



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**

FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS

CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

TESIS DE GRADO PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO  
INDUSTRIAL

TEMA:

“OPTIMIZACIÓN DEL MICRO RUTEO DE CAMIONES RECOLECTORES DE  
RESIDUOS EN EL SECTOR URBANO DEL CANTÓN IBARRA”

**AUTOR(A): LEÓN JÁCOME JUAN CARLOS**

**DIRECTOR: ING. ISRAEL DAVID HERRERA GRANDA MSC.**

IBARRA – ECUADOR

2019



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**BIBLIOTECA UNIVERSITARIA**

**AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN A FAVOR DE**  
**LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**

**1. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA**

En cumplimiento de Art. 144 de la Ley de Educación Superior, hago la entrega del presente trabajo a la Universidad Técnica del Norte para que sea publicado en el Repositorio Digital Institucional, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
<b>CÉDULA DE IDENTIDAD:</b>	100389943-0		
<b>APELLIDOS Y NOMBRES:</b>	León Jácome Juan Carlos		
<b>DIRECCIÓN</b>	Juan de Salinas 9-85 y Liborio Madera		
<b>E-MAIL:</b>	jcleonj@utn.edu.ec		
<b>TELÉFONO FIJO:</b>	062 640 162	<b>TELÉFONO MÓVIL:</b>	0969895566

DATOS DE LA OBRA	
<b>TÍTULO:</b>	“OPTIMIZACIÓN DEL MICRO RUTEO DE CAMIONES RECOLECTORES DE RESIDUOS EN EL SECTOR URBANO DEL CANTÓN IBARRA”
<b>AUTOR:</b>	León Jácome Juan Carlos
<b>FECHA DD/MM/AA:</b>	22 de enero de 2020
<b>PROGRAMA:</b>	<input checked="" type="checkbox"/> PREGRADO <input type="checkbox"/> POSGRADO
<b>TÍTULO POR EL QUE OPTA:</b>	Ingeniero Industrial
<b>ASESOR / DIRECTOR:</b>	Ing. Israel David Herrera Granda MSc.



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS**  
**CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**2. CONSTANCIAS**

El autor León Jácome Juan Carlos manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es original y que es el titular de los derechos patrimoniales, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 22 días del mes de enero de 2020

**EL AUTOR**

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'León Jácome Juan Carlos', is written over a horizontal line.

**León Jácome Juan Carlos**

**C.I. 100389943-0**



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS**  
**CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO**  
**A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**

Yo, León Jácome Juan Carlos, con cédula de identidad Nro. 100389943-0, manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4,5 y 6, en calidad de autor de la obra o trabajo de grado denominado: **“OPTIMIZACIÓN DEL MICRO RUTEO DE CAMIONES RECOLECTORES DE RESIDUOS EN EL SECTOR URBANO DEL CANTÓN IBARRA”**, que ha sido desarrollado para optar por el título de: **INGENIERO INDUSTRIAL** en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente,. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

Ibarra, a los 21 días del mes de enero de 2020

**EL AUTOR**

**León Jácome Juan Carlos**

**C.I. 100389943-0**



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS**  
**CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

### **DECLARACIÓN**

Yo, León Jácome Juan Carlos, con cedula de identidad Nro. 100389943-0, declaro bajo juramento que el trabajo con el tema **“OPTIMIZACIÓN DEL MICRO RUTEO DE CAMIONES RECOLECTORES DE RESIDUOS EN EL SECTOR URBANO DEL CANTÓN IBARRA”**, corresponde a mi autoría; y que éste no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

Además, a través de la presente declaración cedo los derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Universidad Técnica del Norte, según lo establecido por las leyes de la Propiedad Intelectual, reglamentos y normativa institucional vigente.

Ibarra, a los 21 días del mes de enero de 2020

### **EL AUTOR**

**León Jácome Juan Carlos**

**C.I. 100389943-0**



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS**  
**CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**CERTIFICACIÓN DEL TUTOR**

Ing. Israel David Herrera Granda.-MSc., Director del Trabajo de Grado desarrollado por el señor **León Jácome Juan Carlos**

**CERTIFICA**

Que, el proyecto de trabajo de grado titulado “**OPTIMIZACIÓN DEL MICRO RUTEO DE CAMIONES RECOLECTORES DE RESIDUOS EN EL SECTOR URBANO DEL CANTÓN IBARRA**”, ha sido elaborado en su totalidad por el señor estudiante **León Jácome Juan Carlos**, bajo mi dirección, para la obtención del título de **Ingeniero Industrial**. Luego de ser revisada, considerando que se encuentra concluido y cumple con las exigencias y requisitos académicos de la Facultad de Ingeniería en Ciencias Aplicadas, Carrera de Ingeniería Industrial, autoriza su presentación y defensa para que pueda ser juzgado por el tribunal correspondiente.

Ibarra, a los 21 días del mes de enero de 2020

---

**Ing. Israel David Herrera Granda.-MSc.**  
**DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO**

**DEDICATORIA**

*Quiero dedicar mi trabajo de grado a mi pequeña familia, ya que con la culminación de esta etapa de mi vida, comienza otra nueva en la que estoy muy agradecido de tener y seguir adelante.*

*A mi Padre Vicente León ya que me ha demostrado que se puede obtener buenos resultados con mucho esfuerzo y seguir dando más de lo que puedo dar.*

*De manera conjunta a toda mi familia que siempre supo que lo lograría y confiaron en mi sabiduría y dedicación.*

## AGRADECIMIENTO

*Quiero agradecer a mi madre por el apoyo incondicional en todo el trayecto de mi vida estudiantil y profesional, ya que a su esfuerzo y dedicación logré conseguir con éxito una etapa más en mi vida.*

*A mi familia que me supo aconsejar con valores éticos y morales, alentándome a seguir por el camino del bien y conseguir las metas que me he trazado con sabiduría y discernimiento.*

*A mi tutor de tesis el Ing. Israel Herrera por haberme guiado e instruido en la culminación de mi trabajo de tesis, gracias a sus conocimientos pude desarrollar un excelente trabajo de titulación como Ingeniero Industrial.*

*A los docentes de la carrera de Ingeniería Industrial, ya que en todo el transcurso del tiempo nos enseñaron no solo a desarrollar e integrar nuevos conocimientos, sino también a formarnos como profesionales con valores éticos y con pensamiento crítico.*

*Juan Carlos León Jácome*

## ÍNDICE

DEDICATORIA .....	VII
AGRADECIMIENTO .....	VIII
ÍNDICE .....	IX
GLOSARIO DE TÉRMINOS.....	XIII
ÍNDICE DE TABLAS .....	XIV
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XVI
ÍNDICE DE ANEXOS .....	XVIII
RESUMEN .....	XIX
ABSTRACT.....	XX
<b>CAPÍTULO I: GENERALIDADES.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 PROBLEMA.....</b>	<b>1</b>
1.1.1 Antecedentes .....	1
1.1.2 Situación Actual .....	2
1.1.3 Formulación del Problema .....	2
<b>1.2 OBJETIVOS.....</b>	<b>3</b>
1.2.1 Objetivo General .....	3
1.2.2 Objetivos Específicos .....	3
<b>1.3 JUSTIFICACIÓN .....</b>	<b>4</b>
<b>1.4 ALCANCE .....</b>	<b>5</b>
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1 SISTEMAS DE RECOLECCIÓN .....</b>	<b>7</b>
2.1.1 Sistema - Método de Parada Fija.....	7
2.1.2 Sistema - Método de Acera .....	8
2.1.3 Sistema - Método de Contenedores .....	9
<b>2.2 RUTAS DE RECOLECCIÓN .....</b>	<b>9</b>
2.2.1 Macro Ruteo .....	10
2.2.2 Micro Ruteo.....	11
2.2.2.1 Métodos generales para el Diseño de Micro Rutas .....	12
<b>2.3 TEORÍA DE GRAFOS .....</b>	<b>15</b>
2.3.1 Concepto.....	15

2.3.2	Grafos no Orientados.....	17
2.3.3	Grafos Orientados.....	18
2.3.4	Tipo de Grafos.....	19
2.3.5	Recorrido de Grafos .....	21
2.3.5.1	Recorrido en Profundidad .....	21
2.3.5.2	Recorrido en Anchura .....	22
2.3.6	Camino de Euler y Grafo Euleriano .....	23
2.3.6.1	Camino de Euler.....	23
2.3.6.2	Grafo Euleriano.....	25
2.3.7	Camino de Hamilton y Grafo Hamiltoniano .....	26
2.3.7.1	Camino de Hamilton .....	26
2.3.7.2	Grafo Hamiltoniano .....	27
<b>2.4</b>	<b>PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS RECOLECTORES DE RESIDUOS.....</b>	<b>29</b>
2.4.1	Enrutamiento por nodos en el WCVRP .....	32
2.4.1.1	El Problema del Vendedor Ambulante (TSP).....	32
2.4.1.2	El Problema del Ruteo Vehicular “VRP” .....	33
2.4.2	Enrutamiento por arcos en el WCVRP.....	36
2.4.2.1	El Problema del Cartero Chino “CPP” en ruteo por Arcos.....	38
2.4.2.1.1	UCPP .....	39
2.4.2.1.2	DCPP .....	41
2.4.2.1.3	MCPP.....	42
2.4.2.1.4	Windy CPP .....	44
2.4.2.2	El Problema del Cartero Chino con Capacidad “CCPP” .....	47
2.4.2.2.1	El CCPP con Restricciones de Capacidad .....	47
2.4.2.2.2	El CCPP sin Restricciones de Capacidad .....	48
2.4.2.2.3	Algoritmos Heurísticos del CCPP .....	49
<b>2.5</b>	<b>MODELOS MATEMÁTICOS CARP .....</b>	<b>51</b>
2.5.1	Formulación del CARP dirigida.....	52
2.5.2	Formulación del CARP no dirigida.....	54
2.5.3	Límite Inferior LB4 .....	56
<b>2.6</b>	<b>SISTEMAS DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICOS “SIG” .....</b>	<b>58</b>
2.6.1	Conceptos de los SIG .....	58
2.6.2	Los Mapas .....	59
2.6.3	Representación Digital: Ráster y Vectorial .....	60

2.6.3.1	Modelo Ráster (Matricial).....	60
2.6.3.2	Modelo Vectorial .....	60
2.6.4	Topología.....	61
2.6.5	Aplicaciones de los SIG .....	61
<b>CAPÍTULO III: MATERIALES Y MÉTODOS.....</b>		<b>62</b>
<b>3.1</b>	<b>ANÁLISIS DEL SISTEMA DE RECOLECCIÓN. ....</b>	<b>62</b>
3.1.1	Rutas de Recolección .....	63
3.1.2	Longitud recorrida por ruta .....	65
3.1.3	Generación estimada de desechos por ruta.....	66
3.1.4	Análisis Técnico de los Camiones.....	67
3.1.5	Costos de operación.....	70
3.1.5.1	Costos de operación por camión recolector .....	70
<b>3.2</b>	<b>PROPUESTA PARA LA MEJORA DEL MICRO RUTEO .....</b>	<b>73</b>
3.2.1	Subzonas.....	75
3.2.2	Generación estimada de residuos por subzonas .....	76
3.2.3	Estructura de la Red Vial.....	79
3.2.3.1	Modelo de la red vial .....	79
3.2.3.2	Topología de la red vial inicial .....	80
3.2.3.3	Atributos de la red vial.....	82
3.2.4	Definición del Modelo CPP .....	89
3.2.5	Desarrollo de las Micro Rutas en ArcGis.....	90
<b>CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS.....</b>		<b>96</b>
<b>4.1</b>	<b>CARTOGRAFÍA DE LAS RUTAS PROPUESTAS .....</b>	<b>96</b>
4.1.1	Micro Ruta 1.....	97
4.1.2	Micro Ruta 2.....	98
4.1.3	Micro Ruta 3.....	99
4.1.4	Micro Ruta 4.....	100
4.1.5	Micro Ruta 5.....	101
4.1.6	Micro Ruta 6.....	102
4.1.7	Micro Ruta 7.....	103
4.1.8	Micro Ruta 8.....	104
4.1.9	Micro Ruta 9.....	105

4.1.10	Micro Rutas Zona Comercial .....	106
<b>4.2</b>	<b>MEDICIÓN DE LAS MEJORAS OBTENIDAS CON EL MODELO PROPUESTO.....</b>	<b>108</b>
4.2.1	Según parámetros de diseño .....	108
4.2.1	Según la reducción de los costos.....	109
4.2.2	Según la reducción del impacto ambiental.....	110
	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>111</b>
	<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>112</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>114</b>
	<b>ANEXOS.....</b>	<b>117</b>

## GLOSARIO DE TÉRMINOS

- **Producción Per Cápita:** Es la cantidad de residuos generados a diario por cada habitante.
- **Shapefile:** Es un archivo informático denominado layer donde se crean y modifican datos espaciales ya sean de geometría de tipo punto, poli línea o polígono.
- **Geodatabase:** Es una serie de datasets geográficos donde se almacena los datos analizados en una base de datos.
- **Network Analyst:** Es un complemento del Software ArcGis que permite analizar diferentes temas como logística de distribución, análisis de redes, entre otros.
- **Subzonas:** es la distritación de la ciudad en zonas operativas en base a la generación de residuos sólidos diarios.

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Contenido</b>	<b>Pág.</b>
Tabla 1 Relación entre DFS & BFS .....	23
Tabla 2 Relación Grafo Euleriano vs Hamiltoniano .....	28
Tabla 3 Tipos de Problemas del VRP en Asignación de Vehículos. ....	36
Tabla 4 Resumen de los Algoritmos Aplicados al Problema CPP.....	46
Tabla 5 Descripción de las Rutas de Recolección .....	63
Tabla 6 Longitud Diaria Recorrida .....	66
Tabla 7 Generación Residuos Diarios.....	67
Tabla 8 Especificaciones Técnicas de Capacidad.....	69
Tabla 9 Costos Operativos por Vehículo .....	71
Tabla 10 Costo por Ruta .....	72
Tabla 11 Residuos Generados por Subzona.....	77
Tabla 12 Generación de Residuos por Localidades .....	78
Tabla 13 Atributos de Velocidad y Jerarquía de las Vías .....	85
Tabla 14 Especificaciones de los Shapefiles.....	87
Tabla 15 Descripción de los Parámetros de Entrada.....	92
Tabla 16 Detalle de Micro Rutas .....	93
Tabla 17 Análisis de Resultados Micro Ruta 1 .....	97
Tabla 18 Análisis de Resultados Micro Ruta 2.....	99
Tabla 19 Análisis de Resultados Micro Ruta 3 .....	100
Tabla 20 Análisis de Resultados Micro Ruta 4.....	101
Tabla 21 Análisis de Resultados Micro Ruta 5 .....	102
Tabla 22 Análisis de Resultados Micro Ruta 6.....	103
Tabla 23 Análisis de Resultados Micro Ruta 7.....	104

Tabla 24	Análisis de Resultados Micro Ruta 8 .....	105
Tabla 25	Análisis de Resultados Micro Ruta 9 .....	106
Tabla 26	Análisis de Resultados Micro Ruta 10N .....	107
Tabla 27	Análisis de Resultados Micro Ruta 11S .....	107
Tabla 28	Comparación Modelo Establecido vs Modelo Propuesto .....	108
Tabla 29	Optimización de los Costos.....	109
Tabla 30	Reducción del Impacto Ambiental.....	110

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Método de Parada Fija .....	8
Figura 2. Método de Acera.....	8
Figura 3. Método de Contenedores .....	9
Figura 4. Proceso Elaboración Subzonas .....	11
Figura 5 Grafo con nodos y arcos o aristas .....	13
Figura 6. Grafo de Arista y Arco .....	16
Figura 7. Grafo no Dirigido .....	17
Figura 8. Dígrafo con Arcos Valuados .....	18
Figura 9. Grafo Simétrico .....	20
Figura 10. Grafo Conexo y no Conexo .....	20
Figura 11. Grafo Conexo y no Conexo .....	21
Figura 12. Ciclos en el Grafo .....	24
Figura 13. Resultado Ciclos del Grafo .....	25
Figura 14. Grafo Euleriano .....	25
Figura 15. Dodecaedro y su Grafo Asociado .....	28
Figura 16. Optimización por Vértices y Arcos .....	30
Figura 17. Metodología de Elaboración.....	31
Figura 18. Clasificación Problemas VRP.....	34
Figura 19. Clasificación Problemas CPP .....	37
Figura 20. Generalización del CARP .....	52
Figura 21 Cambio Formato Análogo a Digital .....	60
Figura 22. Esquema de Recorrido del Camión Recolector .....	65
Figura 23. Vehículo Kenworth T350 e HINO GH.....	68
Figura 24. Cargador Trasero Estándar .....	68

Figura 25 Costos de Operación .....	73
Figura 26 Metodología de Micro Ruteo .....	74
Figura 27. Subzonas .....	75
Figura 28. Vías_Ibarra _Arcgis_2019 - Red Vial de Ibarra.....	80
Figura 29. Reglas de Topología Aplicadas .....	81
Figura 30. Obtención Distancia Viales .....	84
Figura 31. Atributos de Jerarquía y Velocidad .....	85
Figura 32. Arcos Capacitados .....	88
Figura 33. Atributos de la Red Vial .....	88
Figura 34. Arcos Conectados de la Red Vial .....	89
Figura 35. Arcos Capacitados y Dirigidos .....	90
Figura 36. Ordenes de Arcos Capacitados .....	91
Figura 37.Ordenes Subzona 1 .....	93
Figura 38. Procedimiento Heurístico para Optimizar Rutas .....	95
Figura 39. Micro Ruta 1 Propuesta .....	97
Figura 40. Micro Ruta 2 Propuesta .....	98
Figura 41. Micro Ruta 3 Propuesta .....	99
Figura 42. Micro Ruta 4 Propuesta .....	100
Figura 43. Micro Ruta 5 Propuesta .....	101
Figura 44. Micro Ruta 6 Propuesta .....	102
Figura 45. Micro Ruta 7 Propuesta .....	103
Figura 46. Micro Ruta 8 Propuesta .....	104
Figura 47. Micro Ruta 9 Propuesta .....	105
Figura 48. Micro Rutas 10N y 11S Propuestas .....	106
Figura 49. Beneficio del Modelo Propuesto .....	109
Figura 50. Reducción Costos Totales.....	110

**ÍNDICE DE ANEXOS**

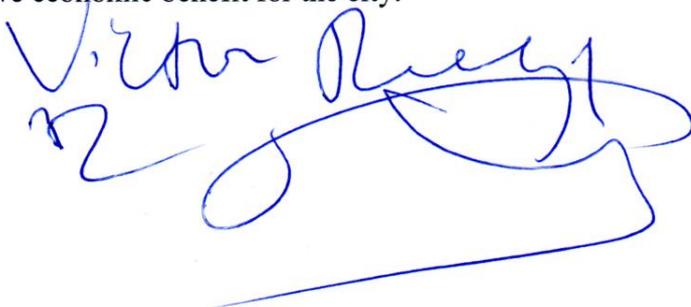
<b>Contenido</b>	<b>Pág.</b>
Anexo 1. Dimensiones Caja Colectora McNeilus.....	117
Anexo 2. Costos de recolección en función de las unidades de kilómetros y horas efectivas .....	117
Anexo 3. Generación de Residuos por Localidades.....	118
Anexo 4. Diferencia de resultados con la heurística aplicada.....	121
Anexo 5. Ruta Regreso de ETS.....	122
Anexo 6. Costos por tonelada recogida.....	123

## RESUMEN

El presente trabajo de titulación tiene como objetivo proponer rutas de recolección para los camiones recolectores de residuos sólidos del GADSM-I, enfocado en minimizar la distancia recorrida por las mismas, al mismo tiempo se busca resolver el problema de distribución y homogenización de rutas asignadas a cada vehículo. Para ello se llevó a cabo un trabajo de optimización por arcos capacitados, en el cual se aplicó el sistema de recolección por acera, utilizando el enfoque del Problema del cartero chino (CPP) para la optimización de las micro rutas de recolección de Residuos Sólidos Urbanos (RSU). El estudio comprende de dos etapas: en la primera etapa se detalla las rutas de recolección establecidas, en donde se analizan las distancias y toneladas obtenidas por ruta y mediante el análisis de los equipos y recursos humanos utilizados se establece los costos operativos. En la segunda etapa se describió la modelización del micro ruteo, detallando las principales actividades que se deben tener en cuenta para la estructuración y definición del modelo. En base al criterio de la teoría de grafos, se diseña la estructura de la red vial, tomando en consideración los parámetros y atributos que la conforman. Finalmente se desarrollaron las rutas residenciales y comerciales, en la herramienta informática ArcGis V10.5, donde se hace una comparativa del beneficio - costo de las rutas analizadas y las rutas propuestas en base a los parámetros de diseño. Con el modelo propuesto se definieron 11 micro rutas de las cuales 9 son residenciales y 2 son comerciales, dando un total de 935.86 km/d de recorrido diario, aportando una reducción económica de 2171,24 \$/d lo que representa un 35% de optimización para la recolección RSU en el cantón Ibarra. Con este estudio se maximizó el nivel de servicio del sistema de recolección en base a rutas bien definidas con criterios técnicos en micro ruteo, logrando obtener un beneficio económico positivo para la ciudad.

## ABSTRACT

This degree work proposes the collection routes for “San Miguel de Ibarra” Decentralized Autonomous Government solid waste collector trucks, by minimizing their traveled distance. At the same time seeking the homogenization of routes assigned to each vehicle. To this end, a trained arc optimization work was carried out, in which the sidewalk collection system was applied, using the Chinese Postman Problem (CPP) approach for optimizing micro urban solid waste (RSU) collection routes. The study comprises two stages: in the first stage is detailed the established collection routes, by analyzing the distances and tons obtained per route, and through the analysis of the equipment and human resources the operation costs were established. In the second stage is described the micro routing modelling, detailing the main activities to be considered for model structuring and definition. Based on the graph theory criterion, the structure of the road network is designed, by taking into account its parameters and attributes. Finally, residential and commercial routes were developed in ArcGis V10.5, where a comparison of cost - benefit of the analyzed routes and the proposed routes based on the design parameters is performed. The proposed model defined 11 micro routes of which 9 are residential and 2 are commercial, with a total of 935.86 km/d of daily travel, with an economic reduction of \$2171.24/d which represents a 35% optimization for RSU collection in Ibarra canton. This study maximized the service level of the collection system based on well-defined routes with technical criteria in micro-routing, achieving a positive economic benefit for the city.



## **CAPÍTULO I: GENERALIDADES**

El crecimiento industrial y productivo en la actualidad ha sido un eje fundamental para el desarrollo de la sociedad. Sin embargo, debido al incremento poblacional que cada vez es más significativo con el pasar de los años, se ha generado un aumento en la generación de residuos sólidos diarios. Es nuestro deber como ciudadanos, tener una cultura de organización y respeto a la naturaleza.

### **1.1 Problema**

#### **1.1.1 Antecedentes**

Las grandes ciudades en las que se están desarrollando obras de crecimiento industrial, hoy en día, están generando un alto consumo de productos de desecho, debido a una cultura de consumismo que se ha visto reflejada en la actualidad. Las ciudades deben tener un buen manejo del sistema de recolección y tratamiento de residuos sólidos, que enfrente este problema ambiental y social.

La ciudad de Ibarra ha ido a este mismo ritmo con el crecimiento poblacional, en consecuencia, se ha visto envuelta en un alto índice de desechos sólidos que van en auge con el pasar de los años.

La tasa de crecimiento de habitantes desde el año 2001 al 2010 según el Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial (PDOT) es de un 2.02% y 2.50% para las parroquias de Ibarra y San Antonio respectivamente, por lo cual representa un total poblacional de 140,000 habitantes aproximadamente para ambas parroquias (Alcalde, 2015). Para el año 2019 se ha incrementado la población cerca de 21% y como consecuencia la generación de residuos sólidos urbanos del cantón Ibarra.

Según SEDESOL 1999, “el 43% de las ciudades realizan un diseño a través de un método técnico para llevar a cabo la recolección. Además el 26,67% de las ciudades disponen de rutas eficientes de recolección y un 73,33% no son suficientes” (SEDESOL 1999).

### **1.1.2 Situación Actual**

La ciudad de Ibarra está generando un aproximado de 114,06 toneladas de residuos sólidos diarios (Herrera-Granda et al., 2018). Por tal motivo se ha establecido un servicio de recolección y tratamiento de los residuos sólidos orgánicos e inorgánicos, el cual está dirigido por el Gobierno Autónomo Descentralizado Municipal de San Miguel de Ibarra (GADSM-I).

A través de la Dirección de Salud y Medio Ambiente y su Unidad de Gestión de Desechos Sólidos, se está gestionando el servicio del sistema de recolección y transporte de los residuos sólidos urbanos del cantón Ibarra. Este sistema cuenta con un número de rutas designadas, acompañadas por una flota vehicular de once camiones y una estación de transferencia en Socapamba (ETS). (Moscoso, 2008).

En el proceso de recolección se llevan a cabo varios métodos según la demanda existente o facilidad de adquisición de nueva tecnología. Actualmente el GADSM-I maneja el sistema de recolección por contenedores, el cual consiste en recoger los residuos que están dispuestos en contenedores para luego ser llevados al lugar de disposición final.

### **1.1.3 Formulación del Problema**

Hoy en día se ha observado que el actual servicio de recolección carece de un estudio técnico en micro ruteo, apoyado por registros previamente elaborados que faciliten su ejecución. El trabajo de elaboración de rutas se lo ha venido realizando de manera empírica, basado en el criterio y experiencia del jefe de limpieza en el campo, así como de los choferes en las rutas.

A causa del trabajo técnico no documentado de micro ruteo, que determine la generación de residuos sólidos domiciliarios por ruta, genera que no se distribuyan equilibradamente las rutas. Como consecuencia se generan botaderos clandestinos y/o contenedores rebosantes de residuos, sobre carga de trabajo en las rutas y los camiones, horas suplementarias etc., todos asociados a costos elevados del servicio de recolección

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo General**

Plantear una propuesta de micro ruteo para determinar rutas óptimas de los camiones recolectores de residuos que maximicen el nivel de servicio del cantón Ibarra.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

- Realizar el estudio bibliográfico acerca del micro ruteo, modelos matemáticos, sistemas de información geográficos (SIG) y métodos para el diseño y elaboración de rutas de camiones recolectores.
- Caracterizar y analizar el sistema de recolección establecido y abastecimiento del micro ruteo en la ciudad que lleva en marcha el GADSM-I.
- Analizar la distribución y sectorización del área de estudio en concordancia con el proyecto macro zonas, con el fin de establecer las micro rutas en la zona urbana del cantón Ibarra.
- Comparar el beneficio costo y optimización del micro ruteo propuesto con el establecido, para socializar los resultados con las partes involucradas.

### 1.3 Justificación

“El servicio de recolección es responsabilidad y obligación de los Gobiernos Autónomos Descentralizados Municipales, y de llevar una gestión que fundamente la mejora continua en sus procesos de recolección, transporte, tratamiento y disposición final de los desechos” (Ana, Tola, & Inclusión, 2014).

Este estudio corresponde al aporte o viabilidad técnica que tiene el micro ruteo de residuos sólidos para el cantón de Ibarra, generando así de manera eficaz una buena planificación y organización del sistema de recolección, con un fin mayor hacia un desarrollo sostenible de nuestra ciudad.

Uno de los ejes fundamentales que lleva a cabo el Plan Nacional de Gestión Integral de Desechos Sólidos (PNGIDS) es: “El Ecuador para el año 2017 estará libre de botaderos a cielo abierto. El MAE a través del PNGIDS trabaja de manera coordinada con los Gobiernos Autónomos Descentralizados y el Banco del Estado con el objetivo de lograr esta meta” (Misi & Visi, 2013)

Esta propuesta de micro ruteo al momento de implementarla su efecto será entre las más relevantes, el reducir costos operativos, incrementar infraestructura e incorporar nuevas tecnologías, que contribuyan al desarrollo social, económico y organizativo de la municipalidad.

Enfocándose en minimizar la utilización de: rutas repetitivas, horas suplementarias de trabajo, distancia recorrida y vehículos., y de esta manera incrementar la vida útil de los mismos y su productividad. Según la agenda 2030 y los objetivos de desarrollo sostenible, en su objetivo número nueve el cual expone lo siguiente; De aquí a 2030, modernizar la infraestructura y reconvertir las industrias para que sean sostenibles, utilizando los recursos con mayor eficacia y promoviendo la adopción de tecnologías y procesos industriales limpios

y ambientalmente racionales, y logrando que todos los países tomen medidas de acuerdo con sus capacidades respectivas (CEPAL, 2018).

Además que conlleva a una cultura responsable respecto al manejo de residuos sólidos, mediante la eliminación o mitigación de residuos acumulada en contenedores y lugares que los usuarios arrojan la misma clandestinamente a cielo abierto, siendo este un agente contaminante tanto visualmente como ambiental., en el objetivo once de la agenda 2030 enuncia acerca de este problema; “De aquí a 2030, reducir el impacto ambiental negativo per cápita de las ciudades, incluso prestando especial atención a la calidad del aire y la gestión de los desechos municipales y de otro tipo” (CEPAL, 2018).

Mejorando la vialidad e ininterrupción del flujo de vehículos ajenos al trabajo de recolección, además, que se lo podría realizar en horas hábiles para su operación y sin congestión vehicular.

#### **1.4 Alcance**

Este proyecto está delimitado para red de recolección en las zonas urbanas: comerciales y residenciales del cantón Ibarra. Tomando como base el artículo científico “Subregion Districting to Optimize the Municipal Solid Waste Collection Network: A Case Study” (Herrera-Granda et al., 2018), para la elaboración de las micro rutas. Siendo este artículo un proceso clave al momento de trazar e identificar la cantidad de rutas a elaborar en cada subzona.

En el artículo se han definido: nueve subzonas residenciales y una zona comercial, cada una con una carga definida y área delimitada.

El trabajo comprende un área de estudio delimitada para San Antonio e Ibarra urbana que está conformada por cinco parroquias urbanas como son: El Priorato, Alpachaca, San

Francisco, El Sagrario y Caranqui, que se encuentran dentro de los  $41,57 \text{ km}^2$  de superficie de la ciudad (Herrera et al., 2018).



Imagen 1. San Antonio y Parroquias Urbanas de Ibarra

Fuente: Elaboración Propia en QGIS 2.14

## **CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO**

Este capítulo dará a conocer los métodos heurísticos y métodos determinísticos para el diseño de las micro rutas, así como los modelos matemáticos para resolver el problema de recolección por arcos con capacidad, aplicando un software SIG específico.

### **2.1 Sistemas de recolección**

Tener en cuenta el método de recolección que se va a llevar a cabo es un elemento fundamental al momento de contemplar costos operacionales y eficiencia en la recolección. Los residuos sólidos recolectados deben tener un adecuado sistema de manejo y tratamiento posterior a su recolección y disposición.

Existen actualmente tres métodos o sistemas de recolección para el servicio de transporte de residuos sólidos, entre los más conocidos tenemos: “de parada fija”, “de acera” y “de contenedores”. Estos métodos inciden en la necesidad de cuadrillas, camiones, rutas y recipientes para almacenamiento. Con el fin de llevar a cabo un buen servicio de recolección, se debe tomar en cuenta el tipo de sistema que se va a aplicar.

A continuación, se detalla una breve descripción del proceso de recolección por cada uno:

#### **2.1.1 Sistema - Método de Parada Fija**

Este método consiste básicamente en recoger los residuos de cada uno de los usuarios, en una esquina determinada, los cuales son alertados o llamados por una campana para acudir a entregarlos al camión recolector (ver figura 1). El problema de este método sucede cuando los usuarios no entregan los residuos a tiempo y los dejan a campo abierto o al filo de la vereda en espera del camión recolector.

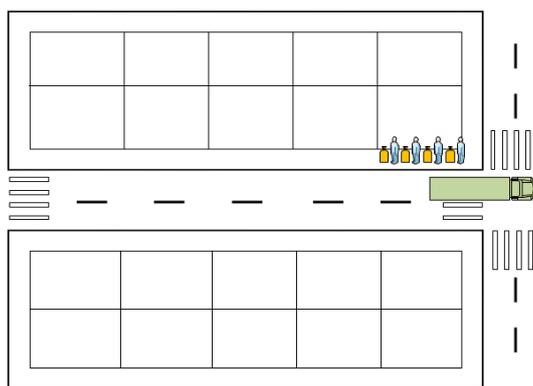


Figura 1. Método de Parada Fija

Fuente: Elaboración Propia

### 2.1.2 Sistema - Método de Acera

Consiste en la recolección por cada una de las viviendas en las rutas asignadas por cada camión y en un horario establecido. Los peones recogen los residuos que es dispuesta fuera de las viviendas en bolsas o canastillas metálicas lejos del alcance de animales.

Los usuarios son alertados por una campana que anuncia el paso del camión, mientras los peones van recogiendo de cada vivienda los residuos (ver figura 2). De esta manera el camión va recorriendo todas las calles asignadas y simultáneamente los peones recogen los residuos.

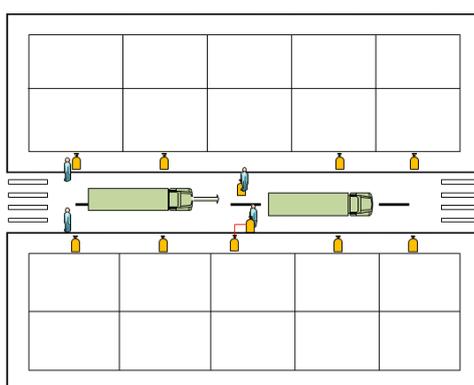


Figura 2. Método de Acera

Fuente: Elaboración Propia

### 2.1.3 Sistema - Método de Contenedores

Este último método se basa en la recolección por contenedores en los que los usuarios depositan sus desechos a cualquier hora, por lo general se los ubica en lugares estratégicos y de fácil acceso para el camión recolector

El camión recolector puede recoger los residuos de dos maneras, la más sencilla es en la que dos peones acercan de manera manual el contenedor hacia el camión y éste lo levante y deposite los residuos (ver figura 3). La segunda es semi automática, el camión se acerca a los contenedores y recoge los residuos con la ayuda de brazos hidráulicos y la deposita dentro del mismo, el proceso es operado desde la cabina del chofer.

Este método trae consigo un estudio de la necesidad de contenedores basados en la cantidad de residuos que se generan en esa cuadra, el mal planeamiento trae consigo contenedores rebosantes y/o residuos regados.

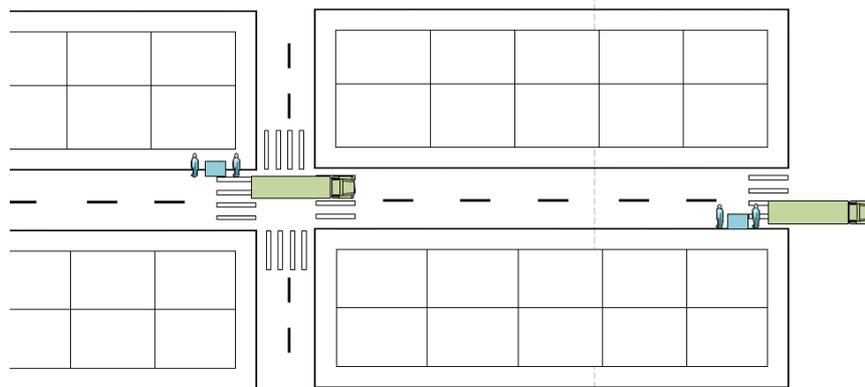


Figura 3. Método de Contenedores

Fuente: Elaboración Propia

### 2.2 Rutas de recolección

Esta es la primera fase para la estructuración del sistema de recolección, que debe considerar el especialista en la materia. La recolección de los residuos en zonas asignadas a

los camiones recolectores, se los efectúa en base al sistema de recolección que se vaya a utilizar y la necesidad de este.

Un buen servicio de recolección depende de que elementos o parámetros se van a llevar a cabo, es decir, se lo puede realizar basado un estudio técnico previo, utilizando modelos matemáticos y métodos determinísticos como heurísticos. Por tal motivo el nuevo modelo se lo debe preparar con fundamentaciones teóricas y experimentadas, en lo que concierne al ruteo de camiones.

Primero se debe zonificar el lugar de estudio conforme a la teoría estudiada y determinar macro rutas de recolección. Segundo se estructura toda la red de recolección (micro ruteo) por cada una de las macro rutas, tomando en cuenta todos los parámetros que inciden en la estructura del trabajo. Al final se presenta y aplica las nuevas rutas optimizadas en tiempo y/o distancia en función de los costos operativos.

### **2.2.1 Macro Ruteo**

El macro ruteo es el primer paso para proponer la estructura y diseño del lugar de estudio. En él se definen las subzonas, teniendo en cuenta factores como, la producción per cápita <sup>1</sup> “PPC”, número de habitantes, cantidad de camiones, predios construidos entre otros.

Según el Manual técnico sobre la generación, recolección y transferencia de residuos sólidos municipales “SEDESOL”, el cual define al macro ruteo como; “Macro rutas a la división de la ciudad en sectores operativos, a la determinación de número de camiones necesarios en cada una y a la asignación de un área del sector en cada vehículo recolector” (SEDESOL, 1999).

En la elaboración de las subzonas se deben considerar factores relevantes ya antes mencionados, para llevar a cabo todo el trabajo de sectorización, en la fig. 4 se puede observar el proceso de elaboración y sectorización de estas.

---

<sup>1</sup> Es la producción promedio de residuos sólidos que genera cada habitante al día.

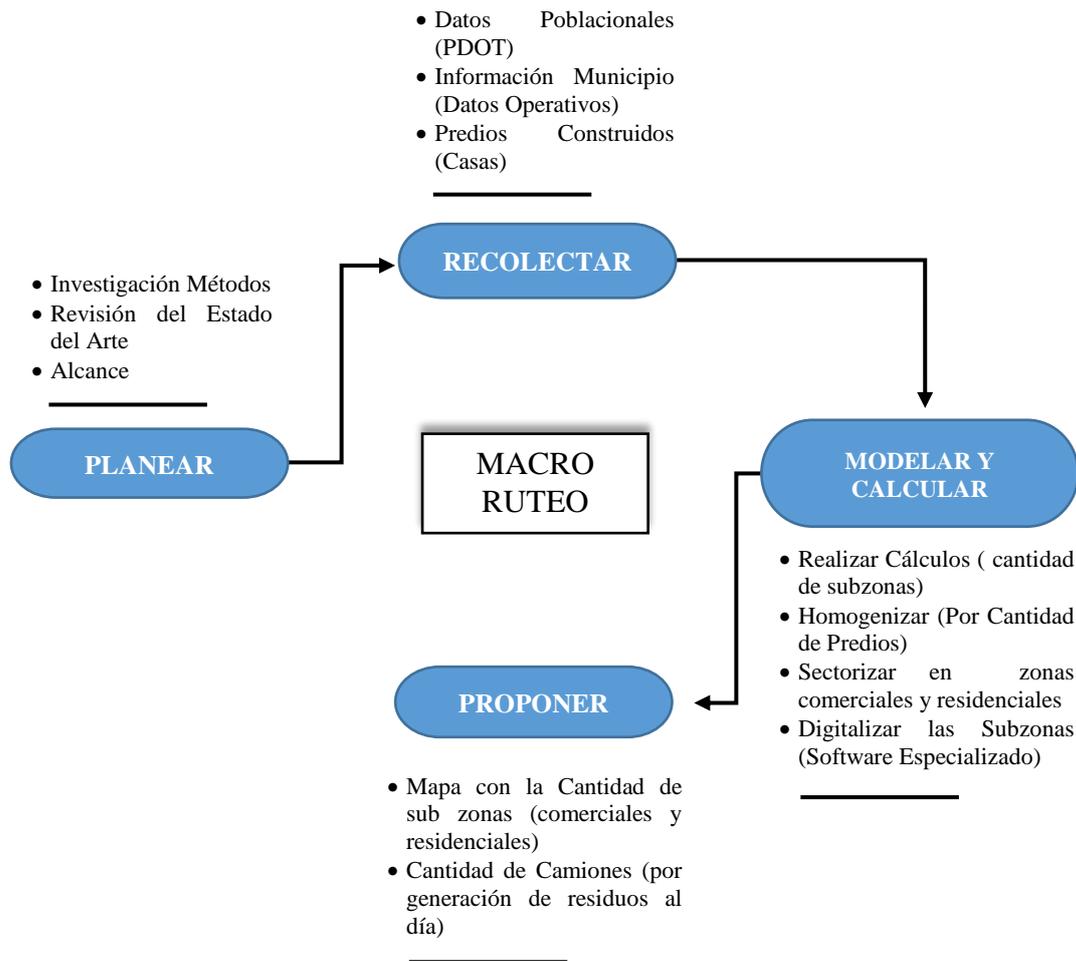


Figura 4. Proceso Elaboración Subzonas

Fuente: Elaboración Propia en Base al Artículo Científico Macro Zonas Herrera et al., (2018)

Cabe mencionar que en la elaboración del macro ruteo se puede considerar también; por homogenización de áreas sin considerar la homogenización por predios construidos como indica la figura 4, pero existe el problema de sobre carga de capacidad de los camiones y representa una ineficiencia operativa en las subzonas establecidas.

### 2.2.2 Micro Ruteo

En el micro ruteo se definen la cantidad de rutas a elaborar en base al método de recolección establecido. Se debe considerar además las características demográficas, calidad de la calzada, el relieve o pendientes etc., estos factores son valores fijos que podemos

cualificar, mientras que los factores variables como; la generación de residuos, crecimiento poblacional, cantidad de predios construidos etc., se pueden establecer estadísticamente.

Se define al micro ruteo como, “al recorrido específico que deben realizar diariamente los vehículos recolectores de residuos sólidos, en los sectores de la ciudad donde han sido asignados”(SEDESOL, 1999).

Para realizar el diseño de las micro rutas se debe tomar en cuenta ciertos parámetros que son relevantes para un buen trabajo, a continuación, se detallan:

- Topografía del lugar de trabajo, estado actual calles, relieve, disposición final residuos etc.
- Densidad poblacional a la fecha de estudio (actual)
- Método de recolección
- Subzonas definidas
- Dirección y sentido de las calles y avenidas
- Producción Per Cápita diaria por domicilio o número de habitantes
- Parqueadero de camiones
- Área total del objeto de estudio (manzanero residencial)
- Horas hábiles sin demasiada congestión vehicular
- Número de viajes y Frecuencia de Recolección

#### ***2.2.2.1 Métodos generales para el Diseño de Micro Rutas***

Existen tres métodos como son los heurísticos, determinísticos o meta heurísticos, para diseñar las micro rutas, pero los más recomendable son los determinísticos. Los métodos determinísticos nos permiten resolver problemas de ruteo englobando la gran mayoría de parámetros necesarios para el diseño y con esto obtener rutas óptimas.

Tenemos dos métodos determinísticos que han sido muy utilizados en la investigación de operaciones, para armar y solucionar el problema del micro ruteo. A continuación, se presenta dos algoritmos de manera general, basados en el tipo de método de recolección propuesto:

- **Algoritmo para resolver el Problema del Agente Viajero (TSP)**

Este primer algoritmo se basa en diseñar rutas basadas en el método de recolección de parada fija y el de contenedores, donde la demanda es discreta.

Ahora bien, este algoritmo se basa en encontrar diversas rutas que conecten diferentes puntos “nodos” de un grafo<sup>2</sup> (ver figura 5), cuyos vértices o nodos representan los lugares por recorrer y las aristas (calles) son los medios de enlace. Se crea una ruta que inicia en un punto y debe recorrer todos los nodos de la red al menos una vez, sin considerar cuantas veces pase por la arista, para terminar en el punto donde inició.

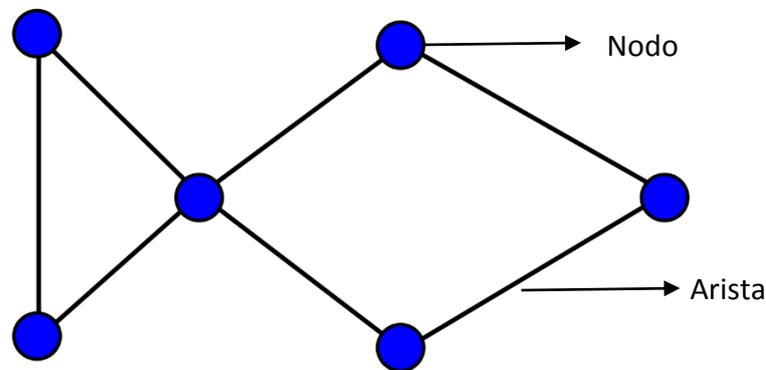


Figura 5 Grafo con nodos y arcos o aristas

Fuente: Extraído de [https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa\\_de\\_grafos#/media/Archivo:Fish\\_graph.svg](https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_grafos#/media/Archivo:Fish_graph.svg)

Este algoritmo lleva el nombre del agente viajero, porque representa el viaje que tenían que hacer los carteros para entregar sus paquetes en diferentes lugares, con un tiempo y costos mínimos.

<sup>2</sup> Conjunto de vértices o nodos unidos por enlaces llamados arcos o aristas, representan relaciones binarias entre elementos de un conjunto.

- **Algoritmo del Cartero Chino (CPP)**

El algoritmo del cartero chino diseña rutas basadas en el método de acera o intradomiciliario, donde la demanda es continua o semicontinua.

A diferencia del TSP este algoritmo traza rutas que atraviesa todos los arcos (calles) que cuando menos por una vez, sin importar cuantas veces pase por un nodo (contenedor), con el fin de minimizar la distancia recorrida y regresando al punto de partida.

Este método es aplicable cuando la ruta debe pasar por todas las calles, sin considerar un punto fijo (contenedor), como lo hace el algoritmo del agente viajero.

Euler propuso leyes matemáticas a una solución en la que se debía visitar todos los arcos de una red al menos una vez y llegando al punto de partida en un tiempo mínimo. Euler tomó como ejemplo: El trasladar un desfile militar atravesando los siete puentes de la ciudad natal. Estudiando la configuración de los puentes y las calles encontró que no existía solución factible y propuso una serie de leyes matemáticas para hallar todos los recursos existentes en una red (SEDESOL, 1999). Así que propuso dos leyes matemáticas:

- Se puede utilizar reglas muy sencillas de Euler, cuándo los arcos no son unicursivos, es decir van en una sola dirección.
- Si el número de vértices es un número impar, no existe la solución y se deben trazar los arcos más de una vez, en cambio cuando el número de vértices es par, se dice que existe una solución tipo Euler.

Fue tiempo después cuando la nación de china descubrió una solución matemática al problema del cartero chino, que buscaba reducir la distancia de recorrido en un arco con un sentido único y de regreso a la central de correos.

Estos dos problemas de ruteo se explicarán a detalle en los siguientes subcapítulos.

## **2.3 Teoría de Grafos**

A través de los siglos se ha observado un aporte muy significativo de los grafos, para la resolución de problemas de optimización mediante redes.

Euler fue uno de los pioneros en introducir a la teoría de grafos en el siglo XVII, en base a una problemática conocida como los puentes de Königsberg. Posteriormente un físico alemán llamado Gustav Kirchhoff, aplicó esta teoría de grafos en la ingeniería de redes eléctricas, buscaba calcular el voltaje y la corriente en circuitos eléctricos, de esta manera se definieron las conocidas leyes de Kirchhoff, de la conservación de la energía y carga en circuitos eléctricos.

Más adelante el británico Arthur Cayley un matemático con estudios en química, utilizó los grafos y representó los hidrocarburos saturados, utilizando un grafo donde las aristas representan enlaces químicos y los átomos eran representados por vértices (Pérez, 2013). Estos hombres fueron los más representativos en la historia de la investigación operativa, mediante la aplicación en la teoría grafos, desde ese entonces se han ido realizando estudios de grafos en diferentes campos.

Actualmente se pueden encontrar estos grafos en la resolución al problema de la ruta más corta, atravesando nodos (ciudades, localidades) o puntos de entrega y aristas (calles, carreteras, caminos., etc.) como medios de enlace entre nodos, buscando así minimizar la utilización de recursos.

### **2.3.1 Concepto**

Se puede definir a un grafo como el conjunto de nodos unidos por líneas o flechas también conocidos como aristas representados en un plano. En el cual los nodos contienen algún tipo de información o procesamiento, mientras que las aristas son canales o conexiones entre éstos (Coto, 2003).

A continuación, se da una serie de definiciones básicas conforme se va avanzando con la teoría:

- **Definición 1.** Un grafo  $G$  es un triple conjunto  $G(V(G); A(G); I(G))$  donde:

$V(G)$ : es un conjunto de elementos llamados vértices.

$A(G)$ : es otro conjunto donde sus elementos son arcos o aristas

$I(G)$ : es una relación (la relación de incidencia), que le asocia a cada arista  $a \in$

$A(G)$  dos vértices llamados los extremos de  $a$  (Quintín, 2003).

De manera general los grafos se dibujan de tal forma que los vértices son representados por un punto y son unidos por aristas o arcos en sus extremos en la figura 6 se observa un ejemplo de la conexión de una arista y dos nodos (i, j) y un arco y dos vértices (i, j).

$$G = \{(i, j) \in A; i, j \in V\} = \{(i, j) \in A; (i, j) \in V \times V\}$$

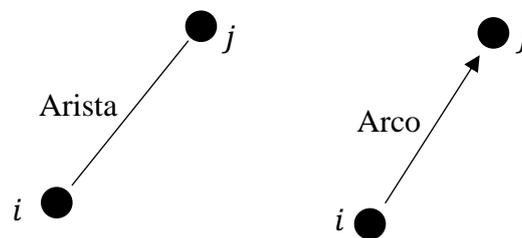


Figura 6. Grafo de Arista y Arco

Fuente: Elaboración Propia

Para demostrar la notación matemática se utilizan un par ordenado  $(i, j)$ , para representar el extremo inicio  $i$  y extremo fin  $j$  de una arista o arco unido por varios nodos.

- **Definición 2. Incidencia:** dado un vértice  $i$  su grado de incidencia es el número de extremos de  $i$  y lo denotamos por  $g(i)$ .

### 2.3.2 Grafos no Orientados

Los grafos no orientados o no dirigidos, es un par " $G = (V, E)$ ", donde  $V$  es el conjunto de vértices y  $E \subset V \times V$  representa el conjunto de aristas" (Pérez, 2013). Normalmente se representa utilizando líneas llamadas aristas para conectar varios vértices (ver figura 7).

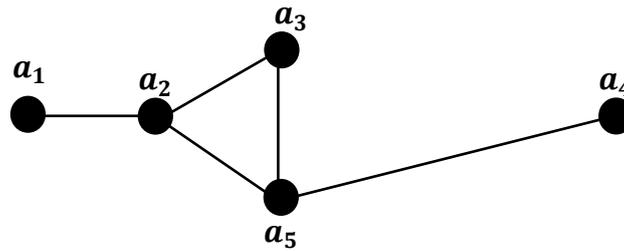


Figura 7. Grafo no Dirigido  
Fuente: Elaboración Propia

Un conjunto de nodos  $V$  y un conjunto de combinaciones  $E$ , se muestran a continuación:

$$V = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$$

$$E = \{(a_1, a_2), (a_2, a_3), (a_2, a_5), (a_3, a_2), (a_3, a_5), (a_4, a_5), (a_5, a_4), (a_5, a_3), (a_5, a_2)\}$$

- **Definición 3. Cadena:** Es una secuencia de aristas consecutivas o a su vez una secuencia de aristas y vértices, por ejemplo,  $(a_1 a_2 a_3)$
- **Definición 4. Ciclo:** Representa una cadena que empieza y termina en el mismo vértice, por ejemplo  $(a_1 a_2 a_3 a_1)$ .
- **Definición 5. Bucle:** Ciclo de una arista, por ejemplo,  $a_1 a_1$ , o un arco cuyos extremos coinciden.
- **Definición 6. Longitud de la cadena:** Es el número de aristas que lo forma, en la fig. 7 el número de aristas que lo conforma es, 5 aristas.

### 2.3.3 Grafos Orientados

Los grafos orientados o dirigidos (dígrafo), se representa por un par “ $G = (V, U)$ ”, donde  $V$  es un conjunto finito tales elementos  $i \in V$  se denominan vértices o nodos, y  $U \subset V \times V$  es el subconjunto de arcos de arista en pares ordenados”, normalmente son representados por flechas dirigidas en la figura 8. Muestra los arcos valuados y con un sentido dirigido hacia los vértices.

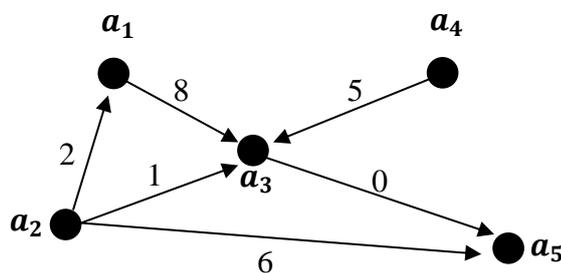


Figura 8. Dígrafo con Arcos Valuados

Fuente: Elaboración Propia en Base a (Pérez, 2013)

Tenemos para la figura 8:

$$V = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$$

$$U = \{(a_1, a_3), (a_2, a_1), (a_2, a_3), (a_2, a_5), (a_3, a_5), (a_4, a_3)\}$$

- **Definición 7. Red:** Es un dígrafo con los arcos valuados o grafo pesado<sup>3</sup>, es decir, que llevan en sus arcos números naturales que pueden representar costo, distancia, tiempo etc.
- **Definición 8. Camino:** Representa la secuencia de arcos consecutivos
- **Definición 9. Camino elemental:** Se define como elemental cuando pasa una sola vez por los vértices.

<sup>3</sup> También conocido como grafo ponderado, el cual contiene en sus arcos un valor o etiqueta, que representa un costo, peso o longitud.

- **Definición 10.** *Camino simple:* Es simple cuando pasa una sola vez por los arcos transitados.
- **Definición 11.** *Longitud de un camino o cadena:* Es el número de arcos que lo componen, en la figura 8, el número de arcos que lo compone es, 6 arcos.
- **Definición 12.** *Circuito:* camino que empieza y termina en el mismo nodo o vértice.
- **Definición 13.** *Bucle:* representa un circuito con un solo arco.
- **Definición 14.** *Diámetro de un grafo:* Es la longitud de un camino mayor que existe en un determinado grafo.

#### 2.3.4 Tipo de Grafos

De acuerdo con Quintín (2003), los grafos se los pueden clasificar de diferentes maneras, ya sean en cuanto al número de vértices como los finitos e infinitos, y al número de aristas que puedan cortarse o no, entre otros, a continuación, se detallan la mayoría de ellos brevemente:

- a. **Finito:** Cuando el número de vértices o arcos (aristas) es finito.
- b. **Infinito:** Cuando el número de vértices o arcos (aristas) es infinito.
- c. **Espacial:** Al momento de cruzarse las aristas estas no se cortan entre sí.
- d. **Plano:** Se dice que es plano si permite que dos aristas puedan cortarse entre sí pero en un vértice.
- e. **Simple:** Cuando cada par de vértices  $(i, j)$ , está conectado a una arista (grafos no orientados) o por dos arcos con sentido (grafos dirigidos).
- f. **Múltiple:** Caso contrario al de grafo simple.

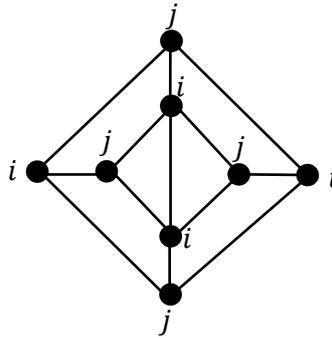


Figura 9. Grafo Simétrico  
Fuente: Elaboración Propia

- g. **Grafo regular:** Es un grafo que tiene el mismo grado en todos sus vértices, si tal grado es  $k$  lo llamaremos  $k$ -regular.
- h. **Grafo completo:** Todo par de vértices  $(i, j)$  debe estar unido por una arista o arco.
- i. **Grafo Incompleto:** Cuando el par de vértices  $(i, j)$  no está unido a una arista o arco.
- j. **Grafo Simétrico:** Si para todo par de  $(i, j)$  existe un par  $(j, i)$ . Ver figura 9. Grafo Simétrico
- k. **Grafo no simétrico:** Cuando no se cumple la condición anterior en  $(i, j)$ .
- l. **Grafo conexo:** Si para cualquier par  $(i, j)$  debe haber al menos un arco (arista) que los conecte (camino), caso contrario este sería un *grafo no conexo*. Ver figura 11. Grafo Conexos y no Conexos.
- m. **Grafo fuertemente conexo:** Si para todo par  $(i, j)$  debe existir siempre un camino (cadena) que los conecte.
- **Definición 15. Caminos eulerianos:** Se dice que es euleriano si todas las aristas son contenidas por él, apareciendo una solo una vez
  - **Definición 16. Ciclo Euleriano:** Es un camino euleriano que comienza y acaba en un mismo vértice.

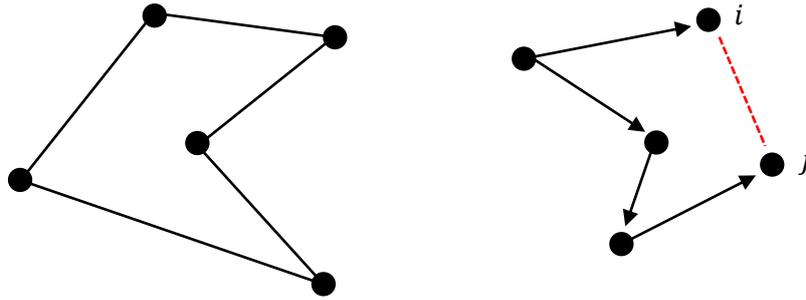


Figura 11. Grafo Conexo y no Conexo

Fuente: Elaboración Propia

### 2.3.5 Recorrido de Grafos

El recorrido de grafos básicamente consiste, en ir visitando todos los nodos conectados que se derivan de un nodo inicial, en cualquier algoritmo de recorrido sea de grafo dirigido o no dirigido.

Lo que lo diferencia a este algoritmo de otros es, que cuando se tiene un nodo inicial, la manera en cómo visita todos los nodos adyacentes conectados al inicial lo hace diferente, buscando así el método más práctico.

Existen dos clases de algoritmos que engloban estos resultados, tales son el recorrido de profundidad y en anchura, se los conoce como algoritmos clásicos, ya que han sido estudiados con anterioridad y se conoce todos los beneficios y orden de complejidad que tienen al momento de aplicarlos (Coto, 2003).

#### 2.3.5.1 Recorrido en Profundidad

Para realizar el trabajo de recorrido de profundidad en un grafo, primero se marca el nodo inicial o primer nodo en el grafo como “Visitado” y los demás nodos del grafo se marcan como “No Visitados”, de esta manera se empieza con el nodo inicial hasta haber visitado todos los nodos del grafo.

Se dice que es recorrido de profundidad, porque antes de visitar cualquier nodo en el grafo primero se deben visitar todos los nodos adyacentes al nodo (inicial).

Existe un algoritmo dentro de éste que lo que hace es crear una función que encuentre un nodo en especial dentro del grafo, conocido como Depth-First Search (DFS) que significa búsqueda en profundidad. La bondad de este algoritmo es que puede adaptarse fácilmente para resolver problemas como, conectividad simple, detección de ciclos y camino simple.

El (DFS Tree) Árbol de búsqueda en profundidad, este algoritmo se utiliza cuando la pérdida de información de algunas aristas no es tan importante para poder descartar, además crea el conjunto de aristas de recubrimiento mínimo del grafo cuando estas se hayan salvado de visitarse. Otra ventaja del DFS es, cuando existen menos aristas que nodos este algoritmo de cualquier manera visita los nodos restantes.

### ***2.3.5.2 Recorrido en Anchura***

Este algoritmo como el primero también utiliza el método de marcar el nodo inicial como “VISITADO” y los demás como no visitados, para seguir con la secuencia de visitar los nodos adyacentes a este. La diferencia que existe entre el recorrido de anchura y el primero está en que, se pueden visitar todos los nodos adyacentes al nodo inicial y con esto se busca visitar nodos más lejanos a los adyacentes.

Este algoritmo es conocido Breadth-First Search (BFS), traducido como búsqueda de amplitud, porque visita más nodos en un mismo ambiente recursivo<sup>4</sup>, además tiene la misma función de recubrimiento mínimo del grafo que el recorrido de profundidad.

La diferencia notable entre el DFS y el BFS, es que el BFS necesita una estructura auxiliar llamada cola, para guardar o almacenar las aristas que se van a visitar en el recorrido. En la Tabla 1. Relación entre DFS y BFS se puede observar sus características.

---

<sup>4</sup> La solución depende de pequeñas instancias o cambios del mismo problema.

Tabla 1  
*Relación entre DFS & BFS*

Algoritmo	Recorrido de Profundidad (DFS)	Recorrido de Anchura (BFS)
Diferencias	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se deben visitar primero los nodos adyacentes al nodo inicial.</li> <li>- No se puede encontrar el camino más corto, debido a la manera en que visita a los nodos.</li> <li>- No necesita una cola.</li> <li>- No puede visitar nodos lejanos por su método de visita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se pueden visitar nodos adyacentes a los nodos adyacentes al nodo inicial.</li> <li>- Permite encontrar el camino más corto entre dos nodos de un grafo.</li> <li>- Necesita una estructura auxiliar (una cola), para almacenar las aristas que se van a visitar.</li> <li>- Visita nodos más lejanos.</li> </ul>
Semejanzas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pueden adaptarse fácilmente y utilizarse para resolver problemas como los de conectividad simple, detección de ciclos y camino simple.</li> <li>- Utilizan la misma metodología de marcar los nodos visitados y los no visitados, para resolver de manera más práctica.</li> <li>- Crean el conjunto de aristas de recubrimiento mínimo del grafo.</li> </ul>	

Fuente: Elaboración Propia.

### 2.3.6 Camino de Euler y Grafo Euleriano

En este apartado se va a describir de manera sencilla y rápida acerca de teoremas para la resolución de grafos con atención en sus vértices o sus aristas, además se mostrará un ejemplo claro para encontrar ciclos de un grafo dado.

#### 2.3.6.1 Camino de Euler

La complejidad de los problemas que se deben resolver al momento de utilizar un camino de Euler está en saber cómo encontrar dichos caminos de una manera sencilla y no tan solo saber si existe un camino de euler en un grafo.

Ahora bien, Coto 2003 argumenta que: para saber si existe un camino de euler debemos conocer el grado de los nodos, es decir si es de grado par e impar. Se dice que un grafo tiene

un *camino de euler* si y solo si dos de sus nodos exactamente tienen grado impar y es conexo. De manera parecida se dice que es un *tour de euler* si y solo si, es conexo y el grado de todos sus nodos es par.

Entonces si deseamos encontrar caminos en un grafo se podría utilizar un *backtraking*. Mientras que, en un tour euleriano, se debería utilizar la técnica de obtener *ciclos en un grafo*, básicamente lo que hace es borrar de las listas de adyacencia las aristas encontradas y almacenando en una pila "P" los nodos que se vayan encontrando (ver figura 12), de esta manera se podría encontrar caminos alternativos a cada nodo.

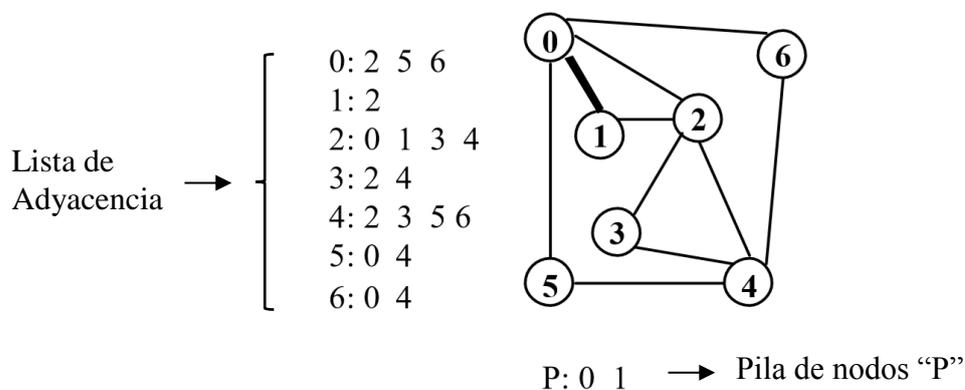


Figura 12. Ciclos en el Grafo

Fuente: (Coto, 2003)

Es recomendable ir buscando en el grafo los nodos adyacentes, en dirección derecha del nodo inicial (0), como podemos ver en la Figura 11, empieza desde el nodo 0 y se dirige al nodo 1 y no al 2, si iría al 2 estaría en dirección izquierda del centro del nodo (0). Y de esta manera se siguen encontrando todos los caminos hasta cubrir toda la red o el tour, en la figura 13, se puede observar el tour completo y una pila "P" completa que nos indica el orden de recorrido del tour.

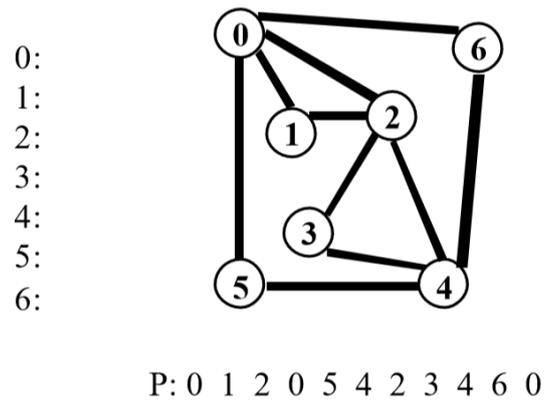


Figura 13. Resultado Ciclos del Grafo

Fuente: (Coto, 2003)

Como podemos observar que el camino del tour euleriano se ha completado y tiene esta secuencia (0, 1, 2, 0, 5, 4, 2, 3, 4, 6, 0), y la lista de adyacencia se ha vaciado.

### 2.3.6.2 Grafo Euleriano

Se conoce un camino euleriano cuando una pista contiene todas las aristas de un grafo  $G$ . De la misma manera un circuito euleriano es cuando, un circuito contiene todas las aristas de un grafo  $G$ . Si  $G$  contiene un circuito euleriano se dice que  $G$  es un grafo euler (Ver Figura 14) (Possani, 2011).

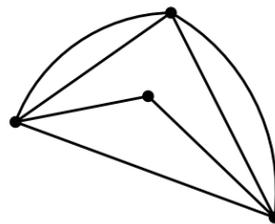


Figura 14. Grafo Euleriano

Fuente: (Possani, 2011)

Se han propuesto teoremas por parte de Possani (2011), para encontrar el problema de los puentes de Königsberg:

- **Teorema 1.** Sea  $G$  un grafo conexo.  $G$  es euleriano si, y solo si, cada vértice de  $G$  es par.
- **Teorema 2.** Un grafo conexo  $G$  contiene una pista euleriana  $T_{ab} = a v_2 \dots v_{n-1} b$ ,  $a \neq b$ , si, y solo si,  $a$  y  $b$  son los únicos vértices impares.
- **Teorema 3.** Un grafo conexo  $G$  contiene una pista euleriana si, y solo si, hay un máximo de dos vértices impares.
- **Teorema 4.** Un grafo conexo con  $2k$  vértices impares contiene una familia de  $k$  senderos distintos que, juntas, contienen a todos los vértices en el grafo.

Estos Teoremas son válidos cuando el grafo es euleriano y posee todos sus vértices pares, de lo contrario (impares) no se podría obtener un circuito del grafo euleriano.

### 2.3.7 Camino de Hamilton y Grafo Hamiltoniano

Tal como en el apartado anterior se va a presentar teoremas de Ore y Dirac aplicables y una breve comparación entre grafos hamiltonianos y eulerianos en la Tabla 2. Relación Hamiltoniana y Euleriana.

#### 2.3.7.1 Camino de Hamilton

Los caminos hamiltonianos se basan en encontrar un tour, que recorra todos los vértices hasta llegar al nodo inicial sin importar cuantas veces pase por una arista. Este es un problema *Np-hard*<sup>5</sup> por que debe buscar una solución posible entre todos los posibles ciclos del grafo.

El camino Hamiltoniano tiene íntima relación con el procesamiento de grafos del Problema de Agente Viajero (TSP- Traveling Salesperson Problem), el cual consiste en encontrar un tour con costos mínimos y que pase por todos los nodos del grafo (Coto, 2003).

---

<sup>5</sup> Es el conjunto de problemas de decisión que contiene los problemas  $H$  tales que todo problema  $L$  en  $NP$  puede ser transformado polinealmente en  $H$ .

- **Teorema 5. Teorema de Konig:** si el grafo es completo, posee por lo menos un camino Hamiltoniano.

Según Quintín (2003) en su libro, explica que: para la búsqueda de caminos hamiltonianos en un grafo,  $G = \{V, A\}$ , se podría utilizar el siguiente algoritmo:

1. Calcular la matriz de arcos,  $M_{n \times n} = (a_{ij})$ , donde:

$$(a_{ij}) = \begin{cases} (i, j) & \text{si existe arco entre } x_i \text{ (origen) y } x_j \text{ (destino)} \\ \mathbf{0} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

2. Se calcula  $M^{n-1}$  mediante la multiplicación latina de matrices, con la premisa que no se deben repetir dos nodos en el camino.
3. Los caminos que aparecen en la matriz  $M^{n-1}$  y sin contener ningún vértice repetido son caminos hamiltonianos de la red.
4. Los caminos hamiltonianos aparecen, si existen, en una matriz  $M^n$ .

### 2.3.7.2 Grafo Hamiltoniano

En 1959, William Hamilton un matemático irlandés, invento un juego llamado “The Icosan Game”, el objetivo del juego era que en un dodecaedro de veinte vértices (Ver Figura 15), pasar por cada uno de los vértices por medio de treinta aristas, de tal manera que comienza en un vértice y termina en el mismo (Possani, 2011).

Se busca una construcción de un ciclo parecido al problema de euler, que contenga todos los vértices del grafo que engloba el problema.

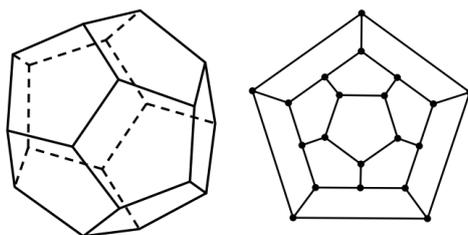


Figura 15. Dodecaedro y su Grafo Asociado

Fuente: (Possani, 2011)

Existe una relación en el grafo asociado de la figura 15, entre ciclos hamiltonianos y circuitos eulerianos, en donde el primero debe contener todos los vértices y el segundo todas las aristas. Sabiendo las condiciones para ser un euleriano tiene las condiciones suficientes para ser hamiltoniano.

- **Teorema 6. Dirac:** Sea  $G$  un grafo simple de orden  $n \geq 3$ . Si  $\delta(G) \geq n/2$ , entonces  $G$  es hamiltoniano.
- **Teorema 7. Ore:** Sea  $G$  un grafo de orden  $n \geq 3$ . Si  $g(x) + g(y) \geq n$ , para todo par de  $x, y$  vértices no adyacentes, entonces  $G$  es hamiltoniano.

Tabla 2

*Relación Grafo Euleriano vs Hamiltoniano*

Grafo	Euleriano	Hamiltoniano
Diferencias	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cada arista se recorre una vez.</li> <li>- El grado de los vértices debe ser par.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las aristas se recorren más de una vez.</li> <li>- No influye el grado de los vértices</li> <li>- Recorre todos los vértices sin repetir ninguno.</li> </ul>
Aplicaciones	- Resolver problemas de tipo CPP (Chinesse Postman Problem)	- Resolver problemas de tipo TSP (Traveling Salesman Problem)

Fuente: Elaboración Propia

## **2.4 Problema de enrutamiento de vehículos recolectores de residuos**

En la actualidad los municipios son los encargados de llevar en marcha la recolección de Residuos Sólidos Municipales “RSM” y disposición final hacia los vertederos o rellenos sanitarios (Ana et al., 2014). En otros casos se subcontrata el servicio de recolección a empresas privadas por la experiencia operativa que tienen y eficiencia en sus servicios, siendo este el caso de WM (Waste Management) un empresa dedicada a este trabajo (Sahoo et al., 2005).

Los RSM pueden ser atendidos por un WCVRP por sus siglas en inglés (Waste Collection Vehicle Routing Problem), que representa una solución al problema de enrutamiento de vehículos recolectores de residuos sólidos. Principalmente se busca con esta temática es tratar la recolección, transporte y disposición final de los Residuos Sólidos (RS), en flotas vehiculares, atravesando rutas establecidas geográficamente, y que las abastezcan en su totalidad (Herrera et al., 2016).

En las operaciones del WCVRP están ligadas a la resolución del problema de la recolección de RSM, y a su vez existe el problema de ruteo vehicular. El problema ruteo vehicular consiste en el transporte y distribución de carga de tipo comercial, el cual representa un problema de ruteo vehicular, técnicamente llamado Vehicle Routing Problem (VRP), que al igual en WCVRP se debe atender con una flota vehicular a un cierto conjunto de rutas con una serie de paradas con inicio y fin en un depósito, y un coste mínimos (Muñoz & Sotero, 2009).

“De esta manera se dice que los problemas de WCVRP pueden ser tratados como un VRP” (Herrera et al., 2016).

Existen trabajos de investigación que se centran en la contenerización por nodos (Imbaquingo, 2018), que se basan en encontrar una ubicación óptima para contenedores de

RSM. De esta manera también hay investigaciones en las cuales se debe encontrar una ruta óptima teniendo como parámetro la distancia que recorre cada vehículo.

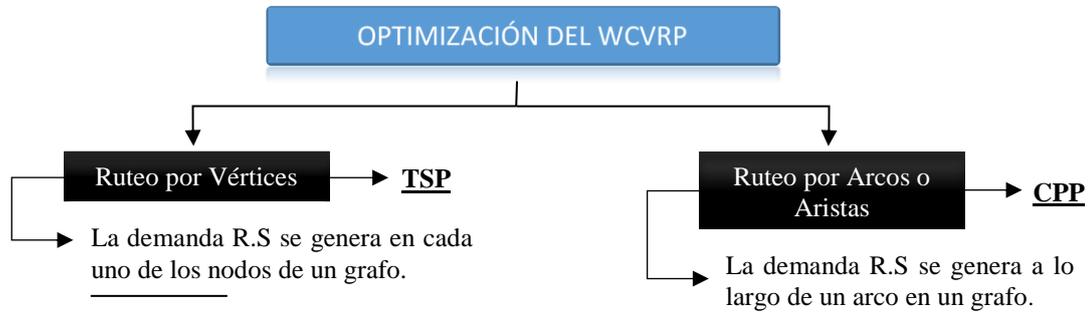


Figura 16. Optimización por Vértices y Arcos

Fuente: Elaboración Propia en Base a (Herrera et al., 2016)

Metodológicamente se puede decir que, el ruteo por nodos es atendido por un Problema del Vendedor Ambulante TSP (por sus siglas en inglés Traveling Salesman Problem), mientras que el ruteo por arcos puede ser atendido por el Problema del Cartero Chino CPP (por sus siglas en inglés Chinese Postman Problem), posteriormente se explicaran a detalle estos problemas de ruteo vehicular.

De esta manera se dice que el WCVRP se puede resolver u optimizar de dos maneras, (ver figura 16) por nodos (contenedores) o por arcos (vías), dependiendo de los factores técnicos que contiene el objeto de estudio, como qué tipo de sistema - método de recolección utilizado, si la demanda se produce en los nodos o en los arcos.

Los métodos de elaboración y diferenciación de problemas de enrutamiento son conocidos comúnmente como *Heurísticos* y *Meta-heurísticos*, el primero se le conoce como método clásico por ser bien conocido y utilizado en el campo de la optimización. Podemos definir al método heurístico como: un procedimiento con el fin de resolver un problema de optimización bien definido, en la que en la estructura del problema se lo realiza de forma

práctica e inteligente para obtener una buena solución. Mientras que los procedimientos Metaheurísticos, son una clase de métodos aproximados que están diseñados para resolver problemas difíciles de optimización (NP-hard) combinatoria (Pedro, 2006). Proporcionan suficiente información para poder generar nuevos algoritmos híbridos combinando conceptos derivados de la evolución biológica e inteligencia artificial (Martí, 2003).

En la figura 17 Metodología de elaboración., se puede apreciar un punto de vista, de cómo se podría generar la estructura básica o modelo de micro ruteo, tomando en cuenta el método, tipo de problema y los algoritmos matemáticos que se van a emplear, partiendo de todos los conocimientos que integran cada uno de ellos para luego definir el trabajo a realizar de manera sencilla y concreta.

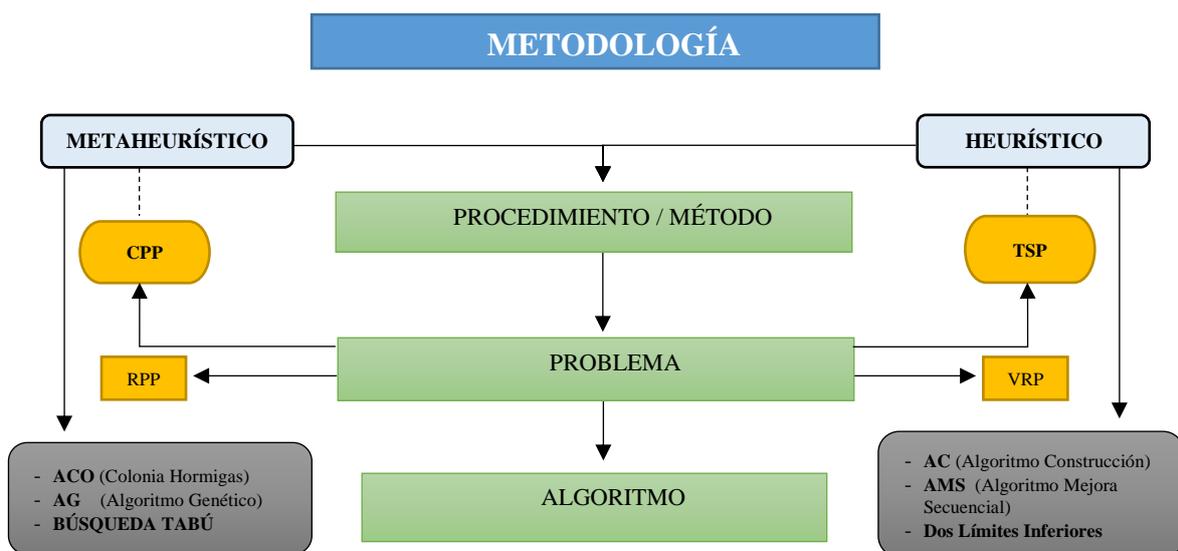


Figura 17. Metodología de Elaboración

Fuente: Elaboración Propia en Base a (Herrera et al., 2016)

Se interpreta de la siguiente manera, primero se debe escoger un método de elaboración ya sea Heurístico o Meta heurístico, para luego contemplar que tipo de problema vamos a resolver (CPP o TSP) con sus diferentes extensiones y aplicando un algoritmo matemático específico. Teniendo en la parte izquierda procedimientos Meta heurístico y en la parte derecha métodos Heurísticos.

### 2.4.1 Enrutamiento por nodos en el WCVRP

El enrutamiento por nodos es representado por el *TSP* y un *VRP*, lo que se busca en este problema es en un grafo (hamiltoniano) dado, recorrer todos los vértices de manera que solo se pase una vez por cada uno y regresando al origen, minimizando así los costos de operación.

El problema se puede expresar como, el vehículo recolector empieza su trayecto desde el depósito de vehículos y debe recorrer una ruta asignada, de tal manera que visite todos los contenedores de dicha ruta y terminar en el mismo lugar que empezó. En este problema se debe considerar también la descarga del camión cuando está a su máxima capacidad y llevar los desechos a una estación de transferencia.

#### 2.4.1.1 El Problema del Vendedor Ambulante (*TSP*)

El problema del vendedor ambulante, también conocido como The Traveling Salesman Problem “*TSP*”, tiene que ver con hallar el recorrido más corto en una red de  $n$  ciudades por visitar, donde cada una es visitada una vez por un solo vehículo y regresar al punto de partida. Este modelo se restringe por medio de dos parámetros que son:

- El número de ciudades (nodos)  $n$ .
- Las distancias  $d_{ij}$  entre las ciudades  $i$  y  $j$  ( $d_{ij} = \infty$  si las ciudades  $i$  y  $j$  no están conectadas o comunicadas).

El número máximo de recorridos en una situación de  $n$  ciudad ¡  $(n - 1)!$

El *Modelo matemático TSP* con templa una variante, “que un modelo *TSP* es simétrico si  $d_{ij} = d_{ji}$  para todas las  $i$  y  $j$ . De lo contrario el modelo *TSP* es asimétrico” (Taha, 2012) .

Defina:

$$x_{ij} = \begin{cases} \mathbf{1} & \text{si llega a la ciudad } j \text{ desde la ciudad } i \\ \mathbf{0} & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

El modelo TSP matemático se formula de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}x_{ji}, d_{ji} = \infty, \text{ para todas las } i = j.$$

En la literatura de Rafael Martí (2003), se presentan algunos heurísticos aplicados de manera sencilla al TSP, como métodos constructivos, en los que podemos encontrar: métodos heurísticos basados en ahorros, arboles generadores, de inserción y del vecino más próximo. De estos cuatro se obtiene un cuadro comparativo de los resultados arrojados ver Martí, (2003) de los 30 ejemplos arrojados de la TSPLIB de los cuales el método de ahorro y de inserción son los que mejor resultados arrojan con respecto al elemento más lejano (Martí, 2003).

#### ***2.4.1.2 El Problema del Ruteo Vehicular “VRP”***

El problema de VRP tiene el mismo objetivo que el TSP, de encontrar una ruta mínima que pase por todos los vértices de un grafo dado. En la familia del VRP (ver figura 18) se presentan algunos problemas de modelos matemáticos que han nacido de éste, atendiendo diferentes singularidades que han surgido en el transcurso del tiempo.

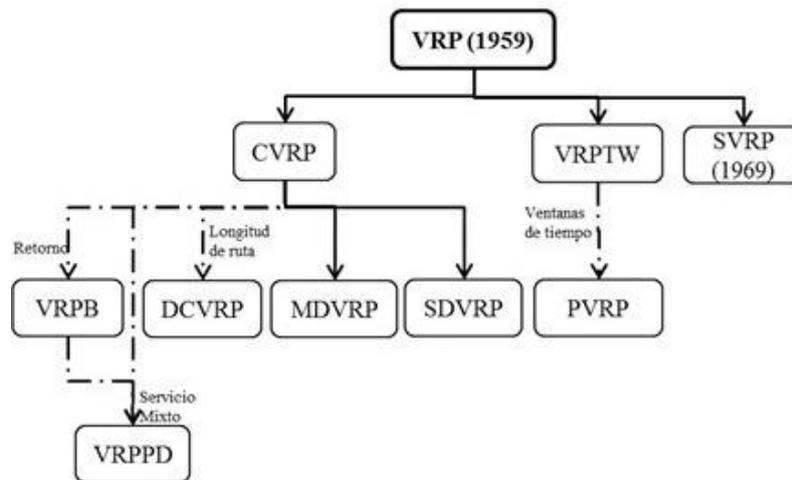


Figura 18. Clasificación Problemas VRP

Fuente: (Herrera et al., 2016)

En el artículo de (Muñoz & Sotero, 2009) nos dan una breve formulación de algoritmos matemáticos en el VRP combinado, cuyo campo de aplicación son los límites o fronteras de un grafo  $G = (V, E)$ . La notación siguiente es la utilizada para este tipo de problema:

- Sea  $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$  un conjunto de vértices en donde:
  - Se considera un depósito ubicado en  $v_0$ .
  - Sea  $V' = V/\{v_0\}$  como el conjunto de ciudades
- $A = \{(v_i, v_j)/v_i, v_j \in V ; i \neq j\}$  como un conjunto de arcos
- $C$  es una matriz no negativa de costos o distancias  $C_{ij}$  entre los clientes  $v_i$  y  $v_j$ .
- $D$  es un vector de demandas de clientes.
- $R_i$  es la ruta para los  $i$  vehículos.
- $m$  es la cantidad de vehículos (homogéneos). Y que cada ruta es asignada a cada uno.

Cuando  $C_{ij} = C_{ji}$  para todos los  $(v_i, v_j)$  se entiende que el problema es simétrico y es normal cambiar los arcos  $A$  con un conjunto de límite  $E = \{(v_i, v_j)/v_i, v_j \in V ; i < j\}$ .

Cada vértice  $V'$  es asociado una cantidad  $q_i$  de artículos entregados por el camión. De esta manera determinar un conjunto de  $m$  rutas con costos mínimos con inicio y fin en un depósito, y que cada vértice en  $V'$  es visitado una vez por el vehículo asignado.

Puede ser definido  $b(V) = [(\sum_{\sigma i \in V} di)]/C$  como un límite inferior en un número de vehículos necesarios para servir el conjunto  $V$  de clientes.

Se considera un  $\delta_i$  como tiempo de servicio, requerido por el vehículo en descargar la cantidad  $q_i$  en  $V_i$ . Y que la duración de la ruta no sobrepase un límite  $D$ , en este contexto el costo  $C_{ij}$  se entiende como tiempo de transporte entre ciudades.

- Una partición  $R_1, \dots, R_m$  de  $V$ ;
- Una permutación de  $\sigma i$  de  $R_i \cup \mathbf{0}$ , especificando el orden de clientes en la ruta  $i$

El costo de una ruta ( $R_i = \{v_0, v_1, \dots, v_{m+1}\}$ ), donde  $V_i \in V$  y  $v_0 = v_{m+1} = \mathbf{0}$  ( $\mathbf{0}$  denota el depósito), es dada por:

$$C(R_i) = \sum_{i=0}^m c_{i,i+1} + \sum_{i=1}^m \delta_i.$$

Y el costo de la solución del problema  $S$  es:

$$F_{VRP}(S) = \sum_{i=1}^m C(R_i).$$

Este sería una formulación de algoritmos matemáticos para resolver el problema del ruteo vehicular, donde se enfatiza en minimizar el costo de servir una ruta, teniendo parámetros como el tiempo, cantidad de artículos, cantidad de vehículos, número de clientes y sus demandas etc.

A continuación, en la tabla 3. Se muestran algunos criterios aplicados a los diferentes tipos de problemas del VRP., para la formulación matemática de cada uno de los tipos de VRP, podemos encontrar en la bibliografía de Muñoz & Sotero 2009.

Tabla 3

*Tipos de Problemas del VRP en Asignación de Vehículos.*

<b>Tipo VRP</b>	<b>Objetivo</b>
Capacitado	Minimizar la flota de vehículos y la suma total del tiempo de transporte, y la demanda total de artículos para una flota mixta de vehículos de entrega con una capacidad uniforme que debe atender una demanda de clientes conocida para un solo artículo, con un mismo depósito y un costo de transporte mínimo.
Multidepósito	Minimizar la flota de vehículos, la suma total del tiempo de transporte, y la demanda total de artículos que deben ser entregados desde varios depósitos.
Periódico	Minimizar la flota de vehículos y la suma total del tiempo de transporte necesario para suplir todos los clientes. La planeación se hace para determinado periodo.
Estocástico	Minimizar la flota de vehículos y la suma total del tiempo de transporte necesario para atender a todos los clientes en cada recorrido, se consideran aleatorios sus demandas, tiempo de servicio y/o transporte.
Backhauls (Retornos fuera de ruta)	El objetivo es encontrar un conjunto de rutas que minimice la distancia total transportada, los clientes pueden demandar o regresar algunos artículos. Así que se debe tener en cuenta que el vehículo no sobrepase su capacidad
Entrega y reparto	Minimizar la flota de vehículos y la suma total del tiempo de transporte, con la restricción de que cada vehículo debe tener la capacidad suficiente para transportar artículos que vayan a ser repartidos y uno de ellos recogidos en los clientes para regresarlos al depósito.
Ventanas de tiempo	Minimizar la flota de vehículos, la suma total del tiempo de transporte y el tiempo de espera necesitado para atender los clientes en una hora determinada.

Fuente: (Muñoz & Sotero, 2009)

#### **2.4.2 Enrutamiento por arcos en el WCVRP**

El enrutamiento de arco es representado por un CPP y un Problema del cartero rural (RPP) (por sus siglas en inglés Rural Postman Problem). En el primer caso tiene aplicabilidad de tipo urbana, es decir que este tipo de ARP se aplica en entornos urbanos, mientras que el RPP se desempeña en entornos rurales. Con respecto al CPP se derivan de él los problemas de: CPP no dirigido, CPP dirigido, Windy CPP y el CPP mixto, entre los más relevantes. El

objetivo principal de estos dos casos es; en un grafo (euleriano) dado, determinar un recorrido o tour de menor costo atravesando en su totalidad un subconjunto de aristas, teniendo en cuenta una propiedad de unicursalidad<sup>6</sup>, es decir que el grado de los bordes incidentes en un vértice debe ser par (Eiselt, Gendreau, & Laporte, 1995a).

Y en la familia de los problemas de tipo CPP (ver figura 19), podemos encontrar una clasificación, en donde se consideran variaciones en las distancias de un arco, atender sólo un subconjunto de arcos y una mezcla en un conjunto de arcos dirigidos y no dirigidos.

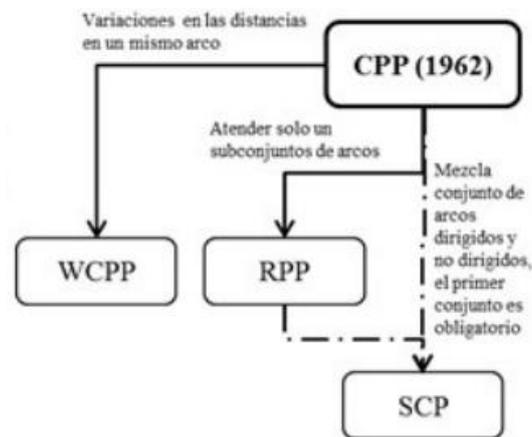


Figura 19. Clasificación Problemas CPP

Fuente: (Herrera et al., 2016)

A continuación se presentan algunas notaciones a considerar, por parte de (Enrique Benavent, Campos Aucejo, Corberán, & Mota Vidal, 1983) como un segmento de entendimiento introductorio del lenguaje de grafos al ARP:

- El grado de un vértice ( $v_i$ ) es el número de aristas incidentes en dicho vértice.
- Un vértice es par si su grado es número par.
- Un grafo  $G$  no dirigido es par si todos sus vértices son pares.
- El grado de entrada de un vértice, es el número de arcos que inciden en él.
- El grado de salida de un vértice, es el número de arcos que salen de él.

<sup>6</sup> Un grafo es unicursal o euleriano si existe una caminata cerrada en  $G$  que contiene cada arco exactamente una vez y cada vértice al menos una vez.

- Un vértice es simétrico si tiene el mismo número (grado) de arcos entrantes y salientes (entrada y salida).
- Un *grafo dirigido* es simétrico si sus vértices son simétricos.
- Un camino, de  $v_0$  (vértice inicial) a  $v_k$  (vértice final), en un grafo no dirigido es una sucesión de vértices y aristas.
- Un *grafo no dirigido* es conexo si cada par de vértices está unido por un camino.
- Un *grafo dirigido* es (débilmente) conexo si el grafo no dirigido subyacente (considerando arcos como aristas) es conexo.
- Un *grafo dirigido* es fuertemente conexo si para cada par de vértices  $(i, j)$ , existe un camino de  $i$  a  $j$  y de  $j$  a  $i$ .

#### 2.4.2.1 El Problema del Cartero Chino “CPP” en ruteo por Arcos

El Problema del Cartero Chino CPP (The Chinese Postman Problem), fue planteado por el Chino Meigu Guan (o Kwan Mei-Ko) un matemático en el colegio Normal de Shantun, quien posteriormente trabajó en una oficina de correo postal, en la cual encontró una solución en contraparte al problema de Euler el cual decía; “Un cartero tiene que cubrir un segmento asignado antes de volver a la oficina de correos. El problema era encontrar la distancia más corta para el cartero”.

De esta manera se puede definir un grafo  $G = (V, E \cup A)$ , como una gráfica donde  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  es el conjunto de vértices,  $E$  es un conjunto de bordes (aristas) no dirigidos y  $A = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V \text{ y } i \neq j\}$  es un conjunto de arcos dirigidos. Sabiendo que  $G$  está fuertemente conexo, y cada arista o arco  $(v_i, v_j)$  se le asigna un costo  $c_{ij}$ . (Eiselt et al., 1995a)

“Teniendo en cuenta las siguientes restricciones para los respectivos casos” (Dror, 2012):

- El CPP no dirigido, donde  $E = \phi$

- El CPP dirigido, donde  $A = \phi$
- El Windy CPP, donde  $A \neq \phi$  pero dos valores  $c'_{ij}$  y  $c''_{ij}$  están asociados a cada borde  $(v_i, v_j)$  igual costo del viaje en cada dirección.
- El CPP Mixto, donde  $A \neq \phi$  y  $E \neq \phi$

Los algoritmos del CPP conllevan dos situaciones distintas en el aumento del costo mínimo (conjunto de arcos o aristas de menor costo provocando la unicursalidad), en el primer caso un grafo unicursal se puede derivar de  $G$  en tiempo polinomial, al resolver un problema coincidente, en el segundo, el aumento de costo mínimo se obtiene al resolver un problema de flujo de costo mínimo (Eiselt et al., 1995a).

#### 2.4.2.1.1 UCPP

El Problema del Cartero Chino no Dirigido se define como  $G = (V, E)$  un grafo conexo no dirigido con costo asociados positivos a sus aristas  $(v_i, v_j)$ . Consiste en obtener un tour de coste mínimo en  $G$ , donde si el número (grado) de vértices es par, se dice que es un Tour Euleriano y se puede resolver de manera sencilla como indica el Algoritmo de Fleury.

**Algoritmo de Fleury para determinar un ciclo euleriano en un grafo euleriano no dirigido**

**PASO 1.** Comenzando desde un vértice arbitrario  $v_i$  atravesar un borde (arista),  $(v_i, v_j)$  que no es un puente y borrar el borde  $(v_i, v_j)$ .

**PASO 2.** Establezca  $v_i := v_j$  y repita el Paso 1. Comenzando desde la otra extremidad del borde eliminado o detenga si se han eliminado todos los bordes.

No atravesar una arista si al eliminarla el grafo quedara dividido en dos componentes conexas (excluyendo vértices aislados).

Este proceso puede ser fácil a simple vista, pero se puede complicar o alargar si el borde a eliminar representa un puente, entonces se presentan métodos alternativos de complejidad de tiempo  $O(|V|)$  por Edmonds y Johnson para contrarrestar este problema.

### **Algoritmo de Apareamiento Final para Determinar un ciclo Euleriano en un grafo Euleriano no Dirigido**

**PASO 1.** Trace un recorrido simple donde pueden no contener todos los vértices. Detener si todos los bordes han sido incluidos en el recorrido.

**PASO 2.** Considere cualquier vértice  $v$  que este en el tour hasta un borde que no se encuentre en el tour (recorrido). Forme un segundo recorrido desde  $v$  sin interrumpir el primero.

**PASO 3.** Permita que  $e_1, e_2$  sean bordes incidentes de  $v$  en el primer recorrido y en el segundo recorrido de  $v$  sean  $e_3, e_4$  sus bordes incidentes. Combine los dos recorridos en un solo de manera que se atraviesen todos los bordes de los dos recorridos. De lo contrario ir al paso 2.

De otra manera si  $G$  tiene un número de vértices impares, se puede resolver incrementando una arista artificial al vértice impar siendo ésta del mismo costo y de esta manera construir un grafo  $G'$  (conjunto aristas artificiales) que al añadir al grafo original  $G$ , hagan éste par (Enrique Benavent et al., 1983). Edmonds y Johnson 1973 los autores formulan el problema de aumento del grafo no dirigido utilizando una variable entera binaria. Defina  $x_{ij}$  ( $i < j$ ) el número de copias del borde  $(v_i, v_j)$  aumentadas. Sea  $\delta(S) = \{(v_i, v_j): v_i \in S, v_j \in V \setminus S \text{ o } v_i \in V \setminus S, v_j \in S\}$  para cualquier subconjunto no vacío  $S$  del problema se formula de la siguiente manera:

#### **Problema UCPP**

Minimizar

$$\sum_{(v_i, v_j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (a)$$

Sujeto a:

$$\sum_{(v_i, v_j) \in \delta(S)} x_{ij} \geq 1, \quad (S \subset V, S \text{ impar}) \quad (b)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \{(v_i, v_j) \in E\} \quad (c)$$

$$x_{ij} \text{ es entero} \quad \{(v_i, v_j) \in E\} \quad (d)$$

En esta formulación, la restricción (b) se conoce como desigualdades en flor. Estos se definen para cada conjunto impar  $S$ , es decir, para cada subconjunto correcto de  $V$  que contiene un número impar de vértices de grados impares. El poliedro de soluciones (b) y (c) es igual al casco convexo de soluciones factibles **UCCP** (Dror, 2012).

#### 2.4.2.1.2 DCPP

El Problema del Cartero Chino Dirigido se define como: Sea un grafo  $G = (V, A)$  dirigido con costo positivos asociados a los arcos de  $A$ , siendo un grafo fuertemente conexo (conectado), facilitando la resolución al problema.

Si se determinó que existe un grafo euleriano y unicursal se puede construir el circuito de dos maneras, la primera adaptando al Algoritmo de Fleury para grafos no dirigidos, el segundo se puede realizar el siguiente procedimiento sugerido por los autores Ardenne-Ehrenfest 1951 el cual se explica a continuación:

**Algoritmo de van Aardenne-Ehrenfest y Brujin para Determinar un Circuito Euleriano en un Grafo Dirigido.**

**PASO 1.** Construir una arborescencia abarcadora arraigada en cualquier vértice  $v_i$

**PASO 2.** Etiquete los arcos de la siguiente manera: Los arcos salientes de  $v_i$  son ordenados y etiquetados de manera arbitraria; siempre y cuando el último arco sea el arco

utilizado en la arborescencia, ordene y etiquete los arcos de cualquier otro vértice consecutivamente de manera arbitraria.

**PASO 3.** Obtenga un circuito euleriano siguiendo primero el arco etiquetado más bajo que sale de un vértice arbitrario; cada vez que se ingrese un vértice, se deja a través del arco que no se ha travesado aun con la etiqueta más baja. Cuando se hayan cubierto todos los arcos el procedimiento finaliza con un circuito de Euler (Eiselt et al., 1995a).

Si el grafo  $G$  no es simétrico, es decir existe un problema de aumento de grafo dirigido, la resolución propuesta por Edmonds y Johnsons entre otros, fue, utilizar un algoritmo de transporte para hacer que el grafo sea simétrico. Sea  $I$  el conjunto de vértices  $v_i$  para el cual el número de arcos entrantes excede el número de arcos salientes en  $s_i$  y sea  $J$ , el conjunto de vértices  $v_j$  para el cual el número de arcos salientes excede el número de arcos entrantes en  $d_j$ . Por lo tanto,  $s_i$  puede interpretarse como una oferta, y  $d_j$  como una demanda. Además, sea  $c_{ij}$  el largo de un camino más corto de  $v_i$  a  $v_j$ . (Dror, 2012). El problema se denota a continuación:

**Problema DCP**

Minimizar

$$\sum_{v_i \in I} \sum_{v_j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (\text{e})$$

Sujeto a:

$$\sum_{v_j \in J} x_{ij} = s_i, \quad (v_i \in I) \quad (\text{f})$$

$$\sum_{v_i \in I} x_{ij} = d_j, \quad (v_j \in J) \quad (\text{g})$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (v_i \in I; v_j \in J) \quad (\text{h})$$

**2.4.2.1.3 MCPP**

El Problema del Cartero Chino Mixto (MCPP), se define:  $G = (V, E, A)$  un grafo mixto, donde  $V$  es un conjunto de vértices,  $E$  es un conjunto de aristas (bordes) y  $A$  un conjunto de

arcos; supondremos costo positivos asociados a las aristas y arcos, siendo su matriz de costos  $C = (C_{ij})$  asociado con  $E \cup A$ . Donde debemos encontrar un tour de coste mínimo en  $G$  sabiendo que las aristas pueden ser direccionas en ambos sentidos (entrada o salida), en base a una replicación de  $E$  y  $A$  logrando así un grafo simétrico y uniforme, considerando también que debe cumplir una condición de unicursalidad (Eiselt et al., 1995a).

Se pueden conocer los siguientes casos para su resolución:

- a. Si el grafo  $G$  mixto no es simétrico, se puede aplicar el procedimiento propuesto por Ford & Fulkerson`s, y de esta manera se cumpla la condición de unicursalidad.
- b. Una vez obtenido un grafo unicursal (completamente dirigido), se puede aplicar el procedimiento de van Aardenne-Ehrenfest & Bruijin un algoritmo descrito en el (DCPP) para su resolución.
- c. Se pueden aplicar heurísticas en tiempo polinomial propuestas por Frederickson 1979 & por Christofides et al. 1984 con el fin satisfacer condiciones suficientes para la unicursalidad. Se conocen como MIXED1 y MIXED2 y podemos encontrarlos en la literatura de Eiselt 1995, donde se detallan los procedimientos para obtener las condiciones de unicursalidad en un grafo mixto.

Entonces comenzaremos encontrando un grafo simétrico en base al procedimiento de Ford y Fulkerson`s para transformar un grafo mixto en simétrico.

### **Procedimiento de Ford y Fulkerson`s para Transformar un Grafo Mixto en Simétrico**

**PASO 1.** Reemplace cada borde de  $G$  con un par de arcos dirigidos en oposición, obteniendo un grafo dirigido  $G' = (V, A')$ . Asigne a cada arco de  $A' \cap A$  un límite inferior de 1 y a cada arco de  $A' \setminus A$  un límite inferior de 0. A cada arco  $A'$  asigne un limite superior de 1.

**PASO 2.** Usando un algoritmo de flujo de red, determine una circulación factible en  $G'$ .

Sea  $x_{ij}$  el flujo en el arco  $(v_i, v_j)$ .

**PASO 3.** Oriente algunos bordes de  $G$  de la siguiente forma: Si  $(v_i, v_j) \in E$ ,  $x_{ij} = 1$  y

$x_{ji} = 0$ , oriente  $(v_i, v_j)$  de  $v_i$  a  $v_j$ .

Teniendo ahora un grafo simétrico, los bordes restantes se pueden orientar mediante el procedimiento de tiempo siguiente:  $O(|A \cup E|)$ .

### **Procedimiento para Orientar Completamente un Grafo Simétrico.**

**PASO 1.** Si todos los bordes están dirigidos, deténgase.

**PASO 2.** Sea  $v$  un vértice con al menos un borde no dirigido incidente  $(v, w)$ . Establecer  $v_1 := v$  y  $v_2 := w$ .

**PASO 3.** Oriente  $(v_1, v_2)$  de  $v_1$  a  $v_2$ . Si  $v_2 = v$ , vaya al paso 1.

**PASO 4.** Establezca  $v_1 := v_2$  e identifique borde  $(v_1, v_2)$  incidente en  $v_1$ . Vaya al paso 3.

Con estos dos procedimientos podemos tener un grafo completamente dirigido y simétrico y se podrá llevar a cabo un circuito de Euler como lo detallan van Aardenne-Ehrenfest & Bruijijin en su algoritmo (Eiselt et al., 1995a).

#### **2.4.2.1.4 Windy CPP**

El problema del cartero chino- ventoso, se define un grafo  $G = (V, E)$  no dirigido, donde dos costos son asociados a cada borde  $(v_i, v_j)$ , pero solo se requiere atravesar un borde al menos una vez.

“Se ha demostrado por parte de Minieka (1979), que el WCPP es un problema NP-difícil y que se puede resolver en tiempo polinomial siendo  $G'$  euleriano según Win 1989” (Dror, 2012).

Con una estructura poliédrica del WCPP ha sido estudiada por

Win entre otros y se ha definido el siguiente: Sea  $G = (V, A)$  un grafo subyacente y defina  $\delta(i)$  como el conjunto de bordes incidentes al vértice  $v_i$  y  $E(S)$  como el conjunto de bordes  $(v_i, v_j)$  con  $v_i \in S, v_j \in S$ , donde  $S \subset V$ . También sea  $x_{ij}$  una variable integradora que indique cuantas veces el borde  $(v_i, v_j)$  es atravesado de  $v_i$  a  $v_j$  en un asolución de WPP óptima (Eiselt et al., 1995a). El problema es cómo se detalla a continuación.

### **Problema WCPP**

Minimizar

$$\sum_{(v_i, v_j) \in A} (c_{ij}x_{ij} + c_{ji}x_{ji}) \quad (\mathbf{i})$$

Sujeto a:

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1 \quad ((v_i, v_j) \in A) \quad (\mathbf{j})$$

$$\sum_{(v_i, v_j) \in \delta(i)} (x_{ij} - x_{ji}) = 0 \quad (v_i \in V) \quad (\mathbf{k})$$

$$x_{ij}, x_{ji} \geq 0 \quad ((v_i, v_j) \in A) \quad (\mathbf{l})$$

$$x_{ij}, x_{ji} \text{ entero} \quad ((v_i, v_j) \in A) \quad (\mathbf{m})$$

Sea  $P$  el poliedro de los vectores  $x = (x_{ij}, x_{ji})$  que satisfacen (j), (k) y (l). Entonces  $G$  es euleriano si y solo si cada vértice de  $P$  es integral; además, los componentes de vértices de  $P$  son siempre 0,  $\frac{1}{2}$ , o un entero positivo.

Entonces podemos concluir en este apartado, se han ido explicando algunos algoritmos para la resolución en los problemas de tipo CPP en el ARP, en la tabla 4 se detalla los problemas de ruteo encontrados para resolver el problema del cartero chino. Este estudio se ha tomado como punto de partida para dar una pauta sobre la aplicación de algoritmos matemáticos y el tipo de CPP a utilizar en el Problema de Ruteo de Arco Capacitado (CARP) que se mencionara a detalle más adelante.

Tabla 4

*Resumen de los Algoritmos Aplicados al Problema CPP*

Tipo Problema CPP	Algoritmos Exactos	Algoritmos Heurísticos
CPP no dirigido	<p><b>Grado Vértice Par:</b> Algoritmo de Fleury para determinar Ciclo Euleriano.</p> <p><b>Grado Vértice Impar:</b> Algoritmo de Edmonds y Johnson (1973) para incremento aristas artificiales.</p>	<p>Heurístico de objetivos múltiples (Prakash, Sharma, &amp; Slngh, 2009).</p> <p>Nuevas heurísticas y límites bajos para el CPP min-max (Ahr &amp; Reinelt, 2002)</p>
CPP dirigido	<p><b>Grafo euleriano y unicursal:</b> Algoritmo van Ardenne-Ehrenfest &amp; Bruijin para determinar un circuito Euleriano.</p> <p><b>Si el grafo no es simétrico:</b> Algoritmo de transporte Edmonds y Johnson`s para hacer que el grafo sea simétrico.</p>	<p>Nuevo algoritmo para CPP dirigido (Lin &amp; Zhao, 1988)</p>
CPP mixto	<p><b>Si el grafo no es simétrico:</b> aplicar el procedimiento por Ford &amp; Fulkerson`s, para cumplir la condición de unicursalidad.</p> <p><b>Grafo unicursal:</b> aplicar el procedimiento de van Aardenne-Ehrenfest &amp; Bruijin</p>	<p><b>MIXED 1 y MIXED 2</b> por Frederickson (1979) &amp; por Christofides et al. (1984) para satisfacer condiciones suficientes para la unicursalidad.</p>
Windy CPP	<p>Aplicación del Poliedro de soluciones para determinar un grafo Euleriano</p>	<p>Redondeo de variables fraccionarias en la relajación de LP (Groschel y Win 1992).</p>

Fuente: *Elaboración Propia en base a* (Eiselt et al., 1995a)

### **2.4.2.2 El Problema del Cartero Chino con Capacidad “CCPP”**

Este problema de capacidad se presenta como una extensión del CPP, que básicamente lo que se busca, es encontrar varios circuitos y no solo uno como el CPP, todos ellos conteniendo un vértice  $v_1$  (depósito de camiones) específico y que atraviesen todas las aristas del grafo.

Existen algunas variantes en su aplicación, como la existencia de una flota de vehículos que debe atender un circuito ya sea para recoger o repartir mercancías, a los que se les puede imponer restricciones como capacidad máxima, tiempo de servicio entre otras. Se pueden cumplir varios objetivos como minimizar el número total de vehículos, la distancia total recorrida y la máxima distancia recorrida por el vehículo etc., (Enrique Benavent et al., 1983).

Se conoce que existen heurísticas para este tipo de problemas con sus diferentes aplicaciones ya sean para diseño rutas de autobuses, recogida de residuos, autobuses escolares etc. Las cuales podemos encontrar una clasificación por Bodin y Golden (1981) de las diferentes heurísticas propuestas.

Existen dos variantes conocidas para este problema como son los CCPP con restricciones de capacidad y los CCPP sin restricciones de capacidad, se presentarán de manera breve y sencilla.

Se denota de la siguiente manera. Sea  $G = (V, E)$  un grafo no dirigido y conexo con costos  $C_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in E$ , y sea  $v_1 \in V$  un vértice que representara un depósito.

#### **2.4.2.2.1 El CCPP con Restricciones de Capacidad**

El Problema del Cartero Chino con Capacidad, consiste en encontrar un circuito con un vértice  $v_1$  como el depósito, que atraviese cada arista al menos una vez en un grafo  $G$  dado, y

con costo totales mínimos, siendo las sumas  $q_{ij}$  correspondientes a las aristas atravesadas es menor o igual que una cantidad dada  $W$  (capacidad del vehículo).

A continuación, se presenta una cota inferior válida para el CCPP siendo más práctica para el CARP por Golden y Wong, que representa el costo de la solución óptima de un grafo  $G$ .

Sea  $E_R \subseteq E$  ( $E_R = E$  en el CCPP) el conjunto de aristas con  $q_{ij} > 0$ , y sea  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_t\}$  el conjunto de vértices incidentes con un número impar de aristas de  $E_R$ .

Los  $M = \lceil \sum q_{ij} / W \rceil$  circuitos necesarios para recorrer las aristas de  $E_R$ . El grado de  $v_1$  representado por  $d_1$ , es par y no mayor que  $2M$  (si  $d_1$  es impar, hacer  $d_1 \leftarrow d_1 + 1$  y continuar). El grado de  $v_1$  tendrá que incrementarse por lo menos, en  $R = 2M - d_1$ .

Se definen dos nuevos conjuntos de vértices:  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_R\}$  y  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_R\}$ . Sea  $G'$  el grafo cuyo conjunto de vértices es  $S \cup B \cup A$  y costos  $d_{ij}$  para las aristas dadas, se definen a continuación para  $d_{ij} = \dots$

- el coste del camino más corto en  $G$  entre  $i$  y  $j$ , si  $i, j \in S$ .
- el coste de la arista de menor peso incidente con  $v_1$ , para  $i \in A$ .
- el coste del camino más corto en  $G$  entre  $i$  y  $v_1$ , para  $i \in S, j \in A$ .
- 0, para  $i, j \in B$
- $\infty$ , de otra manera.

“Sea  $z$  el valor del acoplamiento de coste mínimo definido en  $G'$ . Se demuestra que  $z + \sum_{(i,j) \in E_R} c_{ij}$  es una cota inferior para el CARP”.

#### 2.4.2.2.2 El CCPP sin Restricciones de Capacidad

Teniendo un  $m \geq 2$ , buscaremos encontrar  $m$  circuitos y todos ellos conteniendo al vértice  $v_1$  de manera que recorran todo el circuito del grafo, minimizando costos totales en el circuito.

Frederickson proporciona un algoritmo heurístico cuyo ratio del, peor caso es de  $2 - 1/m$  y enuncia que este es un problema NP-hard. En la literatura de Benavent 1983, podemos observar este caso de un algoritmo siendo  $m$  el número de circuitos a recorrer, un coste  $L$  y  $R = \{v_1, e_{i_1}, v_{i_2}, e_{i_2}, v_{i_3}, \dots, e_{i_k}, v_1\}$  un circuito específico.

#### 2.4.2.2.3 Algoritmos Heurísticos del CCPP

Se presentarán tres algoritmos heurísticos para resolver los problemas de tipo CCPP, propuesto por tres diferentes autores entre los más relevantes podemos mencionar a Golden y Wong. Estos autores nos dan a conocer un heurístico que es aplicado para la CARP. A continuación, se presentan los siguientes procedimientos para su resolución:

- **Heurístico de Male y Liebman**

Teniendo un grafo  $G$  planar, y un número  $m$  circuitos es conocido, se demuestra esta heurística en cinco fases.

- Resolver el CPP sobre el grafo  $G$ , obteniendo un grafo par  $G_1$ .
- Dividir  $G_1$  en un conjunto de circuitos de forma que cada arista este dentro de un solo circuito y siendo mayor la cantidad de circuitos posibles.
- Formar el grafo  $G_2$  en el que cada vértice representa un circuito de los construidos en b) y las aristas unen vértices de circuitos adyacentes y tiene coste cero. Asignar a cada vértice de  $G_2$  una demanda igual a la suma de la demanda de las aristas de un circuito correspondiente. Añadir un vértice nuevo que represente un depósito, unido a los demás vértices por una arista de coste que es dos veces del camino más corto en  $G_1$  desde el depósito al vértice más cercano del circuito correspondiente.
- Elaborar, utilizando el grafo  $G_2$ ,  $m$  árboles, con raíz en el depósito, de manera que la suma de sus demandas de cada vértice no sobre pase la capacidad  $W$ , siendo así una suma mínima de coste total.

e) Expandir los vértices de los árboles, dando así  $m$  circuitos en  $G$ .

- **Heurístico de Golden y Wong**

Se asume que este algoritmo fue propuesto para la CARP pero su aplicabilidad es también para el CCPP., y su elaboración es como sigue:

- Construir, para cada arista  $E_R$  en un circuito que la contenga.
- Comenzando con el circuito de mayor coste, ver si se puede añadir una arista de un circuito de coste menor a otro de coste mayor.
- Tomando en cuenta las restricciones de capacidad, calcular la disminución de coste que se genera al unir dos circuitos en uno. Unir los dos circuitos que generan la mayor disminución de coste.
- Repetir la fase c) hasta obtener una solución posible.

- **Heurístico de Christofides**

Se dice que es posible un circuito si contiene a  $v_1$  y su demanda es menor o igual a  $W$ . Además, debe cumplir que, al momento de eliminar aristas del grafo, el grafo resultante debe seguir siendo conexo. Al existir un circuito admisible en  $G$ , podemos encontrarlo utilizando el siguiente procedimiento: construir secuencialmente un camino  $v_1, \dots, v_i$ , de ser posible añadir aristas  $(v_i, v_j)$  que cumplan con:

- que, al ser eliminadas, permanece conexo el grafo (excluyendo vértices aislados), y

- b) la demanda total de camino  $(v_1, \dots, v_i, v_j)$  más la del camino de menor demanda de  $v_j$  a  $v_1$  (que se puede calcular utilizando un algoritmo para el camino más corto) es como máximo  $W$ .

Repetir este procedimiento hasta que no sea posible encontrar un circuito admisible. Si el grafo resultante no tiene aristas, se dice que hemos encontrado una solución posible. De otra manera, se añaden aristas artificiales de coste original y demanda cero, como sigue:

- a) Siendo par el grado de todos los vértices, y el de  $v_1$  no es cero, añadir dos caminos más cortos (de aristas artificiales) calculados en el grafo original, desde  $v_1$  al vértice más cercano. Si el grafo sigue siendo no admisible, añadir los dos caminos más cortos desde  $v_1$  al segundo vértice más cercano, y así sucesivamente.
- b) Al existir algún vértice de grado impar, (o  $v_1$  tiene grado cero), resolver un problema de acoplamiento con costo mínimos para volverlos pares. Si  $v_1$  tiene grado cero, desdoblado en dos vértices unidos por una arista de coste mínimo infinito y resolver el correspondiente problema de acoplamiento.

El algoritmo repite estos pasos hasta que cada arista de  $G$  ha sido cubierta.

## 2.5 Modelos matemáticos CARP

El Problema de Enrutamiento por Arcos con Capacidad CARP (por sus siglas en inglés The Capacited Arc Routing Problem), este problema de ruteo toma en cuenta la capacidad del vehículo y que la sumatoria de demandas en cada arco (arista) no supere la misma, teniendo un punto de partida en un depósito. Logrando de esta manera recorrer o realizar un tour atravesando todos los arcos (calles y avenidas) dentro de un grafo (ruta dada)  $G$  con costo mínimos. Se puede representar cada arco  $(v_i, v_j)$  tiene una demanda positiva  $q_{ij}$  y una flota de vehículos  $m$  homogéneos con capacidad  $W$  donde tienen un depósito en un vértice  $v_1$ .

“El **CARP** es también una generalización del problema del cartero chino capacitado (CCPP) con  $q_{ij} > 0$  para todo los  $(v_i, v_j)$ ” (Eiselt, Gendreau, & Laporte, 1995b).

En el problema CARP generalmente se ha propuesto dos formulaciones de programaciones lineales una “variable dirigida” propuesta por Golden y Wong y otra “variable no dirigida” por Belenguer y Benavent (1991). Existe una tercera llamada Lower Bounds (Límites inferiores) propuesto por Benavent (1992) entre otros. Estas tres generalizaciones (ver figura 20) proponen una estructura de resolución al problema de enrutamiento mediante la aplicación algoritmos matemáticos y métodos heurísticos.

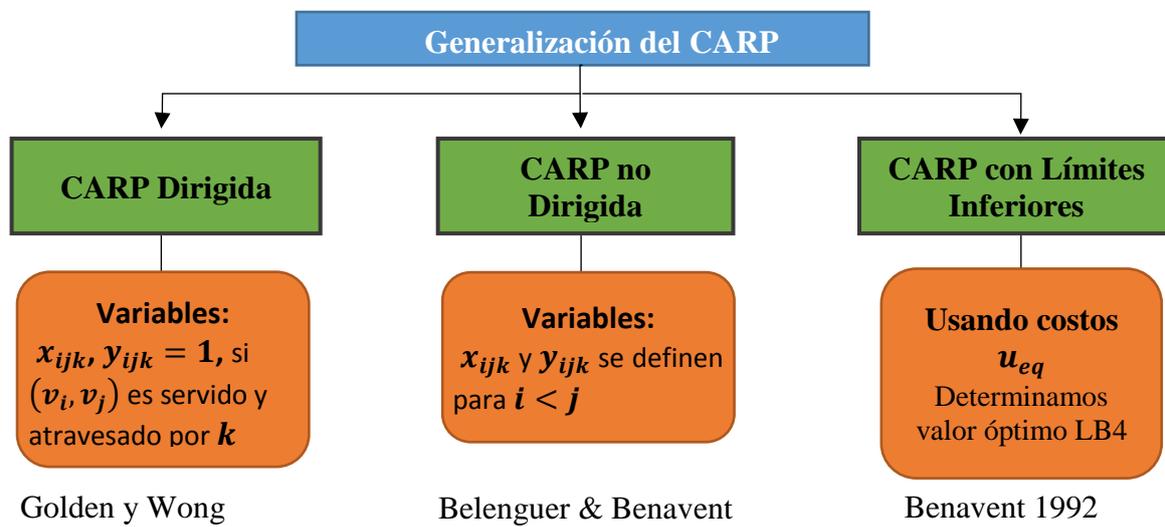


Figura 20. Generalización del CARP  
Fuente: Elaboración Propia

### 2.5.1 Formulación del CARP dirigida

Para la formulación de la CARP dirigida, se toman en cuenta las variables binarias  $x_{ijk}$  son iguales a **1** si y solo si la arista  $(v_i, v_j)$  es atravesada de  $v_i$  a  $v_j$  por el vehículo  $k$ , y las variables binarias  $y_{ijk}$  son iguales a **1** si y solo si  $(v_i, v_j)$  es servido por el vehículo  $k$  mientras viaja de  $v_i$  a  $v_j$ . Tome en cuenta que  $x_{ijk}$  está delimitado por **1**, ya que nunca es óptimo que un vehículo atravesase una arista más de una vez en una dirección establecida. Todos los arcos  $(v_i, v_j)$  con  $q_{ij} > 0$  deben ser servidos, al igual que los arcos restantes también pueden atravesarse (Eiselt et al., 1995b). Además se define  $E(S) = \{(v_i, v_j): v_i \in$

$S, v_j \in V \setminus S$  o  $v_i \in V \setminus S, v_j \in S$  y  $E^+(S) = E(S) \cap \{(v_i, v_j) \in E: q_{ij} > 0\}$ . La

formulación es la siguiente.

**Problema DCARP**

**Minimizar:**

$$\sum_{k=1}^m \sum_{(v_i, v_j) \in A} (c_{ij} x_{ijk}) \quad (\mathbf{a1})$$

**Sujeto a:**

$$\sum_{(v_j, v_i) \in A} x_{jik} - \sum_{(v_i, v_j) \in A} x_{ijk} = 0 \quad (v_i \in V, k = 1, 2, \dots, m) \quad (\mathbf{b1})$$

$$\sum_{k=1}^m (y_{ijk} + y_{jik}) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{si } q_{ij} = \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \text{si } q_{ij} > \mathbf{0} \end{cases} \quad ((v_i, v_j)) \in A \quad (\mathbf{c1})$$

$$x_{ijk} \geq y_{ijk} \quad ((v_i, v_j) \in A, k = 1, 2, \dots, m) \quad (\mathbf{d1})$$

$$\sum_{(v_i, v_j) \in A} q_{ij} y_{ijk} \leq W \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (\mathbf{e1})$$

En esta formulación, las restricciones **(b1)** son ecuaciones de conservación de flujo para cada vehículo. Restricción **(c1)** asegura que el servicio de los arcos corresponde a aquellos con demanda positiva. La restricción **(d1)** establece que un arco es servido cuando es atravesado por el mismo vehículo. Y la restricción **(e1)** garantiza que la capacidad del vehículo no se exceda. Se complementan estas restricciones con las siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{v_i, v_j \in S} x_{ijk} &\leq |S| - 1 + n^2 u^S_k \\ \sum_{v_i \in S} \sum_{v_j \notin S} x_{ijk} &\geq 1 - w^S_p \\ u^S_k + w^S_k &\leq 1 \\ u^S_k, w^S_k &\in \{0, 1\} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(\mathbf{S} \subseteq V \setminus \{v_1\}; \mathbf{S} \neq \Phi; \\ &k = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (\mathbf{f1})$$

$$x_{ijk}, y_{ijk} \in \{0, 1\} \quad ((v_i, v_j) \in A; k = 1, 2, \dots, m) \quad (\mathbf{g1})$$

La restricción **(f1)** asegura que no haya subtours ilegales. Para entender cómo operan estas restricciones, observe que para  $S$  y  $k$  dados, solo una de las dos variables binarias, solo una de las dos variables binarias  $w^S_k$  o  $u^S_k$  pueden tomar el valor de **1** correspondientemente. Entonces, cualquier ciclo con el conjunto de vértices  $S$  y arcos atravesados por un vehículo  $k$  debe estar conectado a  $V \setminus S$  (y por lo tanto a  $v_1$ ) desde;

$$\begin{aligned} \sum_{v_i, v_j \in S} x_{ijk} > |S| - 1 &\Rightarrow u^S_k = 1 \Rightarrow w^S_k \\ &= 0 \Rightarrow \sum_{v_i \in S} \sum_{v_j \notin S} x_{ijk} \geq 1. \end{aligned} \quad (\mathbf{h1})$$

### 2.5.2 Formulación del CARP no dirigida

La CARP no dirigida propuesta por Belenguer y Benavent, las variables  $x_{ijk}$  y  $y_{ijk}$  solo se definen para  $i < j$ . Además,  $x_{ijk}$  ahora representa la cantidad de veces que el vehículo  $k$  recorre el borde  $(v_i, v_j)$  sin que dicho vehículo le dé servicio. La formulación es como sigue:

#### *Problema UCARP*

#### *Minimizar:*

$$\sum_{k=1}^m \sum_{(v_i, v_j) \in A} c_{ij} (x_{ijk} + y_{ijk}) \quad (\mathbf{a2})$$

#### *Sujeto a:*

$$\sum_{k=1}^m y_{ijk} = 1 \quad ((v_i, v_j) \in A \text{ y } q_{ij} > 0) \quad (\mathbf{b2})$$

$$\sum_{(v_i, v_j) \in A} q_{ij} y_{ijk} \leq W \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (\mathbf{c2})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{(v_i, v_j) \in E(S)} x_{ijk} + \sum_{(v_i, v_j) \in E^+(S)} y_{ijk} \\ & \geq 2y_{hlk} (S \subseteq V \setminus \{v_i\}; S \neq \emptyset; k = 1, 2, \dots, m; v_h, v_l \in S \text{ y } q_{hl} > 0) \end{aligned} \quad (\mathbf{d2})$$

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{(v_i, v_j) \in E(S)} x_{ijk} + \sum_{(v_i, v_j) \in E^+(S)} y_{ijk} = 2z^S_k \\ & z^S_k \geq 0 \text{ y entero} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & (S \subseteq V \setminus \{v_1\}; S \neq \emptyset; \\ & k = 1, \\ & \dots, m \end{aligned} \quad (\mathbf{e2})$$

$$x_{ijk} \geq 0 \text{ y entero}; y_{ijk} \in \{0, 1\} \left( (v_i, v_j) \in A; k = 1, \dots, m \right). \quad (\mathbf{f2})$$

En este apartado, las restricciones **(b2)** establecen que cada borde con una demanda positiva recibe el servicio de un vehículo exactamente una vez. La restricción **(c2)** refiere a limitaciones de capacidad. La restricción **(d2)** tiene un papel parecido al **(f1)**: aseguran que si  $S$  contiene un borde  $(v_h, v_l)$  servido por el vehículo  $k$ , entonces  $S$  debe estar conectado a su complemento por el mismo vehículo. La restricción **(e2)** enuncia que cualquier conjunto de vértices no vacíos  $S$  que no contenga el depósito, debe estar conectado a su complemento un par número de veces por cualquier vehículo. No se sabe ninguna manera de expresar estas restricciones en términos de  $x_{ijk}$  y  $y_{ijk}$  variables solas. Sin embargo Belenguer y Benavent demuestran que las siguientes restricciones son a veces validas, pero no siempre, suficientes para garantizar la uniformidad (Eiselt et al., 1995b):

$$- \sum_{(v_i, v_j) \in E(S)} x_{ijk} + \sum_{(v_i, v_j) \in T} y_{ijk} - \sum_{(v_i, v_j) \in E^+(S) \setminus T} y_{ijk} \leq |T| - 1 (S \subseteq V \setminus \{v_1\}; S \neq \emptyset;$$

$$T \subseteq E^+(\mathcal{S}); |T| \text{ impar).} \quad (\mathbf{e2}')$$

Estas restricciones son válidas por que  $\sum_{(v_i, v_j) \in T} y_{ijk} \leq |T|$  y, si la igualdad se mantiene,

$$\sum_{(v_i, v_j) \in E(\mathcal{S})} x_{ijk} + \sum_{(v_i, v_j) \in E^+(\mathcal{S}) \setminus T} y_{ijk} \quad (\mathbf{g2})$$

Debe ser al menos **1**, para que se cumpla la condición de uniformidad porque  $|T|$  es impar

### 2.5.3 Límite Inferior LB4

El límite inferior LB4 fue propuesto por Benavent 1992, como uno de los cuatro límites inferiores de estudio (LB1, LB2, LB3 y LB4). La diferencia de éste límite con los demás, es que toma en cuenta de manera directa las restricciones de capacidad de los vehículos y no de manera indirecta y muy limitada como lo hacen los otros límites inferiores (E Benavent, Campos, Corberan, Mota, & Problems, 1992).

Se conoce que se han desarrollado límites inferiores por Golden y Wong, con una solución correspondiente al aumentar aristas artificiales para un costo mínimo en  $G$ , de esta manera lograr una uniformidad. Siendo este autor un introductor de la idea de costos mínimos en límites inferiores del grafo., seguido por Benavent 1992. Assad, Pearn y Golden introducen el *límite de exploración de nodos* (LB1) para el CCPP, generando un límite inferior para el CCPP no dirigido y el LB0 siendo este estrecho, es decir, se puede satisfacer como una igualdad. Por último Benavent compara los límites conocidos y llega a la conclusión que el límite LB2 produce buenos resultados en ciertas instancias y los propuestos (ZAW1 y ZAW2) por Zaw Win 1988 con una diferencia mínima (Eiselt et al., 1995b).

#### *Calculo límite LB4*

Este algoritmo de programación dinámica genera un límite inferior al costo de una ruta desde el depósito al vértice dado, con una carga total. Siendo cada borde servido una sola vez.

Luego de haber realizado el procedimiento cadena “q” (Benavent 1992) se obtienen los costos de  $\mathbf{u}(\mathbf{j}, \mathbf{q})$  y poder calcularlos utilizando:

$$\mathbf{u}_{e\mathbf{q}} = \mathbf{Min} \{ \mathbf{u}(\mathbf{i}, \mathbf{q} - \mathbf{q}_e) + \mathbf{s}_{j1}, \mathbf{u}(\mathbf{i}, \mathbf{q} - \mathbf{q}_e) + \mathbf{s}_{i1} \} + \mathbf{c}'_{ij}$$

$$\forall \mathbf{e} = (\mathbf{i}, \mathbf{j}) \in \mathbf{E}_R, \quad \forall \mathbf{q} \in \{0, \dots, \mathbf{Q}\}.$$

De esta manera obtener un límite inferior al coste de una ruta, sabiendo que el costo de una ruta que al comenzar desde el depósito tiene una carga total de  $\mathbf{q}$ , siendo  $\mathbf{e} = (\mathbf{i}, \mathbf{j})$ , el ultimo borde revisado antes de regresar al depósito.

Usando los costos  $\mathbf{u}_{e\mathbf{q}}$ , calcular un límite inferior al valor óptimo de la CARP utilizando un algoritmo de programación dinámica, de la siguiente manera:

Indique con  $\mathbf{R}$  el conjunto de  $\mathbf{q}$  rutas para todas  $\mathbf{e} = (\mathbf{i}, \mathbf{j}) \in \mathbf{E}_R$  y para todas las  $\mathbf{q} \in \{0, \dots, \mathbf{Q}\}$ . Los bordes necesarios se enumeran arbitrariamente de  $\mathbf{1}$  a  $|\mathbf{E}_R|$ ; sea  $\mathbf{e}(\mathbf{i})$  el borde en la posición  $\mathbf{i}$ . Considere el conjunto  $\mathbf{R}$  como particionado en bloques  $|\mathbf{E}_R|$  de acuerdo con el último borde requerido servido en la ruta  $\mathbf{q}$ .

Sea  $\mathbf{h}_i(\mathbf{k}, \mathbf{q})$  el costo de la solución óptima al problema de seleccionar, a un costo mínimo,  $\mathbf{k}$   $\mathbf{q}$  rutas ( $\mathbf{k} < \mathbf{K}$ ) como máximo uno por cada bloque, de manera tal que la carga total  $\mathbf{q}$  y solo se consideran las rutas  $\mathbf{q}$  en los primeros  $\mathbf{i}$  bloques. Es innegable que las siguientes ecuaciones recursivas sostienen:

$$\mathbf{h}_i(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \mathbf{Min} [ \mathbf{h}_{i-1}(\mathbf{k}, \mathbf{q}), \mathbf{Min}_{\mathbf{q}' \in \mathbf{W}} \{ \mathbf{h}_{i-1}(\mathbf{k} - 1, \mathbf{q} - \mathbf{q}') + \mathbf{u}_{\mathbf{e}(\mathbf{i})\mathbf{q}'} \} ]$$

para  $\mathbf{k} = 2, \dots, \mathbf{K}, \mathbf{i} = \mathbf{k}, \dots, |\mathbf{E}_R| - \mathbf{K} + \mathbf{k}, \mathbf{Q}_T - (\mathbf{K} - \mathbf{k})\mathbf{Q} \leq \mathbf{q} \leq \mathbf{Min}\{\mathbf{k}\mathbf{Q}, \mathbf{Q}_T\}$ , donde  $\mathbf{W} = \{0, 1, 2, \dots, \mathbf{Q}\}$ .

La inicialización está dada por:

$$h_i(\mathbf{1}, \mathbf{q}) = \begin{cases} \text{Min}_{1 \leq j \leq i} \{ u_{e(j)\mathbf{q}} \} & \text{si } \mathbf{q} \in W \\ \infty & \text{de otra manera} \end{cases}$$

$$h_1(\mathbf{2}, \mathbf{q}) = \infty \text{ para todos } \mathbf{q}.$$

De la definición anterior, está claro que se puede obtener un límite inferior para la CARP mediante el cálculo de:  $h_{|E_R|}(\mathbf{K}, Q_T)$  usando las ecuaciones recursivas anteriores.

También podemos obtener el conjunto correspondiente de  $K$  rutas  $\mathbf{q}$  que satisfacen las restricciones de capacidad y carga total  $Q_T$ . Sin embargo, algunos bordes pueden ser servidos, ya sea por la misma ruta  $\mathbf{q}$  o conjuntamente por el conjunto de rutas  $\mathbf{q}$ , más de una vez, mientras que otros bordes pueden permanecer sin servicio.

## 2.6 Sistemas de Información Geográficos “SIG”

Por décadas los sistemas de información geográficos han sido utilizados como base de información de carreteras, hidrografía, relieve, estructuras, asentamientos, uso de suelos, entre otros., bajo una estructura de tipo ráster y vectorial (matriciales) como elementos de interacción que permiten la gestión entre todos estos elementos de entrada. (Lara, 1990)

### 2.6.1 Conceptos de los SIG

- Según Lara 1990, se puede definir a los SIG como; “Un sistema de información compuesto por software, hardware y procedimientos para capturar, manejar, analizar, modelizar, manipular y representar datos georreferenciados, con el objetivo de resolver problemas de planificación y gestión”.
- Mientras que Bravo 2000, define al SIG como; “Método o técnica de tratamiento de la información geográfica que nos permite combinar información básica para

obtener información derivada, contando con herramientas básicas que son el software y hardware que nos facilitan esta tarea.

Estas definiciones pueden variar en su criterio según la aplicabilidad que se está realizando al momento, pero en si se tiene claro cuál es el objetivo en común que es gestionar la información y representarla mediante herramientas informáticas.

### 2.6.2 Los Mapas

Es un documento que transmite al usuario toda la información necesaria que se ha determinado, para ello está sujeto a normas cartográficas y convenciones de lenguaje también llamados sintaxis cartográfica (Bravo, 2000). Existen tres aspectos importantes a tener en cuenta para entender los mapas.

La realidad generalmente se puede representar con un cambio de tres a dos dimensiones, lo que implica de la coordenada x, y se puede leer en un mapa, mientras que z se representa como un atributo, como la altura.

Otro aspecto importante de los mapas son las **proyecciones**. Las proyecciones sirven para representar la forma esférica de la tierra con la menor deformación posible, utilizando una red de meridianos y paralelos.

El último aspecto es la **escala**. La escala es la relación entre éste y la realidad, por ejemplo, la realidad es una escala 1:1, un mapa a escala representaría una escala 1:50.000, representaría 500m. Con esto la escala del mapa determinará el nivel información que se obtiene de la misma.

## 2.6.3 Representación Digital: Ráster y Vectorial

### 2.6.3.1 Modelo Ráster (Matricial)

Representa la realidad objetiva, es decir la superficie de un campo a través de una matriz de celdas que son representadas por píxeles (ver figura 21) los cuales pueden ser leídos por el programa, de esto modo cada celda tiene un valor que la identifica y agrupa entre las demás (Lara, 1990).

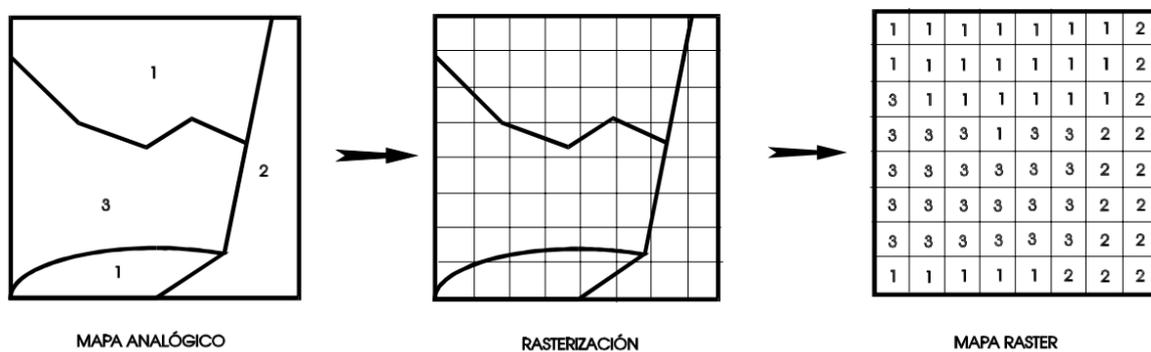


Figura 21 Cambio Formato Análogo a Digital

Fuente: Sistema de Información Geográfica (Lara, 1990)

Estos valores ayudan a representar fenómenos (variables) básicos que se generan en el territorio; como son; topografía, precipitaciones, uso de suelos, distancia entre objetivos, etc., estos fenómenos pueden ser representados por un valor, es decir que cuando se necesite la distancia, necesita generar otra capa de valores píxeles.

### 2.6.3.2 Modelo Vectorial

La representación espacial de un modelo vectorial se lo hace mediante puntos ubicados bajo coordenadas, viniendo definida por funciones matemáticas por lo que se pueden representar por puntos, líneas y polígonos en el mapa. A estos se les pueden añadir atributos a los campos contenidos tanto nominales como numéricos y que se guardan en una base de datos.

#### **2.6.4 Topología**

Estudia las relaciones de los elementos en el espacio, la concepción de estas relaciones varía entre los sistemas matriciales y vectoriales. En los sistemas matriciales las relaciones se producen entre celdas como análisis, conformándose las entidades espaciales a partir de la proximidad física y de atributos entre los píxeles. Los sistemas vectoriales se suelen basar en una topología arco-nodo que viene definida por la direccionalidad, la conectividad y la proximidad entre vectores, a partir de estos se definen las diferentes entidades espaciales (Bravo, 2000).

#### **2.6.5 Aplicaciones de los SIG**

Los campos de aplicación son muy diversos debido a su gran utilidad como herramientas multipropósito. A continuación se puede mencionar algunas de las aplicaciones (Lara, 1990):

- Medio Ambiente y Recursos Naturales: (estudio de impacto ambiental, usos de suelos, localización de vertederos, etc).
- Catastro de bienes Rústicos y Urbanos: información espacial (localización, límites y superficies) y temática (cultivos o aprovechamientos, calidades, valores).
- Infraestructuras, transporte y articulación regional.
- Redes de infraestructura básicas: (redes eléctricas, telefónicas, distribución de agua, de gas, alcantarillados).
- Protección civil: determinación y evaluación de riesgos, desastres y catástrofes ya naturales, ya antrópicas.
- Planificación Urbana: gestión de impuestos municipales, mejora del transporte, control del tráfico, localización de nuevos equipamientos.

### **CAPÍTULO III: MATERIALES Y MÉTODOS**

Este capítulo consta de dos apartados, el primero presenta el análisis situacional de las rutas de recolección, mientras que en el segundo apartado se define la propuesta de micro ruteo urbano de la ciudad de Ibarra.

#### **3.1 Análisis del Sistema de Recolección.**

En este apartado se presentará el análisis de las rutas tanto en distancia y residuos recolectados. Análisis de los camiones recolectores y costos asociados a cada ruta, mediante una descripción detallada de cada uno de los puntos a tratar.

### 3.1.1 Rutas de Recolección

Se dispone de 17 rutas de recolección para la zona urbana de la ciudad, con una frecuencia de recolección cada tres, cuatro y siete días a la semana. El horario de recolección inicia a las 7:00 am para rutas diurnas, mientras que para las nocturnas inicia 17:00. En la tabla 5 se detalla el análisis obtenido en cada ruta.

Tabla 5  
*Descripción de las Rutas de Recolección*

<b>Ruta</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Hora de Inicio</b>
Caranqui	3/7	07:00 am
Pilanqui	3/7	07:00 am
Cdla. Del Chofer	3/7	07:00 am
Ejido de Ibarra	3/7	07:00 am
Pugacho y el Milagro	3/7	07:00 am
Alpachaca	3/7	07:00 am
Yahuarcocha	3/7	07:00 am
La Victoria	3/7	07:00 am
Los Ceibos	3/7	07:00 am
Yacucalle	3/7	07:00 am
Azaya	3/7	07:00 am
Huertos Familiares	3/7	07:00 am
San Antonio	4/7	07:00 am
Centro Principales	4/7	17:00 pm
Centro Transversales	4/7	17:00 pm
Centro Comercial	7/7	17:00 pm
Mercado Amazonas, Mayorista	7/7	07:00 am

Fuente: Elaboración Propia en base a Moscoso (2008)

Con respecto a la frecuencia de recolección se establece el nivel de servicio de acuerdo con los días efectivos de recolección por semana, siendo la frecuencia de, tres días para 12 rutas; 4 días en 2 rutas y siete días en 2 rutas. Con este criterio se estableció la ecuación de nivel de servicio (NS), estimando que se obtiene un nivel de servicio del 100% recogiendo 7 veces a la semana (Herrera et al., 2019).

$$NS = \frac{\text{días de recolección}}{7} \quad [1]$$

$$NS = \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{7}{7}$$

$$NS = 0,4286 ; 0,5714 ; 1$$

Con la aplicación de la ecuación 1 para cada tipo de frecuencia se obtuvo en promedio un nivel de servicio de 66, 67% para el servicio de recolección establecido.

El esquema de recorrido se muestra en la figura 22 en la cual se detalla el lugar de salida, los dos recorridos, la Estación de Transferencia (ET), y el parqueadero de camiones (taller). Este esquema muestra cómo se realiza generalmente el trabajo operativo del camión recolector.

El camión recolector sale del parqueadero de camiones e inicia el primer recorrido en el cual pasa por las calles y avenidas recogiendo los residuos hasta que esté completamente lleno. Una vez concluido el primer recorrido el camión se dirige a la ET para vaciarlo para luego iniciar el segundo recorrido. El segundo recorrido realiza el mismo proceso que el primero, hasta que se llene completamente el recolector. Al finalizar los dos recorridos el camión regresa al Parqueadero de Camiones (PC), concluyendo así la ruta asignada y su jornada laboral.

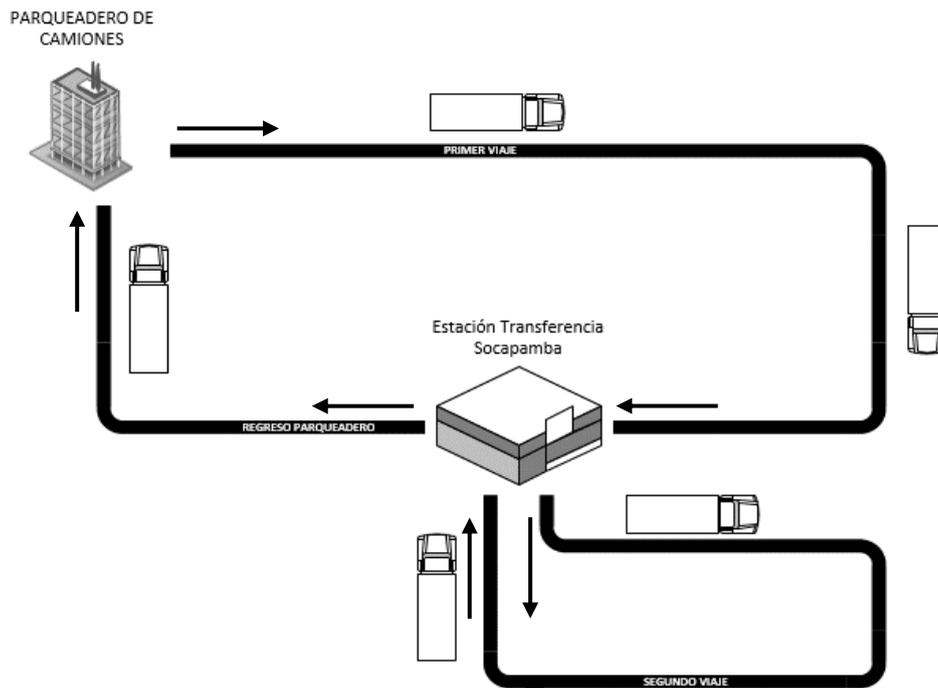


Figura 22. Esquema de Recorrido del Camión Recolector

Fuente: Elaboración Propia

### 3.1.2 Longitud recorrida por ruta

Cada camión realiza un recorrido el cual es registrado en el tablero del kilometraje en algunos casos. La longitud diaria recorrida está formada por la distancia de parqueadero a la ruta, la ruta de recolección, los viajes al relleno y el viaje del relleno al taller (ver tabla 6). A continuación, se detallan cada uno:

**Parqueadero a la ruta:** es la longitud medida desde que sale del parqueadero hasta que empieza la ruta.

**Ruta de recolección:** es la distancia medida de los dos recorridos desde que empieza y finaliza la ruta.

**Viajes al relleno:** es la distancia medida que realiza el camión desde el punto donde acaba su recorrido hasta la llegada al ETS.

**Viaje del relleno al taller:** distancia medida desde la ETS hasta el parqueadero de camiones.

Tabla 6  
*Longitud Diaria Recorrida*

<b>Ruta</b>	<b>Parqueadero – Ruta</b>	<b>Ruta</b>	<b>Viajes al Relleno</b>	<b>Relleno – Taller</b>	<b>Total</b>
	<b>(km)</b>	<b>(km)</b>	<b>(km)</b>	<b>(km)</b>	<b>(km/d)</b>
Caranqui	3,45	31,85	34,66	13,37	103,28
Pilantzi	5,14	23,23	33,00	13,37	93,57
Cdla. del Chofer	0,52	18,34	31,13	13,36	81,49
Ejido de Ibarra	0,92	22,81	33,41	13,37	89,42
Pugacho y el Milagro	1,18	21,06	37,98	13,37	94,80
Alpachaca	0,49	19,40	30,11	13,36	81,13
Yahuarcocha	4,72	20,84	20,55	13,37	72,38
La Victoria	3,02	15,09	27,94	13,37	75,10
Los Ceibos	3,49	18,28	34,06	13,37	89,12
Yacucalle	2,66	21,22	33,63	13,37	90,88
Azaya	0,18	14,48	31,01	13,37	76,76
Huertos Familiares	2,39	13,03	30,08	13,37	76,34
San Antonio	6,52	32,47	39,00	13,37	113,72
Centro Principales	1,00	21,79	31,15	13,37	85,71
Centro Transversales	2,48	20,95	29,67	13,37	84,52
Centro Comercial	2,96	16,33	32,91	13,37	84,85
Mercado Amazonas, Mayorista	1,17	0,67	31,67	13,37	64,91

Fuente: Elaboración Propia en base a Moscoso (2008)

Como se puede observar en la tabla 6, la longitud total recorrida por todas las rutas es de 1457,98 km/d. La ruta de San Antonio es la más significativa con 113,72 km/d, mientras que la ruta Mercado Amazonas, Mayorista tiene 64,91 km/d de recorrido, siendo la de menor distancia total recorrida.

### 3.1.3 Generación estimada de desechos por ruta

Los desechos generados diariamente en las rutas definidas son de 100 kg/d. Se obtuvieron en base a una Producción Per Cápita (PPC) urbana de 0,685 kg/hab\*d y una población urbana proyectada de 131,415 hab. (Moscoso, 2008). En la tabla 7 se detalla los residuos diarios que se generan por ruta.

Tabla 7  
*Generación Residuos Diarios*

<b>Ruta</b>	<b>Generación de residuos diarios (t/d)</b>
Caranqui	5,00
Pilanqui	4,91
Cdla. del Chofer	5,51
Ejido de Ibarra	5,10
Pugacho y el Milagro	4,15
Alpachaca	5,32
Yahuarcocha	3,70
La Victoria	5,17
Los Ceibos	5,78
Yacucalle	6,17
Azaya	6,12
Huertos Familiares	4,23
San Antonio	4,36
Centro Principales	
Centro Transversales	23,12
Centro Comercial	
Mercado Amazonas, Mayorista	11,22
<b>Total</b>	<b>99,86</b>

Fuente: Elaboración Propia en base a Moscoso (2008)

### **3.1.4 Análisis Técnico de los Camiones**

En este apartado se analizará la capacidad colectora de residuos que tienen los camiones, detallando las características técnicas principales.

La flota vehicular consta de 11 vehículos recolectores de carga trasera, de los cuales 8 son marca Kenworth T350 y 3 son Hino GH 1828. En la figura 23 se puede apreciar estas dos marcas de vehículos.



Figura 23. Vehículo Kenworth T350 e HINO GH

Fuente: Foto tomada en el Parqueadero del GADSM-I

Estos camiones son designados para las rutas de recolección tanto urbana como rural. El trabajo de investigación se enfocará en los vehículos empleados en las rutas urbanas de Ibarra.

Con respecto a la capacidad de la caja recolectora viene siendo  $20yd^3$ , mientras que la tolva de carga es  $3yd^3$  según especificaciones del fabricante (ver figura 24).

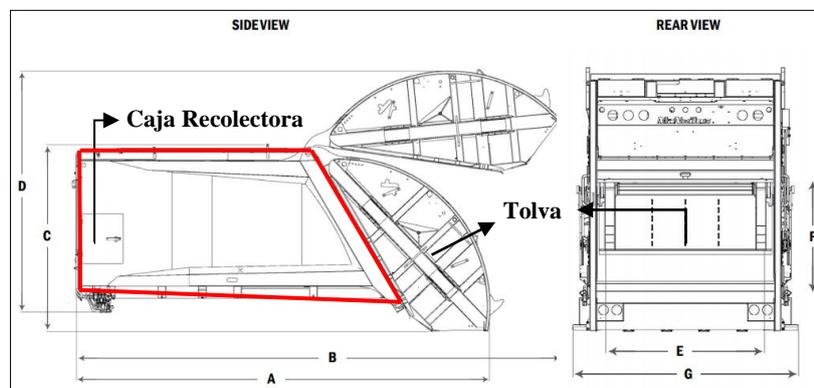


Figura 24. Cargador Trasero Estándar

Fuente: Extraído de [https://www.mcneiluscompanies.com/wp-content/uploads/2016/11/Standard\\_REL\\_spec-performance\\_sheet\\_060115.pdf](https://www.mcneiluscompanies.com/wp-content/uploads/2016/11/Standard_REL_spec-performance_sheet_060115.pdf)

Como se observa en la Figura 24 la tolva de carga se encuentra ubicada en la parte posterior del camión, y la caja recolectora es todo el cuerpo restante donde se almacena y compacta los residuos recolectados. Las dimensiones de alto, largo y ancho se especifican en el anexo 1.

En la tabla 8 se detallan las especificaciones técnicas de capacidad y compactación para los camiones McNeilus y Fanalca. Donde la capacidad de diseño se calculó mediante la ecuación de capacidad vehicular (CV).

$$CV = C * K \quad [2]$$

Donde;

CV: la capacidad del camión recolector medida en (kg)

C: la capacidad de la caja recolectora expresada en ( $m^3$ )

K: la capacidad de compactación ( $kg/m^3$ )

Tabla 8  
*Especificaciones Técnicas de Capacidad*

<b>Tipo</b>	<b>Capacidad (<math>yd^3</math>)</b>	<b>Capacidad (<math>m^3</math>)</b>	<b>Compactación (<math>lb/yd</math>)</b>	<b>Capacidad de Diseño (<math>kg</math>)</b>
<b>McNeilus</b>				
Cargador Trasero Estándar (Caja Recolectora)	20	15,3	900	8118,81
Tolva de Carga	3	2,29	-	600
<b>Fanalca</b>				
Cargador Trasero Estándar (Caja Recolectora)	20	15,3	1262.25	11476,0
Tolva de Carga	3	2,29	-	800

Fuente: Elaboración Propia

Según las especificaciones del fabricante la capacidad de carga en la caja recolectora del camión McNeilus es de 8118,81 kg, pero se ha observado y medido que la capacidad operativa puede llegar a ser de 11000 kg, estos resultados fueron obtenidos por el GADSM-I.

En tanto a la capacidad de la tolva de carga se llegó a concluir en base al trabajo de campo, que tiene una capacidad máxima de 600 kg, lo que representa un 118% más de un contenedor lleno.

### **3.1.5 Costos de operación**

#### ***3.1.5.1 Costos de operación por camión recolector***

Los costos de operación contemplados en este trabajo son netamente operativos y no serán considerados los administrativos. En base a este criterio se ha establecido los costos; directos, variables y fijos con la siguiente ecuación de costo total (CT)

$$CT = CD (CF + CV) + CI \quad [3]$$

Donde;

CT: son los costos totales del proceso de recolección por camión.

CD: son los costos asignados de manera directa al proceso de recolección y varían según los kilómetros recorridos por los camiones.

CF: Son considerados los costos de depreciación del vehículo, seguros, impuestos, estacionamiento y bodegaje.

CV: Son los costos de mano de obra directa, mantenimiento, combustible, materiales y suministros.

CI: Son considerados los costos administrativos los cuales son igual a cero.

Para el trabajo de recolección se ha considerado establecer los costos asignados a cada indicador de costeo, en base a la distancia recorrida por los camiones. Para llevar a cabo todo este proceso, fue necesario obtener información actualizada por parte del GADMS-I, en lo

que respecta a costos variables. En el anexo 2 se muestra a detalle los costos establecidos en el proceso de recolección en función de la unidad (km, h) analizada por camión recolector.

Para determinar de manera directa como influyen los costos en el trabajo de recolección. Se definieron los costos de mantenimiento anual y combustible en función de los kilómetros recorridos. De manera similar se establecieron los costos de la mano de obra directa y el equipo de protección personal (EPP) del chofer y dos jornaleros con respecto a la jornada laboral en función del tiempo efectivo de trabajo.

En base a estas directrices se definieron los costos de recolección por unidad tiempo y distancia para los costos variables y fijos (ver tabla 9).

Tabla 9  
*Costos Operativos por Vehículo*

Indicador	Costos de operación por vehículo	
	Costo por unidad de tiempo (\$/h)	Costo por unidad de distancia (\$/km)
<b>Costos Variables</b>		
Mantenimiento	-	0,21
Combustible	-	0,25
Mano de obra directa	7,59	-
EPP	0,07	-
<b>Costos Fijos</b>		
Depreciación	11,25	-
Seguros	0,87	-
<b>Total</b>	<b>19,78</b>	<b>0,46</b>

Fuente: Elaboración Propia

En la tabla 10 se establecieron los costos por ruta aplicando la ecuación 3 en función de la distancia y el tiempo. Considerando que se trabaja las 8 horas /d de la jornada laboral, se definió un costo total de recorrido 3360,75 \$/d.

Tabla 10  
*Costo por Ruta*

<b>Ruta</b>	<b>Horas de trabajo (h/d)</b>	<b>Distancia (km/d)</b>	<b>Costos fijos (\$/d)</b>	<b>Costos variables (\$/d)</b>	<b>Costo Total (\$/d)</b>
Caranqui	8	103,28	96,96	108,79	205,75
Pilanqui	8	93,57	96,96	104,32	201,28
Cdla de chofer	8	81,49	96,96	98,77	195,73
El ejido de Ibarra	8	89,42	96,96	102,41	199,37
Pugacho y el milagro	8	94,8	96,96	104,89	201,85
Alpachaca	8	81,13	96,96	98,60	195,56
Yahuarcocha	8	72,38	96,96	94,57	191,53
La victoria	8	75,1	96,96	95,83	192,79
Los ceibos	8	89,12	96,96	102,28	199,24
Yacucaye	8	90,88	96,96	103,08	200,04
Azaya	8	76,76	96,96	96,59	193,55
Huertos familiares	8	76,34	96,96	96,40	193,36
San Antonio	8	113,72	96,96	113,59	210,55
Centro principales	8	85,71	96,96	100,71	197,67
Centro transversales	8	84,52	96,96	100,16	197,12
Centro comercial	8	84,85	96,96	100,31	197,27
Mercado amazonas, mayorista	8	64,91	96,96	91,14	188,10
<b>Total</b>					<b>3360,75</b>

Fuente: Elaboración Propia

Los costos más representativos se reflejan para la ruta de San Antonio en 210,55 \$/d, mientras que la ruta Mercado amazonas y mayorista representa un 188,10 \$/d tal como se observa en la figura 25.

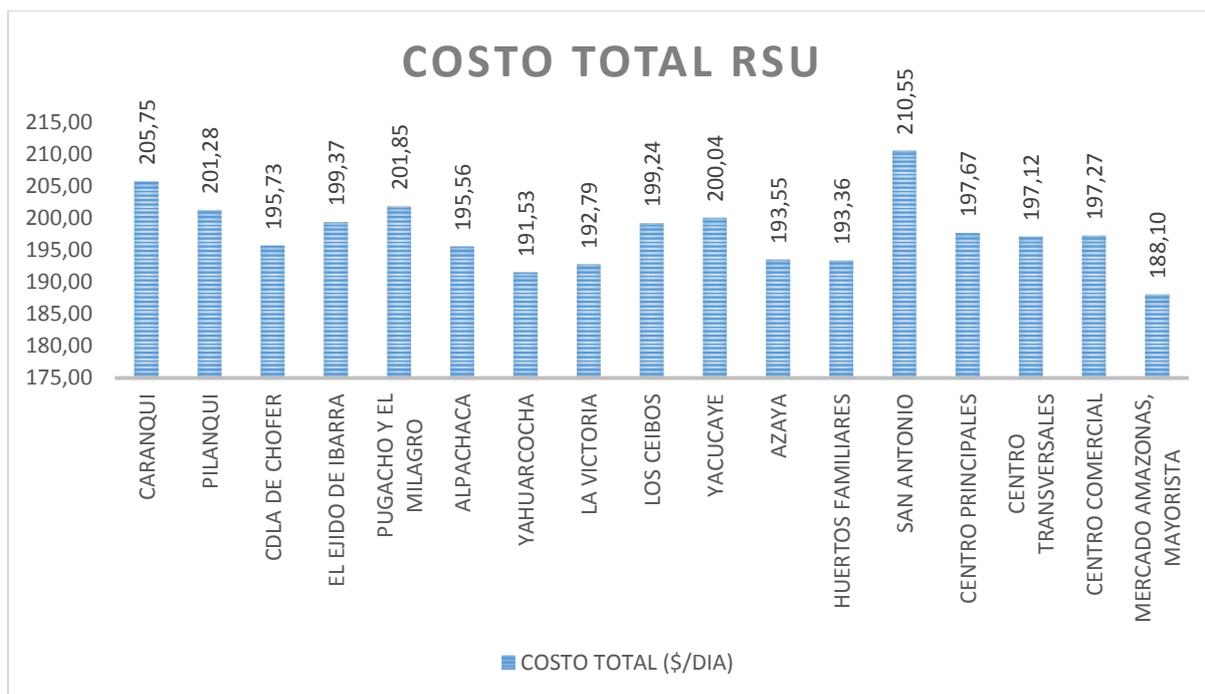


Figura 25 Costos de Operación

Fuente: Elaboración Propia

### 3.2 Propuesta para la mejora del micro ruteo

Con respecto a este apartado se van a detallar las etapas consideradas en la construcción del modelo de micro ruteo y la elaboración de las rutas en el Software ARCGIS V10.5.

Con el fin de dar un mejor entendimiento del proceso de construcción, se ha dado a conocer la metodología de micro ruteo como se detalla en la figura 26, en la cual se describen las operaciones contempladas para obtener las rutas propuestas.

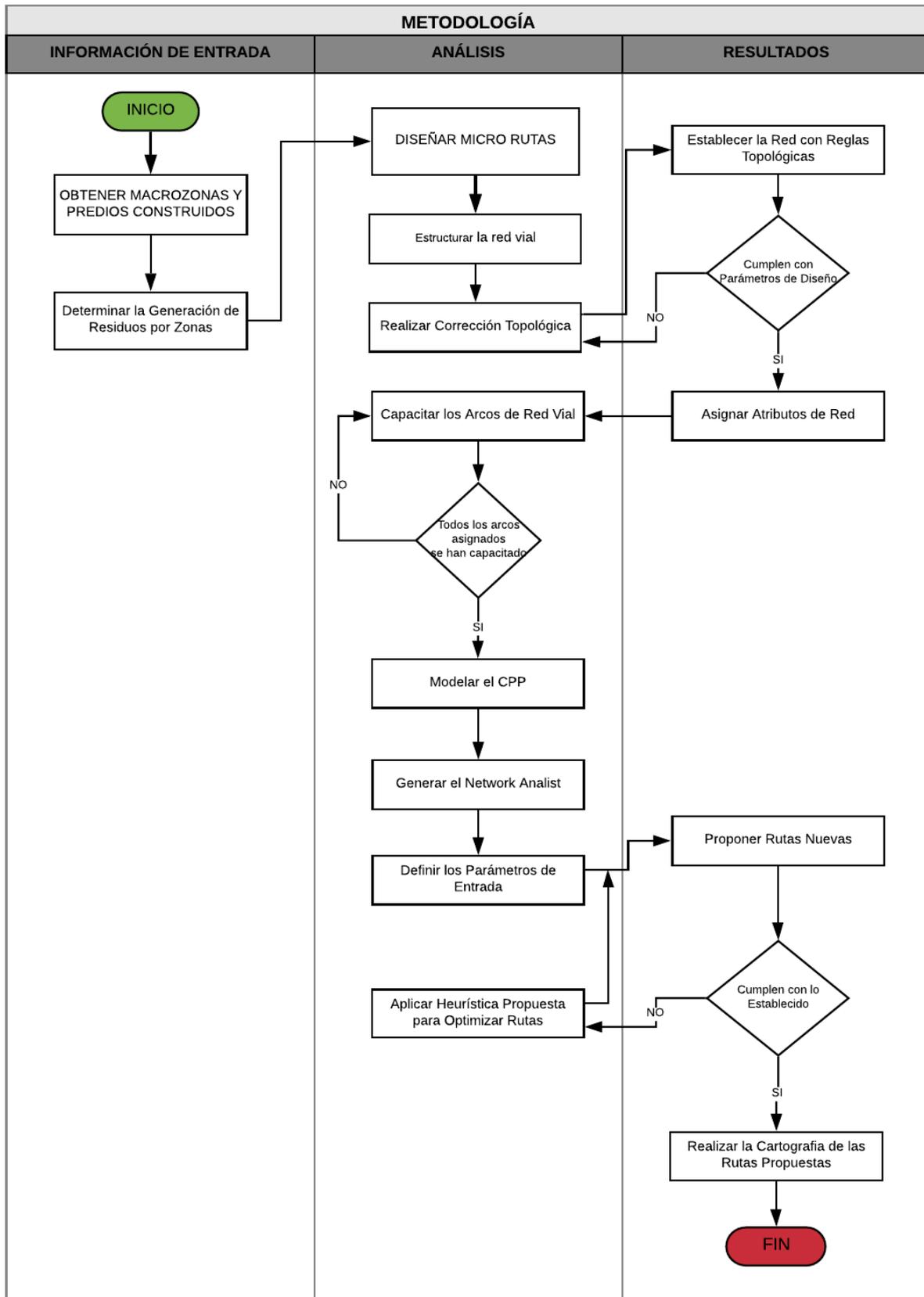


Figura 26 Metodología de Micro Ruteo

Fuente: Elaboración Propia

### 3.2.1 Subzonas

Para empezar con la delimitación del micro ruteo, se debe conocer las subzonas del área de estudio en este caso Ibarra urbana. Según el estudio propuesto por (Herrera et al., 2018), en el cual se llevó a cabo la distritación del servicio de recolección del GADSM-I. Se definieron diez subzonas, de las cuales 9 son zonas residenciales y 1 zona comercial. En la figura 27, se observa la distribución de cada una de ellas en la ciudad.

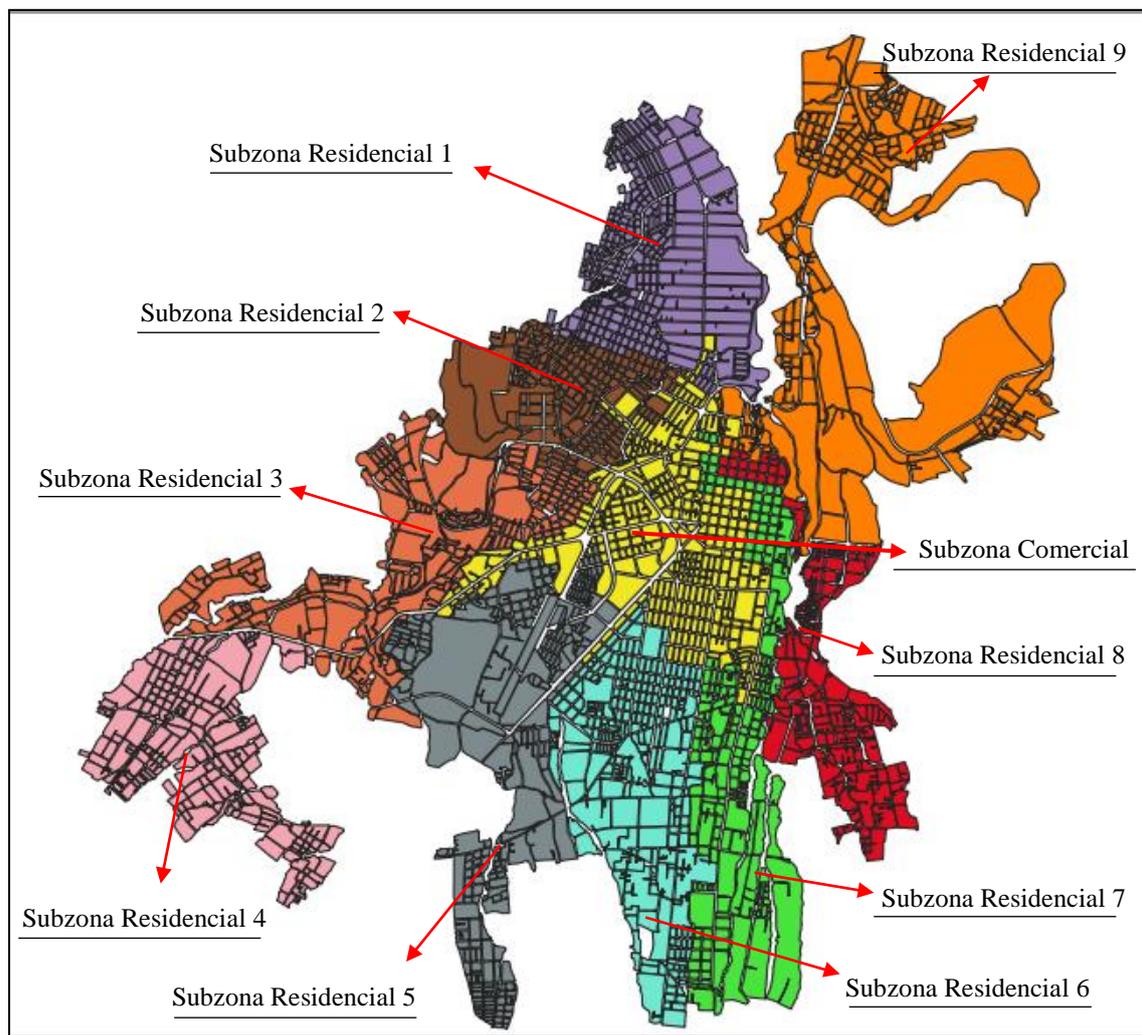


Figura 27. Subzonas

Fuente: (Herrera-Granda et al., 2018)

### 3.2.2 Generación estimada de residuos por subzonas

Para poder conocer la generación de residuos en cada una de las subzonas, primeramente, se determinó la Proyección Poblacional Actual (PPA) y la Producción Per Cápita (PPC) para el año 2019 respectivamente.

Primero se obtuvo la PPA para el año 2019, en base a la tasa de crecimiento anual de 2,02% y 2,50% para Ibarra urbana y San Antonio, con la siguiente ecuación de crecimiento poblacional (CP).

$$CP = TCA * NHA \quad [4]$$

Donde;

CP: Es el crecimiento poblacional expresado en habitantes (hab)

TCA: Tasa de crecimiento anual (%)

NHA: Número de habitantes anual, anterior al año actual que se quiere obtener (hab)

En base a esta ecuación se obtuvo para Ibarra y San Antonio una proyección de 148613,48 y 21348,86 respectivamente, dando un total 1669962,33 hab.

La generación de residuos se obtuvo en base a los predios construidos (viviendas), la PPA y la PPC, con la siguiente ecuación de residuos generados por predio (RGP).

$$RGP = \frac{CP * PPC}{N^{\circ} \text{ de predios construidos}} \quad [5]$$

Donde;

RGP: Los residuos generados por predio y se mide en (kg/predio\*d).

CP: El crecimiento poblacional (hab)

PPC: La producción per cápita se mide en (kg/hab\*d)

$$RGP = \frac{169962,33 * 0,737}{37043}$$

$$RGP = 3,38 \frac{kg}{predio * día}$$

Una vez obtenidos los RGP se determinó la generación de residuos sólidos diarios en cada una de las subzonas (ver tabla 11). Se obtuvo una sumatoria total de 125,17 t/d que genera actualmente la ciudad de Ibarra y San Antonio para el año 2019 respecto a las viviendas construidas.

Tabla 11

*Residuos Generados por Subzona*

<b>Subzonas</b>	<b>Predios Construidos (predios)</b>	<b>Generación Residuos (t/d)</b>
Residencial 1	3324	11,23
Residencial 2	3117	10,53
Residencial 3	3324	11,23
Residencial 4	3122	10,55
Residencial 5	3741	12,64
Residencial 6	3871	13,08
Residencial 7	4178	14,12
Residencial 8	3805	12,86
Residencial 9	3646	12,32
Comercial	4915	16,61
<b>Total</b>	<b>37043</b>	<b>125,17</b>

Fuente: Elaboración Propia en base a Herrera-Granda et al., (2018)

Adicionalmente a la generación de residuos por predio construido, se estableció la generación de residuos por localidades:

- Unidades Educativas (Escuelas, Colegios, Jardines)
- Hospitales
- Universidades
- Mercados y,
- Supermercados

Tomando como prioridad los lugares de mayor índice de generación, se determinó indistintamente la cantidad de residuos por el número de localidades incidentes a cada zona.

En la tabla 12 se resume el número de toneladas obtenidas para cada una de las subzonas.

Tabla 12  
*Generación de Residuos por Localidades*

<b>Subzonas</b>	<b>Localidades (u)</b>	<b>Residuos Generados (t)</b>
Residencial 1	4	0,25
Residencial 2	3	1,97
Residencial 3	2	0,15
Residencial 4	6	0,44
Residencial 5	6	0,49
Residencial 6	5	0,26
Residencial 7	13	1,31
Residencial 8	9	2,13
Residencial 9	10	2,24
Comercial	25	26,67
<b>Total</b>	<b>83</b>	<b>35,91</b>

Fuente: Elaboración Propia

Una vez definida la generación de residuos por zonas se procede a capacitar los arcos, posteriormente se detallará el trabajo realizado. En el anexo 3 se detalla el análisis de capacitación por subzonas, donde se especifica el tipo de localidad generadora de RS.

### **3.2.3 Estructura de la Red Vial**

Con la aplicación del Software libre QGIS V3.2.1 se definió la estructura red vial de Ibarra en base al área total de las subzonas. Para la asignación de los atributos a cada arco en la red vial, se llevó a cabo el trabajo de digitalización en el Software ArcGis V10.5.

#### ***3.2.3.1 Modelo de la red vial***

Primeramente, se definió el modelo de la red vial, en donde se extrajeron las vías con la ayuda de la herramienta “Open Street Maps”. Aplicando “Down Load OSM by Rectangle” se selecciona el área total del marco zonas y se genera la red de vías pertinentes a esa área. Dando como resultado una nueva red vial del área de estudio.

En la figura 28. Red vial inicial se observa la nueva capa “Vías\_Ibarra \_Arcgis\_2019” creada en base a las calles, avenidas y carreteras de Ibarra extraídas del Software QGIS V3.2.1

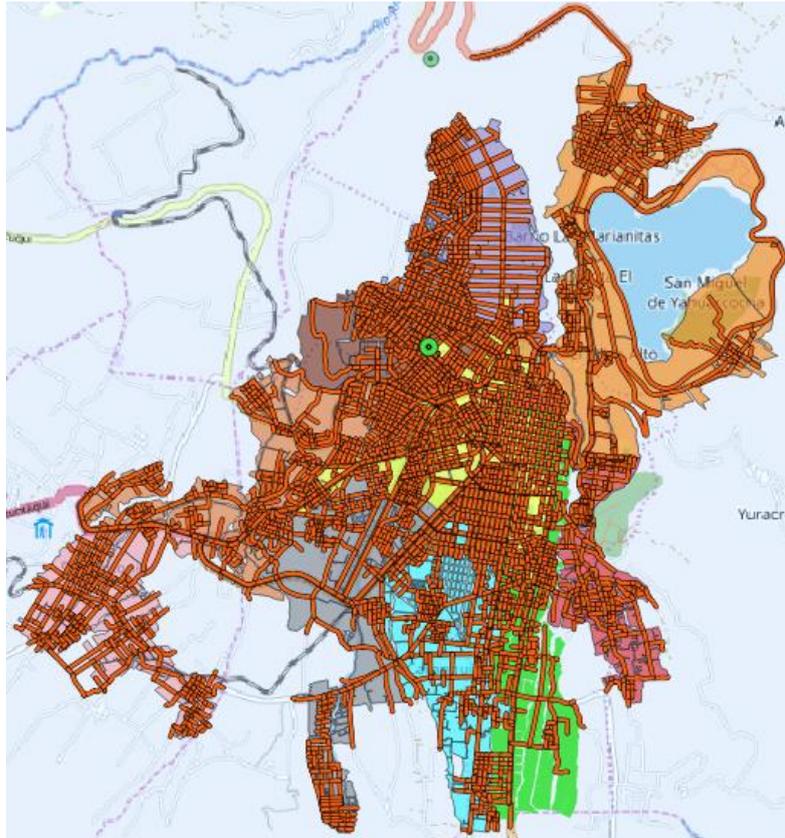


Figura 28. Vías\_Ibarra \_Arcgis\_2019 - Red Vial de Ibarra

Fuente: Elaboración Propia en QGIS 3.2.1

Como se puede observar, las vías tienen límites en base al área de las subzonas, pero aún tiene un problema de topología, es decir, algunas calles y avenidas no están conectadas o separadas en sus vértices y tienen algún arco separado de las demás.

Para que todos los arcos estén conectados y puedan ser transitados por el camión recolector, posteriormente se realizará la corrección Topológica de toda la red vial.

### ***3.2.3.2 Topología de la red vial inicial***

Una vez obtenida la red vial de Ibarra, como primer paso fue crear una Geo Data Base (GDB) donde se trabaja y almacenan los datos extraídos de la herramienta “Topology”.

Se definieron ocho reglas de topología que hemos propuesto para corregir las vías, las cuales se detallan a continuación:

1. No debería superponerse (must not overlap).

2. No deberían intersectarse (must not intersect).
3. No debería tener líneas sueltas (must not have dangles).
4. No debería tener pseudo nodos (must not have pseudo nodes).
5. No deberían superponerse (must not self-overlap).
6. No deberían intersectarse entre sí (must not self-intersect).
7. Debería ser una sola parte (must be single part).
8. No debe cruzarse ni tocar el interior (must not intersect or touch interior).

Una vez que se han definido las reglas de topología, se procedió a habilitar la herramienta “Topology”, posteriormente se ejecuta el “Error Inspector” para identificar y corregir todos los errores seleccionados.

Los errores topológicos aplicados a la red vial han sido corregidos (ver figura 29), a excepción en aquellas calles sin salida donde la regla número 3 no aplica, debido a que la topología de la ciudad se encuentra en base a esta disposición.

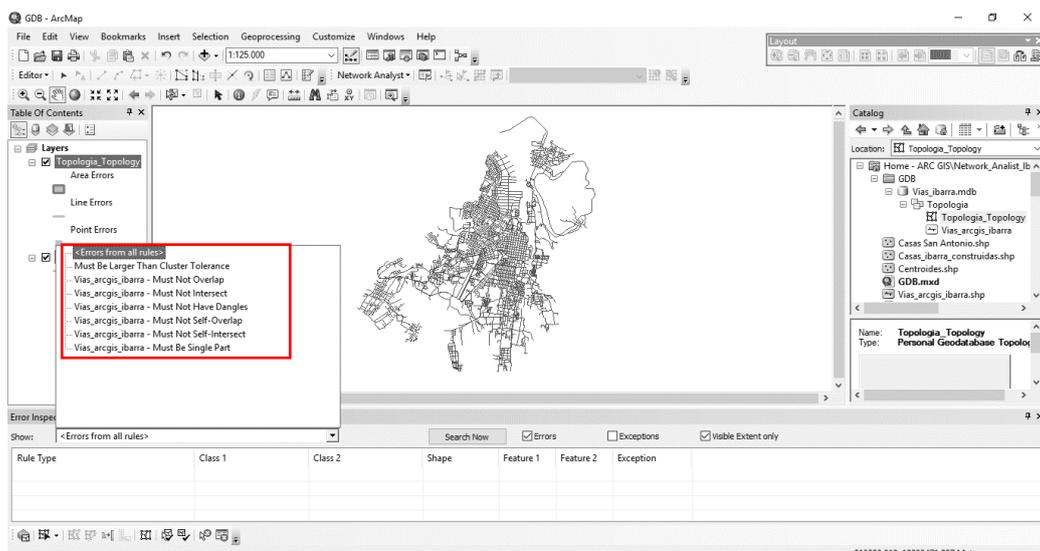


Figura 29. Reglas de Topología Aplicadas  
Fuente: Elaboración Propia en ArcGIS 10.5

Posterior a la corrección topológica de la red vial de Ibarra “Vías\_Ibarra\_Arcgis\_2019”, se procede a la siguiente actividad que se ha definido como la asignación de los atributos de la red vial.

### ***3.2.3.3 Atributos de la red vial***

En la asignación de los atributos de la red vial, se tomaron en consideración los siguientes parámetros que debe cumplir la malla vial, para posteriormente diseñar y elaborar las rutas:

- Medición ancho de las vías (m)
- Longitud de la vía (m)
- Jerarquía (1; 2; 3; 4)
- Velocidad (km/h)
- Tiempo (min)
- Dirección o Sentido Vías (FT; BI)
- Capacitación de los arcos (predios)

De estos siete parámetros de red, se ira explicando cómo se llevó a cabo el desarrollo de cada uno en el Software ArcGis V10.5.

- **Medición ancho de los arcos**

El objetivo que se quiere establecer con la medición del ancho de las calles es conocer si el camión puede entrar en dicho arco, es decir, si puede pasar sin tener problemas de ancho, golpes con otros autos, obstaculizar la vía, giros y si puede realizar vueltas en U de ser necesario.

Para poder obtener el ancho de las calles se optó por realizar un conteo por adoquines, el cual consistió mediante “Google Maps Satelital” poder visualizar las calles de la ciudad e ir visualizando la cantidad de adoquines en las diferentes calles.

Se tomó una muestra de dos adoquines para medir la distancia y el espacio entre ambos. De esta manera se estableció la ecuación 6, para determinar el ancho calle por adoquines (ACA).

$$ACA = \frac{\left(\left(\frac{CA}{2}\right) * DA\right) + (DEA * CA)}{100} \quad [6]$$

Donde;

CA: es la cantidad total de adoquines que existen desde extremo a extremo de la vereda.

DA: es la distancia entre dos adoquines y viene siendo de 40,03 cm.

DEA: es el espacio que existe entre dos adoquines y se determinó de 0,97 cm.

Se creó un campo de tipo doble llamado “Ancho\_Call” donde se digitalizó las medidas obtenidas de cada uno de los 5810 arcos.

- **Longitud de la Vía**

Para obtener la longitud de la vía, se creó un campo de tipo doble llamado “Longitud” en donde se calculó la distancia de cada arco con la ayuda de la herramienta “Calculate Geometry”. En la figura 30 se observa el campo de distancia “Longitud” y a un costado la herramienta aplicada.

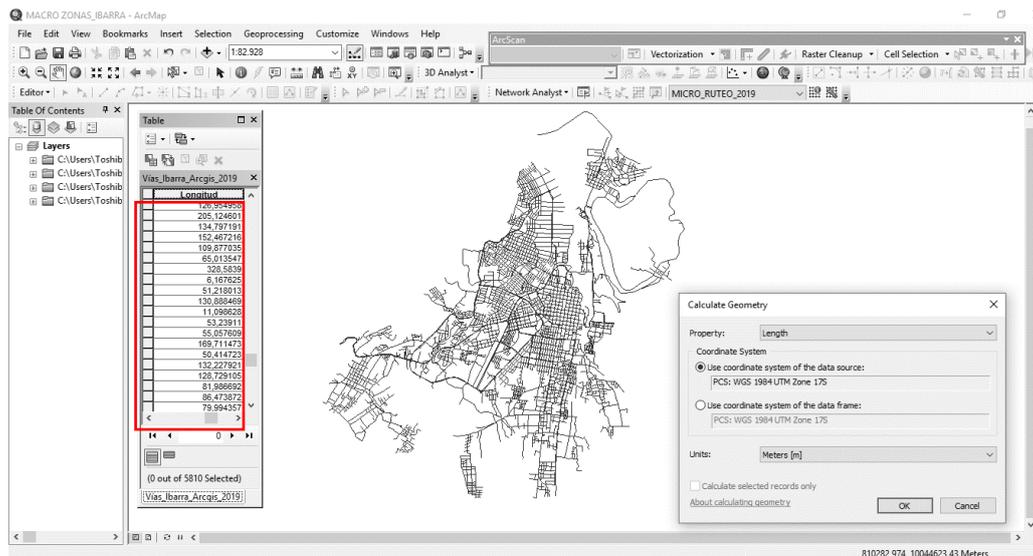


Figura 30. Obtención Distancia Viales

Fuente: Elaboración Propia

### • Jerarquía y Velocidad

La jerarquía se ha definido con respecto al tipo de vía de: 1 para carreteras; 2 para vías primarias, secundarias y terciarias; 3 para vías residenciales y 4 para vías de servicio. En la tabla 15, se detalla la clasificación de vías y el grado de jerarquía que se ha establecido.

Con respecto al rango de velocidad permitido, se ha determinado en base a la nomenclatura o tipo de calle, la velocidad máxima permitida que debe tener la vía según la ordenanza 3457 (Quito, 2003). Se tomó en consideración también las velocidades máximas permitidas para el camión recolector.

La velocidad de operación del camión recolector con respecto a los rangos permitidos se detalla en la tabla 13. La velocidad de operación en vías colectoras se ha establecido en base al criterio operativo de los camiones en 30 km/h, ya que estas vías son las más concurridas por los mismos, seguidas de las vías arteriales secundarias.



- **Tiempo**

En lo que respecta al tiempo, se creó un campo de tipo doble llamado “Tiempo” en la tabla de atributos. Con la herramienta de “Field Calculator” se aplicó la ecuación 7 Tiempo (T), para determinar el tiempo que tarda el camión recolector en recorrer un arco a una velocidad establecida.

$$T = \frac{L * 60}{V * 1000} \quad [7]$$

Donde;

T: es el tiempo medido en minutos (min)

L: longitud del arco expresado en metros (m)

V: es la velocidad establecida según el tipo de jerarquía de arco, y se expresa en (km/h)

En base a esta ecuación se obtuvo el tiempo de recorrido en cada uno de los arcos asignados.

- **Sentido de Vías (Oneway)**

Este atributo de vía establece el sentido de circulación en cada arco, ya sea este unidireccional (FT) o bidireccional (BI).

Se definió el atributo FT para vías de un solo sentido y BI para vías de doble sentido en cada uno de los arcos. De esta manera el camión recolector respetará el sentido de tránsito vehicular y no entrará en calles opuestas a su dirección.

En la tabla de atributos del de vías, se generó el campo “OneWay” en él se detalla el sentido de las vías FT o BI aplicando a cada arco esta clasificación.

- **Capacitación de los arcos**

Para la capacitación de los arcos se creó un campo de tipo doble “Casas\_arco” en la tabla de atributos de la red vial “Vías\_Ibarra\_Arcgis\_2019”. Este trabajo se llevó a cabo juntamente con las capas predios construidos de Ibarra y San Antonio.

Básicamente consistió en adicionar el número de nodos dispuestos por cuadra en paralelo a dicho arco y consecuentemente hasta capacitar todos los nodos asignados. Este procedimiento se lo realizó en todas las vías, donde existía una generación de residuos aledañas a estas.

Con este trabajo se pueden conocer que arcos deben ser atravesados por el camión recolector. Además, que con este método se puede conocer la generación diaria de residuos que se pueden generar en dicho arco, con el fin de establecer cuantas calles o arcos el camión debe recolectar antes de sobre pasar su capacidad operativa.

Para facilitar este trabajo fue necesario utilizar “Google Street Maps – Satelital” herramienta de QGIS, la cual nos sirve para identificar la ubicación del nodo frente al arco y así capacitarlo. En la tabla 14 se muestra la cantidad de predios como de los arcos a capacitar.

Tabla 14

*Especificaciones de los Shapefiles*

<b>Shapefile</b>	<b>Tipo Geometría</b>	<b>Número Objetos Espaciales</b>	<b>Coordenadas Referencia</b>
Vías_arcgis_ibarra (arcos)	Polilínea	5810	EPSG: 32717 – WGS 84/UTM zone 17S
Predios_San_Antonio	Punto	4134	EPSG: 32717 – WGS 84/UTM zone 17S
Predios_Ibarra_construidas	Punto	32909	EPSG: 32717 – WGS 84/UTM zone 17S

Fuente: Elaboración Propia

Una vez obtenidos las capas de nodos y vías, se procedió a capacitar los nodos en sus respectivos arcos (ver figura 32) donde se obtuvieron 4499 arcos capacitados con un número mayor a 0.

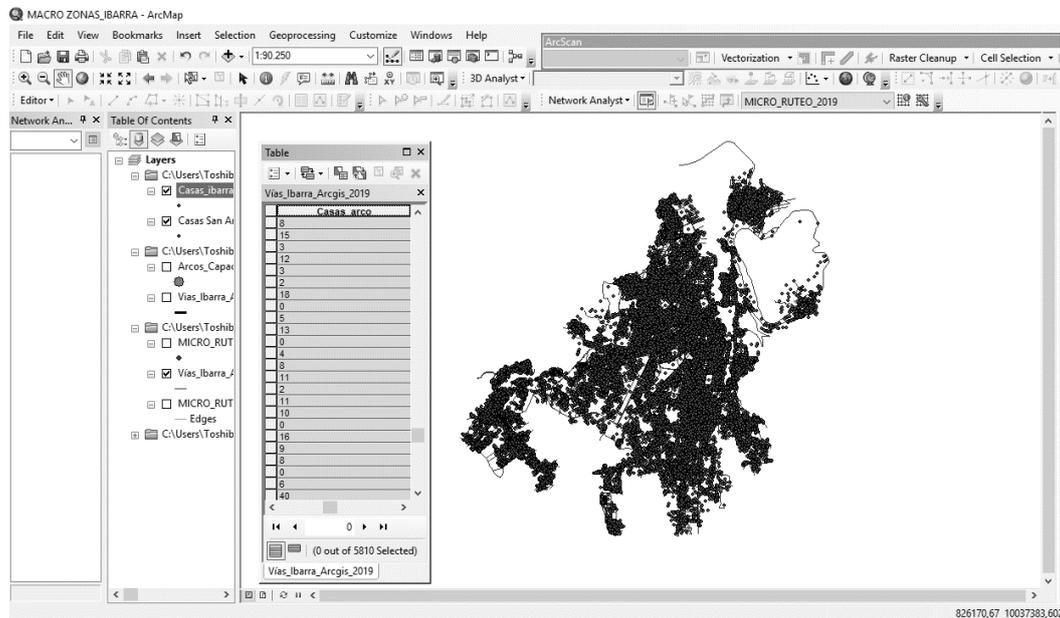


Figura 32. Arcos Capacitados

Fuente: Elaboración Propia en ArcGis 10.5

Para capacitar también se tuvo en cuenta, en que arcos se dispuso las localidades definidas anteriormente.

Con el trabajo de asignación de atributos de la red vial, se determinaron siete atributos viales los cuales son esenciales para elaborar y diseñar las rutas de recolección. En la Figura 33 se visualiza un ejemplo de todo el trabajo realizado en las “Vias\_Ibarra\_Arcgis\_2019”.

name	highway	Casas arco	Anch	Call	Jerarquia	Veloci km	OneWay	Longitud	Tiempo m
Calle 33	residential	13	4,076	4	30	BI	79,217	0,158	
Manuel Zambrano	residential	6	2,53	4	30	BI	34,683	0,069	
Carmela Suarez de Lopez	residential	0	5,59	4	30	BI	78,956	0,158	
Avenida Ricardo Sanchez	tertiary	0	6,59	2	40	FT	177,408	0,266	
Calle 32	residential	14	2,53	4	30	BI	75,563	0,151	
Manuel Zambrano	residential	4	2,53	4	30	BI	30,152	0,06	
Avenida Ricardo Sanchez	tertiary	5	6,67	4	30	FT	110,745	0,221	
Avenida El Retorno	primary	9	7,81	2	40	FT	171,207	0,257	
Calle 31	residential	14	4,013	4	30	BI	75,603	0,151	
Manuel Zambrano	residential	8	2,53	4	30	BI	31,513	0,063	
Los Galeanos	residential	24	8,43	4	30	BI	266,007	0,532	
Corina Parral de Velasco	residential	0	5,77	4	30	BI	56,706	0,113	
Agustin Rosales	tertiary	0	6,46	2	40	BI	12,762	0,019	

Figura 33. Atributos de la Red Vial

Fuente: Elaboración Propia

### 3.2.4 Definición del Modelo CPP

En base al estudio realizado acerca de las metodologías empleadas para resolver el problema de micro ruteo, se considerará el problema del cartero chino con capacidad como criterio para modelar la red vial de Ibarra.

Se crearán las rutas en base a la generación de residuos diarios en cada arco y la disposición de los camiones para atender la ruta asignada. De esta manera se define el micro ruteo por el sistema de recolección de acera. Con este método lo que se quiere es asignar los camiones a las rutas definidas en base a su capacidad de operación, minimizando los costos operativos de recolección.

Como punto de partida se obtuvo la malla vial de Ibarra, la cual está compuesta por arcos conectados en cada vértice tal como se muestra en la figura 34, además de los atributos de la vía ya definidos anteriormente.

Los arcos al representar las arterias, avenidas, carreteras etc., se definen como arcos dirigidos y no dirigidos establecidos por el sentido de la red vial.

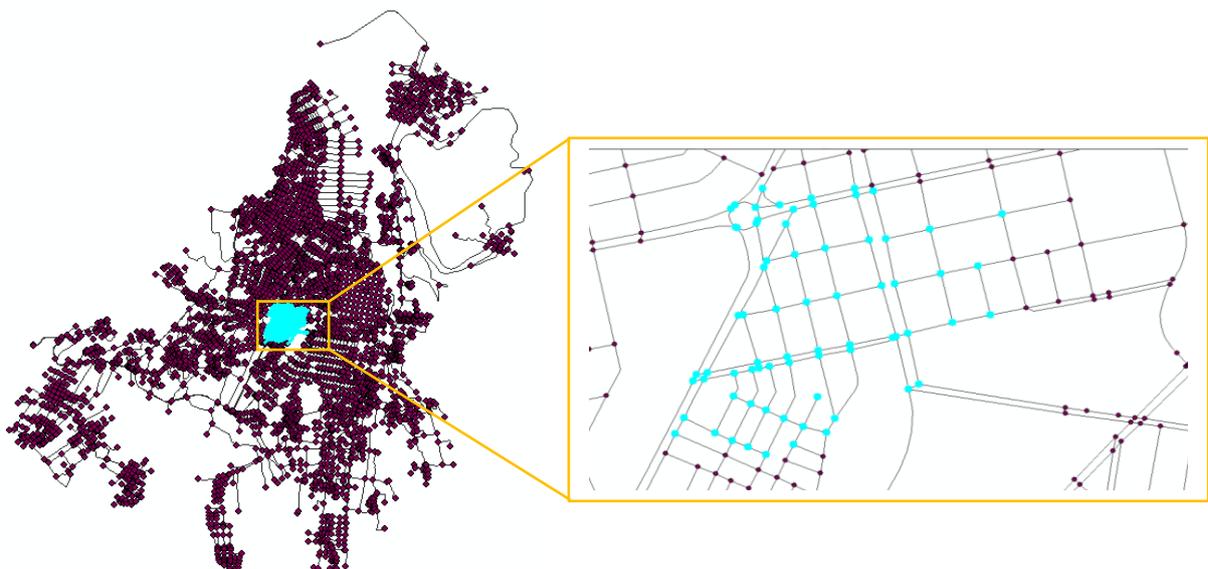


Figura 34. Arcos Conectados de la Red Vial

Fuente: Elaboración Propia

Tenemos la red vial compuesta por un conjunto de arcos con capacidad (ver figura 35), donde cada cuadra está representada por un conjunto de arcos dirigidos con un número de casas definido, los cuales pueden tener un grado de arco con un valor mayor o igual a cero.

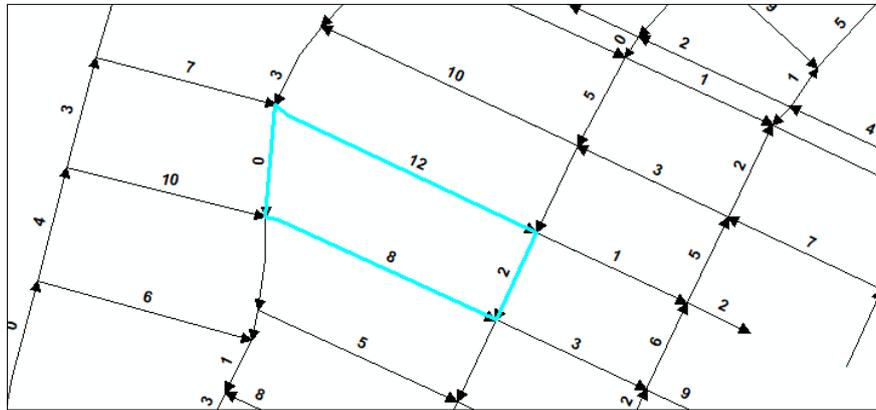


Figura 35. Arcos Capacitados y Dirigidos

Fuente: Elaboración Propia

Con este criterio de elaboración de la red vial se procede a crear las rutas en el Software ArcGis V10.5.

### 3.2.5 Desarrollo de las Micro Rutas en ArcGis

Para el diseño de las rutas propuestas para la ciudad de Ibarra, se estableció la recolección por arcos capacitados como se explicó anteriormente. Por lo cual se define una ruta con un conjunto de paradas atendidas por un camión recolector, un lugar de disposición de desechos y un lugar de salida y fin del recorrido.

En base a este esquema, se expresa una ruta que inicia y finaliza en un parqueadero de camiones y sirve todos los arcos asignados a la misma, realizando dos recorridos de disposición de residuos en la ETS considerando capacidad del camión recolector.

El Software ARCGIS comprende de una extensión llamada Network Analyst (NA), entre sus herramientas se encuentra el análisis del Problema de Ruteo Vehicular VRP (por sus siglas en inglés Vehicle Routing Problem), el cual permite diseñar y elaborar rutas en base a

restricciones y atributos pre establecidos. Su objetivo principal es minimizar la distancia y/o tiempo de recorrido en una red vial, basándose básicamente en el algoritmo del Problema del Vendedor Ambulante (TSP).

Lo que se ha hecho es adaptar el problema del CPP al TSP, aplicando la herramienta “Centroides” para transformar y generar las órdenes de los arcos capacitados en la red vial (Ver Figura 36). De esta manera se enrutarán los camiones a dichas ordenes por toda la ciudad de Ibarra en sus respectivas micro rutas.



Figura 36. Ordenes de Arcos Capacitados  
Fuente: Elaboración Propia en ArcGis 10.5

Para llevar a cabo este trabajo se definieron algunos parámetros de entrada requeridos por la herramienta NA como son:

- Órdenes (arcos capacitados)
- Depósitos (lugar de inicio y fin de ruta)
- Rutas (ruta que se analizará)
- Renovaciones de Rutas (lugar de disposición residuos)
- Barrera de Líneas y Puntos (restricciones de paso en la vía)

Se especificaron cinco parámetros principales, los cuales se detallan en la tabla 15., donde se describe en cada parámetro los campos de entrada válidos para ser leídos y ejecutados por el software.

Tabla 15  
*Descripción de los Parámetros de Entrada*

<b>Parámetro</b>	<b>Campo de Entrada</b>	<b>Valor</b>
Órdenes	Nombre	Texto
	Cantidad de Recogida	Numérico
	Enfoque de Acera	Sin Giro / A ambos lados del vehículo
Depósitos	Nombre	Estación de Transferencia Socapamba / Parqueadero de Camiones
	Descripción	Salida / Entrada
Rutas	Nombre	Micro Ruta N
	Descripción	Macro Zona N
	Nombre Depósito de Inicial	Parqueadero de Camiones
	Nombre Depósito de Final	Estación de Transferencia Socapamba
	Capacidad	11 Ton / 12 Ton
	Costo por Unidad de Tiempo	7,66
	Costo por Unidad de Distancia	0,456
Renovaciones de Ruta	Nombre del Depósito	Estación de Transferencia Socapamba
	Nombre de la ruta	Micro Ruta N
	Tiempo de Servicio	5,45 min
Barrera de Línea	Nombre	Calidad Vía / Ancho Vía
Barrera de Punto	Nombre	Calidad Vía / Ancho Vía

Fuente: Elaboración Propia

Inicialmente se segmentó las órdenes por cada una de las subzonas, con el fin de elaborar cada ruta independientemente de las otras, como se observa en la figura 37.

Debido a que la generación de residuos de la zona comercial excede la jornada laboral del camión, se ha optado por dividirla en dos subzonas, una norte (10N) y una sur (11S) respectivamente. Una vez delimitadas las órdenes por subzona se procedió a resolver el problema de ruteo en base a los parámetros mencionados en la tabla 15.

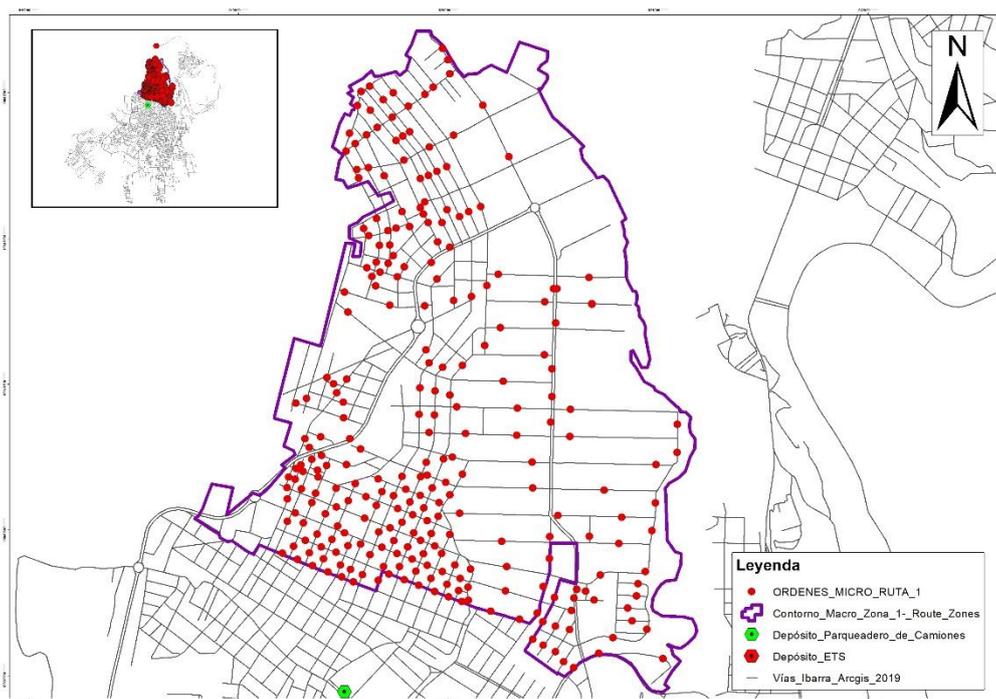


Figura 37.Ordenes Subzona 1

Fuente: Elaboración Propia

Las rutas establecidas como resultado del NA, nos permiten visualizar en su tabla de atributos los campos de salida analizados. En la tabla 16 se detalla la distancia total y tiempo en ruta obtenidos de las once micro rutas.

Tabla 16

*Detalle de Micro Rutas*

<b>Micro Ruta</b>	<b>Distancia Total (Km)</b>	<b>Tiempo en ruta (h)</b>
Micro Ruta 1	108,11	3,72
Micro Ruta 2	91,42	2,95
Micro Ruta 3	108,13	3,39
Micro Ruta 4	117,63	3,25
Micro Ruta 5	114,93	3,59
Micro Ruta 6	107,12	3,31
Micro Ruta 7	101,16	3,24
Micro Ruta 8	83,72	2,66
Micro Ruta 9	123,25	3,86
Micro Ruta 10N	110,77	3,27

Micro Ruta 11S	65,78	1,98
Total	1132,02	35,22

Fuente: Elaboración Propia

Debido a la gran cantidad de órdenes en las subzonas, se va a aplicar un algoritmo heurístico, con el fin de disminuir la distancia y tiempo total de recorrido en cada micro ruta. Considerando principalmente la calidad de la vía, la cantidad de arcos capacitados que debe ser un número superior a 4 y la distancia máxima admisible no debe superar los 100 m del vehículo recolector al arco capacitado (Herrera 2018). En la figura 38 se visualiza la heurística aplicada que se empleó para optimizar las rutas.

La heurística propuesta está basada en el razonamiento propio y bajo el criterio técnico del autor. A continuación, se describe el procedimiento que se llevó a cabo para optimizar las rutas:

**Paso 1.** Seleccione y elimine todas las órdenes donde el número de viviendas capacitadas sea igual a 1.

**Paso 2.** Adicione las ordenes  $\geq 2 \leq 4$  a las órdenes de los arcos con un número mayor de arcos capacitados.

**Paso 3.** Adicione las órdenes  $< 10$  a su arco vecino más cercano, cuando los arcos estén ubicados en vueltas en U y no superen los 100 m.

**Paso 4.** Cuando las ordenes sean  $> 10$  y estén ubicadas en vueltas en U, permita el paso de camión hasta la mitad del arco seleccionado.

**Paso 5.** Restringa estrictamente el paso por arcos donde la vía este incompleta, en mal estado y un ancho inferior al permitido.

En base a la heurística aplicada se obtuvo una disminución considerable en la cantidad de órdenes, es decir, la cantidad de arcos capacitados fue menor y como consecuencia la

distancia y el tiempo recorrido. En el anexo 4 se detalla la comparativa en la reducción de las órdenes, distancia y tiempo total por micro ruta definida con la heurística aplicada.

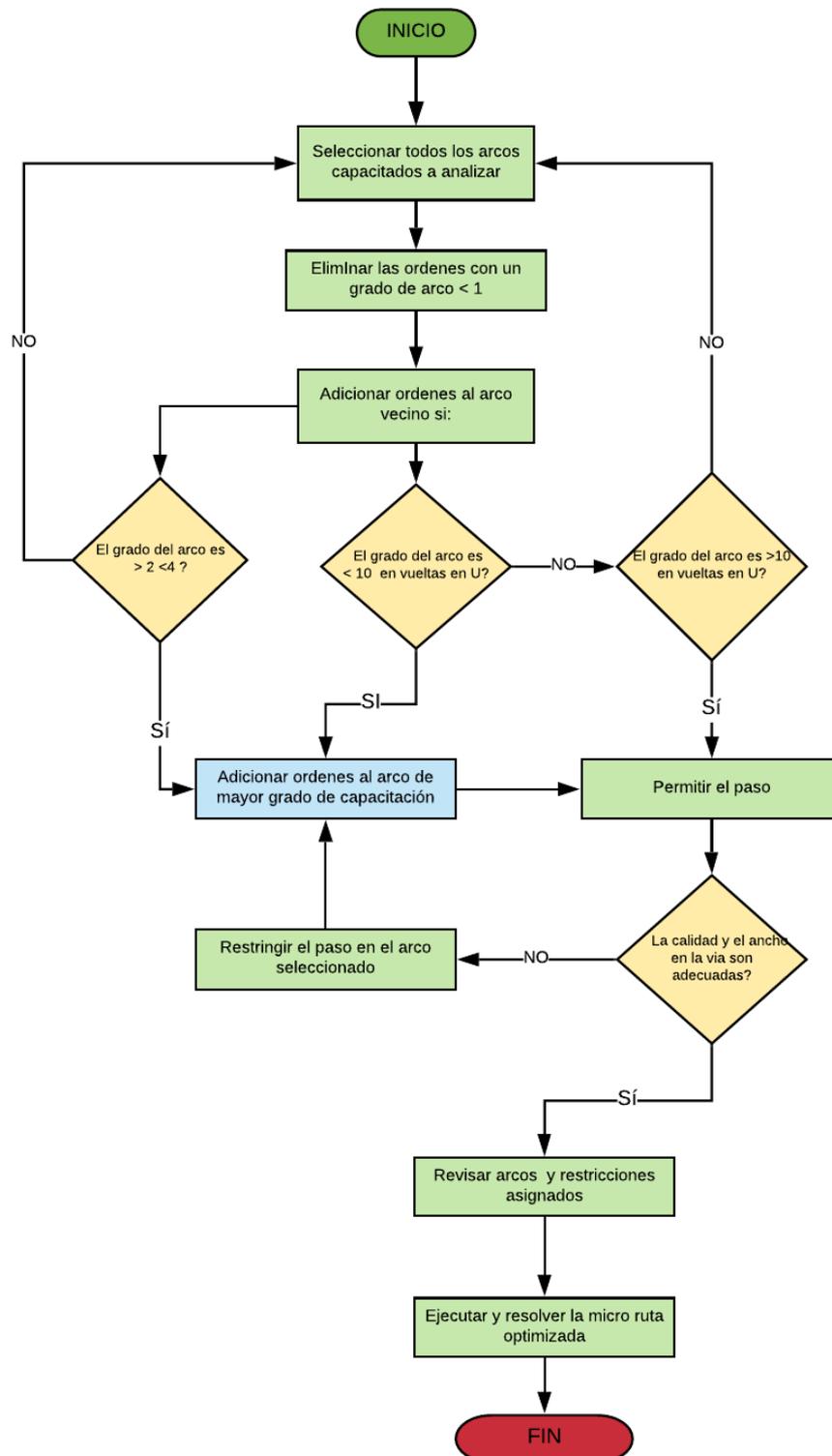


Figura 38. Procedimiento Heurístico para Optimizar Rutas

Fuente: Elaboración Propia

Este algoritmo se aplicó de la manera más propicia para cada una de las micro rutas definidas anteriormente. A continuación, en el capítulo cuatro se presentará la cartografía de las rutas propuestas y los principales resultados obtenidos por cada micro ruta.

## **CAPÍTULO IV: ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS**

El sistema de recolección por acera que se aplicó al micro ruteo de camiones recolectores de la ciudad de Ibarra se basó primordialmente en estructurar la red vial conforme al problema de arcos capacitados y los atributos asignados a cada arco. Las rutas se plantearon para cada una de las subzonas en donde se definieron las órdenes, depósitos, ruta, renovaciones de ruta y barreras para su análisis y resolución final.

El análisis del micro ruteo de la ciudad de Ibarra se desarrolló en el Software ArcGis V10.5 donde se plantearon 11 rutas de recolección de las cuales 9 son residenciales y 2 son comerciales.

Para el análisis de las rutas se utilizó un computador portátil Toshiba con un procesador Intel® Core™ i5-4210U CPU @ 2.40GHz con una RAM instalada de 8GB y un sistema operativo de 64 bits. El tiempo de ejecución en este equipo portátil para el ruteo propuesto en cada subzona, fue en promedio de 12 min posterior a la heurística aplicada, mientras que el tiempo de resolución sin el algoritmo heurístico fue en promedio de 1 hora y 3 minutos.

### **4.1 Cartografía de las Rutas Propuestas**

En la presentación cartográfica se puede identificar la red vial de Ibarra, depósitos y las rutas propuestas para cada subzona. Las diferentes cartografías presentadas en este apartado son en base al trabajo realizado con la heurística propuesta en el capítulo anterior.

En cada una de las rutas se han estimado los recorridos, residuos recolectados, distancias y tiempos, los cuales se resumen en un cuadro presentado posterior a cada cartografía.

### 4.1.1 Micro Ruta 1

En la micro ruta propuesta para la macro zona 1 (ver figura 39), se obtuvieron 75,35 km de distancia total en un tiempo 2,47 horas y una recolección de residuos en 11,48 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 17 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

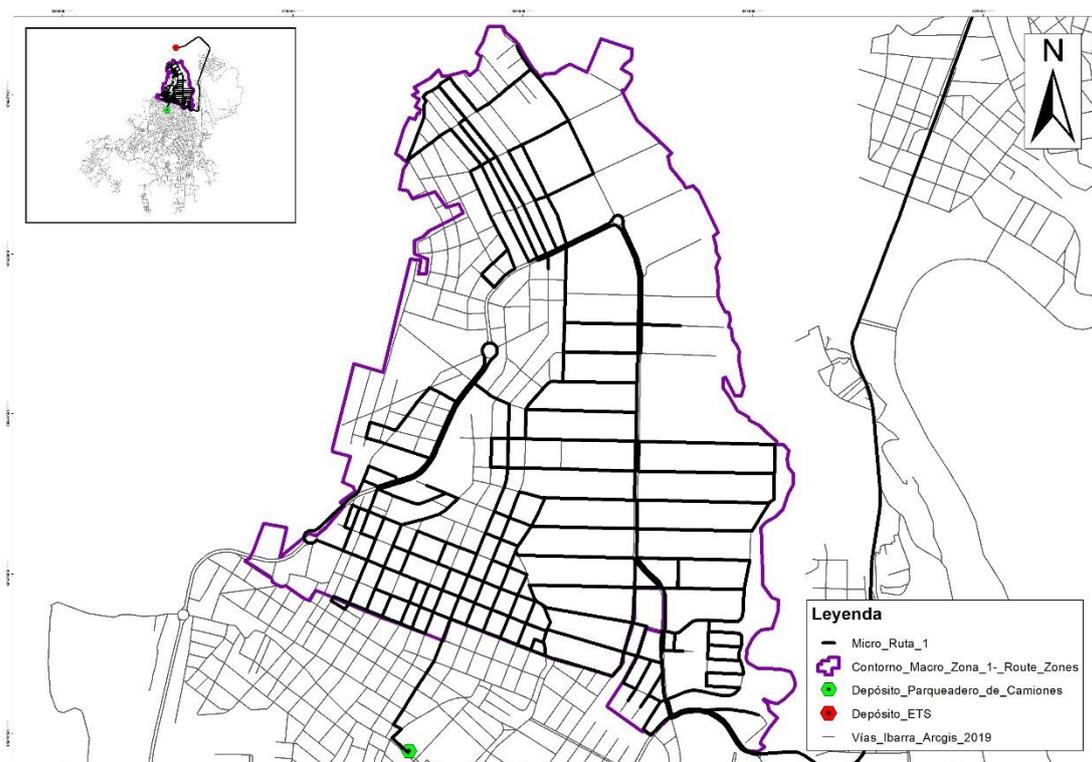


Figura 39. Micro Ruta 1 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia en ArcGis 10.5

Tabla 17

#### *Análisis de Resultados Micro Ruta 1*

<b>Micro Ruta 1</b>	<b>Distancia Recorrido Ruta (km)</b>	<b>Distancia de Viaje ETS (km)</b>	<b>Tiempo Recorrido Ruta (h)</b>	<b>Tiempo Viaje ETS (h)</b>	<b>Residuos (t)</b>

Recorrido	1	44,63	7,82	1,68	0,18	10,19
	2	14,68	8,22	0,42	0,19	1,29
Total		59,31	16,04	2,10	0,37	11,48

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.1.2 Micro Ruta 2

En la micro ruta propuesta para la macro zona 2 (ver figura 40), se obtuvieron 67,85 km de distancia total en un tiempo de 2,28 horas y una recolección de residuos en 12,51 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 18 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

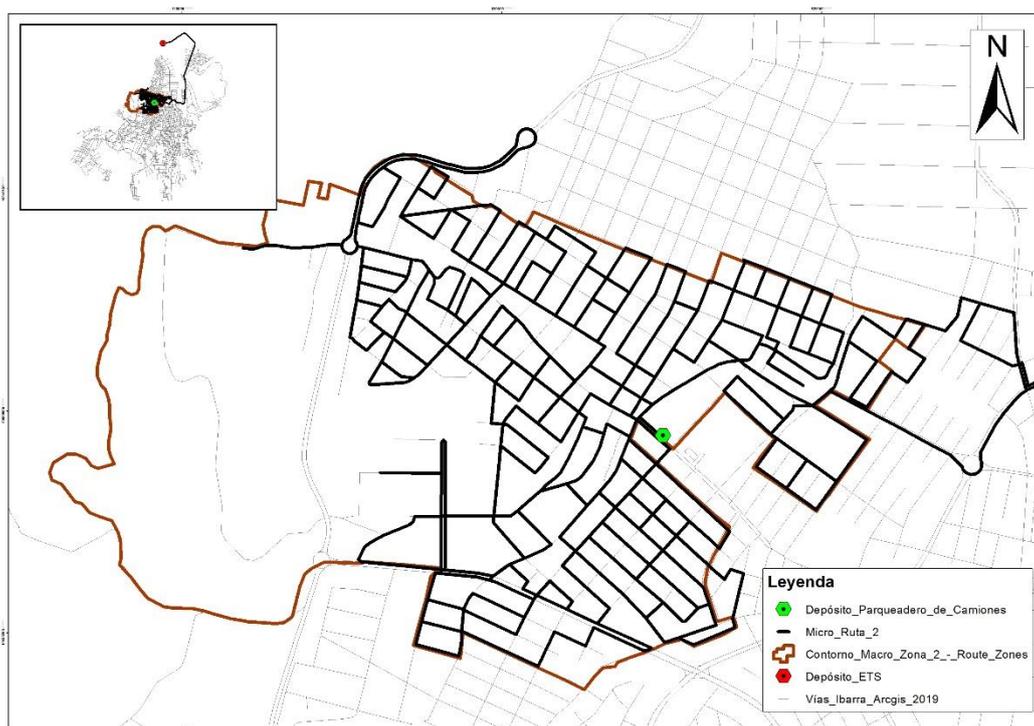


Figura 40. Micro Ruta 2 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia en ArcGis 10.5

Tabla 18  
Análisis de Resultados Micro Ruta 2

Micro Ruta 2	Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
Recorrido 1	11,54	8,52	0,34	0,20	10,03
Recorrido 2	39,44	8,35	1,54	0,20	2,47
Total	50,99	16,87	1,88	0,40	12,52

Fuente: Elaboración Propia

### 4.1.3 Micro Ruta 3

En la micro ruta propuesta para la macro zona 3 (ver figura 41), se obtuvieron 86,33 km de distancia total en un tiempo de 2,62 horas y una recolección de residuos en 11,38 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 19 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

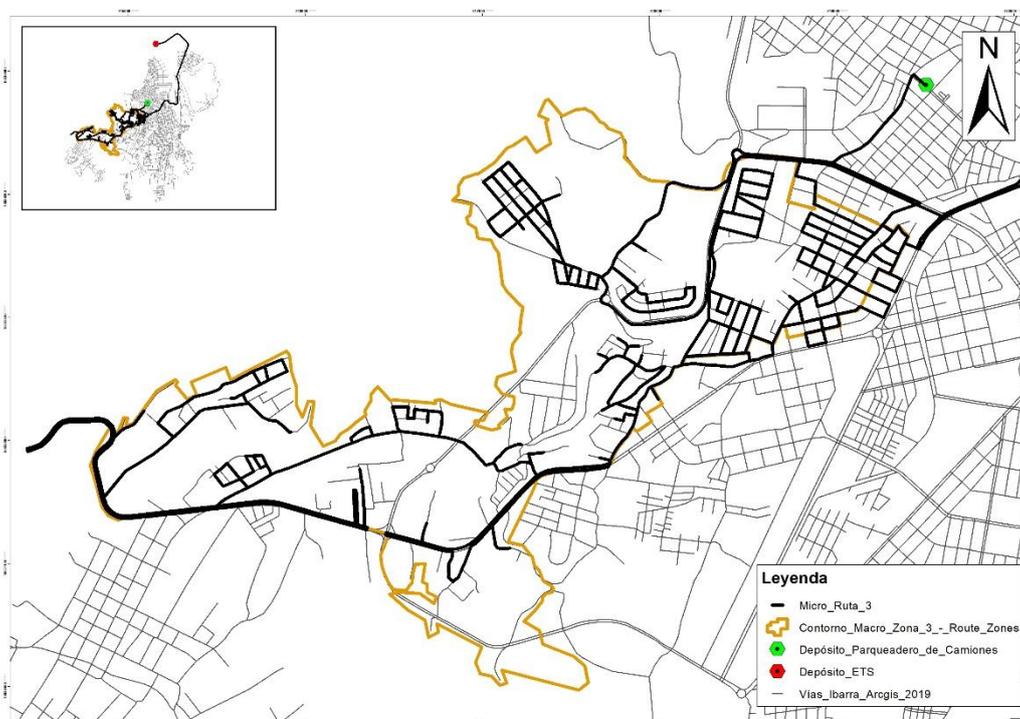


Figura 41. Micro Ruta 3 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 19  
Análisis de Resultados Micro Ruta 3

Micro Ruta 3		Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
Recorrido	1	51,49	9,42	1,79	0,21	10,80
	2	13,23	12,18	0,33	0,28	0,58
Total		64,73	21,60	2,13	0,49	11,38

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.1.4 Micro Ruta 4

En la micro ruta propuesta para la macro zona 4 (ver figura 42), se obtuvieron 74,48 km de distancia total en un tiempo de 2,33 horas y una recolección de residuos en 10,99 toneladas. Donde se realizó un recorrido de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 20 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

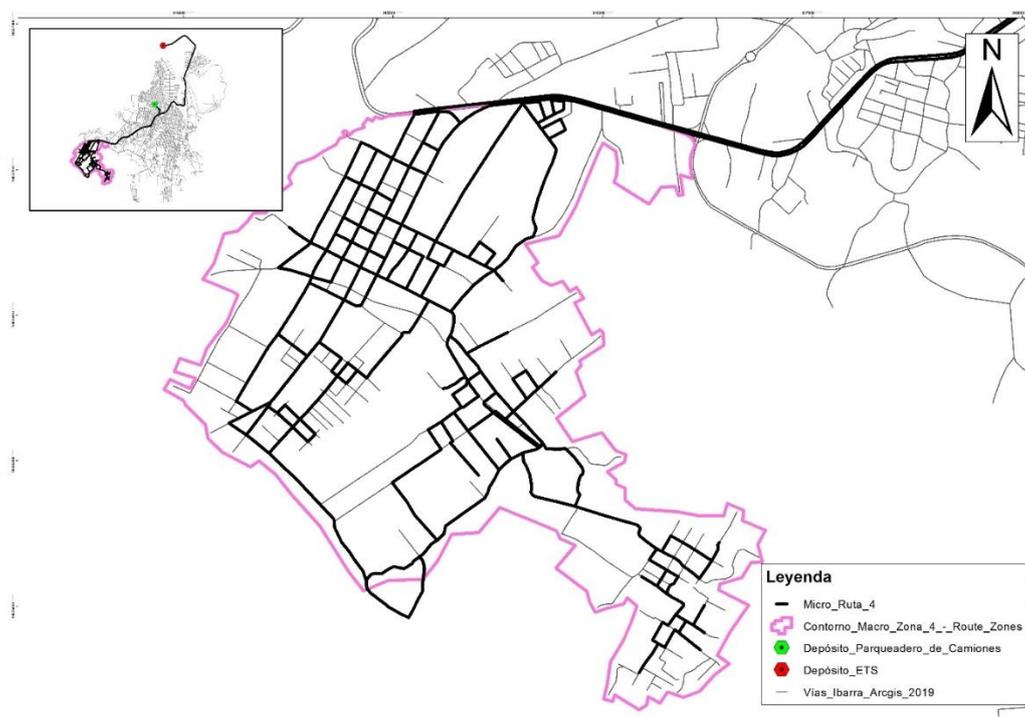


Figura 42. Micro Ruta 4 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 20

*Análisis de Resultados Micro Ruta 4*

Micro Ruta 4		Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
Recorrido	1	61,18	13,30	2,06	0,27	10,99
Total		61,18	13,30	2,06	0,27	10,99

Fuente: Elaboración Propia

**4.1.5 Micro Ruta 5**

En la micro ruta propuesta para la macro zona 5 (ver figura 43), se obtuvieron 87,12 km de distancia total en un tiempo de 2,96 horas y una recolección de residuos en 13,13 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 21 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

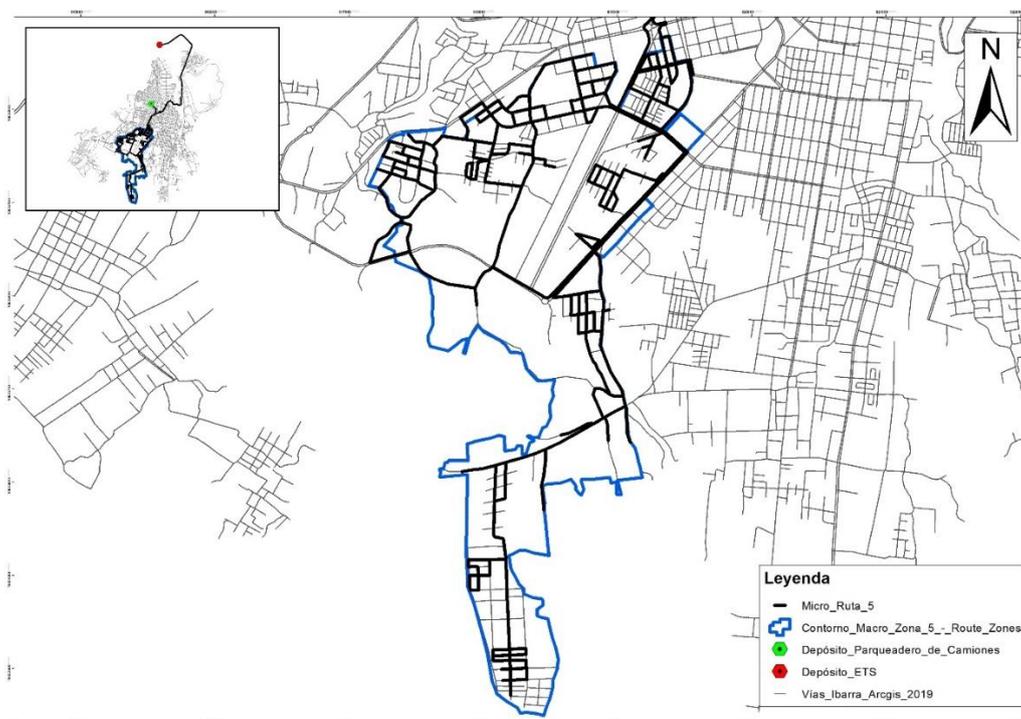


Figura 43. Micro Ruta 5 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 21

*Análisis de Resultados Micro Ruta 5*

Micro Ruta 5		Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
Recorrido	1	13,91	10,13	0,48	0,22	2,16
	2	52,97	10,11	2,03	0,22	10,97
Total		66,88	20,24	2,52	0,44	13,13

Fuente: Elaboración Propia

**4.1.6 Micro Ruta 6**

En la micro ruta propuesta para la macro zona 6 (ver figura 44), se obtuvieron 82,27 km de distancia total en un tiempo de 2,51 horas y una recolección de residuos en 13,34 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 22 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

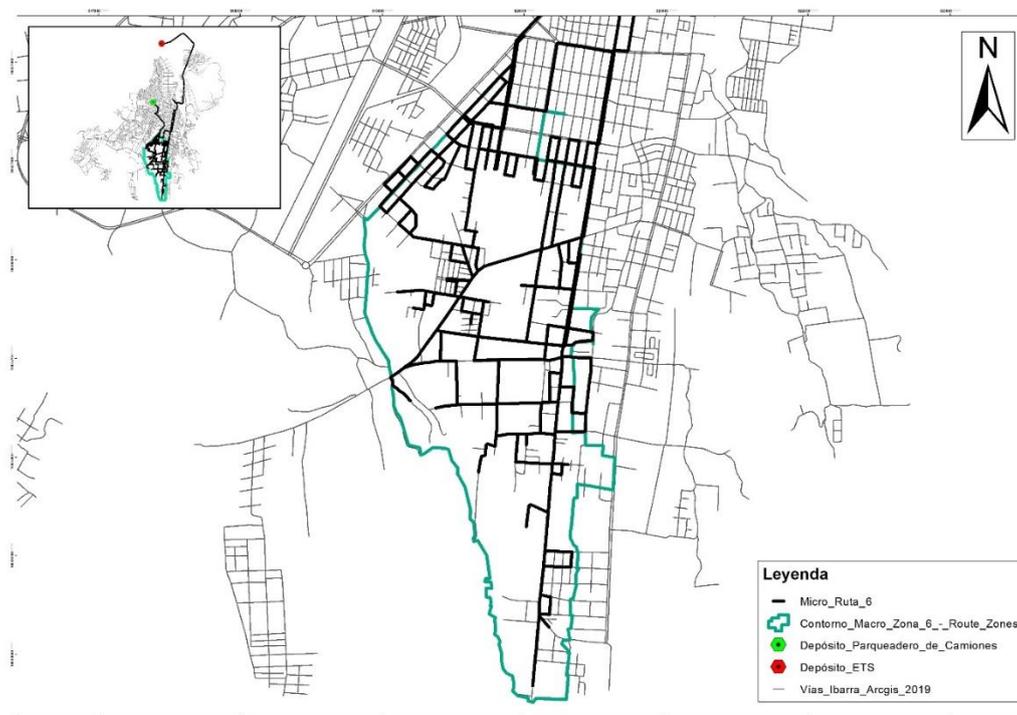


Figura 44. Micro Ruta 6 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 22

*Análisis de Resultados Micro Ruta 6*

Micro Ruta		Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
6	Recorrido 1	39,43	10,30	1,40	0,25	10,35
	2	22,38	10,16	0,62	0,24	2,99
Total		61,81	20,46	2,02	0,49	13,34

Fuente: Elaboración Propia

**4.1.7 Micro Ruta 7**

En la micro ruta propuesta para la macro zona 7 (ver figura 45), se obtuvieron 84,89 km de distancia total en un tiempo de 2,85 horas y una recolección de residuos en 15,43 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 23 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

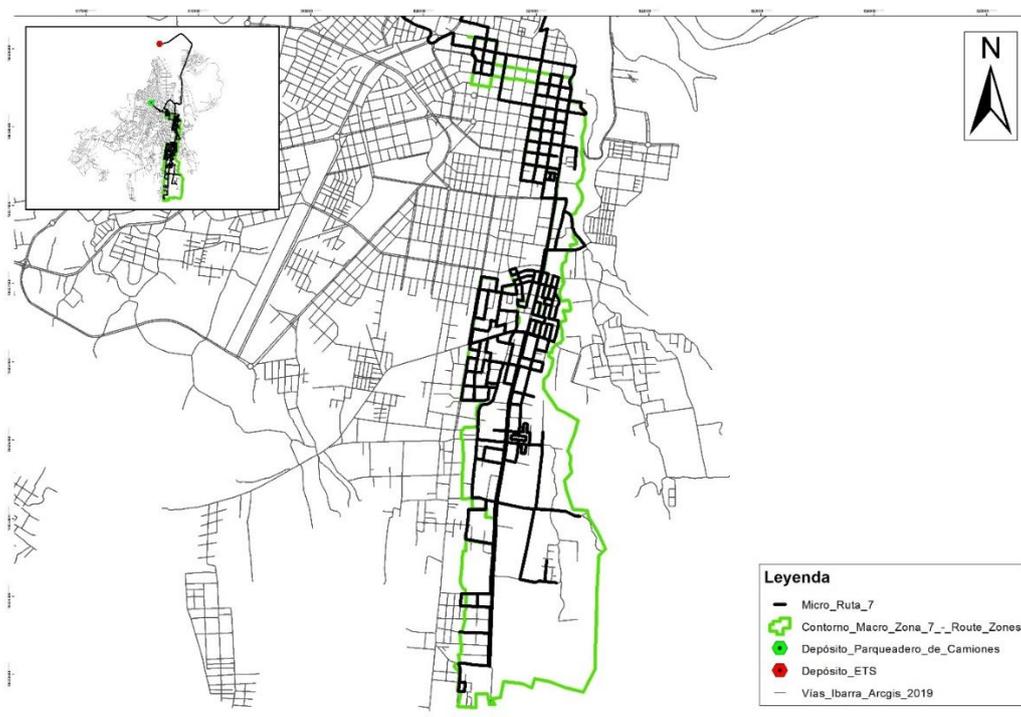


Figura 45. Micro Ruta 7 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 23

*Análisis de Resultados Micro Ruta 7*

Micro Ruta 7		Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
Recorrido	1	28,67	8,86	1,05	0,23	4,74
	2	39,19	8,17	1,37	0,20	10,69
Total		67,86	17,03	2,42	0,43	15,43

Fuente: Elaboración Propia

**4.1.8 Micro Ruta 8**

En la micro ruta propuesta para la macro zona 8 (ver figura 46), se obtuvieron 71,34 km de distancia total en un tiempo de 2,30 horas y una recolección de residuos en 14,99 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 24 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

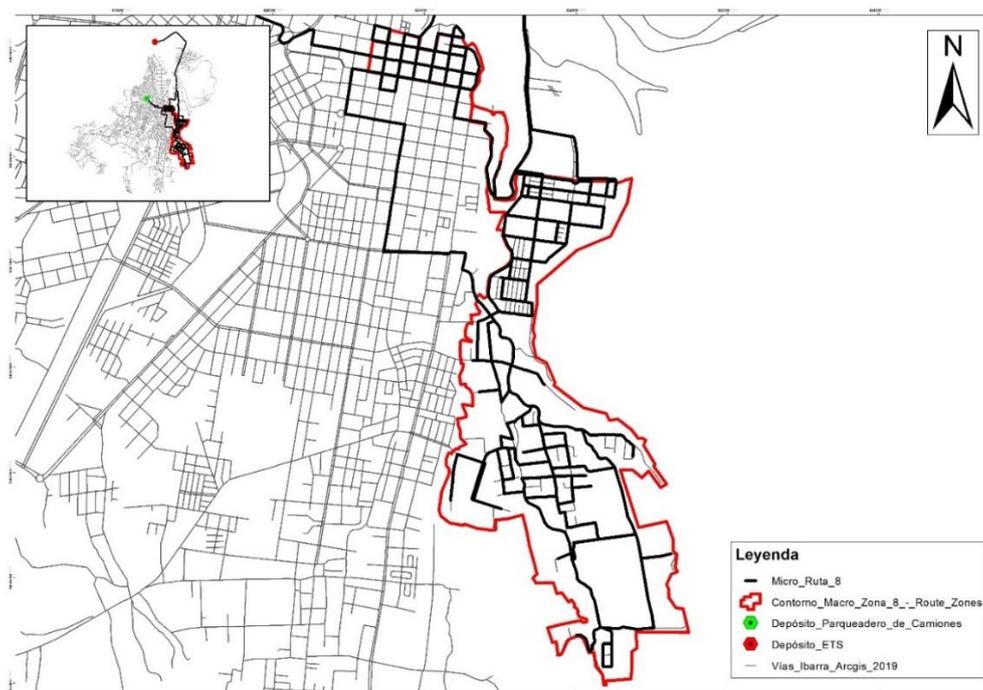


Figura 46. Micro Ruta 8 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 24

*Análisis de Resultados Micro Ruta 8*

Micro Ruta 8		Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
Recorrido	1	17,74	8,30	0,64	0,21	4,48
	2	37,34	7,96	1,27	0,19	10,51
Total		55,08	16,25	1,91	0,39	14,99

Fuente: Elaboración Propia

**4.1.9 Micro Ruta 9**

En la micro ruta propuesta para la macro zona 9 (ver figura 47), se obtuvieron 74,40 km de distancia total en un tiempo de 2,42 horas y una recolección de residuos en 14,56 toneladas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En la tabla 25 se detalla el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

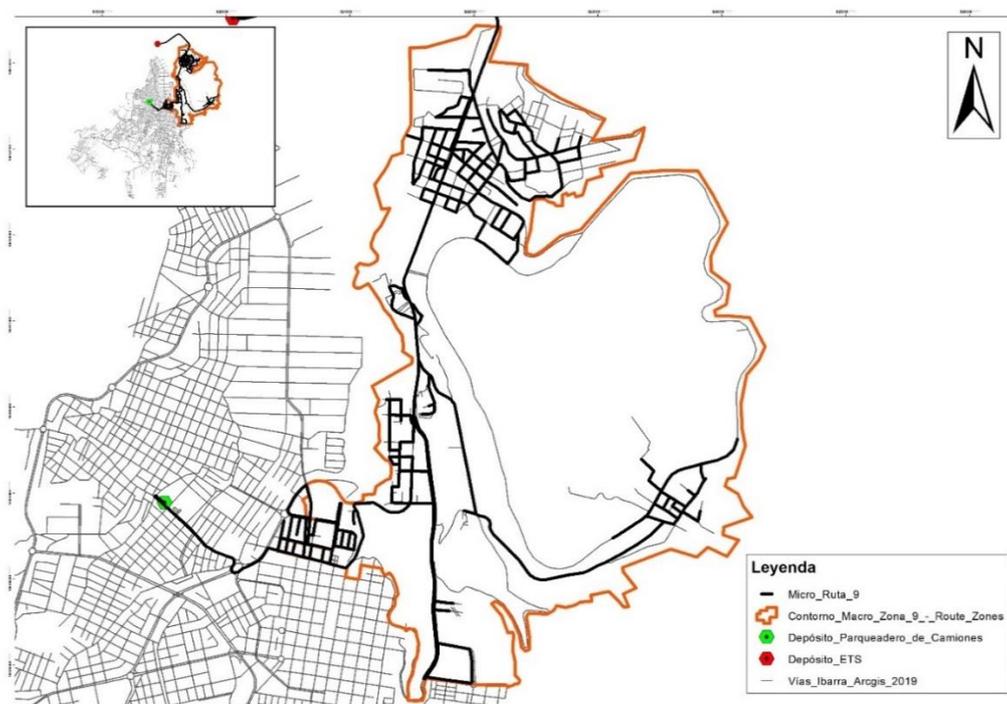


Figura 47. Micro Ruta 9 Propuesta

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 25

*Análisis de Resultados Micro Ruta 9*

Micro Ruta 9		Distancia Recorrido Ruta (km)	Distancia de Viaje ETS (km)	Tiempo Recorrido Ruta (h)	Tiempo Viaje ETS (h)	Residuos (t)
Recorrido	1	39,67	3,75	1,40	0,12	8,45
	2	27,09	3,90	0,79	0,11	6,10
Total		66,76	7,64	2,19	0,23	14,56

Fuente: Elaboración Propia

**4.1.10 Micro Rutas Zona Comercial**

En las micro rutas 10N y 11S propuestas para la zona comercial (ver figura 48), se obtuvieron 66,42 y 65,71 km de distancia total recorrida en un tiempo de 2,02 y 2,01 horas respectivamente y una recolección de residuos en 43,28 toneladas para ambas. Donde se realizaron dos recorridos de recolección con disposición de residuos en la ETS. En las tablas 26 y 27 se detallan el análisis del resultado obtenido en base a los recorridos realizados.

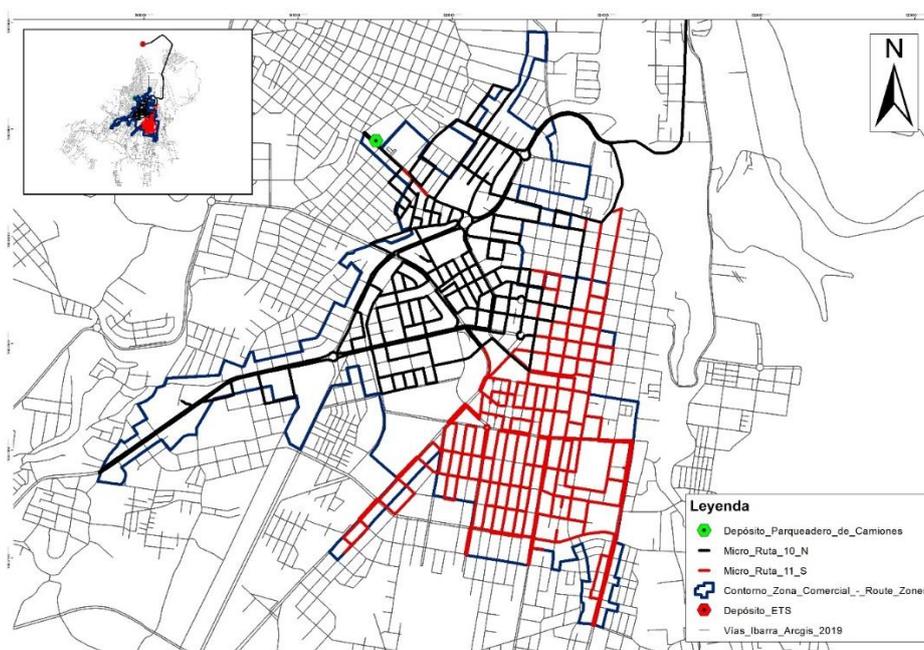


Figura 48. Micro Rutas 10N y 11S Propuestas

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 26

*Análisis de Resultados Micro Ruta 10N*

<b>Micro Ruta 10N</b>	<b>Distancia Recorrido Ruta (km)</b>	<b>Distancia de Viaje ETS (km)</b>	<b>Tiempo Recorrido Ruta (h)</b>	<b>Tiempo Viaje ETS (h)</b>	<b>Residuos (t)</b>	
Recorrido	1	33,32	7,86	1,17	0,18	11,81
	2	17,12	8,11	0,48	0,19	9,68
Total	50,44	15,98	1,65	0,37	21,49	

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 27

*Análisis de Resultados Micro Ruta 11S*

<b>Micro Ruta 10N</b>	<b>Distancia Recorrido Ruta (km)</b>	<b>Distancia de Viaje ETS (km)</b>	<b>Tiempo Recorrido Ruta (h)</b>	<b>Tiempo Viaje ETS (h)</b>	<b>Residuos (t)</b>	
Recorrido	1	15,18	7,86	0,57	0,18	11,31
	2	34,55	8,11	1,07	0,19	10,48
Total	49,73	15,98	1,64	0,37	21,79	

Fuente: Elaboración Propia

En base al resultado obtenido por las 11 micro rutas propuestas se obtuvo un total de 836,14 km de recorrido diario. Sin embargo, las micro rutas definidas por el software terminan su ruta en la ETS por fines prácticos, por este motivo se determinó independientemente la distancia de regreso de la ETS hacia el parqueadero de camiones en 9,12 km/d por ruta. El regreso de la ETS se elaboró en el mismo software definido, en el anexo 5 se visualiza la ruta de regreso al parqueadero de camiones.

## 4.2 Medición de las mejoras obtenidas con el modelo propuesto

En este apartado se va a realizar la comparativa del modelo propuesto con el establecido, con respecto a los parámetros de diseño, la reducción del impacto ambiental y los costos operativos que se han estimado para las micro rutas.

### 4.2.1 Según parámetros de diseño

En los parámetros de diseño podemos encontrar, la distancia, los residuos recolectados, el nivel de servicio, etc. En los cuales se hace la comparativa de diferencia del modelo propuesto con el establecido mostrado en la tabla 28. Mientras que el beneficio se visualiza en la figura 49, donde se representa en un diagrama de barras el aumento del beneficio en color azul y una reducción en barras de color rojo, en cada uno de los parámetros analizados.

Tabla 28

*Comparación Modelo Establecido vs Modelo Propuesto*

<b>Parámetros</b>	<b>Modelo Establecido</b>	<b>Modelo Propuesto</b>	<b>Diferencia %</b>
Distancia (km)	1457,98	937,18	56
Residuos (t)	99,86	161,07	38
Nivel de Servicio (%)	67	100	33,3
Rutas (u)	17	11	55
PPC (kg/hab*d)	0,685	0,737	7
RMSE Carga (t)	20,28	11,89	71
RMSE Longitud (Km)	47,13	38,94	21

Fuente: Elaboración Propia

En base a los resultados comparativos obtenidos, podemos destacar que se obtuvo una reducción del 35% en el número de rutas establecidas, lo que representa una disminución de 36% de distancia total recorrida en 520,80 km. Además, se puede observar una diferencia con respecto a la carga de un 71% lo que significa que las rutas propuestas son más homogéneas y se puede obtener un aumento del nivel de servicio en 33,3%.

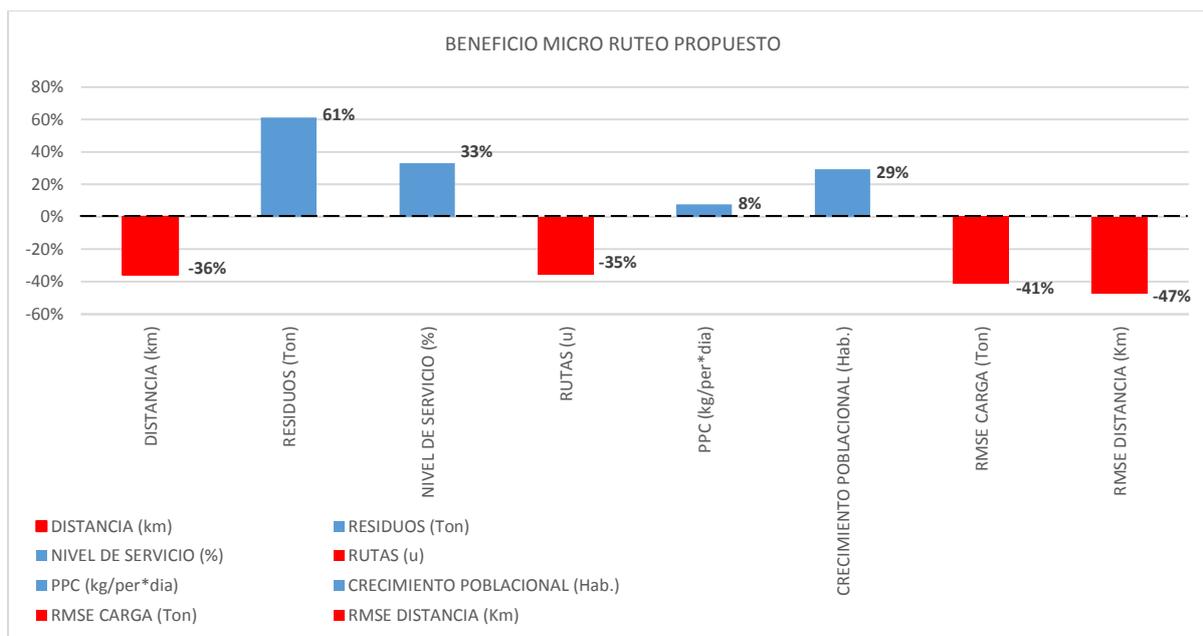


Figura 49. Beneficio del Modelo Propuesto

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.2.1 Según la reducción de los costos

Para la comparativa de los costos se ha considerado en base a los costos totales diarios y costos por toneladas en función de la distancia y tiempos recorridos. En la tabla 29 se detalla los costos totales y en la Fig. 50 se observa la reducción de los CT.

Tabla 29

#### *Optimización de los Costos*

<b>Modelo</b>	<b>Costo total (\$/d)</b>	<b>Costo por tonelada (\$/t)</b>
Propuesto	2171,14	156,20
Establecido	3360,75	549,02

Fuente: Elaboración Propia

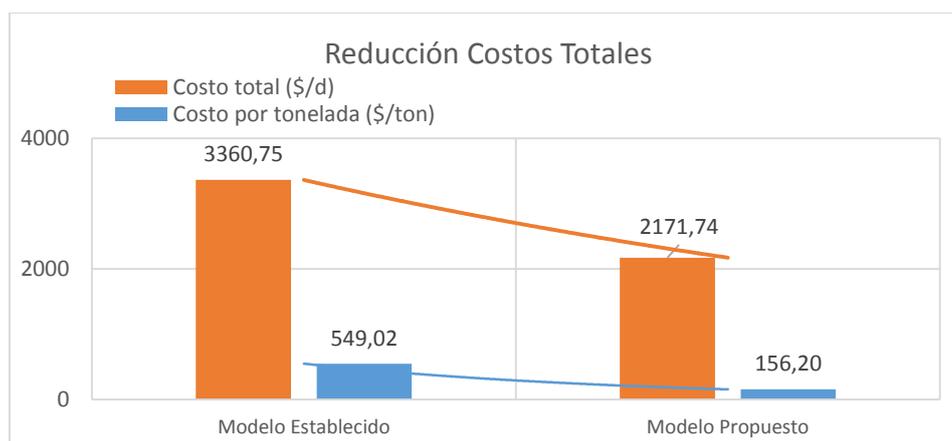


Figura 50. Reducción Costos Totales

Fuente: Elaboración Propia

Con el modelo propuesto se tiene una reducción del 35% con respecto a los costos totales del servicio de recolección lo que representa 1189,01 \$/d de ahorro económico y una reducción del 72% en relación con los costos por tonelada. En el anexo 6 se observa a detalle los costos por micro rutas considerando una jornada laboral de 8h/día.

#### 4.2.2 Según la reducción del impacto ambiental

Para la reducción del impacto ambiental se considera la diferencia de 520,80 km/d de la distancia total recorrida del modelo propuesto con la del modelo establecido, midiendo la cantidad de emisiones que genera la diferencia de las dos. Se presenta en la tabla 30 la reducción del impacto ambiental con respecto a los gases de monóxido de carbono (CO) y óxidos de nitrógeno (NOx) emitidos por los camiones recolectores. Monteros (2019)

Tabla 30

#### *Reducción del Impacto Ambiental*

Parámetros	Modelo Establecido (km/d)	Modelo Propuesto (km/d)	Diferencia (km/d)	Reducción CO (g/d)	Reducción NOx (g/d)
Distancia recorrida	1457,98	937,18	520,80	0,2145696	0,01760304

Fuente: Elaboración Propia en base a (Monteros, 2019)

## CONCLUSIONES

- A través de la revisión bibliográfica se definieron las metodologías aplicables al problema del ruteo vehicular de camiones recolectores, además de introducir y comprender el trabajo que lleva consigo el VRP. Se dió a conocer la información más relevante con respecto a las metodologías para estructurar las rutas, modelos matemáticos aplicables y teorías de redes con fundamentos logísticos en transporte.
- Con la caracterización del sistema de recolección se detallaron los elementos fundamentales que incidieron en la elaboración y comparativa de las rutas propuestas. Además, se llevó a cabo el análisis de la capacidad vehicular, depósitos y costos operativos que influyeron en la aplicación y resultado del modelo de ruteo vehicular.
- En base a la distritación de las subzonas en la ciudad, se obtuvieron 11 micro rutas tanto residenciales como urbanas, donde se la aplicación del problema CPP y conocimientos acerca de la teoría de grafos como bases para modelar las rutas. Con la aplicación de la herramienta informática ArcGis 10.5 en la elaboración y análisis de las rutas, fue un factor fundamental en el desarrollo final del trabajo propuesto.
- Se obtuvieron resultados con respecto a costos asociados al trabajo de recolección, logrando una reducción de 1189,61 \$/d de costos diarios y una diferencia de 392,82 \$/ton de costos por tonelada recogida. Con respecto al modelo diseñado por VIRSAP en el año 2008 (Moscoso, 2008), se obtuvo una disminución considerable de 520,80 km lo que representa un beneficio técnico del 36% para el modelo propuesto.

## RECOMENDACIONES

- Se recomienda actualizar continuamente la información con respecto a la red vial y predios construidos para definir las rutas, ya que están en constante cambio y/o crecimiento. Un cambio en el sentido vial implica que la ruta debe adaptarse y mejorarse o a su vez una urbanización nueva genera la necesidad de transitar por dicha vía.
- Conocer la generación de residuos por locales generadores, es decir, la cantidad de residuos que generan los locales comerciales de la zona comercial sean de servicio como de distribución o almacenamiento. De esta manera conocer la cantidad de residuos que se pueden reutilizar, reciclar o reducir. Ya que la zona comercial es un elemento crítico para un buen manejo de la salud y ambiente en la ciudad.
- Tomar en cuenta la metodología, si el ruteo se va a realizar por arcos, considerar los parámetros establecidos en este trabajo, para facilitar el desarrollo y estructuración de las rutas.
- La herramienta ArcGis 10.5 maneja el TSP, debido a esto, se recomienda utilizar una herramienta que maneje el CPP por arcos capacitados, con el fin de facilitar gran parte del trabajo. Entre las herramientas informáticas más conocidas y usadas podemos destacar el Software TransCad, esta herramienta se especializa en el análisis y modelación del ruteo vehicular.
- Es recomendable usar el ruteo por arcos CPP que por vértices VRP por contenedores, debido a que la gente no está concientizada sobre depositar los RSU en los contenedores, como consecuencia torna el trabajo un problema más difícil de resolver (NP-hard).

- Para estudios posteriores se recomienda usar esta metodología en la distribución y entrega de los tanques de GLP, debido que este proceso es muy similar en contexto al del ruteo vehículos recolectores, ya que los dos visitan viviendas o predios construidos.
- Implementar el micro ruteo propuesto para la ciudad de Ibarra, ya que se obtendrá un importante beneficio con respecto a costos de recolección. Además de que se basó en una técnica que puede ser utilizada en otros cantones de Imbabura, considerando un aporte técnico para el PDOT de Ibarra.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ahr, D., & Reinelt, G. (2002). New Heuristics and Lower Bounds for the Min-Max  $k$  - Chinese Postman Problem, 64–74.
- Alcalde, L. C. A. (2015). Gobierno autónomo descentralizado municipal de san miguel de ibarra.
- Ana, S., Tola, B., & Inclusión, M. De. (2014). SUMARIO :
- Benavent, E., Campos Aucejo, V., Corberán, Á., & Mota Vidal, E. (1983). Problemas de rutas por arcos. *Qüestiió. 1983, Vol. 7, Núm. 3*.
- Benavent, E., Campos, V., Corberan, A., Mota, E., & Problems, A. R. (1992). The Capacitated Arc Routing Problem ;, 22, 669–690.
- Bravo, J. D. (2000). “ Breve Introducción a la Cartografía y a los Sistemas de Información Geográfica ( SIG )”.
- CEPAL. (2018). Agenda 2030 y los Objetivos de Desarrollo Sostenible Una oportunidad para América Latina y el Caribe Gracias por su interés en esta publicación de la CEPAL.
- Coto, E. (2003). Algoritmos Básicos de Grafos Algoritmos Básicos de Grafos.
- Dror, M. (2012). *Arc routing: theory, solutions and applications*. Springer Science & Business Media.
- Eiselt, H. A., Gendreau, M., & Laporte, G. (1995a). Arc Routing Problems , Part I: The Chinese Postman Problem, (April 2019).

- Eiselt, H. A., Gendreau, M., & Laporte, G. (1995b). Arc Routing Problems , Part II : The Rural Postman Problem, (April 2019).
- Herrera-granda, I. D., Imbaquingo-usi, W. G., Lorente-Leyva, L. L., Herrera-Granda, E. P., Peluffo-Ordóñez, D. H., & Rossit, D. G. (2019). Optimization of the Network of Urban Solid Waste Containers : A Case Study, *1*, 578–589. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-05532-5>
- Herrera-Granda, I. D., León-Jácome, J. C., Lorente-Leyva, L. L., Lucano-Chávez, F., Montero-Santos, Y., Oviedo-Pantoja, W. G., & Díaz-Cajas, C. S. (2018). Subregion Districting to Optimize the Municipal Solid Waste Collection Network: A Case Study. In *Conference on Information Technologies and Communication of Ecuador* (pp. 225–237). Springer.
- Herrera-granda, I. D., Lorente-leyva, L. L., Montero-santos, Y., & Chicaiza-vaca, J. L. (2018). Optimization of the University Transportation by Contraction Hierarchies Method and Clustering Algorithms, *1*, 95–107. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-92639-1>
- Herrera, I., Collaguazo, G., Lorente, L., Montero, Y., Valencia, R., Industrial, C. D. I., & Técnica, U. (2016). sólidos municipales en países en vías de desarrollo.
- Imbaquingo, W. G. (2018). *“DISEÑO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR LA CANTIDAD ÓPTIMA DE CONTENEDORES DE RESIDUOS SÓLIDOS URBANOS EN LA CIUDAD DE IBARRA.”* UTN.
- Lara, E. L. (1990). Los sistemas de información geográfica, 789–804.
- Lin, Y., & Zhao, Y. (1988). A new algorithm for the directed chinese postman problem,

15(6), 577–584.

Martí, R. (2003). Procedimientos metaheurísticos en optimización combinatoria. *Matemáticas, Universidad de Valencia*, 1(1), 3–62.

Misi, N., & Visi, N. (2013). Informe de gestión mae-pngids 2010-2013 programa nacional de gestión integral de desechos sólidos 1.-, 1–7.

Monteros, D. (2019). *ANÁLISIS DEL IMPACTO AMBIENTAL EN LAS OPERACIONES DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS EN EL CANTÓN IBARRA*.

Muñoz, E. A., & Sotero, J. H. (2009). Diseño de un modelo de optimización de rutas de transporte, (32), 52–67.

Pedro, J. Modelado Mediante Optimización Combinatoria (2006).

Possani, P. (2011). Teoria de Grafos e suas Aplicações.

Prakash, S., Sharma, M. K., & Singh, A. (2009). A Heuristic for Multi-Objective Chinese Postman Problem, 596–599.

Quito, E. C. M. de. (2003). Ordenanza 3457, (3445).

Sahoo, S., Kim, S., Kim, B. I., Kraas, B., & Popov, A. (2005). Routing optimization for Waste Management. *Interfaces*, 35(1), 24–36. <https://doi.org/10.1287/inte.1040.0109>

SEDESOL. (1999). Recolección Y Transferencia De Residuos.

Taha, H. A. (2012). *Investigación de Operaciones* (Novena).

Quintín, M. (2003). Investigación Operativa. Madrid, España: Pearson Educación.

Recuperado el 23 de Abril de 2019

## ANEXOS

### Anexo 1. Dimensiones Caja Colectora McNeilus

Dimensiones	
Descripción	Pulgada
(A) Longitud total, puerta trasera cerrada	246''
(B) Longitud total, puerta trasera elevada	262''
(C) Altura total, puerta trasera cerrada *	99''
(D) Altura total, puerta trasera elevada **	150''
(E) Ancho interior de la tolva	80''
(F) Altura de apertura de la tolva	57''
(G) Ancho total con escalones	102''
Ancho total sin escalones	96''

Fuente: Extraído de [https://www.mcneiluscompanies.com/wp-content/uploads/2016/11/Standard\\_REL\\_spec-performance\\_sheet\\_060115.pdf](https://www.mcneiluscompanies.com/wp-content/uploads/2016/11/Standard_REL_spec-performance_sheet_060115.pdf)

### Anexo 2. Costos de recolección en función de las unidades de kilómetros y horas efectivas

Indicador	Costo (\$)	Cambio km / horas	Kilómetros / Horas	Costo Total (\$/h-km)
<b>COSTOS VARIABLES</b>				
<b>Mantenimiento</b>				<b>0,21000</b>
Aceite de motor	20,00	5000	1	0,00400
	44,49	3977,5	1	0,01119
Aceite caja transmisión	42,30	33379	1	0,00127
	57,80	33379	1	0,00173
Refrigerante	4,48	1681,8	1	0,00266
Filtros				0,01979
Aceite	16,80	3363,37	1	0,00499
Aire	6,72	4538,04	1	0,00148
Combustible	28,00	3028,63	1	0,00925
Agua	12,32	3028,63	1	0,00407

Llantas	2.667,00	40000	1	0,06668
	1.231,10	25000	1	0,04924
Mangueras	20,00	8000	1	0,00250
Embrague	1.265,60	27104,9	1	0,04669
Bandas	15,00	40000	1	0,00038
<b>Combustible</b>				<b>0,25000</b>
Combustible	15,04	60	1	0,25000
<b>Mano de obra directa</b>				<b>7,59000</b>
Salario chofer (\$/H)	2,56	1	1	2,56000
Salario jornalero (\$/H)	2,34	1	1	4,68000
Remuneraciones ad. (\$/H)	2,82	8	1	0,35000
<b>Equipos de protección personal</b>				<b>0,07000</b>
E.P.P (\$/h)	0,55	8	1	0,07000
<b>COSTOS FIJOS</b>				
<b>Depreciaciones</b>				<b>11,2500</b>
Hino (\$/h)	11,25	-	1	11,2500
<b>Seguros</b>				<b>0,87000</b>
Camión (\$/h)	0,87	-	1	0,87000
<b>Costo total ruta al día</b>				<b>20,2300</b>

Fuente: Elaboración Propia

### Anexo 3. Generación de Residuos por Localidades

Nombre de las ruta	Localidad (u)	Generación RS (kg)
Micro Ruta 1	Col. Yahuarcocha	73,6
	U.E Lidia Sevilla León	42,32
	Col. Universitario UTN	91,45
	Escuela 24 de Junio	42,69
Micro Ruta 2	U.E Ciudad de Ibarra	120,34
	Col. Técnico 17 de Julio	222,82
	Hospital del Seguro	1632
Micro Ruta 3	U.E Eloy Alfaro	29,44
	U.E Atahualpa	116,47
Micro Ruta 4	U.E Daniel Reyes	82,98
	U.E Juan Montalvo	59,25
	U.E José Miguel Leoro V.	97,15
	U.E Inocencio Jácome	59,98
	U.E Víctor Mideros	87,58
Micro Ruta 5	U.E Escuela 9 de Octubre	51,7
	U.E Escuela Sagrado Corazón de J.	80
	U.E Colegio Veintimilla	141,68
	Esc. Oscar Efrén Reyes	30,36
	U.E Alfredo A. Galindo	138,37
	U.E Agustín Cueva Dávila	29,26
	Esc. Alejandro Pasquel Monge	60,72

Micro Ruta 6	Esc. Particular Juan Diego	91,63
	U.E José Nicolás Vacas	60,54
	U.E Juan Miguel Suárez	47,66
	Sudamericano	20,24
	Esc. Aida León	36,98
Micro Ruta 7	Centro de Salud	50
	Universidad Autónoma Andes	62,75
	Col. San Francisco	126,77
	Col. Oviedo	155,1
	Antiguo Hospital San V. Paul	75
	U.E Suárez Meneses	135,61
	U.E Academia Militar San Diego	95,68
	Col. Nacional Atahualpa	113,89
	U.E Madre Teresa BACQ	108,56
	U.E San Pedro Pascual	75,99
	Jardín María Montessori	54,09
	U.E Víctor Manuel Guzmán	241,78
	Esc. Eduard Spranger	17,85
Micro Ruta 8	Esc. María Angélica Idrobo	141,49
	Esc. Alfredo Pérez Guerrero	47,47
	Centro de Rehabilitación S. (Cárcel)	515,9
	Esc. 28 de Abril	100,46
	U.E Oviedo Pre Primaria	100
	Col. Víctor M. Peñaherrera	66,24
	Universidad Católica	903
	U.E Victoria Bilingual A.	110,4
	U.E La Victoria	143,36
Micro Ruta 9	Judicatura	71,75
	U.E América	42,35
	Esc. 17 de Julio	24,65
	Col. Arrayanes	46,55
	Liceo Aduanero	60,35
	U.E Lidia Inés Molina	15,46
	Universidad Técnica del Norte	1873
	Hotel Conquistador e Imperio	30
	Mercado Priorato	31,17
Nigth Clubs	45	
Micro Ruta 10N	U.E Juan Pablo II	55,2
	Mercado Sto. Domingo	800
	Colegio Nacional Ibarra	558,62
	Col. Ana Luisa Leoro	121,8
	Mercado La Bahía	25,25
	Mercado Mayorista	6500
	Laguna Mall	2800
	Hospital San Vicente de Paul	800
Supermaxi	2040	
Micro Ruta 11S	Mercado Amazonas	6800
	Mercado Amazonas calle	1100
	Mercado Playita	2590
	U.E Teodoro Gómez de la Torre	504,16
	Col. Sagrado Corazón de Jesús	208,84
	Universidad UNIANDE	210,25
Col. Diocesano Bilingüe	52,07	

Col. 28 de Septiembre	126,59
EMAPA Edif. Central	31,5
Colegio Inmaculada	182,89
U.E La Salle	182,34
Mercado Amazonas Posterior	700

---

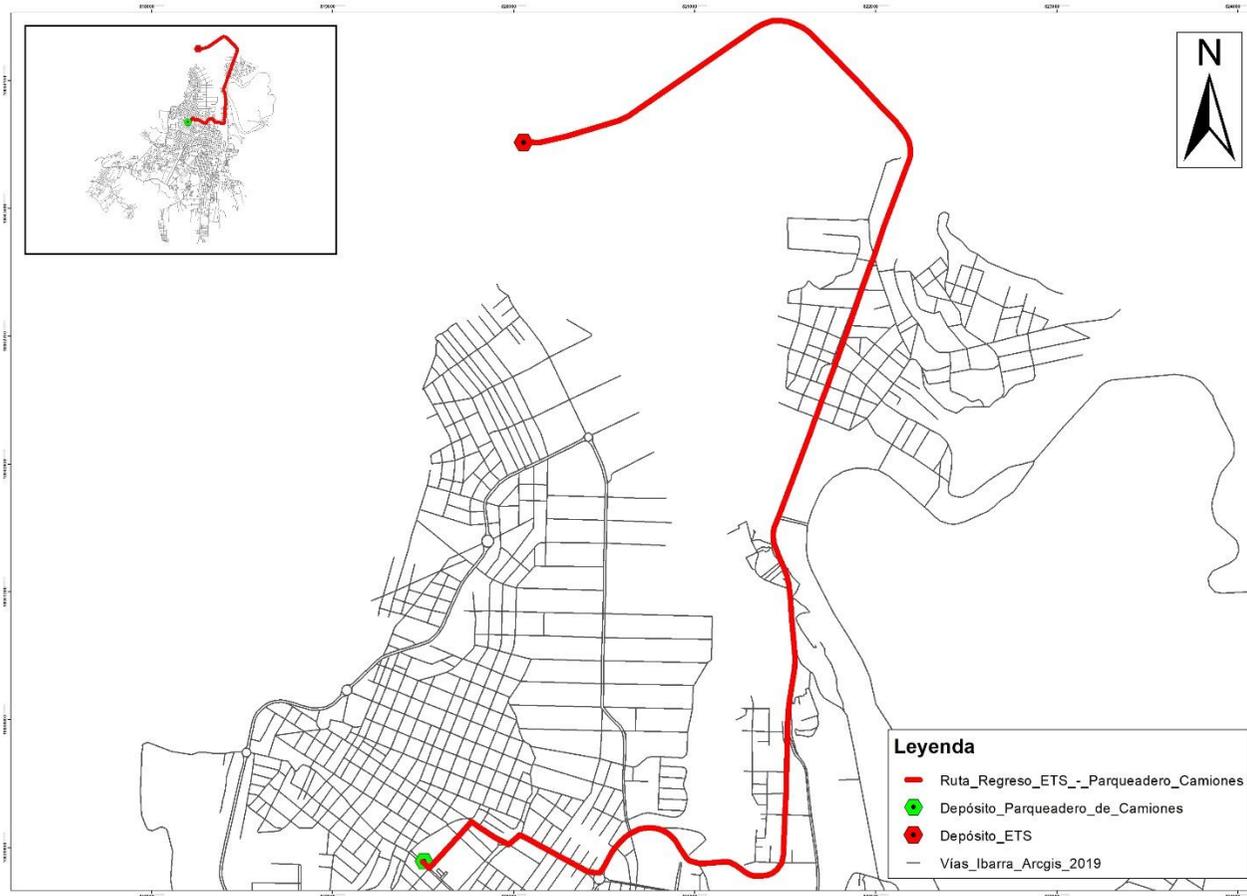
Fuente: Elaboración Propia

**Anexo 4.** Diferencia de resultados con la heurística aplicada

Micro Rutas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10N	11S	Total
<b>Sin Algoritmo Heurístico</b>												
Órdenes (arcos capacitados)	463	400	439	302	272	398	378	294	435	495	337	4213
Tiempo en ruta (h/d)	3,35	2,77	3,21	3,15	3,49	3,13	3,06	2,48	3,76	3,09	1,91	33,4
Distancia total (km/d)	108,11	91,42	108,13	117,63	114,93	107,12	101,16	83,72	123,25	110,75	65,78	1132
<b>Con Algoritmo Heurístico</b>												
Órdenes (arcos capacitados)	194	240	190	172	190	207	244	189	215	188	198	2227
Tiempo en ruta (h/d)	2,47	2,28	2,62	2,33	2,96	2,51	2,85	2,3	2,42	2,02	2,01	26,77
Distancia total (km/d)	75,35	67,85	86,33	74,47	87,12	82,26	84,89	71,34	74,4	66,42	65,71	836,16

Fuente: Elaboración Propia

### Anexo 5. Ruta Regreso de ETS



Fuente: Elaboración Propia en ArcGis 10.5

**Anexo 6. Costos por tonelada recogida**

<b>Nombre de la ruta</b>	<b>Residuos Recolectados</b>	<b>Horas de Trabajo</b>	<b>Distancia</b>	<b>Costos Fijos</b>	<b>Costos Variables</b>	<b>Costo Total</b>	<b>Costo por Tonelada</b>
	<b>(t/d)</b>	<b>(h/d)</b>	<b>(km/d)</b>	<b>(\$/d)</b>	<b>(\$/d)</b>	<b>(\$/d)</b>	<b>(\$/t)</b>
Micro Ruta 1	11,48	8	84,47	96,96	100,14	197,10	17,17
Micro Ruta 2	12,51	8	76,97	96,96	96,69	193,65	15,48
Micro Ruta 3	11,38	8	95,45	96,96	105,19	202,15	17,76
Micro Ruta 4	10,98	8	83,59	96,96	99,73	196,69	17,91
Micro Ruta 5	13,13	8	96,24	96,96	105,55	202,51	15,42
Micro Ruta 6	13,34	8	91,38	96,96	103,31	200,27	15,01
Micro Ruta 7	15,43	8	94,01	96,96	104,52	201,48	13,06
Micro Ruta 8	14,98	8	80,46	96,96	98,29	195,25	13,03
Micro Ruta 9	14,56	8	83,52	96,96	99,70	196,66	13,51
Micro Ruta 10N	21,49	8	75,54	96,96	96,03	192,99	8,98
Micro Ruta 11S	21,79	8	75,55	96,96	96,03	192,99	8,86

Fuente: Elaboración Propia