}.\overrightarrow{\boldsymbol{OP}}$ se obtienen de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{k}.\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} = \boldsymbol{k}(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = (\boldsymbol{k}.\boldsymbol{a}, \boldsymbol{k}.\boldsymbol{b})$$

Ejemplo:

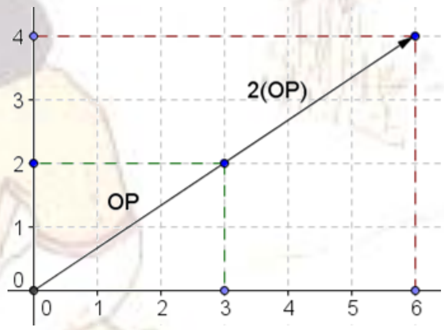
Sí $\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} = (\boldsymbol{3}, \boldsymbol{2})$, obtener $\boldsymbol{2}\overrightarrow{\boldsymbol{OP}}$

Solución guiada

Ejercicio:

Multiplicar por la constante 2 a cada uno de las componentes del vector: $\boldsymbol{2}\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} = \boldsymbol{2}(\boldsymbol{3}, \boldsymbol{2})$

$\boldsymbol{2}\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} = (\boldsymbol{6}, \boldsymbol{4})$

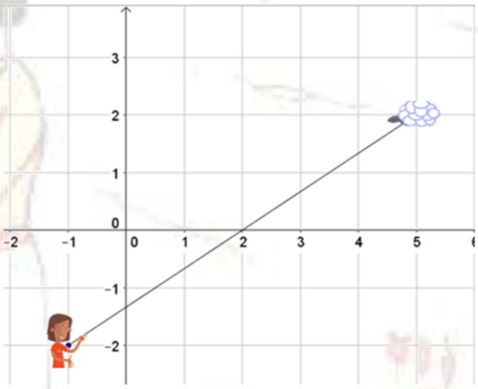


Actualmente las aplicaciones de los vectores son muy variadas por ejemplo, en los aeropuertos existen instrumentos que guían o conducen a los aviones para poder efectuar el aterrizaje, Estos instrumentos dan información a los pilotos sobre la ubicación de la pista y la pendiente de planeo.

Actividad N° 4: Aplicación

Desarrollar las actividades indicadas a continuación:

- Dibuja un paralelogramo y un polígono e indica sus características.
- Cite cinco ejemplos de vectores en la vida diaria.
- Realiza un gráfico de la siguiente situación: un cazador desea dispara a su presa de un solo tiro, si el hombre esa situado en la coordenada $C(-1,-2)$. Puedes ayudar al cazador dictándole la coordenada y la distancia a la que se encuentra el conejo.

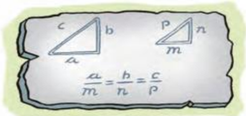


- Calcular la distancia que separa las dos coordenadas para cada situación.
  - ✓ Un soldado ubicado en el punto $S(0,0)$ desea saber la distancia al blanco en $B(8,-1)$
  - ✓ Un vehículo debe llegar a una de las dos estaciones de combustible. En términos de distancia a cuál de las dos estaciones tiene que dirigirse si: $E_1(-7,4)$ Y $E_2(4,7)$ y cuál es la diferencia de distancias.
- Plantear tres situaciones similares a las anteriores y calcular la distancia existente entre los puntos dados.
- Realice las operaciones indicadas con los siguientes vectores: $A(3,-1)$; $B(8,3)$; $C(1,-5)$; $D(-7,-4)$

$\vec{A}+\vec{B}$	$\vec{C}+\vec{D}$	$\vec{C}-\vec{B}$	$\vec{D}+\vec{A}$	$3\vec{A}$	$-0{,}5\vec{D}$

Recurso histórico

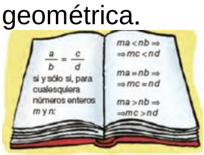
En el pasado ya conocían algunos resultados sobre proporciones.



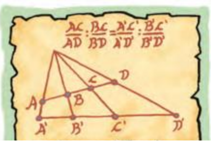
Los griegos manejaban la proporcionalidad geométrica.

Originalmente Eudoxo en el siglo IV a. C,
Hizo las primeras definiciones precisas de razón y proporción entre segmentos las

Euclides, en el libro V titulado los Elementos, desarrolló una teoría muy de la proporcionalidad geométrica.



Pappus (s. IV) concretó la razón doble de cuatro puntos, concepto que fundará la base de la geometría proyectiva.



Operaciones con vectores gráficamente

Regla del polígono: *Fundamentos*

Hay que colocar los vectores sumandos uno a continuación del otro, respetando el módulo, la dirección y el sentido, al final se une mediante otro vector el origen del primero y el extremo del último vector sumando, y este corresponderá a la suma de los vectores.

Problema: *Solución guiada*

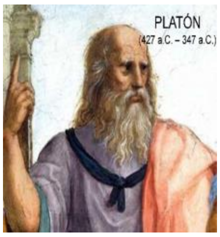
Un avión sale de la ciudad K, hace una parada técnica en la ciudad L y luego continúa hasta llegar a la ciudad M. El mismo vuelo puede realizarlo yendo directamente, desde K hasta M. En el siguiente esquema, los desplazamientos del avión están indicados con vectores.

Regla del paralelogramo: *Fundamentos*

La palabra paralelogramo viene de raíces griegas, (del griego pará, «junto a», allé- lus, «los unos a los otros» y grammé- , línea) que significa figura

Recurso histórico

El niño prodigio, Blaise Pascal, matemático francés descubrió por él mismo, según la tradición, los 32 teoremas de Euclides.



Platón

Platón nació alrededor del año 427 a. C. en Atenas, Grecia. Se dice que su nombre original fue Aristocles y Platón su sobrenombre.

Video sobre vectores en el deporte:

https://www.youtube.com/watch?v=JtcLp1UxNBI

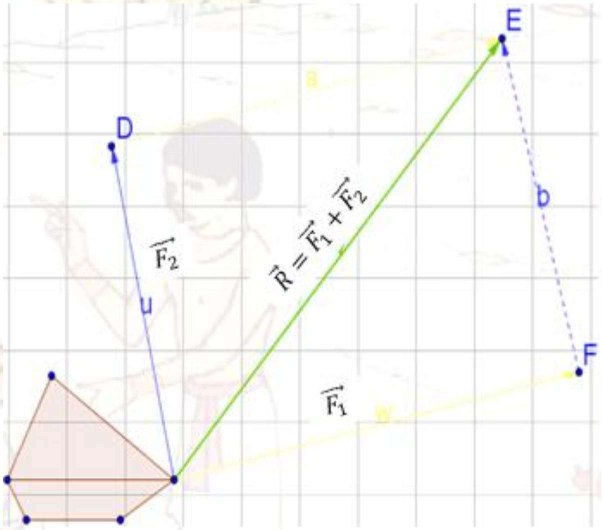
geométrica de cuatro lados, los cuales son iguales y paralelos entre sí, con su respectivo opuesto.

Hay que colocar los orígenes de los vectores sumandos en un mismo punto. Luego, se completa el paralelogramo. El vector suma es el que tiene el mismo origen que los vectores sumandos y su extremo en el vértice opuesto del paralelogramo.

Problema: *Solución guiada*

Para sacar el barco hacia la orilla, dos jóvenes ejercen sobre él dos fuerzas $\overrightarrow{F_1}$ y $\overrightarrow{F_2}$. A estas fuerzas se las representa con dos vectores.

El efecto que ambas producen puede ser remplazado por otra fuerza, a la que se llama resultante; $\overrightarrow{R}$; esta es la suma de $\overrightarrow{F_1}$ y $\overrightarrow{F_2}$. Determinar $\overrightarrow{R}$.



Brújula

Fundamentos

La brújula es un instrumento compuesto por una aguja imantada que señala el Norte en el plano donde nos encontremos físicamente. Una forma de representar un vector es cuando se conoce su módulo y su dirección geográfica. Por ejemplo: una persona camina 7km/h en dirección noreste.

Balística

La balística es el estudio de todo lo relativo al movimiento de proyectiles, balas bombas, misiles, etc. Los misiles son vectores tácticos de alcance, en las que su precisión se basa en los parámetros de disparo, en la trayectoria y en las coordenadas del impacto.

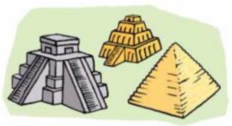
Billar

Es un juego de recreación en el que la aplicación de vectores es más notoria, puesto que no se trata únicamente de golpear una bola y meterla en cualquier agujero, sin pensar nada más. En este emocionante juego intervienen algunas magnitudes vectoriales como, por ejemplo: la velocidad con la que se desplaza la bola de billar, la fuerza que actúa sobre el cuerpo, el desplazamiento de la bola, etc. Todas estas magnitudes se pueden representar mediante un segmento rectilíneo el cual posee módulo, dirección y sentido, llamado vector.

Natación

Recurso histórico

Desde la Antigüedad, el hombre reflejaba gran interés por los cuerpos geométricos de caras planas, para la construcción de inmuebles.



Los griegos pitagóricos descubrieron que sólo existen cinco poliedros regulares y los identificaron con los componentes de la naturaleza.

Los discípulos de Platón intentaron conocer los cuerpos celestes basándose en el estudio de los cuerpos sólidos.

Recurso histórico

El gran Euclides reguló y desarrollo los conocimientos sobre sólidos en los libros XI, XII y XIII de los Elementos.

En el Renacimiento, J. Kepler describió las órbitas de los cuerpos celestes mediante la analogía con esferas inscritas o circunscritas en los poliedros regulares.

Hoy por hoy, los cuerpos geométricos son formas tradicionales en el entorno de la vida cotidiana.

Otro deporte en el que se aprecian varios vectores como: la fuerza que ejerce el nadador para avanzar, el vector fuerza del peso del nadador y el vector que señala la resistencia del agua sobre el nadador.

Actividad N° 5: *Aplicación*

Desarrollar las actividades indicadas a continuación:

1. Escribe un ensayo de 150 palabras sobre la utilidad de los vectores en la vida diaria.
2. ¿Cuál regla prefieres utilizar? Argumenta tu respuesta.
3. Investigue una anécdota sobre algún matemático.
4. Realiza las siguientes operaciones con vectores mediante la regla del paralelogramo, si: $\vec{A}(5km, 60°)$ y $\vec{B} = (4,0)$
5. Opera con vectores por la regla del polígono y diga en que cuadrante se encuentra el vector resultante de la situación a continuación: calcula el vector resultante al sumar el recorrido que hizo papa Noel al entregar regalos en tres hogares, los cuales estaban en las siguientes coordenadas.

$$\vec{P} = (-3,1);$$

$$\vec{Q} = (6,3); = 1, -4$$

6. Toma como referencia la ubicación de tu unidad educativa e intuitivamente escribe las coordenadas que señalen los vectores con dirección a un parque, a la terminal de buses, a tu casa y/o a otra ciudad.

Recurso histórico

Historieta:
El origen del teorema de Pitágoras no se conoce. Pitágoras, filósofo, físico, astrónomo, matemático griego estudió algunos años en Egipto y ¡descubrió! que los más incultos de los albañiles egipcios realizaban unas obras perfectas, con ángulos rectos perfectos, utilizando unas cuerdas de longitud 12 unidades. Dichas cuerdas tenían una señal a la distancia 3 (del inicio) y siete del inicio, es decir estaban distribuidas en tres tramos de longitudes 3, 4 y 5

Cuando con dicha cuerda se formaba, estirando la cuerda' un triángulo de lados 3, 4, 5; el ángulo formado entre los lados de longitudes menores medía exactamente 90º.

Nacieron las ternas pitagóricas que estudiaban los babilonios y egipcios desde nadie sabe cuándo. Números enteros que cumplían

Teorema de Pitágoras

Fundamentos

Aplicación en la solución de un problema:

Supongamos que estás sobre el piso de tu aula de clase o de tu dormitorio, que es de forma rectangular (como en la figura 2), y con una herramienta de medida realizaste las mediciones respectivas así: largo **"a"** = **4m** y la diagonal (línea recta trazada de un vértice a su vértice opuesto) mide **"c" = 5m** por lo tanto necesitas calcular el ancho **"b"** y supongamos que ya no tienes el instrumento de medida, entonces te toca acudir a la ecuación de teorema de Pitágoras $\boldsymbol{c = \sqrt{a^2 + b^2}}$**,** pero ahora el valor de **"c"** ya sabes, necesitas **"b"** y te habrás dado cuenta que **"b"** no está solita como lo está **"c".**

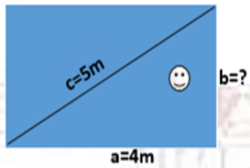


Figura 2

Entonces se procede a despejar aplicando los procesos de la siguiente manera:

Elevando al cuadrado los dos lados:

$$\boldsymbol{c^2 = (\sqrt{a^2 + b^2})^2}$$

$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$$

Se deja sola a "**b**": $\boldsymbol{c^2 - a^2 = b^2}$

Dar vuelta a la ecuación: $\boldsymbol{b^2 = c^2 - a^2}$

Se inserta la raíz: $\boldsymbol{\sqrt[2]{b^2} = \sqrt{c^2 - a^2}}$

Listo, se ha despejado "**b**": $\boldsymbol{b = \sqrt{c^2 - a^2}}$

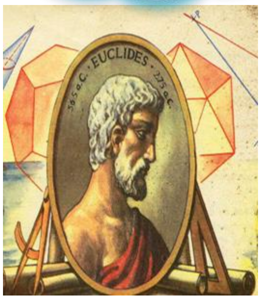
Reemplazar los datos del problema: $\boldsymbol{b = \sqrt{(5m)^2 - (4m)^2}}$

Se eleva al cuadrado: $\boldsymbol{b = \sqrt{25m^2 - 16m^2}}$

Se resta dentro de la raíz: $\boldsymbol{b = \sqrt{9m^2}}$

Por último: $\boldsymbol{b = 3m}$

Recurso histórico



Euclides

Nació alrededor del año 325 a.C. en Alejandría, Egipto. Fue uno de los más prominentes matemáticos de la Edad Antigua. Su vida se conoce muy poco. Enseñó matemáticas la mayor parte de su vida en Alejandría

Distancia entre dos puntos

Fundamentos

Postulados de Euclides

1. Se puede trazar una recta desde un punto a otro cualquiera.

2. Es posible extender un segmento de recta continuamente a una recta.

3. Es posible describir un círculo con cualquier centro y cualquier radio.

4. Que todos los ángulos rectos son iguales.

5. Que si una línea recta corta a otras dos rectas formando con ellas ángulos interiores del mismo lado menores que dos ángulos rectos, las dos líneas rectas, prolongadas indefinidamente, se cortan del lado por el cual los ángulos son menores que dos ángulos rectos.

Problema: *Solución guiada*

Dados dos puntos A (1, 2) y B (4, 6), es posible determinar la longitud del segmento $\overline{AB}$.

Se sabe que la longitud del segmento $\overline{AB}$ es el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$

- Primera forma:

Expresar al vector $\overrightarrow{AB}$ en su forma estándar:

$$\overrightarrow{AB} = (4-1, 6-2)$$

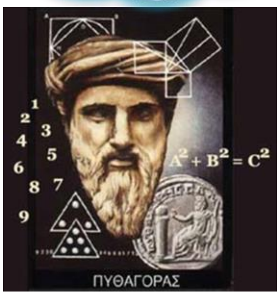
$$\overrightarrow{AB} = (3, 4)$$

Así se obtiene el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$, mediante la ecuación del teorema de Pitágoras: $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{a^2+b^2}$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{3^2+4^2}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{25}$$

Recurso histórico



Pitágoras, nacido en la isla de Samos, fundó su escuela en Crotona en el sur de Italia. Todas las referencias que tenemos acerca de los pitagóricos se tienen a través de terceros: Platón, Herodoto, etc. En general, se supone que los trabajos de los pitagóricos fueron desarrollados entre los años 585 a.C. y 400 a.C. Dos miembros relevantes de esta escuela fueron Filolao y Arquitas. Pitágoras en algún momento huyó a Metaponto, donde fue asesinado, se supone, en el año

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}\| = \boldsymbol{5u}$$

- Segunda forma:

Mediante la ecuación para calcular el módulo del vector cuando se conoce su punto inicial y su punto final.

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sí; A (1, 2) y B (4, 6)

Entonces:

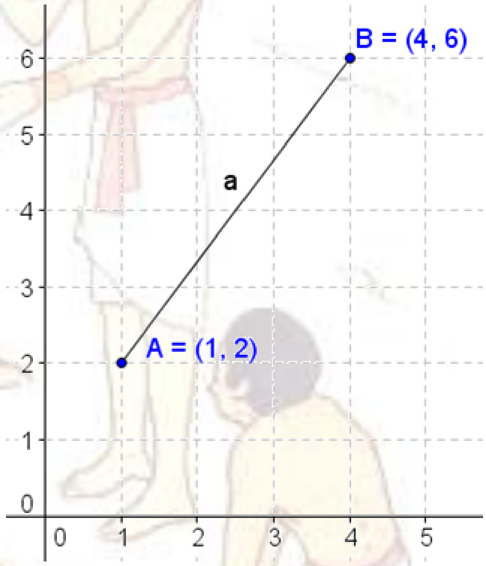
$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{25}$$

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}\| = \boldsymbol{5u}$$



Recurso histórico

Apolonio nació alrededor del año 262 a. C. en Perga (Turquía). “El gran geómetra”, debido a su gran influencia en el desarrollo de la geometría. Colaboró en la astronomía.

Etimología:

Eje (del latín *axis*, eje)
De aquí deriva el término axial (relativo o perteneciente al eje).
Simetría axial, axis (segunda vértebra del cuello, sobre la cual se verifica el movimiento de rotación de la cabeza).

Etimología:

Línea (del latín $lι - nĕa$, «hilo de lino», cordel, a su vez viene de *lι-num*, lino)
Alinear, delinear, linotipia (del inglés

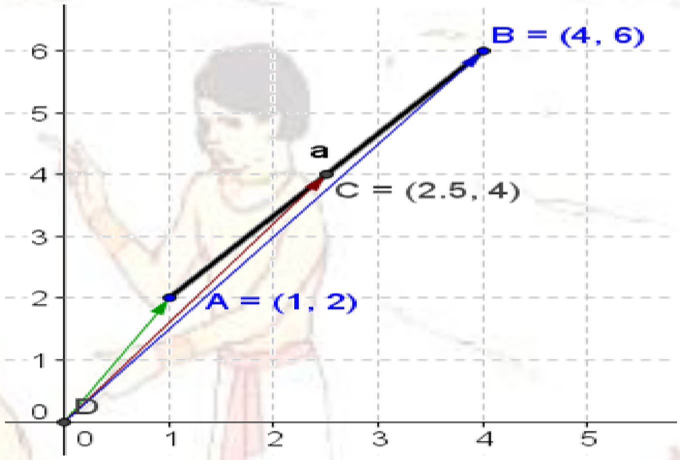
Punto medio de un segmento

Fundamentos

Dados dos puntos A (1, 2) y B (4, 6), es posible determinar las coordenadas del punto medio M del segmento $\overline{AB}$.

Solución guiada

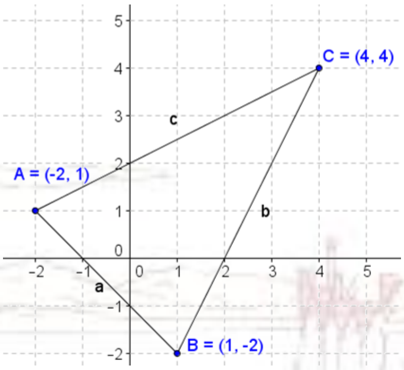
Problema:
Representar los puntos en el plano y trazar la línea del segmento.
En el grafico se observa que el punto medio se encuentra al dividir en dos al segmento $\overline{AB}$



Los vectores dibujados de distintos colores representan a los vectores estándar de los puntos A, B y C que sería el punto medio M

- Las coordenadas del punto medio **M** se pueden obtener mediante la siguiente ecuación que es la semisuma de las coordenadas de los extremos $M = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$, siempre que se conozcan los extremos del segmento $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$.

- Mediante el empleo de vectores, comprobar que el segmento que une los puntos medios de los lados AB y AC del triángulo de la figura, es paralelo al lado BC, e igual a su mitad.



Punto medio de un segmento

Por definición:

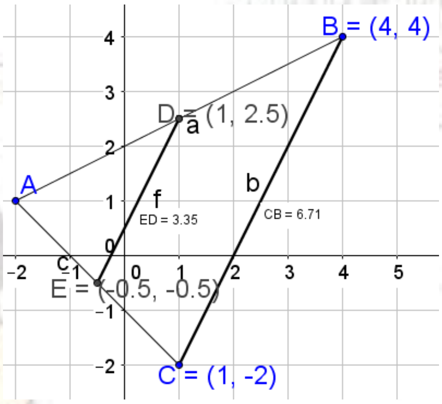
$$M\overline{AB} = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$$

$$M\overline{AB} = (\frac{-2 + 1}{2}, \frac{1 - 2}{2})$$

$$M\overline{AB} = (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$$

$$M\overline{BC} = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$$

$$M\overline{BC} = (\frac{1 + 4}{2}, \frac{-2 + 4}{2})$$



Distancia entre dos puntos:

Por definición:

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(4 - 1)^2 + (4 - (-2))^2}$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{45}$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = 6,71$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(1 - (-0,5))^2 + (2,5 - (-0,5))^2}$$

$$m_{\overrightarrow{BC}} = 2$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{11,25}$$

$$m_{\overrightarrow{DE}} = 2$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = 3,35$$

El segmento $\overline{BC}$ si es paralelo al segmento $\overline{DE}$, ya que $m_{\overrightarrow{BC}} = m_{\overrightarrow{DE}}$

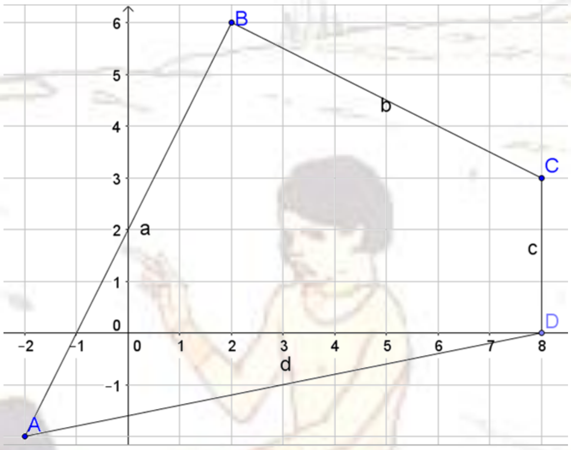
El segmento $\overline{DE}$ no es la mitad de la longitud del segmento $\overline{BC}$

Actividad N° 6

Aplicación

Desarrollar las aplicaciones indicadas a continuación:

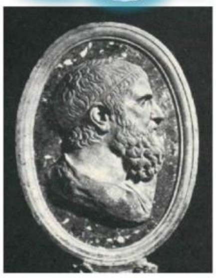
1. Utilice una cuerda de $48\ cm$, y señale cada $4\ cm$, de tal manera que obtenga doce señales y diga qué tipo de triángulo resulta al formar uno con medidas de $12\ cm, 16cm\ y\ 20cm$, cateto uno, dos e hipotenusa respectivamente.
2. Calcular la distancia entre cada par de puntos y el punto medio de los segmentos del cuadrilátero determinado por los siguientes pares ordenados.



3. En un mapa político del Ecuador (de una página de tamaño) trace un plano cartesiano haciendo como centro a la capital del país:
   a. Calcule la distancia en línea recta desde Quito a Guayaquil, Loja, Cuenca e Imbabura (use la escala señalada en el mapa)
   b. Aproximadamente encuentre la provincia situada en la mitad del Ecuador mediante el cálculo de la distancia entre dos puntos y el punto medio de un segmento. Si toma como puntos extremos las capitales de (Carchi y Zamora Chinchipe) y (Santa Elena y Sucumbíos)
4. Plantear un problema idealizado similar al del literal anterior pero en el mapamundi y calcula la distancia en línea recta entre Japón y Ecuador.

Perímetro y área de triángulos y polígonos regulares

Recurso histórico



Arquímedes
Nació en Siracusa en el 287 a.C. y murió en el 212 a.C. Se considera el matemático más brillante de toda la Antigüedad. Recibió su educación en Alejandría.

Arquímedes. Máquina para hundir barcos.

Etimología:

Apotema: (del griego *apo*, desde y *títemi*, poner) Segmento que une el centro de un polígono regular y el punto medio de uno cualquiera de sus lados.

Fundamentos

El concepto perímetro está formada por orígenes griegos que significa conjunto de segmentos que forman el rededor de una determinada región del espacio, el prefijo *peri-* (alrededor), y *metrón* (medida).

El concepto triángulo está formado con raíces griegas y significa “que tiene tres ángulos”. Sus componentes léxicos son: *tri* (tres) y *angulus* (esquinas).

El concepto área proviene del latín *area*, denominación vinculada al verbo latino *arere* (estar seco). En origen designaba en el lenguaje agrícola un espacio de terreno seco y sin vegetación. En matemática se utiliza para representar superficies de un determinado plano.

“Los egipcios pensaban que el área de un círculo era la misma que la de un cuadrado de lado 8/9 del diámetro del círculo”

Para calcular el perímetro de un triángulo, se debe sumar la medida de los segmentos correspondientes a sus lados. En el triángulo ABC, los lados son $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ y; por lo tanto, su fórmula será: $P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$

Su semiperímetro será $s = \frac{P}{2}$, $s = \frac{\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}}{2}$

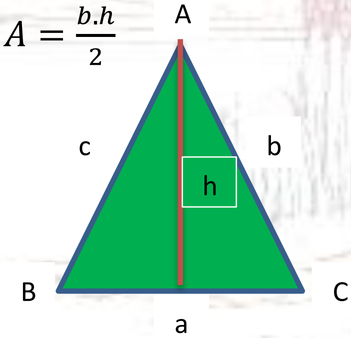
La ecuación matemática útil para calcular el área de cualquier triángulo está dada por la siguiente expresión: fórmula de Herón

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

a, b y c representan la medida de los lados del triángulo

s: es el semiperímetro

O en el mejor de los casos existe otra fórmula más corta que permita calcular el área triángulos en los cuales se puede distinguir fácilmente la base y la altura, y la ecuación matemática es: $A = \frac{b.h}{2}$

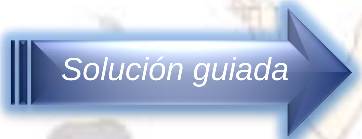


b*: es la base*

h*: es la altura*

Para calcular el perímetro de un polígono, se suman las medidas de todos sus lados.

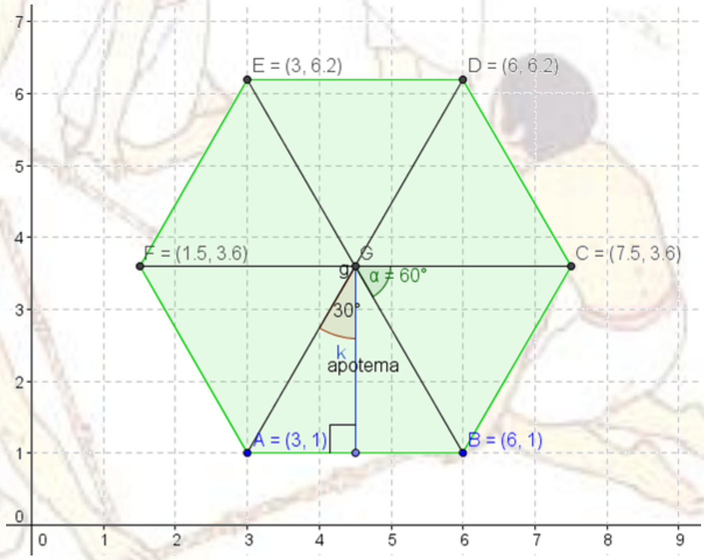
Para calcular el área de polígonos regulares se utiliza la fórmula*:* $A = \frac{P.ap}{2}$



Problema:

CALCULAR EL PERÍMETRO Y EL ÁREA:

Ubica los siguientes puntos; *A(3,1); B(6,1); C(7.5,3.6); D(6,6.2); E(3,6.2); F(1.5,3.6)* en el plano cartesiano y une consecutivamente hasta formar un polígono regular:

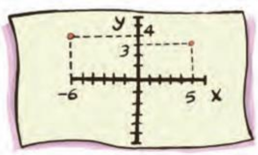


Recurso histórico

Las civilizaciones originarias ya llevaban registros de censos, tributos, operaciones aritméticas, datos astronómicos.

Al principio tallaban gráficas representando series temporales de fichas. Ya en el siglo X o en el XI apareció una para ilustrar datos propiamente.

Las coordenadas cartesianas en el siglo XVII permitieron la comodidad y la generalización de gráficas para representar datos.



Durante el siglo XVIII aparecieron las primeras gráficas de barras y los primeros diagramas de sectores, los cuales se aplicaban a la economía.

Se trata de un polígono regular de seis lados, denominado hexágono

Calcular el perímetro:

Se requiere saber la medida de los lados;

Por lo tanto se debe usar la ecuación que permite encontrar la distancia entre dos puntos;

$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Se tiene que ***A* (3,1)** *y* ***B* (6,1);**

Aplicar la ecuación para los puntos A y B

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

Recuerda que se debe mantener el orden de los sumandos en orden si bien ascendente o descendente

$$\overline{AB} = \sqrt{(6-3)^2 + (1-1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(3)^2 + (0)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{9}$$

$$\overline{AB} = 3\text{u}$$

Y en vista de que se trata de un polígono regular es posible afirmar que las medidas o longitudes de todos los lados son iguales

Entonces, sí se sabe que el perímetro es la suma de todos los lados del polígono; $P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FA}$

$$P = 6(3u)$$

$$P = 18u$$

Ahora, la ecuación para calcular el área: $A = \frac{P.ap}{2}$

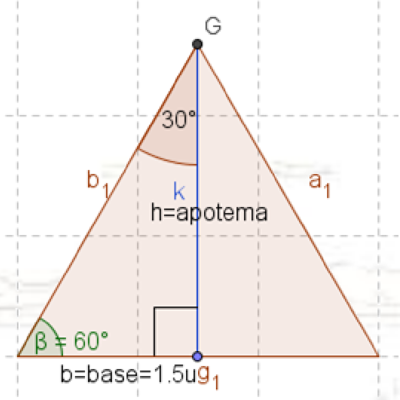
La apotema se lo calcula así:

Recurso histórico

La introducción de las ciencias sociales y de la estadística en el siglo XIX fortaleció la aparición de todo tipo de tablas y gráficas.

Las primeras computadoras permiten trabajar con cantidades considerables de datos.
Ordenar en tablas y gráficas ayuda a una correcta interpretación.

Los datos matemáticos y astronómicos ya fueron registrados por los babilonios en forma de tablas, hacia el 2000 a. C.
Sin embargo, las primeras gráficas aparecieron en los siglos X o XI, y se aplicaron a la estadística en el siglo XVIII.



Es preciso valerse de una parte del polígono, en este caso el triángulo isósceles formado en la parte interna.

La base del triángulo equivale a la mitad del lado del polígono, es decir; $b = 1{,}5u$.

La apotema representa la **altura** del triángulo.

Utilizar las funciones trigonométricas facilita el cálculo de la apotema, recuerda que dichas funciones se las utiliza con respecto a uno de los ángulos agudos del triángulo, para este particular puede ser con el de 60° o con el de 30° dependiendo de la función a utilizar.

Si se utiliza la función tangente se obtiene:

$$\tan\beta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$

$$\tan\beta = \frac{apotema}{base}$$

$$\tan(60°) = \frac{apotema}{1.5u}$$

Despejar apotema=*h*

$$apotema = 1.5u * \tan(60°)$$

$$apotema = 2.6u$$

Recurso histórico

Herón

Realizo sus trabajos alrededor de los años 100 a.C. y el 100 d.C., siendo relevante el uso de matemáticas con todo rigor a la vez que el uso de mecanismos de aproximación y fórmulas.

Se preocupó en la mecánica y las aplicaciones de la geometría.

Etimología:

Equilátero (del latín aequalis, igual y latus, lado)

De lados iguales, en matemáticas se aplica a los triángulos que tiene sus tres lados iguales.

Así; ya se puede utilizar la ecuación para calcular el área del polígono:

$$A = \frac{P.ap}{2}$$

$$A = \frac{18u * 2.6u}{2}$$

$$A = \frac{P.ap}{2}$$

$$A = 23.38u^2$$

De esta manera se logra obtener la solución al ejercicio planteado anteriormente.

Solución: $perímetro = 18u \; y \; área = 23.38u^2$

Solución guiada

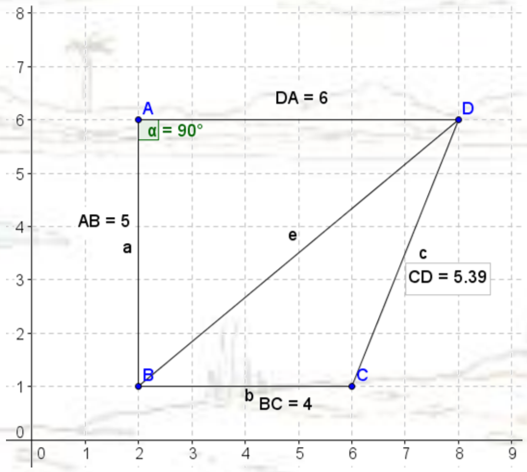
Problema:

Calcular el área y el perímetro de la figura geométrica que se dibuja al unir las siguientes coordenadas; *A (2,6); B (2,1); C (6,1); D (8,6):*

- ✓ Trazar un plano cartesiano con una escala apropiada
- ✓ Ubicar los puntos en el plano
- ✓ Unir dichos puntos
- ✓ Realizar una construcción auxiliar en el cuadrilátero para que se formen dos triángulos, trazando diagonales.

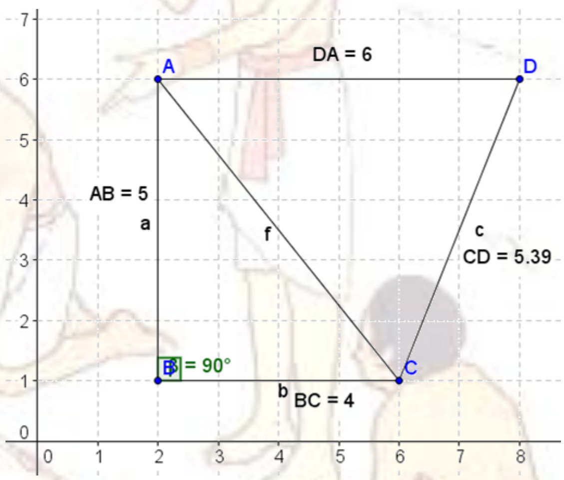
- 1° forma:

✓ Se recomienda formar triángulos rectángulos cuando sea posible para poder calcular la medida de los lados con ayuda del teorema de Pitágoras



✓ Si se forman triángulos no rectángulos no es posible calcular la medida de los lados mediante el teorema de Pitágoras, pero si con ayuda de la ley de senos o cosenos según sea el caso:

- 2° forma:



Seleccionar una de las dos opciones gráficas para seguir el proceso de solución:

Se escoge la primera forma

Recuerda que calcular el perímetro quiere decir hallar la sumatoria de todos sus lados, y en vista de que solo se tiene las coordenadas de los vértices

Fundamentos

Etimología:

Calcular, Cálculo (del latín, del diminutivo $calc\breve{u}lus$, piedrecilla)
Dicho origen se debe a que antiguamente se utilizaban piedrecillas o cálculos para representar números y realizar operaciones con ellos.
Así nos referimos a las piedras en el riñón como cálculos renales. Habitáculo (habitación pequeña), retícula (redecilla), versículo (verso pequeño de las Sagradas Escrituras).

Etimología:

Cateto (del griego káthetos, perpendicular)
Cada uno de los lados que forman el ángulo recto en un triángulo rectángulo.
Catéter (sonda que se introduce por la uretra) tiene la misma etimología.

Etimología:

Hipotenusa (del griego, es el participio de *hypotéino-*, «tender por debajo», extender, estirar) Es el lado opuesto al ángulo recto en los triángulos rectángulos.

de la figura es necesario utilizar la ecuación de la distancia entre dos puntos:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sí; C (6,1); D (8,6), entonces

$$\overline{CD} = \sqrt{(x_d - x_c)^2 + (y_d - y_c)^2}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(8-6)^2 + (6-1)^2}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(2)^2 + (5)^2}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{4 + 25}$$

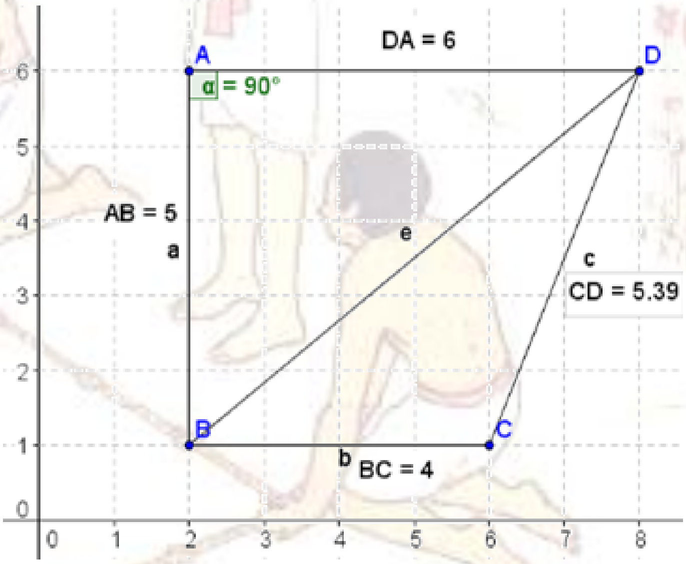
$$\overline{CD} = \sqrt{29}$$

$$\overline{CD} = 5.39u$$

Repetir el mismo procedimiento para calcular las distancias de los demás lados de la figura:

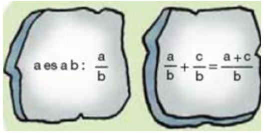
En el gráfico seleccionado ya se tiene los valores de las longitudes de los lados que se los obtuvieron mediante el programa Geogebra.

Listo:



Recurso histórico

En Grecia ya se consideraban las fracciones como razones de números enteros (siglo V a. C.), y en el siglo III a. C. ya operaban con ellas como números.



La notación actual de las fracciones viene de los hindúes y los árabes.

En el siglo XIX, con la aceptación de los números enteros negativos, que fueron admitidas, también, las fracciones de signo menos.

Egipcios, babilonios e hindúes aproximaron cálculos de áreas de figuras planas sencillas para resolver problemas de la vida diaria.

Perímetro:

$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$

$P = 5 + 4 + 5.39 + 6$

$P = 20.39u$

Área:

El área total será igual a la sumatoria del triángulo 1 y 2

En vista de que el triángulo 1 es un triángulo rectángulo, se utiliza:

$$A = \frac{b.h}{2}$$

$$A = \frac{6.5}{2}$$

$$A_1 = 15u^2$$

En cambio el triángulo 2 no es triángulo rectángulo, es un oblicuángulo por la medida de los ángulos o escaleno por la medida de los lados, entonces se recomienda calcular la longitud de la diagonal BD.

Dicha diagonal es también la hipotenusa del triángulo rectángulo, por lo tanto se debe aplicar el teorema de Pitágoras: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Hay que acoplar la ecuación a los datos del problema y así aplicar correctamente la fórmula:

$$BD = \sqrt{AB^2 + DA^2}$$

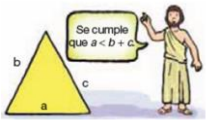
$$BD = \sqrt{5^2 + 6^2}$$

$$BD = \sqrt{61}$$

$$BD = 7.81u$$

Recurso histórico

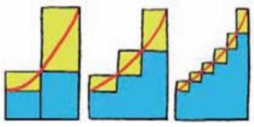
Los griegos demostraron variados resultados teóricos sobre áreas y volúmenes que Euclides recogió en su obra Elementos.



Los griegos en el período alejandrino ya utilizaban los resultados teóricos para resolver problemas prácticos.

En el siglo XVII, Cavalieri desarrolla la teoría de los indivisibles, y la aplica al cálculo de medidas de distancia, áreas y volúmenes.

A partir de los siglos XVII y XVIII se calculan áreas delimitadas por curvas con ayuda del cálculo infinitesimal.



En el siglo pasado se amplía la noción de área y la de volumen a objetos diferentes o no geométricos: conjuntos.

Calcular el perímetro del triángulo 2

$$P = \overline{BC} + \overline{BD} + \overline{CD}$$

$$P = 4 + 7.81 + 5.39$$

$$\boldsymbol{P = 17.2u}$$

Semiperímetro:

$$s = \frac{P}{2}$$

$$s = \frac{17.2}{2}$$

$$s = 8.6u$$

Fórmula de Herón para el cálculo del área de cualquier triángulo:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Adaptar la fórmula a los datos del problema:

$$A = \sqrt{s(s-BD)(s-BC)(s-CD)}$$

$$A = \sqrt{8.6(8.6-7.81)(8.6-4)(8.6-5.39)}$$

$$A = \sqrt{8.6(0.79)(4.6)(3.21)}$$

$$A = \sqrt{100.32}$$

$$A_2 = 10.02u^2$$

Por lo tanto el área de la figura geométrica es igual a la sumatoria del área del primer y segundo triángulo:

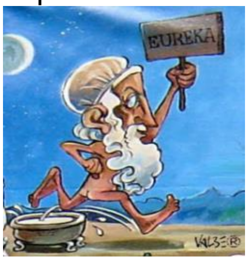
$$A_t = A_1 + A_2$$

$$A_t = 15 + 10.02$$

$$\boldsymbol{A_t = 25.02u^2}$$

Recurso histórico

Arquímedes



Eureka: significa “lo he descubierto”
Y lo pronuncio cuando descubrió cómo calcular el volumen de cuerpos irregulares.

Etimología:

Escaleno (del griego skale-nós, cojo, deforme) Se aplica al triángulo de tres lados desiguales. Escoliosis (desviación del raquis).

Etimología:

Isósceles (del griego *ísos*, igual y *skélos*, piernas) Etimológicamente significa de piernas iguales. En matemáticas se aplica a los triángulos que tienen dos lados iguales (a modo de piernas) y el otro lado desigual.

Actividad N° 7: *Aplicación*

Desarrollar las aplicaciones indicadas a continuación:

I. Escribe un ensayo de 150 palabras sobre los aportes destacados de la escuela pitagórica.

II. Calcular área y perímetro de la solución guiada del problema anterior, utilizando la figura geométrica de la forma 2.

III. Construye un triángulo rectángulo que tenga una hipotenusa que mida $12{,}3mm$ y un ángulo que mida 45º. Calcula su perímetro, su semiperímetro y su área.

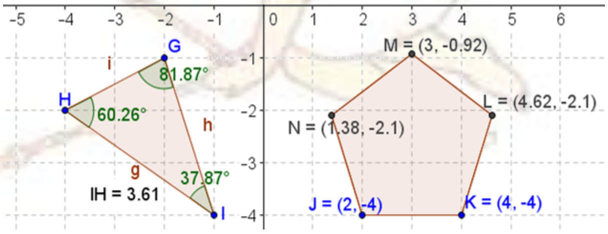
IV. Calcula la longitud de las diagonales de un rombo inscrito en un rectángulo de $350\,m^2$ de área y $30\,cm$ de largo. Luego, calcula el área del rombo y la relación que existe entre esta y la del rectángulo.

V. Si los vértices de un triángulo son los puntos indicados, halla su perímetro y área.

- $M\,(3,2), N\,(1,4)\ y\ P\,(2,5)$
- $R\,(-3,4), S\,(0,5), T\,(4,0)$

VI. Desde la terraza de un edificio de 60 m de altura, se ve la acera del frente con un ángulo de depresión de 60°. Calcula el área del triángulo que se forma.

VII. Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras.



Recurso histórico

Leonardo de Pisa 1 170 en Pisa (Italia). Se le conoce bien por su sobrenombre “Fibonacci” aunque el mismo utilizaba el de “Bigollo” que significa “bueno para nada” o “viajero”.

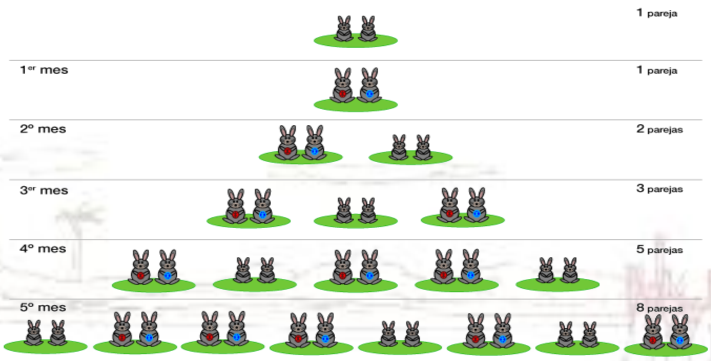
ϕ Es un número especial.

Una de las cosas interesantes es que emerge en los números de Fibonacci:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, ...

La proporción está en la gran pirámide de Gizeh.

Kepler la llamó la "proporción divina".



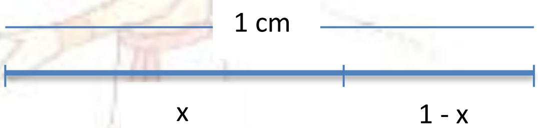
En el gráfico se visibiliza la cría de conejos, en la que al dividir cada nueva generación para su antecesora, resulta como cociente el número de oro.

Fundamentos

Áureo (del latín *aurum*, oro)

El número áureo se denomina también número de oro o número dorado, llamado así por la proporción áurea, que debe su nombre a su gran belleza. Por esta etimología, el símbolo químico del oro es *Au*.

Demostración de la proporción áurea



$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$$

$$1 - x = x^2$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$x_1 = 0{,}618$$

$$x_1 = -1{,}618$$

$$|x| = 1{,}618$$

Recurso histórico

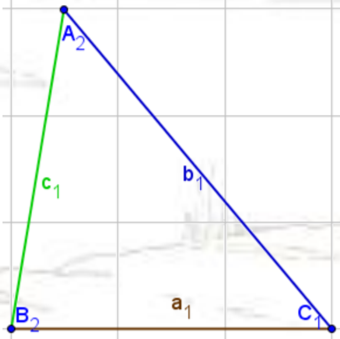
Anécdota:

Seno: Este término fue producto de una traducción errónea. La palabra "jiva", utilizada por los hindúes para describir la semicuerda que hoy es conocida como seno. A partir de esto los árabes adoptaron la palabra "jiba" correspondiente al término seno. Y cuando Roberto de Chester realizaba una traducción del árabe encontró un término desconocido "jiba", lo que causo una confusión con la palabra "jaib" que significa bahía o ensenada. De esta manera "jiba" se tradujo como "sinus" en latín, que significa curva hueca o bahía.

Ley de senos

Fundamentos

Considera un triángulo cualquiera; en este triángulo se cumple que la longitud de los catetos es proporcional a los senos de los ángulos opuestos, así.



$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

Es decir:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}; \quad \frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}; \quad \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

Este teorema es utilizable, si y solo si, se conocen los siguientes datos:

- Dos ángulos y un lado que sea opuesto a uno de estos dos ángulos.
- Dos de los lados y al ángulo opuesto a uno de ellos.

Solución guiada

Problema:

Se necesita saber qué cantidad total de soga es necesario para cercar la región triangular formada por la posición de tres estudiantes, si se conocen dos ángulos $\hat{A} = 75° \; y \; \hat{B} = 25°$ y la distancia entre un par de estudiantes $a = 5{,}5m$.

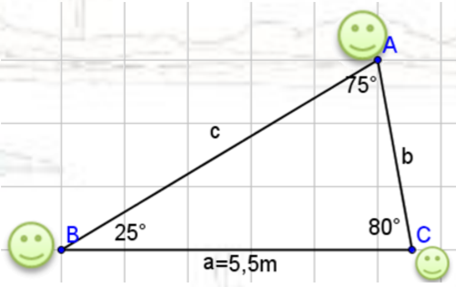
$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}$$

$$b = \frac{a.senB}{senA}$$

$$b = \frac{(5{,}5m).sen(25°)}{sen(75°)}$$

$$b = \frac{2{,}324m}{0{,}966}$$

$$b = 2{,}41m$$



Para calcular el ángulo C

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

$$\hat{C} = 180° - \hat{A} - \hat{B}$$

$$\hat{C} = 180° - 75° - 25°$$

$$\hat{C} = 80°$$

Para calcular el lado c

$$\frac{c}{senC} = \frac{a}{senA}$$

$$c = \frac{a.senC}{senA}$$

$$c = \frac{(5{,}5m).sen(80°)}{sen(75°)}$$

$$c = \frac{5{,}416m}{0{,}966}$$

$$c = 5{,}61m$$

$$P = a + b + c$$

$$P = 5{,}5m + 2{,}41m + 5{,}61m$$

$$P = 13{,}52m$$

La cantidad total de soga necesaria para cercar la región tringular formada por los tres estudiantes es de: $13{,}52m$

Recurso histórico

Antecedente:

Fue a finales del siglo XVII cuando la notación algebraica moderna, aunada a la notación moderna de las funciones trigonométricas introducida por Euler en su libro “Introduction in analysin infinitorum”, permitieron escribir el teorema bajo su forma actual, extendiéndose el nombre de teorema (o ley) del coseno.

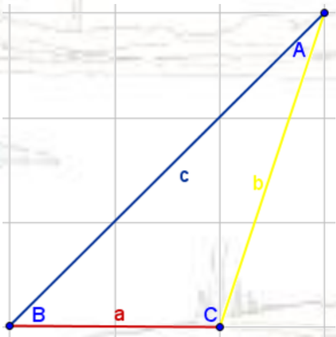
El teorema del coseno es también conocido por el nombre de teorema de Pitágoras generalizado, ya que el teorema de Pitágoras es un caso particular: cuando el ángulo es recto

¿Por qué no se puede utilizar cualquier teorema indistintamente de las condiciones dadas?

Fundamentos

Ley de cosenos

Facilita la resolución de triángulos oblicuángulos, es comunmente reconocida como el teorema de Pitágoras generalizado.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.CosA$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a.c.CosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.CosC$$

Este teorema es utilizable sí y solo sí se conocen los siguientes datos:

- Los tres lados del triángulo.
- Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

Solución guiada

Problema:

Calcula la cantidad de alambre necesario para cercar la superficie triangular formada por la posición de tres estacas, si se conocen dos lados $a = 13{,}75m\ y\ b = 16{,}25m$ y el ángulo formado entre ellos es $\hat{C} = 99°$

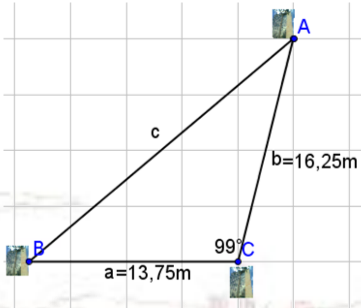
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.CosC$$

$$c^2 = (13{,}75m)^2 + (16{,}25m)^2$$

$$- 2(13{,}75m)(16{,}25m).Cos(99°)$$

$$c^2 = 189{,}06 + 264{,}06 - (446{,}88 * (-o,156))$$

$$c^2 = 453{,}13 + 69{,}91$$



$$c = \sqrt{523{,}035}$$

$$c = 22{,}83m$$

Una vez obtenido la medida del lado “c” , es posible utilizar la ley de senos para calcular la medida de los ángulos, debido a que los datos conocidos se ajustan a las condiciones del teorema a utilizarse.

Para calcular el ángulo A

$$\frac{c}{senC} = \frac{a}{senA}$$

$$senA = \frac{a.senC}{c}$$

$$senA = \frac{(13{,}75m).sen(99°)}{22{,}83m}$$

$$senA = \frac{13{,}581}{22{,}83}$$

$$A = \sin^{-1}(0{,}595)$$

$$A = 36{,}5°$$

Para calcular el ángulo A

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

$$\hat{B} = 180° - \hat{A} - \hat{C}$$

$$\hat{B} = 180° - 36{,}5° - 99°$$

$$\hat{B} = 44{,}5°$$

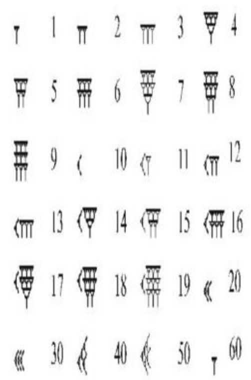
Perímetro $\quad P = a + b + c$

$$P = 13{,}75m + 16{,}25m + 22{,}83m$$

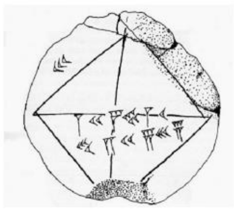
$$P = 52{,}83m$$

La cantidad total de alambre necesario para rodear la región tringular formada por las tres estacas es de: $52{,}83m$

Recurso histórico



Números cuneiformes.



$\sqrt{2}$ En tablilla babilónica.

Video sobre aplicación de vectores:

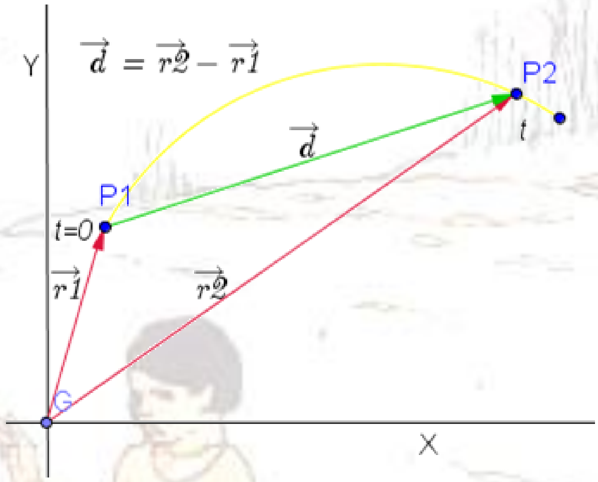
https://www.youtube.com/watch?v=G7nV2plioqo

Vectores y física

Fundamentos

Desplazamiento

Vector desplazamiento $\vec{d} = \overrightarrow{\Delta \mathrm{r}} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$ *desde P1 hasta P2, es el vector que tiene su origen en la posición inicial P1 y su punto final coincide con la posición final P2 de La partícula.*



Esto quiere decir que en el tiempo t:

• La partícula se encuentra en el punto P_2.

• Ha recorrido una distancia a lo largo de la trayectoria descrita desde P_1 hasta P_2.

• Se ha desplazado a partir de la posición inicial P_1 hasta P_2 según el vector $\vec{d}$.

Problema: *Solución guiada*

Método Heurístico

Descripción

- Conversar sobre situaciones

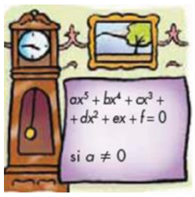
Considerar situaciones en las que al realizar movimiento se describen desplazamientos.

Recurso histórico

En los siglos XV al XVII, aparece formalmente la notación algebraica actual.

$(=, +, -, <, \sqrt{\square}, x, x^2 \ldots)$

A partir del siglo XVIII se desarrollan teorías sobre ecuaciones de ciertas características.



Actualmente, con la ayuda de computadoras y métodos numéricos, puede resolverse de manera cercana cualquier ecuación.

¿Investigue y debata en el aula sobre la diferencia entre los conceptos de distancia, trayectoria, desplazamiento y posición?

- Dirigir la atención hacia particularidades

El movimiento de vehículos, personas o animales se describe mediante un desplazamiento desde un punto inicial a un punto final, que arroje la posición.

- Ordenar lo observado
- Enunciar el problema

Un bote sale del muelle y navega 7 millas hacia el oeste y, luego, 3 millas hacia el norte. ¿A qué distancia del muelle se encuentra?

Exploración

- Organizar actividades en equipo

Formar dúos o tríos para trabajar en la solución del problema de forma conjunta.

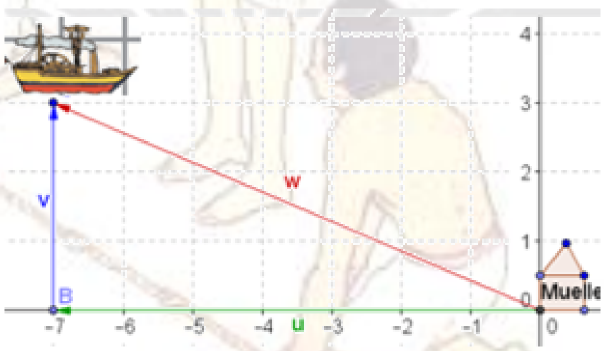
- Orientar el trabajo en los grupos

Facilitar estrategias para un desempeño oportuno en solucionar el problema

- Buscar caminos de solución

Analizar coordenadas geográficas

Aportar con analogías similares al problema en cuestión



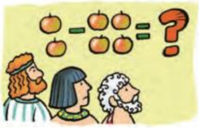
Comparación

- Establecer semejanzas y diferencias

Conceptualizar y definir datos y variables correctamente

Recurso histórico

Babilonios, egipcios y griegos no consideraban los números enteros negativos.



En la China simbolizaban los números positivos con varillas negras. Los números negativos, se representaban con varillas rojas.

El hindú Brahmagupta introdujo en el año 628 los números negativos para indicar deudas, así como ciertas reglas de cálculo.

Los árabes refutaban los números negativos.

En el Renacimiento, los matemáticos empezaron a utilizar números negativos como instrumento de cálculo.

Desplazamiento, posición, distancia, movimiento, etc.

- Codificar los resultados

Plantear enunciados que reflejen la problemática en la que se pueda vincular las ecuaciones matemáticas.

- Seleccionar procedimientos y resultados correctos

Aplicar ecuaciones precisas

Teorema de Pitágoras $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Adaptar la ecuación con las variables del problema

$$w = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$w = \sqrt{7^2 + 3^2}$$

$$w = \sqrt{58}$$

$$w = 7.62\ millas$$

Abstracción

- Identificar elementos esenciales en el proceso

Generalización

- Formular juicios generales

Interpretar las soluciones o resultados obtenidos mediante el proceso de solución.

La distancia recorrida por la lancha desde el muelle hasta el punto final es *de* $7.62\ millas.$

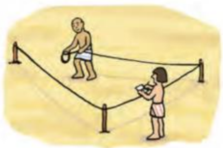
Problema: *Solución guiada*

Método Inductivo – Deductivo

Una persona para saludar a sus amigos parte de un punto y realiza dos desplazamientos

Recurso histórico

Los egipcios utilizaban métodos geométricos para repartir las parcelas de tierra, inundadas periódicamente por el Nilo.

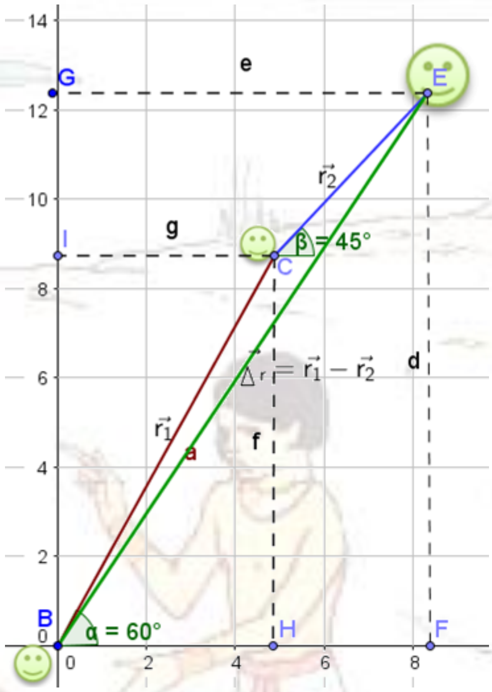


Thales (600 a.C.), tras haber estado en Egipto, introduce la geometría en Grecia.

En la Edad Media, los árabes y los griegos bizantinos traducen y comentan textos griegos clásicos de geometría.

consecutivos en línea recta, primero recorre $1000cm$ en dirección $N30°E$, y luego camina $500cm; NE$. ¿Cuál es la magnitud y dirección del desplazamiento total, y a que distancia del punto inicial se encuentra?

- Observación



- Experimentación

Establecer un eje coordenado y practicar mediante diversos desplazamientos y trayectorias.

- Comparación

Establecer relaciones entre el problema y la situación práctica en el aula.

- Abstracción

Incluir los cálculos matemáticos

$$\vec{d} = \overrightarrow{\Delta r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$$

- Generalización

$\overrightarrow{\Delta r_1} = 1000cm; N30°E$

$$\overrightarrow{\Delta r_1} = 1000cm; 60°$$

$$\overrightarrow{\Delta r_1} = 1000.\cos(60°)\,\vec{\imath} + 1000.sen(30°)\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{\Delta r_1} = (500\vec{\imath} + 866{,}03\vec{\jmath})cm$$

$\overrightarrow{\Delta r_2} = 500cm; NE$

$$\overrightarrow{\Delta r_2} = 500cm; 45°$$

$$\overrightarrow{\Delta r_2} = 500.\cos(45°)\,\vec{\imath} + 500.\,sen(45°)\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{\Delta r_2} = (500\vec{\imath} + 500\vec{\jmath})cm$$

Desplazamiento total

$\overrightarrow{\Delta \mathrm{r}} = \overrightarrow{\Delta r_1} + \overrightarrow{\Delta r_2}$

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{r}} = ((500\vec{\imath} + 866{,}03\vec{\jmath}) + (500\vec{\imath} + 500\vec{\jmath}))cm$$

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{r}} = ((500\vec{\imath} + 500\vec{\imath}) + (866{,}03\vec{\jmath} + 500\vec{\jmath}))cm$$

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{r}} = (1000\vec{\imath} + 1366{,}03\vec{\jmath})cm$$

Distancia

$$(\Delta \mathrm{r})^2 = (1000)^2 + (1366{,}03)^2$$

$$(\Delta \mathrm{r})^2 = 1000000 + 1866038$$

$$\Delta \mathrm{r} = \sqrt{2866038}$$

$$\Delta \mathrm{r} = 1693cm$$

Dirección

$$\tan\alpha = \frac{1366{,}03}{1000}$$

$$\tan\alpha = \frac{1366{,}03}{1000}$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1{,}366)$$

$$\alpha = 53{,}8°$$

La magnitud y dirección del desplazamiento es: $\overrightarrow{\Delta \mathrm{r}} = (1693cm; 53{,}8°)$

La distancia a la que se encuentra del punto inicial es: $16{,}93m$

- Comprobación

  Tomar medidas reales con ayuda de un flexómetro

- Aplicación

Recurso histórico

Algunos animales son capaces de identificar figuras geométricas sencillas: triángulos, cuadriláteros, círculos…

Las primeras civilizaciones, al utilizar objetos con formas geo métricas, se plantean cuestiones sobre medidas, lo que motiva el nacimiento de la geometría.

Problema: *Solución guiada*

Método de solución de problemas

- Enunciando el problema

Dos lugares A y B están separados por $2100\,m$. Desde A parte hacia B un carro con una rapidez constante de $20\,m/s$. Diez segundos después y desde B, parte hacia A otro móvil con una rapidez constante de $50\,m/s$. Encuentra analítica y gráficamente dónde y cuándo se cruzan.

- Identificación del problema

- Formulación de alternativas de solución

El encuentro de ambos móviles será en tiempo:

$$t_a - 10s = t_b$$

Para saber en dónde:

$d_a = V_a . t_a$	$d_b = V_b . t_b$
$t_a = \frac{d_a}{V_a}$	$t_b = \frac{d_b}{V_b}$
$d_a = x$	$d_b = 2100 - x$
$V_a = 20\,m/s$	$V_b = 50\,m/s$

- Resolución

Si: $$t_a - 10s = t_b$$

Entonces: $$\frac{d_a}{V_a} - 10s = \frac{d_b}{V_b}$$

$$\frac{x}{V_a} - 10 = \frac{2100 - x}{V_b}$$

$$xV_b - 10V_aV_b = 2100V_a - xV_a$$

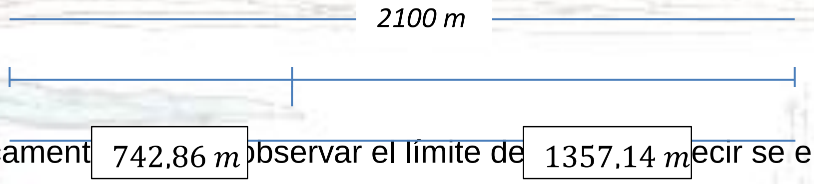
$$x = \frac{2100V_a + 10V_aV_b}{V_a + V_b}$$

$$x = \frac{2100(20) + 10(20)(50)}{20 + 50}$$

$$d_a = x = 742{,}86\ m$$

$$d_b = 1357{,}14\ m$$

- Verificación de soluciones



Gráficament[...]bservar el límite de[...]ecir se encuentran a $742{,}86\ m$ del punto A, y a $1357{,}14\ m$ del punto B.

Los tiempos de encuentro son $t_a = 37{,}1s$ y $t_b = 27{,}1s$ y la diferencia de los diez segundos está implícita.

Tiempo del móvil A:

$$t_a = \frac{d_a}{V_a}$$

$$t_a = \frac{742{,}86\ m}{20\ m/s}$$

$$t_a = 37{,}1s$$

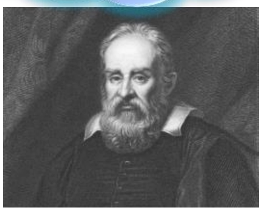
Tiempo del móvil B:

$$t_b = \frac{d_b}{V_b}$$

$$t_b = \frac{1357{,}14\ m}{50\ m/s}$$

$$t_b = 27{,}1s$$

Recurso histórico



Galileo Galilei, fue un matemático y físico, nació 15 de febrero de 1564 y muere 8 de enero de 1642, se interesó por el fenómeno de la caída libre, entonces decidió subir a la torre inclinada de Pisa y tiró objetos de variados materiales y tamaños. Algunas veces cambiaba el tamaño de objetos hechos del mismo material para comprender de qué se trataba específicamente el fenómeno y finalmente llegó a concluir que todos los objetos caen iguales.

Investigar ¿Cómo demostrar que todos los objetos caen al mismo

Actividad N° 8: *Aplicación*

Desarrolla las aplicaciones propuestas a continuación:

I. Demuestra el teorema de Pitágoras prácticamente con material concreto obteniendo las áreas del semicírculo formado en la hipotenusa y los cuadrados formados en los catetos, luego suma las áreas de los cuadrados y confirma si es igual a la superficie del semicírculo.

II. Con los vectores $\vec{A} = (3, 5)$ y $\vec{B} = (-2, -3)$ realiza las operaciones indicadas graficamente.

a) $\vec{A} + \overrightarrow{2B}$

b) $2\vec{A} - \overrightarrow{2B}$

II. Los lugares A y B están separados por $7.5\ km$. Desde A parte hacia B un móvil con una rapidez constante de $3\ km/h$. Simultáneamente y desde B, parte hacia A otro móvil con una rapidez constante de $5\ km/h$. Comprueba analítica y gráficamente dónde y cuándo se encontrarán.

III. Esmeraldas está a $300000\ m$ de Quito en línea recta y está ubicada en dirección N43ºO, mientras que Guayaquil está a $390000\ m$ en línea recta de Quito, en dirección S37ºO. Determina la distancia en línea recta entre Esmeraldas y Guayaquil.

Velocidad

Fundamentos

Recurso histórico

Los 3 problemas de la Antigüedad

Retos matemáticos del mundo griego refieren a tres problemas clásicos de construcción: la construcción de un cuadrado igual en área a un círculo dado, la construcción del lado de un cubo cuyo volumen es el doble de un cubo de lado dado, y la trisección de cualquier ángulo. Todos estos problemas por resolver solamente con regla y compás.

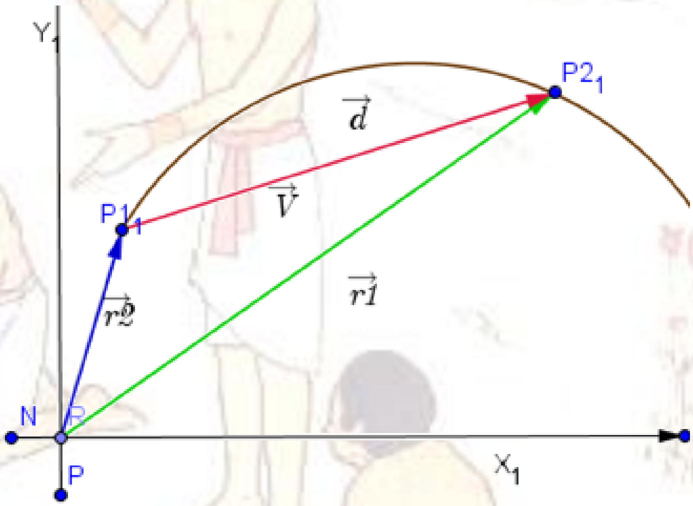
Velocidad media

El concepto velocidad proviene del latín *velocitas* y da a conocer la cualidad de rápido, su estructura léxicas son: *velox* (rápido), más el sufijo *–dad* (cualidad).

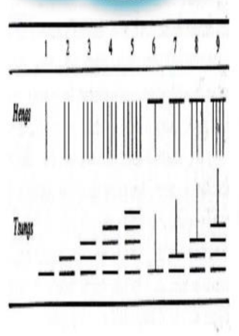
En el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) se ha determinado la velocidad media adquirida por una partícula como: $\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

El desplazamiento en el plano se representa por el vector: $\Delta\vec{r} \rightarrow \vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

El vector desplazamiento y la dirección del vector velocidad media coinciden.



Recurso histórico



Números chinos. Tomado de [Joseph, George G.: La cresta del pavo real, p. 202]

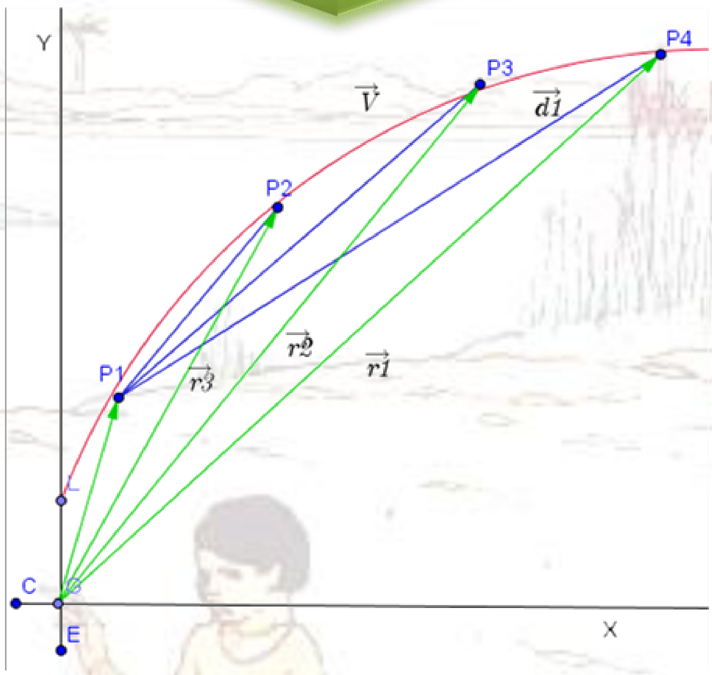
Chiu Chang

Posee 246 problemas repartidos en 9 capítulos

En un primer capítulo (Fang thien) se incluye las reglas para calcular áreas de triángulos, trapecios, círculos, rectángulos, así como una aritmética de fracciones.

Velocidad instantánea

Fundamentos



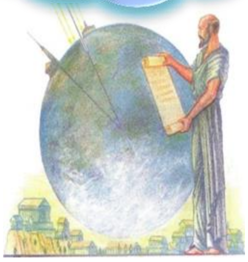
La figura representa el traslado de un cuerpo desde el punto P hasta el punto P1, en un intervalo de tiempo Δt_1

Características del vector velocidad instantánea:

• Norma: Medida de la velocidad, también llamada rapidez.

• Dirección: la tangente de la trayectoria en un punto determina la dirección de la velocidad instantánea. La flecha del vector indica la dirección que describe el movimiento.

Recurso histórico



Eratóstenes

Uno de los más extraordinarios experimentos científicos de todos los tiempos fue llevado a cabo por Eratóstenes, en el siglo III a.C., cuando con los rudimentarios medios técnicos de la Antigüedad, midió de manera notablemente exacta nada menos que la circunferencia de la Tierra. Para ello sólo usó algunos papiros para consultar, su ojo, un gnomon (cuadrante)... y un esclavo para caminar por el desierto.

Actividad N° 9: *Aplicación*

Desarrolla las aplicaciones propuestas a continuación:

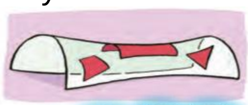
1. Un bombardero que con el aire en reposo, su velocidad es $800\ km/h$ en orientación $N\ 60°\ E$. Si la velocidad del viento es de $120\ km/h$ en dirección $S\ 30°\ E$. determina el módulo dirección y velocidad del bombardero respecto a la Tierra.

2. En la laguna de San Pablo un nadador se mueve a una velocidad de 3 m/s en dirección N 15° E. Si la corriente del lago tiene una velocidad de 10 km/h. calcula el módulo dirección y velocidad del deportista con respecto al agua.

Recurso histórico

En el siglo XV, la geometría proyectiva estudia los polígonos desde el punto de vista de la perspectiva.

Actualmente, sólo se estudian polígonos en geometría proyectiva.



Recurso histórico

Gaüss 1777 – 1855, Alemania, aportó en la teoría de números, teorema fundamental del algebra y geometrías no euclideas.

Fuerza

Fundamentos

El concepto Fuerza viene del latín *fortia*, plural neutro del adjetivo *fortis*. La forma antigua era *forctis*. Su significado es fuerte. En la física la palabra fuerza se utiliza para dar a conocer la modificación de la forma o estado de reposo de una partícula.

Es aquel que representa la dirección y la magnitud de una fuerza aplicada. Si un objeto es sometido a dos fuerzas, produce una fuerza resultante que afecta el objeto de la misma forma en que las dos fuerzas lo hacen simultáneamente.

Problema: *Solución guiada*

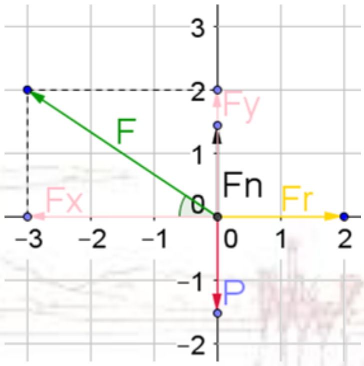
Método de Proyectos

Una persona arrastra una gaveta de $180\,N$ con una fuerza de $100\,N$, el cuerpo se desliza por el piso con velocidad constante. Lo hace con ayuda de una cuerda, la cual forma un ángulo de 40° con la horizontal. ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento?

- Descubrimiento de situaciones

Seleccionar equipos de trabajo de dos o tres estudiantes para reavivar prácticamente la situación problemática.

- Definición y formulación del proyecto



- Ejecución del proyecto

Vivificar la situación de forma muy aproximada con los datos del problema y proceder a registrar datos reales.

- Evaluación del proyecto

Diagrama de cuerpo libre

$$\sum F_x = 0$$

$$Fr - Fx = 0$$

$$Fr = Fx$$

$$u.Fn = Fcos(40°)$$

$$Fn = \frac{Fcos(40°)}{u}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$Fn + Fy - P = 0$$

$$Fn = P - Fy$$

Igualar las dos ecuaciones:

$$Fn = Fn$$

$$\frac{Fcos(40°)}{u} = P - Fy$$

$$u = \frac{Fcos(40°)}{P - Fy}$$

$$u = \frac{100cos(40°)}{180 - 100sen(40)}$$

$$u = 0{,}66$$

Si:

$$Fn = \frac{180N cos(40°)}{0,66}$$

$$Fn = 208,9N$$

Entonces:

$$Fr = u.Fn$$

$$Fr = 0,66.208,9N$$

$$Fr = 137,88N$$

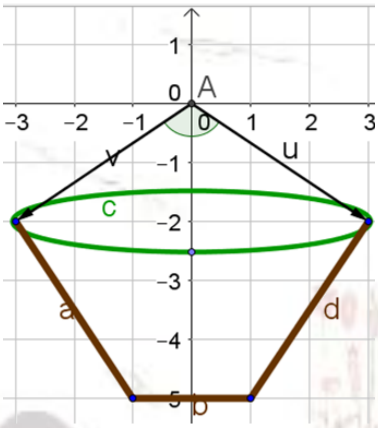
Problema: Solución guiada

Método de Proyectos

Un ladrillo de 6 kg cuelga de un clavo como se ve en la figura, de manera que las cuerdas forman un ángulo de 112°. ¿Cuál es la tensión de cada cuerda?

- Descubrimiento de situaciones

Pedir al estudiante que realice una maqueta, con los parámetros de la situación.



- Definición y formulación del proyecto
- Ejecución del proyecto

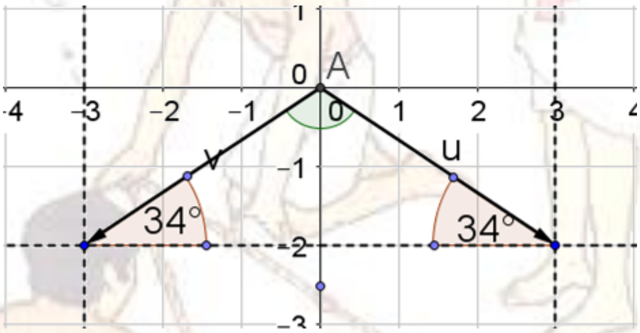
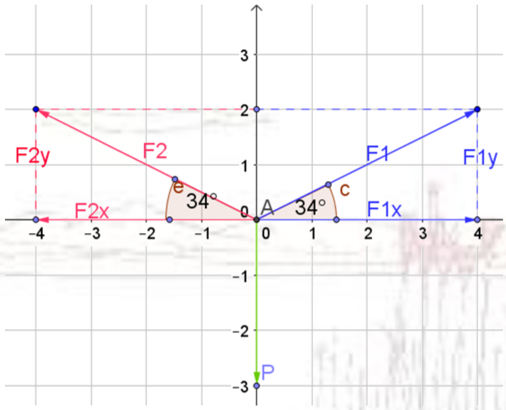


Diagrama de cuerpo libre (DCL)



- Evaluación del proyecto

$$P = m.g$$

Por la condición de equilibrio se deduce lo siguiente:

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{1x} - F_{2x} = 0$$

$$F1\cancel{\cos}(34) = F2\cancel{\cos}(34)$$

$$F1 = F2$$

$$Fuerza = Tensión$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} - P = 0$$

$$F_{1y} + F_{1y} - P = 0$$

$$2F1sen(34°) = P$$

$$F1 = \frac{m.g}{2sen(34°)}$$

$$F1 = \frac{6\,kg.9{,}8\,{}^{m}/_{s^2}}{2sen(34°)}$$

$$F1 = 52{,}57\ N$$

$$F2 = 52{,}57\ N$$

La tensión a la cual están siendo sometidas las dos cuerdas son de $F1 = 52{,}57\ N$ y $F2 = 52{,}57\ N$

Recurso histórico

Relación entre álgebra y geometría

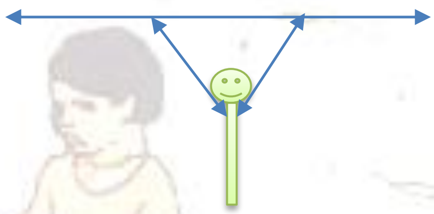
Es posible afirmar que hasta el siglo XVII el álgebra siempre estuvo subordinada a la geometría; con la geometría de coordenadas se dio una inversión decisiva para el destino de las matemáticas modernas. En primer lugar, debe mencionarse el papel y el valor especiales que le dieron los árabes e hindúes al álgebra y la aritmética. Debe subrayarse, sin embargo, el trabajo realizado por Vieta en el álgebra con el propósito de resolver problemas de construcción geométrica.

Actividad N° 10: *Aplicación*

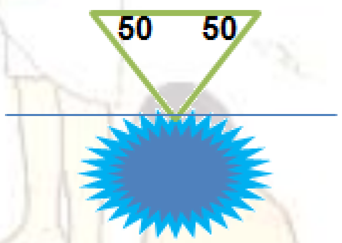
Desarrollar las aplicaciones propuestas a continuación:

I. Realizar un collage de todos los algebristas y geómetras que han aportado significativamente a la matemática. En orden cronológico, y compartir en clases con los compañeros.

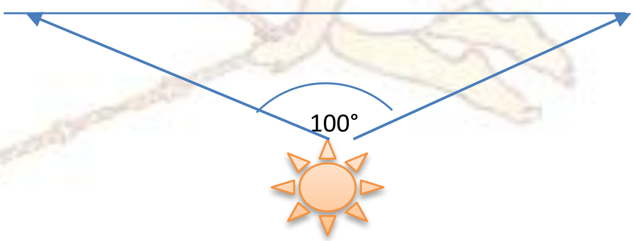
II. Con ayuda de un “DCL”, dibuja las fuerzas que actúan sobre un cuerpo que se encuentra colgando de una barra de hierro horizontal por medio de sus brazos.



III. Determina la tensión en las cuerdas si la masa de la piñata es de $7{,}7\ kg$, considera la gravedad igual a $9{,}82\ m/s$.



IV. Calcula la tensión de ambos alambres si la masa de la lámpara es $750\ g$



Proyecto final integrador

I. Datos informativos:

Nombre: Curso: Fecha:

II. Tema:

Historia de la Matemática y vectores en cálculo de área y volumen

III. Objetivo:

(Redacte tres objetivos que le permitan poner en práctica los conocmientos adquiridos en este bloque de estudio, mediante el desarrollo de este proyecto que utilizará la historia de la Matemática, las Tic, material concreto, ecuaciones primitivas y actuales, y trasladarlo al contexto de la vida cotidiana para lograr aprendizajes significativos)

IV. Fundamento:

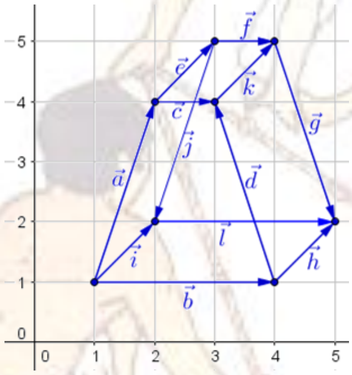
a. Geometría babilónica (*incluya personajes*)
b. Geometría egipcia (*incluya personajes*)
c. Número áureo
d. Vectores
e. Geogebra

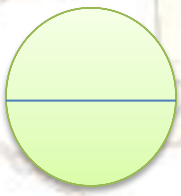
V. Equipo:

Construcción de:

a. Círculo
b. Pirámide truncada hueca

VI. Esquema:





VII. Proceso:

a. Realizar en Geogebra utilizando una escala adecuada un plano para el círculo y la pirámide truncada respectivamente, con ayuda de los vectores.

b. Construir un círculo de material reciclado sin utilizar un compás

c. Construir una pirámide truncada hueca de cartón sin utilizar una regla y precisando que sus medidas contemplen la proporción áurea (emplear su pulgar como unidad de medida)

d. Proceder a tomar medidas, para realizar cálculos de área y volumen

VIII. Registro:

a. Calcular el área del círculo mediante las siguientes ecuaciones primitivas. $A = \frac{c^2}{12}$; $A = (\frac{8}{9}\Phi)^2$; y la ecuación actual $A = \pi r^2$, $c = longitud\ de\ circunferencia$, $\Phi = diametro$.

b. Calcular el volumen de la pirámide truncada mediante la ecuación primitiva $V = \frac{h(a^2+a.b+b^2)}{3}$; $h = altura, a = base\ mayor, b = base\ menor$. Y la ecuación actual $V_{truncado} = V_{piramide\ mayor} - V_{menor}\ y\ V = \frac{1}{3}.A_{base}.h$

c. Tomar como origen el punto inicial de cada vector (método del polígono) y escribir las coordenadas de cada vector usado en la construcción de la pirámide truncada. (registrarlo en una tabla)

IX. Cálculos: (desarrollo)

X. Resultado:

Área primitiva (círculo)		Volumen primitivo (pirámide)	
Ecuaciones	Unidad de medida	Ecuaciones	Unidad de medida
$A = \frac{c^2}{12}$		$V = \frac{h(a^2 + a.b + b^2)}{3}$	
$A = (\frac{8}{9}\Phi)^2$			
Área actual		Volumen actual	
$A = \pi r^2$		$V = \frac{1}{3}.A_{base}.h$	
Variación		Variación	

XI. Conclusiones: (mínimo tres, en función de los objetivos planteados)

6.7. Impactos

A nivel social el impacto de esta guía será sobre la sociedad que integra la Unidad Educativa “Gabriela Mistral”, tanto a docentes, directivos, y estudiantes. Puesto que esta guía plantea un proceso de enseñanza aprendizaje el cual rescata e involucra la historia de los conocimientos que se comparten en matemática con la finalidad de valorar, analizar y reflexionar acerca de la importancia de esta ciencia; Propone que la investigación acerca de antecedentes históricos motivará e impulsará la curiosidad por los fundamentos del surgimiento de la matemática, posibilitando cimentar oportunamente los conocimientos, bajo la guía de los docentes, esto a la vez contribuirá a contrarrestar la deficiencia de la utilización de recursos y aportará a concienciar que la matemática es la ciencia aliada de los seres humanos.

A nivel pedagógico, permitirá tener un mejor acercamiento del estudiante con la historia de los conocimientos que aprende en matemática, lo cual es ventajoso en el sentido de que el educando ya no verá a las matemáticas como conceptos puramente abstractos aparentemente salidos de la nada, sino que podrá investigar, analizar y reflexionar acerca de la necesidad de incursionar en el campo de esta ciencia.

A nivel metodológico, brindará a los docentes y estudiantes una herramienta de apoyo de fácil e interesante estudio lo cual aporta gradualmente a un corresponsal desenvolvimiento en los ambientes de aprendizaje, posibilitando desarrollar las habilidades cognitivas que le permiten al estudiante ser crítico con el conocimiento adquirido.

6.8. Difusión

La difusión de la guía se la realizó mediante una socialización que se llevó a cabo con la participación de padres de familia, docentes, estudiantes y directivos de la institución, explicando y mostrando la estructura y manejo. Acogiendo las sugerencias e inquietudes de los presentes.

5.3. Bibliografía

- ALMEIDA, E. (12 de septiembre de 2013). Introducción al BGU 2013. Ibarra, Imbabura, Ecuador.

- ANDRANGO, A, MEJÍA, P. (2010). "El aprendizaje de la matemática en los estudiantes del primer año de bachillerato especialidad físico matemático, en los colegios universitario "UTN" y nacional Ibarra, durante el año lectivo 2009-2010", Tesis de pregrado, Universidad Técnica del Norte. Ibarra.

- BALLÉN, J. (2012). "El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo", Tesis de posgrado, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

- CALERO, M. (2013) "Aprendizaje sin límites: Constructivismo", primera edición, editorial Alfa omega.

- CAMBURSANO, S., ANDRADA, S. (2013) "Enseñanza de la psicología en las ciencias de la educación" Editorial Brujas.

- CARLOSAMA, J. (2012). "El aprendizaje significativo de matemática en los estudiantes de 2do año de bachillerato especialidad físico matemático en los colegios: nacional "Ibarra", nacional "Víctor Mideros", Tesis de pregrado, Universidad Técnica del Norte, Ibarra.

- DÍAZ-BARRIGA, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5 (2), en http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html

- GALDOS, L. 2007. Matemática Galdós, editorial. Madrid, España. Pg. 6-7, 24 – 27, 30 – 32

- GUERRERO, D. (2011). “Incidencia motivacional de las estrategias metodológicas aplicadas en la enseñanza de las expresiones algebraicas, en octavo grado, en un colegio de carácter oficial de la ciudad de Manizales”, Tesis de posgrado, Universidad Nacional de Colombia. Manizales.

- LAUREN, B. y otros (2001). “La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos”. Paidós-MEC. Pg.6-7

- MESA, Fernando, Fernández Sánchez, Oscar, Mónica Angulo, Cruz (2012) “Formación de profesores de matemática” primera edición, editorial ECOE, Bogotá

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. (2010). Libro De Matemáticas. Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica. Quito, Ecuador. Pg. 23

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. (2011). Libro del Docente. Curso de pedagogía y didáctica. Programa de formación continua del magisterio fiscal. Quito, Ecuador. Pg. 123, 161

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. (2011). Libro del Estudiante. Noveno, décimo de EGB. Quito, Ecuador.

- MONSERRATE, M. (2011). “La motivación y su incidencia en la predisposición en los estudiantes para abordar el aprendizaje de la matemática en el 10mo año de educación básica de los colegios urbanos marginales de la ciudad de pasaje del periodo lectivo 2010 - 2011”, Tesis de pregrado, Universidad de Machala. Machala.

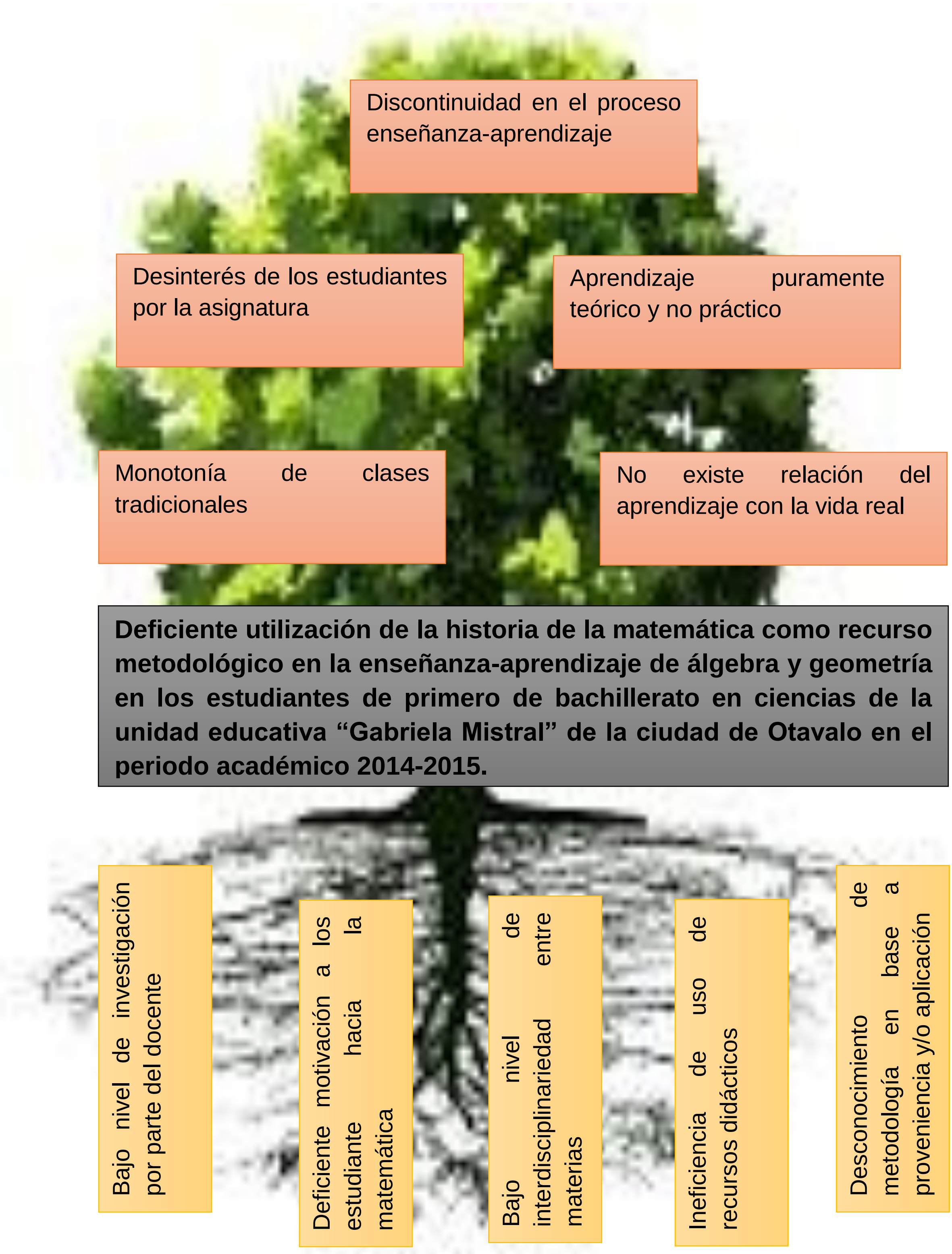
- MUZÁS, M Dolores, Blanchard, Mercedes, (2007) “propuesta metodológica para profesores flexibles”
- ORDÓÑEZ, C. (2004). Pensar pedagógicamente desde el constructivismo. De las concepciones a las prácticas pedagógicas. Revista de Estudios Sociales, No. 19, pp. 7 – 12.
- ORTIZ, F. (2005). “historia de la matemática” primera edición, volumen uno, Lima, Perú.
- PÉREZ, M. (2013). “UNA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS RETOS Y CONQUISTAS A TRAVÉS DE SUS PERSONAJES”. Editorial visión libros, Madrid, España.
- RODRIGUEZ, T. (2012) “Metodología y evaluación: desarrollo de destrezas con criterio de desempeño” Editorial Letra sabia.
- SÁENZ, E. (2005). “Apuntes para el curso Historia de las Matemáticas” Universidad Autónoma de Nueva León.
- SCHUNK, D. H. (2012). Teorías del Aprendizaje (Sexta ed.). (M. Vega Pérez, Ed.) México: Pearson.
- TERRÉ, V. y García, C. (2009). “Desarrollo del aprendizaje cognitivo”, Editorial Suzaeta. Madrid. España.
- WOOLFOLK, A. (2010) “Psicología Educativa”, decimoprimera edición, editorial Pearson educación, México.

Web grafía:

- https://www.youtube.com/watch?v=lEU1TGOV4QI
- http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra
- http://es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_la_geometr%C3%ADa
- file:///C:/Users/PC-10/Downloads/109-329-1-PB.pdf
- http://www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm
- http://es.wikipedia.org/wiki/Constructivismo_%28pedagog%C3%ADa%29
- http://www.monografias.com/trabajos6/apsi/apsi.shtml
- http://estrategiasmetodologicasinformaticas.blogspot.com/p/metodos-para-ensenar-programacion_10.html
- http://www.academia.edu/1332493/LA_HISTORIA_DE_LA_MATEM%C3%81TICA_COMO_RECURSO_METODOL%C3%93GICO_EN_LOS_PROCESOS_DE_ENSE%C3%91ANZA_APRENDIZAJE_UNA_EXPERIENCIA_A_
- https://books.google.com.ec/books?id=6hBZBQAAQBAJ&pg=PA625&dq=historia+de+la+matem%C3%A1tica+boyer&hl=es&sa=X&ei=flpeVbvdBO-IsQS4j4G4DA&ved=0CCAQ6AEwAQ#v=onepage&q=historia%20de%20la%20matem%C3%A1tica%20boyer&f=false
- http://eprints.rclis.org/17463/1/bases_teoricas.pdf
- http://www.monografias.com/trabajos6/apsi/apsi.shtml

ANEXOS

ANEXO 1: ÁRBOL DEL PROBLEMA



ANEXO 2: MATRIZ DE COHERENCIA

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVO GENERAL
¿De qué manera influye la historia de la Matemática utilizada recurso metodológico en la enseñanza-aprendizaje de álgebra y geometría en los estudiantes de primero de bachillerato en ciencias de la unidad educativa “Gabriela Mistral” de la ciudad de Otavalo en el periodo académico 2014 – 2015 ?	Contribuir al mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje del bloque de álgebra y geometría mediante la utilización de la historia de la Matemática como recurso metodológico, en los estudiantes de primero de bachillerato en ciencias de la unidad educativa “Gabriela Mistral” de la ciudad de Otavalo en el periodo académico 2014 – 2015. -
INTERROGANTES	**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**
¿Cómo ayudará la utilización de la historia de la Matemática como recurso metodológico a lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes de primero de bachillerato general unificado?	Diagnosticar en los docentes de la unidad educativa la utilización de la historia de la Matemática como recursos metodológico para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.
¿Cómo elaborar la guía metodológica abordando la historia de la Matemática con los fundamentos adecuados que proporcione un recurso apropiado para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes?	Construir la fundamentación teórica pertinente que ayudará a sustentar viablemente la investigación.
¿Qué tan oportuno será compartir con los estudiantes la historia del álgebra y geometría en el proceso enseñanza-aprendizaje de las mismas?	Elaborar una guía metodológica sobre los temas de álgebra y geometría que tome en cuenta la historia de cada tema para que los estudiantes logren conocer y motivarse sobre su aprendizaje.
¿Lograrán los docentes de Matemática interesarse e investigar sobre la historia de la Matemática para fundamentar y motivar la enseñanza en sus estudiantes?	Socializar la propuesta en el área de Matemática con estudiantes y docentes de la unidad educativa.

ANEXO 3: MATRIZ INSTRUMENTAL

Tipos	Métodos	Técnicas	Instrumento
Investigación descriptiva	Inductivo-deductivo	Encuesta a docentes y estudiantes	Test
Investigación de campo	Analítico-sintético	Ficha de observación	Observaciones
Investigación bibliográfica	Estadístico		
Investigación propositiva	Descriptivo		
	Matemático		

ANEXO 4: ENCUESTA A ESTUDIANTES

UNIVERSIDAD TÉCNCA DEL NORTE
FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA
CARRERA: LIC. FÍSICO MATEMÁTICO
ENCUESTA PARA ESTUDIANTES:

INSTRUCCIONES:

ESTIMADO ESTUDIANTE LEA DETENIDAMENTE Y CONTESTE CLARA Y VERAZMENTE MARCANDO CON UNA (X) SOLO UNA OPCIÓN QUE CONSIDERE APROPIADA EN CADA UNA DE LAS PREGUNTAS, LAS MISMAS QUE APORTARÁN MUY UTILMENTE PARA EL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN QUE SE ESTÁ REALIZANDO

PREGUNTAS:

1) ¿Le han contado sus profesores sobre la historia de la matemática?
   a. Frecuentemente ( )
   b. A veces ( )
   c. Muy poco ( )
   d. Nada ( )
2) ¿En sus libros de matemática encuentra contenidos sobre historia de la matemática?
   a. En todos los contenidos( )
   b. Rara vez ( )
   c. Casi nada ( )
   d. Nada ( )
3) ¿Cuánto conoce usted de la historia de la matemática en álgebra y geometría?
   a. Mucho ( )
   b. Medianamente ( )
   c. Poco ( )
   d. Nada ( )
4) ¿Cree usted qué es importante conocer sobre la historia de la matemática?
   a. Muy de acuerdo ( )
   b. De acuerdo ( )
   c. Poco de acuerdo ( )
   d. Desacuerdo ( )
5) ¿Ha investigado Ud. Sobre la historia de la matemática?
   a. Constantemente ( )
   b. A veces ( )
   c. Muy poco ( )
   d. Nunca ( )
6) ¿Son interesantes las clases de matemática que usted recibe en el aula?
   a. Sí ( )
   b. No ( )
   c. Un poco ( )
7) ¿Le gustaría que sus profesores le den a conocer sobre la historia de los temas que aprenden en matemática?
   a. Sí ( )
   b. Un poco ( )
   c. No ( )

8) *¿Qué le parecería si su profesor inicia la enseñanza de la matemática explicándoles la historia?*

a. *Interesante* ( )
b. *Bueno* ( )
c. *Regular* ( )
d. *Malo* ( )

9) *¿Cree usted que es beneficioso investigar sobre la historia de la matemática para saber de dónde y por qué aparecieron?*

a. *En gran medida* ( )
b. *Poco* ( )
c. *No* ( )

10) *¿Conocer sobre la historia de la matemática ayudaría a que se interese por la matemática?*

a. *En gran medida* ( )
b. *Medianamente* ( )
c. *Poco* ( )
d. *Nada* ( )

Revisado

ANEXO 5: ENCUESTA A DOCENTES

UNIVERSIDAD TÉCNCA DEL NORTE
FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA
CARRERA: LIC. FÍSICO MATEMÁTICO
ENCUESTA PARA DOCENTES:

INSTRUCCIONES:

ESTIMADO DOCENTE LEA DETENIDAMENTE Y CONTESTE CLARA Y VERAZMENTE MARCANDO CON UNA (X) SOLO UNA OPCIÓN QUE CONSIDERE APROPIADA EN CADA UNA DE LAS PREGUNTAS, LAS MISMAS QUE APORTARÁN MUY UTILMENTE PARA EL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN QUE SE ESTÁ REALIZANDO

PREGUNTAS:

1) ¿Cuánto conoce usted de la historia del álgebra y la geometría?
   a. Mucho ( )
   b. Medianamente ( )
   c. Poco ( )
   d. Nada ( )
2) ¿Cree usted qué es importante dar a conocer a los estudiantes sobre la historia de la matemática?
   a. Muy de acuerdo ( )
   b. De acuerdo ( )
   c. Poco de acuerdo ( )
   d. Desacuerdo ( )
3) ¿Son interesantes las clases de matemática que usted imparte en el aula?
   a. Siempre ( )
   b. Casi siempre ( )
   c. A menudo ( )
   d. No ( )
4) ¿Le gustaría que sus estudiantes conozcan la historia de los temas que les enseña en matemática?
   a. Muy de acuerdo ( )
   b. De acuerdo ( )
   c. Poco de acuerdo ( )
   d. Desacuerdo ( )
5) ¿Le parece pertinente relacionar la enseñanza del álgebra y la geometría explicándoles la historia de las mismas?
   a. Muy bueno ( )
   b. Bueno ( )
   c. Regular ( )
   d. Malo ( )
6) ¿Cuál es la estrategia metodológica que más utiliza en el proceso de enseñanza aprendizaje?
   a. Clase magistral ( )
   b. Desarrollo de ejercicios ( )
   c. Desarrollo de problemas ( )
   d. Historia de la Matemática ( )

7) *¿Qué tipos de motivación realiza Ud. en las clases de matemática?*
   a. *Dinámicas* ( )
   b. *Juegos lógicos* ( )
   c. *Cuenta anécdotas* ( )
   d. *Socializa la historia de la matemática* ( )
8) *¿Cree que sería factible explicar a sus alumnos sobre los fundamentos de los conocimientos matemáticos que enseña?*
   a. *Muy de acuerdo* ( )
   b. *De acuerdo* ( )
   c. *Poco de acuerdo* ( )
   d. *Desacuerdo* ( )
9) *¿Será pertinente enseñar a los estudiantes sobre la epistemología de los términos matemáticos?*
   a. *En gran medida* ( )
   b. *Medianamente* ( )
   c. *Poco* ( )
   d. *Nada* ( )
10) *¿Considera apropiado enriquecer culturalmente los conocimientos sobre la historia de la matemática a los educandos?*
   a. *Muy de acuerdo* ( )
   b. *De acuerdo* ( )
   c. *Poco de acuerdo* ( )
   d. *Desacuerdo* ( )
11) *¿Le gustaría contar con una guía metodológica que incorpore la historia de la Matemática para la enseñanza-aprendizaje del álgebra y geometría?*
   a. *Muy de acuerdo* ( )
   b. *De acuerdo* ( )
   c. *Poco de acuerdo* ( )
   d. *Desacuerdo* ( )
12) *¿Estaría de acuerdo en participar en la socialización de una guía metodológica que incorpore la historia de la Matemática?*
   a. *Muy de acuerdo* ( )
   b. *De acuerdo* ( )
   c. *Poco de acuerdo* ( )
   d. *Desacuerdo* ( )

Revisado

ANEXO 6: FICHA DE OBSERVACIÓN A ESTUDIANTES

UNIVERSIDAD TÉCNCA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CARRERA: LIC. FÍSICO MATEMÁTICO

FICHA DE OBSERVACIÓN I

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN: Unidad Educativa "Gabriela Mistral"
FECHA DE APLICACIÓN: ________________
ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO PARALELO: __________
OBJETIVO: Recabar información acerca del desempeño de los estudiantes en las clases de Matemática.

N°	*NIVEL:* / *INDICADOR:*	*MUCHO*	*MEDIANA_ MENTE*	*POCO*	*NADA*	*OBSERVACIONES*
1	Escuchan con atención las clases de matemáticos que el docente imparte en clase.					
2	Participan activamente aportando comentarios sobre lo que aprenden.					
3	Expresa cuestionamientos curiosos relacionando la Matemática con la vida cotidiana.					
4	Comprende la utilidad de aprender matemática.					
5	Valora la importancia de la matemática.					
6	Reflexionan acerca de la utilidad de las ciencias exactas.					
7	Cultivan la investigación como eje transversal dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.					
8	Se mantiene motivado durante las clases					
9	Trabajan en equipo					
10	Demuestran interés por las anécdotas de determinados matemáticos					
11						
12						
13						
14						
15						

***NOTA:** escala de apreciación interpretativa en base a las observaciones registradas.*

OBSERVADOR: Avimael Velásquez

Ed: 2018-04-30

ANEXO 7: FICHA DE OBSERVACIÓN A DOCENTES

UNIVERSIDAD TÉCNCA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CARRERA: LIC. FÍSICO MATEMÁTICO

FICHA DE OBSERVACIÓN II

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN: Unidad Educativa "Gabriela Mistral"
FECHA DE APLICACIÓN: ________________
NOMBRES Y APELLIDOS DEL DOCENTE: ______________________________ **EDAD:** __________
OBJETIVO: Recabar información acerca del desempeño del docente de matemática en los ambientes de enseñanza-aprendizaje.

N°	*INDICADOR:*	*OBSERVACIONES*
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

NOTA: *escala de apreciación interpretativa en base a las observaciones registradas.*

OBSERVADOR: Avimael Velásquez

Edi

2015-04-30

ANEXO 8: FICHA DE OBSERVACIÓN APLICADA A ESTUDIANTES

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA
CARRERA: LIC. FÍSICO MATEMÁTICO
FICHA DE OBSERVACIÓN I

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN: Unidad Educativa "Gabriela Mistral"
FECHA DE APLICACIÓN: Semana del 3 al 8 de noviembre de 2014.
ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO PARALELO: A, B, C.
OBJETIVO: Recabar información acerca del desempeño de los estudiantes en las clases de Matemática.

N°	*NIVEL:* / *INDICADOR:*	*MUCHO*	*MEDIANA_ MENTE*	*POCO*	*NADA*	*OBSERVACIONES*
1	Escuchan con atención las clases de matemáticos que el docente imparte en clase.		X			
2	Participan activamente aportando comentarios sobre lo que aprenden.				X	
3	Expresa cuestionamientos curiosos relacionando la Matemática con la vida cotidiana.				X	
4	Comprende la utilidad de aprender matemática.		X			
5	Valora la importancia de la matemática.			X		
6	Reflexionan acerca de la utilidad de las ciencias exactas.	X				
7	Cultivan la investigación como eje transversal dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.				X	
8	Se mantiene motivado durante las clases			X		
9	Trabajan en equipo					
10	Demuestran interés por las anécdotas de determinados matemáticos					
11	Se interesan por saber acerca de los grandes matemáticos	X				
12						
13						
14						
15						

NOTA: escala de apreciación interpretativa en base a las observaciones registradas.

OBSERVADOR: Avimael Velásquez

ANEXO 9: FICHA DE OBSERVACIÓN APLICADA A DOCENTES

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CARRERA: LIC. FÍSICO MATEMÁTICO

FICHA DE OBSERVACIÓN II

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN: Unidad Educativa "Gabriela Mistral"
FECHA DE APLICACIÓN: Semana del 3 al 8 de noviembre de 2014.
NOMBRES Y APELLIDOS DEL DOCENTE: Ing. Pedro Morales, Tecnólogo Esaú Paredes, Byro Tituaña, Édison Yacelga.
OBJETIVO: Recabar información acerca del desempeño del docente de matemática en los ambientes de enseñanza-aprendizaje.

N°	*INDICADOR:*	*OBSERVACIONES*
1	Nada	El docente explica la etimología de los términos que utiliza en las clases
2	No	Comenta o comparte con los estudiantes una síntesis histórica de los conocimientos que enseña
3	No	Incentiva a que el estudiante reflexione sobre el porqué o para que existen las matemáticas
4	Muy poco	Invita a ver videoclips sobre anécdotas historias e interesantes de lo que aprenden
5	No	Motiva al estudiante comunicando la evolución del conocimiento matemático
6	Deficiente	Incita al estudiante a investigar sobre la historia de la Matemática
7	No	Vincula la asignatura desde el enfoque histórico, contemporáneo y aplicado a la vida cotidiana
8	No	Nombran oportunamente nombres de matemáticos destacados al inicio de las clases
9		
10		

NOTA: escala de apreciación interpretativa en base a las observaciones registradas.

OBSERVADOR: Avimael Velásquez

ANEXO 10: CERTIFICADO DE SOCIALIZACIÓN

UNIDAD EDUCATIVA "GABRIELA MISTRAL"
Fecha de creación: 02 de julio del 2015
e-mail: uegabrielamistral@yahoo.com
Telf. 062 903613 / 062 903672

Certificado

En mi calidad de Rector de la Unidad Educativa "Gabriela Mistral", procedo a:

CERTIFICAR

Que el Sr. **AVIMAEL VELASQUEZ**, portadora de la cédula de ciudadanía N.1004686497, realizó la socialización el 24 de julio de 2015 sobre la propuesta alternativa de trabajo de grado: "HISTORIA DE LA MATEMATICA UTILIZADA COMO RECURSO METODOLOGICO Y SU INSIDENCIA EN LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE ALGEBRA Y GEOMETRIA", en los estudiantes de Primero de BGU de nuestra institución.

Es todo cuánto puedo mencionar en honor a la verdad pudiendo el interesado hacer uso del presente certificado como estime conveniente, excepto para trámites judiciales.

Otavalo, 6 de octubre de 2015

Atentamente.

Gino Jiménez
RECTOR

UNIDAD EDUCATIVA "GABRIELA MISTRAL" RECTORADO

Nota: Cualquier enmendación al presente certificado lo anula.

Dirección: Luis Cisneros 8-71 y Panamericana Norte

ANEXO 11: FOTOS

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

1. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

La Universidad Técnica del Norte dentro del proyecto Repositorio Digital Institucional, determinó la necesidad de disponer de textos completos en formato digital con la finalidad de apoyar los procesos de investigación, docencia y extensión de la Universidad.

Por medio del presente documento dejo sentada mi voluntad de participar en este proyecto, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:	1004686497		
APELLIDOS Y NOMBRES:	VELÁSQUEZ LITA MANUEL AVIMAEL		
DIRECCIÓN:	OTAVALO		
EMAIL:	avimael_velasquez@hotmail.com		
TELÉFONO FIJO:		**TELÉFONO MÓVIL:**	0968613085

DATOS DE LA OBRA	
TÍTULO:	**HISTORIA DE LA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO Y SU INCIDENCIA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO EN CIENCIAS DE LA UNIDAD EDUCATIVA GABRIELA MISTRAL DE LA CIUDAD DE OTAVALO EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014-2015, PROPUESTA ALTERNATIVA.**
AUTOR (S):	VELÁSQUEZ LITA MANUEL AVIMAEL
FECHA: AAAAMMDD	**2015-11-11**
PROGRAMA:	/ **PREGRADO**☐ **POSGRADO**
TITULO POR EL QUE OPTA:	Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialidad de Física y Matemática.
ASESOR /DIRECTOR:	Msc. Almeida Riera Edú Jay

2. AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD

Yo, VELÁSQUEZ LITA MANUEL AVIMAEL., con cédula de identidad Nro 1004686497. , en calidad de autor (es) y titular (es) de los derechos patrimoniales de la obra o trabajo de grado descrito anteriormente, hago entrega del ejemplar respectivo en formato digital y autorizo a la Universidad Técnica del Norte, la publicación de la obra en el Repositorio Digital Institucional y uso del archivo digital en la Biblioteca de la Universidad con fines académicos, para ampliar la disponibilidad del material y como apoyo a la educación, investigación y extensión; en concordancia con la Ley de Educación Superior Artículo 144.

3. CONSTANCIAS

El autor (es) manifiesta (n) que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es original y que es (son) el (los) titular (es) de los derechos patrimoniales, por lo que asume (n) la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá (n) en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 11 días del mes de Noviembre del 2015

EL AUTOR:

(Firma)..................................
Nombre: VELÁSQUEZ LITA MANUEL AVIMAEL

C.C.: 1004686497

Facultado por resolución de Consejo Universitario ________________________________

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

Yo, VELÁSQUEZ LITA MANUEL AVIMAEL., con cédula de identidad Nro. 1004686497, manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4, 5 y 6, en calidad de autor (es) de la obra o trabajo de **HISTORIA DE LA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO Y SU INCIDENCIA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO EN CIENCIAS DE LA UNIDAD EDUCATIVA GABRIELA MISTRAL DE LA CIUDAD DE OTAVALO EN EL PERIODO ACADÉMICO 2014-2015, PROPUESTA ALTERNATIVA.** que ha sido desarrollado para optar por el Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialidad de Física y Matemática.., en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

Ibarra, a los 11 días del mes de Noviembre del 2015

EL AUTOR:

(Firma)………………………………
Nombre: VELÁSQUEZ LITA MANUEL AVIMAEL

C.C.: 1004686497