



## LOCOMOCION DE SISTEMAS ROBOTICOS



**HUMMINGBIRD - 1**

**HIR**

## 2.1. GRADOS DE LIBERTAD

El componente principal en el robot está constituido por las articulaciones y sus eslabones. Cada articulación provee al robot de al menos un grado de libertad permiten al manipulador realizar movimientos. Una de las principales características que definen a los robots lo constituye los Grados de libertad (Degree Of Free o Grados De Libertad) que posea. Hablar de grados de libertad equivale a decir número y tipo de movimientos del robot.

*El número de grados de libertad (DOF) de un sistema es el número de parámetros independientes que se necesitan para definir unívocamente su posición en el espacio en cualquier instante.<sup>1</sup>*

Observando los movimientos del brazo y de la muñeca, podemos determinar el número de grados de libertad que presenta un manipulador. Generalmente, tanto en el brazo como en la muñeca, se encuentra una variación que va desde uno hasta los tres grados de libertad por lo tanto los manipuladores tienen 6 grados de libertad 3 en el brazo y 3 en la muñeca. A la muñeca de un manipulador le corresponden los siguientes movimientos o grados de libertad: giro (roll), elevación (pitch) y desviación(yaw).

UTN- Master1 posee 4 grados de libertad distribuidos de la siguiente manera:

- La base posee dos grados de libertad, uno de rotación y otro de traslación.
- En el antebrazo uno de rotación.
- En el brazo uno de rotación.

### 2.1.1. ESLABONES, JUNTAS Y TIPOS DE MOVIMIENTO

Eslabón: Cuerpo rígido que posee al menos dos nodos, que son los puntos de unión con otros eslabones.

Junta: Conocido como par cinemático o comúnmente Articulaciones, es la conexión entre dos o más eslabones que permite algún movimiento entre los eslabones conectados.

---

<sup>1</sup> www.mecanismos.com (2004) Pag. 4

Pueden clasificarse en varios modos:

<b>GDL</b>	<b>TIPO DE CONTACTO</b>
Rotacional	Unión completa
Prismática	Unión Media

**Tabla 2.1** Tipos de Juntas

Según el número de grados de libertad el tipo Rotacional y prismático posee un grado de libertad. A las juntas con dos DOF se les llama semijuntas.

Ejemplo: Las válvulas de un motor que se abren y cierran por juntas de leva-seguidor.

Por el tipo de contacto entre los elementos la unión completa también conocida como par cinemático inferior es cuando las articulaciones tienen una Área de contacto; la Unión media o par cinemático superior el contacto de la articulación está sobre una línea o un punto.

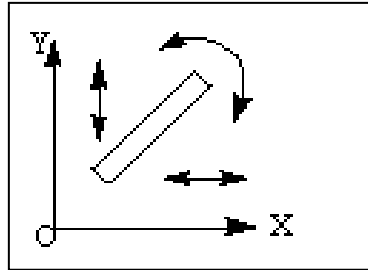
Rotación pura: El cuerpo posee un punto denominado centro de rotación que no tiene movimiento con respecto al marco de referencia estacionario. Todos los demás puntos del cuerpo describen arcos respecto a ese centro. Una línea de referencia marcada en el cuerpo a través de su centro cambia únicamente en orientación angular.

Traslación pura: Todos los puntos en el cuerpo describen trayectorias paralelas (curvas o rectas). Una línea de referencia trazada en el cuerpo cambia su posición lineal pero no su orientación.

Movimiento complejo: Es una combinación simultánea de rotación y traslación.

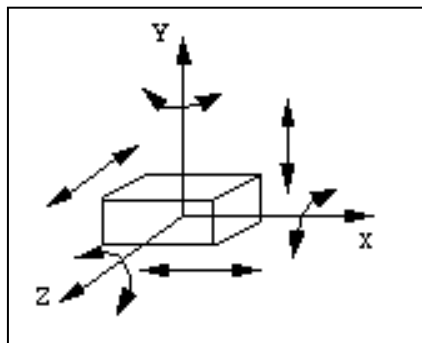
### **2.1.2. GRADOS DE LIBERTAD DE UN CUERPO RIGIDO**

- En un plano los grados de libertad de un cuerpo rígido se define como el número de movimientos independientes que tiene. La figura 2.1 muestra un cuerpo rígido en un plano. Para determinar el DOF de este cuerpo nosotros debemos considerar cuántas maneras distintas el cuerpo puede moverse. En dos dimensiones, hay 3 DOF. La barra puede trasladarse a lo largo del eje x, a lo largo del eje y, y rotar sobre su centro.



**Figura 2.1** Grados de libertad de un cuerpo rígido en un plano

- En el espacio un cuerpo rígido en el espacio tiene seis de grados de libertad: tres movimientos de traslación a lo largo de los ejes x y z y tres movimientos de rotación alrededor de los ejes x y z respectivamente.



**Figura 2.2** Grados de libertad de un cuerpo rígido en el espacio

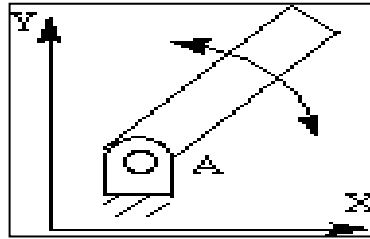
## 2.2. LIMITACIONES DE CINEMATICA

Dos o más cuerpos rígidos en el espacio se llaman colectivamente un sistema rígido de cuerpo. Se puede impedir el movimiento de estos cuerpos rígidos independientes con limitaciones de cinemática. Las limitaciones de cinemática son las limitaciones entre cuerpos rígidos que resultan en la disminución de los grados de libertad del sistema rígido del cuerpo.

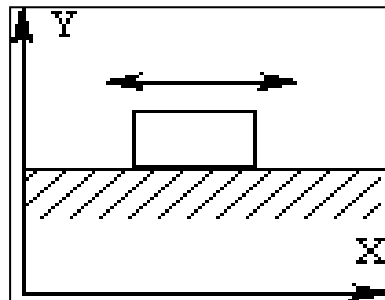
Los pares de cinemática se dividen en pares inferiores y los pares superiores, dependiendo de como los dos de cuerpos estén en el contacto.

### 2.2.1. PARES INFERIORES EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO

Hay dos de tipos de pares inferiores en mecanismos planos: pares de revolución y pares prismáticos. Entre estos dos cuerpos rígidos han quitado dos de grados de libertad.

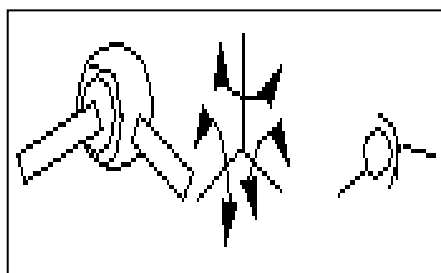


**Figura 2.3** Un par de revolución en un plano



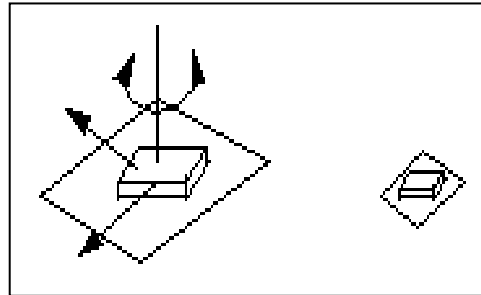
**Figura 2.4** Un par prismático en un plano

En el espacio hay seis tipos de pares inferiores a cerca de la categoría de mecanismos espaciales. Los tipos son: el par esférico, par planar, par cilíndrico, par de revolución, par prismático, y de Tornillo.



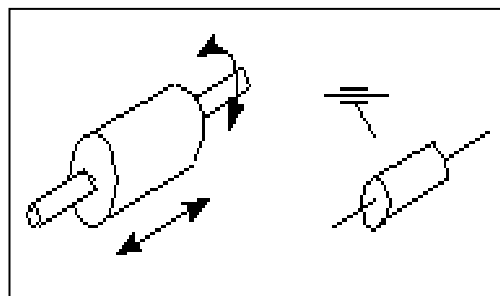
**Figura 2.5** Par esférico

Un par esférico guarda dos centros esféricos juntos. Dos cuerpos rígidos conectados por esta limitación serán capaces de rotar relativamente alrededor de los ejes  $x$  y  $z$ , pero ningún podrá trasladarse a lo largo de cualquier de estos ejes. Por lo tanto, un par esférico quita tres grados de libertad en el mecanismo espacial.  $DOF = 3$ .



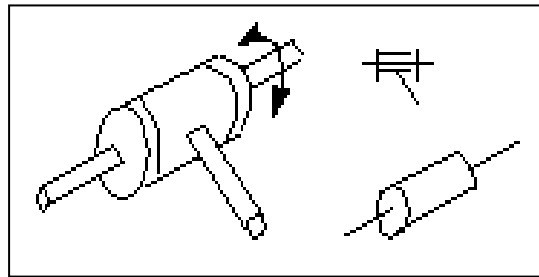
**Figura 2.6** Un par planar

Un par en el plano guarda las superficies de dos cuerpos rígidos juntos. Para visualizar esto, imagina un libro que yace sobre una mesa dónde está puede mover en cualquier dirección excepto fuera la mesa. Dos cuerpos rígidos conectados por este tipo de par tendrán dos movimientos independientes de traslación en el plano, y un movimiento rotativo alrededor el eje que es perpendicular al plano. Por lo tanto, un par en el plano quita tres de grados de libertad en el mecanismo espacial. En nuestro ejemplo, el libro no sería capaz de levantar fuera la mesa o rotar sobre dos ejes  $DOF = 3$ .



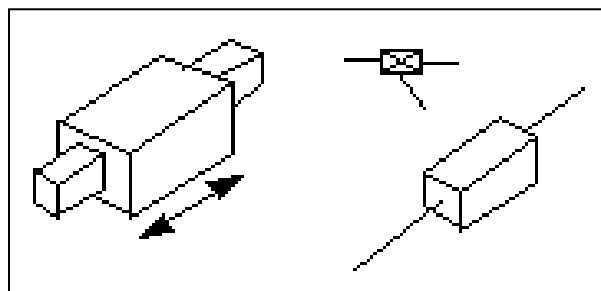
**Figura 2.7** Un par cilíndrico

Un par cilíndrico guarda dos ejes de dos cuerpos rígidos alineados. Dos cuerpos rígidos que son la parte de este tipo de sistema tendrá un movimiento independiente de traslación a lo largo de un eje y un movimiento rotativo relativo alrededor del mismo. Por lo tanto, un par cilíndrico quita cuatro de grados de libertad entonces el mecanismo espacial.  $DOF = 2$ .



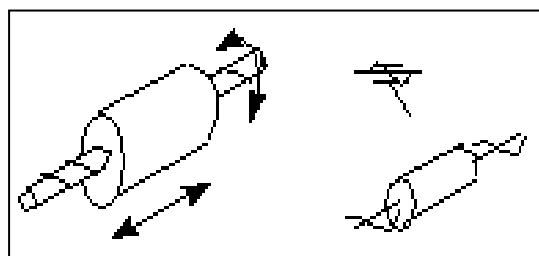
**Figura 2.8** Un par de revolución

Un par de revolución guarda dos ejes de cuerpos rígidos juntos. Dos cuerpos rígidos están limitados por un par de revolución tienen un movimiento rotativo independiente alrededor su eje común. Por lo tanto, un par de revolución quita cinco de grados de libertad en el mecanismo espacial.  $DOF = 1$ .



**Figura 2.9** Un par prismático

Un par prismático guarda dos ejes de dos cuerpos rígidos alineados y ningún movimiento de rotación relativa. Dos cuerpos rígidos limitados por este tipo de limitación serán capaces de tener un movimiento independiente de traslación a lo largo de un eje. Por lo tanto, un par prismático quita cinco de grados de libertad en el mecanismo espacial  $DOF = 1$ .

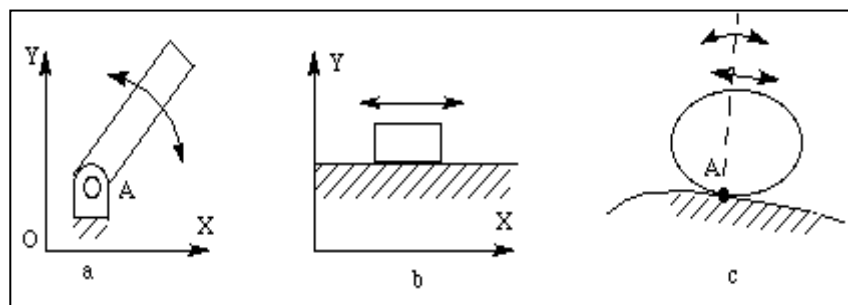


**Figura 2.10** Un par en tornillo

El par de tornillo guarda dos ejes de dos cuerpos rígidos alineados y permite un movimiento relativo de tornillo. Dos cuerpos rígidos limitados por un par en tornillo producen a un movimiento de translación a lo largo del eje y un movimiento rotativo. Por lo tanto, un par de tornillo quita cuatro de grados de libertad en el mecanismo espacial.  $DOF = 2$ .

### 2.3. CALCULO DE GRADOS DE LIBERTAD (ECUACION DE GRUEBLER )

En el plano La definición de los grados de libertad de un mecanismo es el número de movimientos relativos independientes entre los cuerpos rígidos. Por ejemplo, la Figura 2.11 muestra varios casos de un cuerpo rígido limitada por diferentes tipos de pares.



**Figura 2.11** Cuerpos Rígidos limitados por tipos diferentes de pares planar

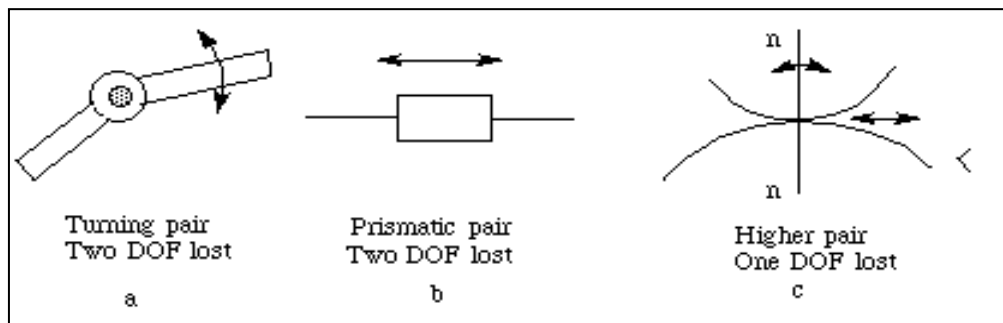
En la Figura 2.11.a, un cuerpo rígido limitado por un par de revolución que permite el movimiento giratorio único alrededor un eje. Tiene un grado de libertad, al alrededor del punto A. Los dos grados perdidos de libertad son movimientos de translación a lo largo de los ejes x, y.

En la Figura 2.11.b, un cuerpo rígido es limitado por un par prismático que permite un movimiento de translación. En dos dimensiones, tiene un grado de libertad, traducido a lo largo del eje x. En este ejemplo, el cuerpo ha perdido la capacidad para rotar sobre cualquier eje, y no puede mover a lo largo del eje y.

En la Figura 2.11.c, un cuerpo rígido es limitado por un par superior. Tiene dos grados de libertad: traducir a lo largo del superficie curvo y volviendo sobre el punto instantáneo de contacto.



En general, un cuerpo rígido en un plano tiene tres de grados de libertad. Los pares de cinemática son las limitaciones sobre cuerpos rígidos que reducen los grados de libertad de un mecanismo. La figura 2-11 muestra los tres de tipos de pares en mecanismo plano. Estos pares reducen el número de grados de libertad. Si nosotros creamos un par más inferior (Figura 2-11a,b), los grados de libertad se reducen a 2. Similarmente, si nosotros creamos un par superior (Figura 2-11c), los grados de libertad se reducen a 1.



**Figura 2.12** Cinemática en pareja en Mecanismos planos

Por lo tanto, nosotros podemos escribir la ecuación siguiente:

Donde :

$$F = 3(n - 1) - 2l - h$$

F = Grados totales de libertad en el mecanismo

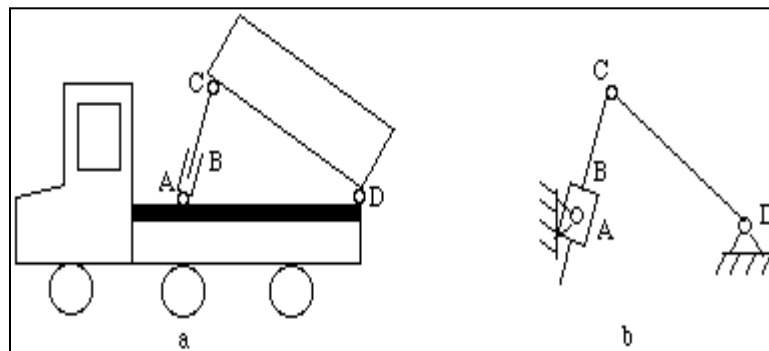
n = Número de eslabones (incluyendo el marco de referencia)

l = Número de pares inferiores

h = Número de pares superiores

Esta ecuación es también conocido como la ecuación de Gruebler's.

Ejemplo: Calcule los grados de libertad de los mecanismos mostrado en la Figura 2-14b. la figura 2.14a es una aplicación del mecanismo.



**Figura 2.13** Camión Basurero

$$n = 4$$

$$l = 4 \text{ (En A, B, C, D)}$$

$$h = 0$$

$$F = 3(4 - 1) - 2 \times 4 - 1 \times 0 = 1$$

En el espacio utilizaremos la siguiente fórmula  $F = 6(n - (L+h)-1) + \sum_{i=1}^n F_i$

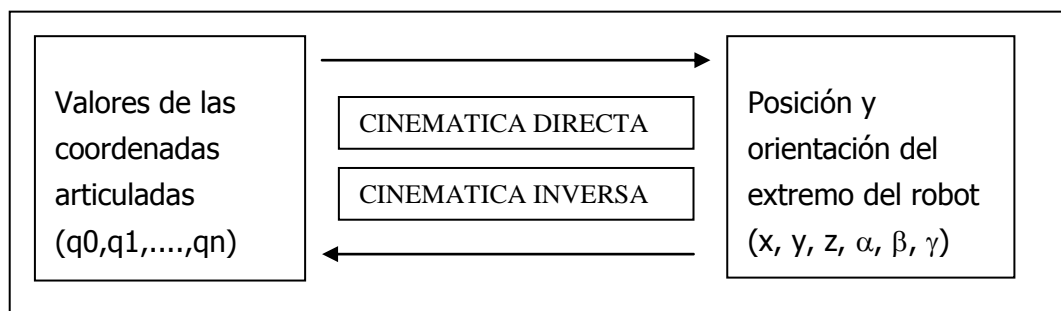
Donde  $F_i$  = número de grados de libertad de cada articulación  $i$ .

## 2.4. PROBLEMAS CINEMATICOS DE LOS ROBOTS

En el proceso de aprendizaje de conceptos de robótica, es necesario conocer las bases teóricas sobre las que se desarrollan las tareas de los robots móviles. Para esto se describen los conceptos básicos de Cinemática Directa, Cinemática Inversa y Planeación de Trayectorias para robots. El propósito es explicar de manera sencilla y básica los conceptos útiles para la interpretación de los programas que están disponibles en el Laboratorio Virtual de Robótica.

La cinemática del brazo del robot trata con el estudio analítico de la geometría del movimiento de un robot con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo como una función del tiempo sin considerar las fuerzas-momentos que originan dicho movimiento y en particular por las relaciones entre la posición y la orientación del extremo final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares.

- PROBLEMA CINEMATICO DIRECTO: Determinar la posición y orientación del extremo final del robot, con respecto a un sistema de coordenadas de referencia, conocidos los ángulos de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot
- PROBLEMA CINEMATICO INVERSO: Determinar la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas



**Figura 2.14** Relación entre cinemática directa e inversa

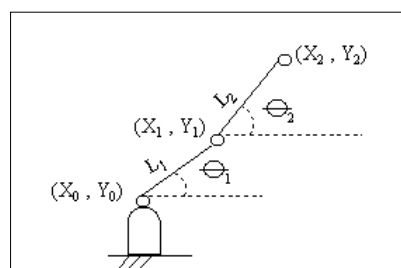
### 2.4.1. CINEMATICA DIRECTA DE UN ROBOT

Es necesario recordar que antes de llevar a cabo los cálculos de cinemática directa e inversa, se debe realizar el modelado del robot. Esto es una práctica común en el análisis de manipuladores robóticos, y debido a las muy variadas formas de los robots es difícil establecer modelos básicos, sin embargo, para llevar a cabo un correcto análisis y estudio de robótica de robots es necesario realizarlo.

El cálculo de cinemática directa se lleva a cabo mediante la multiplicación de las matrices de transformación. Los datos entregados a éstas matrices son propios del robot. Los valores de los ángulos que la interfaz requiere indican la rotación de los ejes y de las llantas. La cinemática directa encontrará las coordenadas x-y, y a las que llegará el robot. El cálculo de estas matrices es un formalismo matemático, sin embargo, al pasar por este proceso, el usuario tendrá una mejor visualización de la aplicación.

Se utiliza fundamentalmente el álgebra vectorial y matricial para representar y describir la localización de un objeto en el espacio tridimensional con respecto a un sistema de referencia fijo. Dado que un robot puede considerarse como una cadena cinemática formada por objetos rígidos o eslabones unidos entre sí mediante articulaciones, se puede establecer un sistema de referencia fijo situado en la base del robot y describir la localización de cada uno de los eslabones con respecto a dicho sistema de referencia. De esta forma, el problema cinemático directo se reduce a encontrar una matriz de transformación homogénea que relacione la posición y orientación del extremo del robot respecto del sistema de referencia fijo situado en la base del mismo. Para ello comenzaremos analizando el modelo de un robot planar con 2 grados de libertad, el cual permitirá comprender la generación de dichos enunciados.

#### ➤ METODO GEOMETRICO DIRECTO



**Figura 2.15** Matemática de un robot planar de 2 DOF

$L_1, L_2 = \text{CONSTANTES}$

$$X = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$Y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

Distancia entre dos puntos

$$L_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

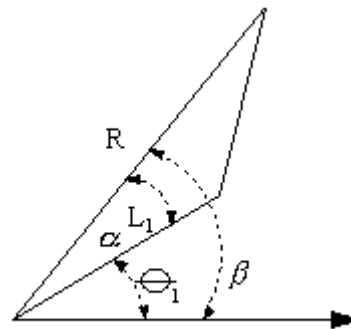
$$L_1 = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

El ángulo  $\alpha$  resultante con respecto a  $L_1$  esta dada por:

$$\tan \alpha = \frac{L_2 \sin \theta_2}{L_2 \cos \theta_2 + L_1}$$

$$\tan \beta = \frac{y(\text{ordenada})}{x(\text{abcisa})}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{[y(L_1 + L_2 \cos \theta_2) - xL_2 \sin \theta_2]}{[x(L_1 + L_2 \cos \theta_2) - yL_2 \sin \theta_2]}$$



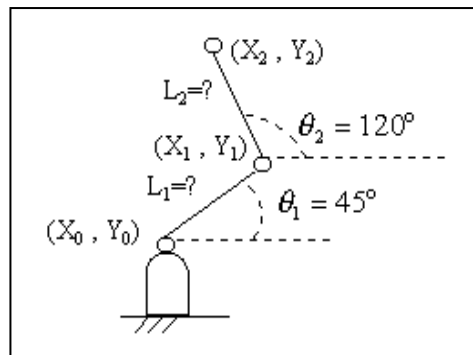
**Figura 2.16** Angulos en un manipulador de 2 DOF

Las ecuaciones anteriores tienen como objetivo desarrollar el movimiento de un manipulador. El desarrollo de Técnicas de Simulación permite representar la posición del brazo en incrementos de puntos infinitesimales, con relación a la base. Se definirá el manipulador del Robot utilizando 2 elementos básicos. Articulaciones y Enlaces con sus respectivos grados de libertad.

Un brazo de Robot con 2 grados de libertad que tiene los siguientes tiene por Datos:

$$\theta_1 = 45^\circ$$

$$\theta_2 = 120^\circ$$



**Figura 2.17** Ejemplo de Robot con 2 DOF

Si se sabe que las Coordenadas del efector final son:

$$X = 25 \text{ mts.}$$

$$Y = 15 \text{ mts.}$$

Encuentre las longitudes de sus elementos

Utilizando las fórmulas:

$$X = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$Y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$25 = L_1 \cos(45^\circ) + L_2 \cos(45^\circ + 120^\circ)$$

$$15 = L_1 \sin(45^\circ) + L_2 \sin(45^\circ + 120^\circ)$$

$$25 = L_1 (0.7071067) + L_2 (-0.9659258)$$

$$15 = L_1 (0.7071067) + L_2 (0.258819)$$

$$25 = 0.7071067L_1 - 0.9659258L_2$$

$$15 = 0.7071067L_1 + 0.258819L_2$$

Despejando de A)  $L_1$

$$L_1 = (25 + 0.9659258L_2) / 0.7071067$$

Sustituyendo en B)  $L_1$

$$15 = 0.7071067((25 + 0.9659258L_2) / 0.7071067) + 0.258819L_2$$

$$15 = 25 + 0.9659258L_2 + 0.258819L_2$$

$$15 = 25 + 1.2247448L_2$$

$$15 - 25 = 1.2247448L_2$$

$$1.2247448L_2 = -10$$

$$L_2 = -10 / 1.2247448$$

$$L_2 = -8.1649663 \text{ mts.}$$

Sustituyendo  $L_2$  en C)

$$L_1 = (25 + 0.9659258 * -8.1649663) / 0.7071067$$

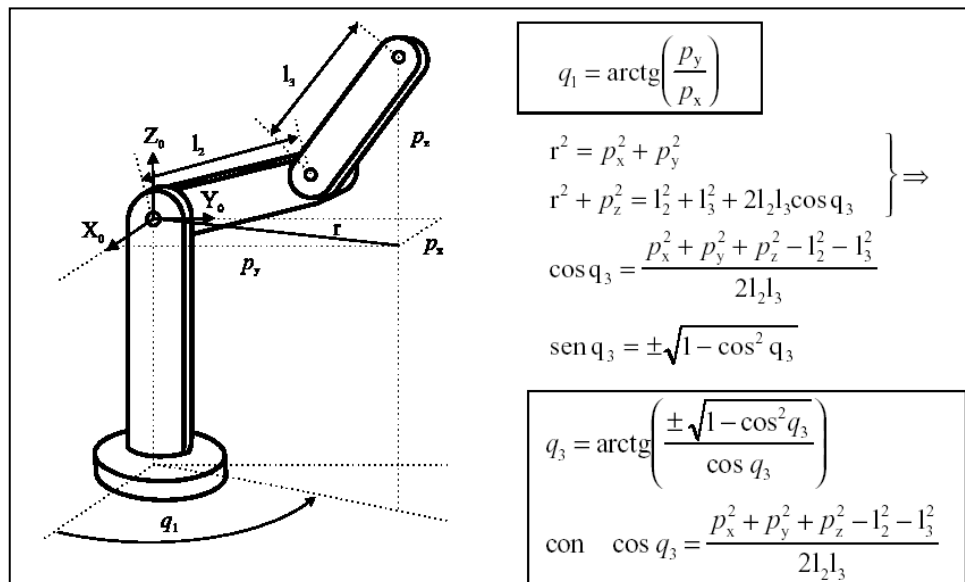
$$L_1 = 24.201791 \text{ mts.}$$

## 2.4.2. CINEMATICA INVERSA

### ➤ METODO GEOMETRICO

Este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad o para el caso de que se consideren solo los primeros grados de libertad, dedicados a posicionar el extremo.

El procedimiento en si se basa en encontrar suficiente numero de relaciones geométricas en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos.



**Figura 2.18** Brazo con Tres Grados de libertad

Para mostrar el procedimiento a seguir se va a aplicar el método a la resolución del problema cinemática inversa de un robot con 3 grados de libertad de rotación (estructura típica articular). El dato de partida son las coordenadas

$(p_x, p_y, p_z)$  referidas a  $(S_0)$  en las que se requiere posicionar su extremo. Como se ve este robot posee una estructura planar, quedando este plano definido por el ángulo de la primera variable articular  $q_1$ .

El valor de  $q_1$  se obtiene inmediatamente como:

$$q_1 = \arctg ( p_y / p_x )$$

Considerando ahora únicamente los dos elementos 2 y 3 que están situados en un plano y utilizando el teorema del coseno, se tendrá:

$$r^2 = (P_x)^2 + (P_y)^2$$

$$r^2 + (P_z)^2 = (I_2)^2 + (I_3)^2 + 2(I_2)(I_3)\cos q_3$$

$$\cos q_3 = (P_x)^2 + (P_y)^2 + (P_z)^2 - (I_2)^2 - (I_3)^2 / 2(I_2)(I_3)$$

Esta expresión permite obtener  $q_3$  en función del vector de posición del extremo P. No obstante, por motivos de ventajas computacionales, es más conveniente utilizar la expresión del arcotangente en lugar del arco seno.

Puesto que:

$$\sin q_3 = \pm (1 - \cos^2 q_3)^{1/2}$$

Se tendrá que:

$$q_3 = \arctg (\pm (1 - \cos^2 q_3)^{1/2} / \cos q_3)$$

$$\cos q_3 = (P_x)^2 + (P_y)^2 + (P_z)^2 - (I_2)^2 - (I_3)^2 / 2(I_2)(I_3)$$

Como se ve, existen dos posibles soluciones para  $q_3$  según se tome el signo positivo o negativo de la raíz. Estas corresponden a las configuraciones de codo arriba y codo abajo del robot.

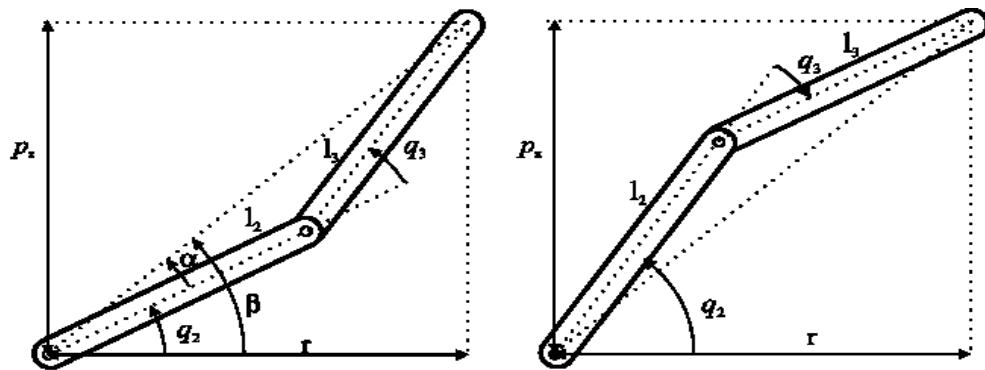


Figura 2.19 a) Configuración codo abajo b) Configuración codo arriba

El cálculo de  $q_2$  se hace a partir de la diferencia entre  $\beta$  y  $\alpha$ :

$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{P_z}{r}\right) = \arctg\left(\frac{P_z}{\pm \sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{l_2 \sin q_3}{l_1 + l_2 \cos q_3}\right)$$

$$q_2 = \beta - \alpha$$

Siendo:

$$\beta = \arctg (P_z / r) = \arctg (P_z / \pm ((P_x)^2 + (P_y)^2)^{1/2})$$

$$\alpha = \arctg (I_2 \sin q_3 / I_1 + I_2 \cos q_3)$$

$$q_2 = \arctg\left(\frac{p_z}{\pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}\right) - \arctg\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

Luego finalmente:

$$q_2 = \arctg\left(\frac{p_z}{\pm \left(\left(p_x\right)^2 + \left(p_y\right)^2\right)^{1/2}}\right) - \arctg\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

De nuevo los dos posibles valores según la elección del signo dan lugar a dos valores diferentes de  $q_2$  correspondientes a las configuraciones codo arriba y abajo.

Denavit y Hartenberg<sup>2</sup> (D-H) propusieron un método sistemático para descubrir y representar la geometría espacial de los elementos de una cadena cinemática, y en particular de un robot, con respecto a un sistema de referencia fijo. Este método utiliza una matriz de transformación homogénea para descubrir la relación espacial entre dos elementos rígidos adyacentes, reduciéndose el problema cinemática directo a encontrar una matriz de transformación homogénea 4 X 4 que relacione la localización espacial del robot con respecto al sistema de coordenadas de su base.

Por otra parte, la cinemática del robot trata también de encontrar las relaciones entre las velocidades del movimiento de las articulaciones y las del extremo. Esta relación viene dada por el modelo diferencial expresado mediante la matriz Jacobiana

## 2.5. PLANIFICACION DE TRAYECTORIAS DEL ROBOT

Se establece un universo virtual en el cual se llevan a cabo las tareas de robótica. se utilizará una vista superior en dos dimensiones para tener una perspectiva de la trayectoria que desarrollará el robot.

Se crea como muestra para el desarrollo de universos virtuales de manufactura, dando un contexto adecuado a las tareas de robótica y control. De esta manera, se realizan cálculos, de posición (cinemática directa), ángulo (cinemática inversa) y coordenadas (planeación de trayectorias), dentro de un ambiente que establece al usuario en su

---

<sup>2</sup> Denavit y Hartenberg (1955) pioneros en la utilización de matrices en la robótica



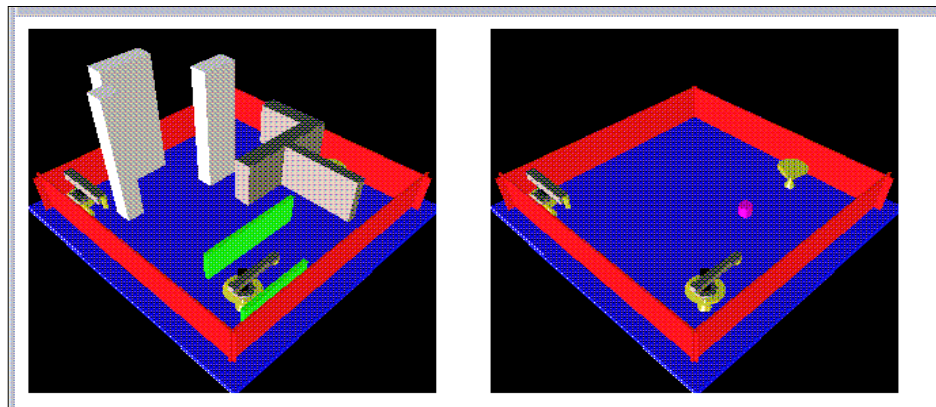
espacio y genera una realidad virtual dentro de la cual el usuario estará experimentando. Los universos están formados por:

Paredes: Que acotan el espacio virtual tridimensional.

Superficie: Que establece el plano sobre el que están los objetos.

Obstáculos: Que se encuentran dentro del espacio de trabajo.

UTN-MASTER1: Que es el objeto que se desplaza sobre la superficie entre los obstáculos.



**Figura 2.20** Universos Virtuales de Manufactura

El objetivo de este proyecto es construir planeadores de caminos para robots, evitando colisiones con los obstáculos sin salirse del espacio acotado por las paredes y obteniendo la menor distancia posible en el camino. Se construyeron dos planeadores de trayectorias:

- Planeador de Trayectorias mediante Algoritmo de Recocido Simulado.
- Planeador de Trayectorias mediante Algoritmo de Búsqueda A\*.

En el planeador de trayectorias que utiliza el algoritmo de *Recocido Simulado*<sup>3</sup> se utilizan curvas para trazar la trayectoria y el algoritmo de recocido simulado para optimizar dicha curva.

En el segundo planeador de trayectorias que utiliza el algoritmo A\*, es necesario expandir los obstáculos, calcular el *Espacio C*<sup>4</sup> y tener una red donde se pueda realizar una búsqueda.

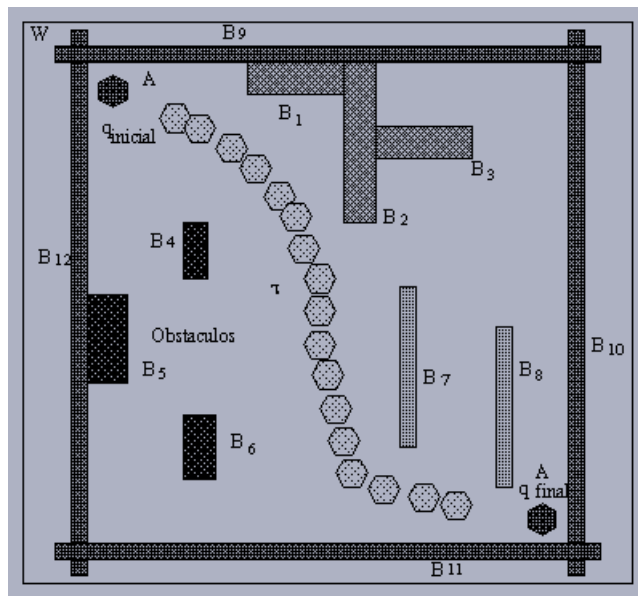
<sup>3</sup> Ulloa 1994

<sup>4</sup> Latombe 1991

El problema de planeación de trayectorias consiste en:

Dada una posición inicial y una orientación y una posición final y su respectiva orientación de  $A$  en  $W$ , se debe obtener una trayectoria especificando una secuencia de posiciones y de orientaciones evitando contacto con los  $B_i$ , comenzando con la posición y orientación inicial y terminando en la posición final y su correspondiente orientación. Se asume que  $W$  y los obstáculos  $B$  son polígonos fijos y  $A$  es un polígono móvil con fija.

Se asume que el robot es el único objeto móvil en el espacio de trabajo y se ignoran las propiedades dinámicas del robot.



**Figura 2.21** Problema de Planeación de Trayectorias

### 2.5.1. ALGORITMO RECOCIDO SIMULADO

Consiste en trazar una línea recta entre punto inicial y final. Esta línea recta es perturbada en cada uno de sus puntos de control para modificarla, ocasionando que se adopte una curva con un menor costo, este costo está en función de la proximidad con los obstáculos, la longitud del arco y la distribución de los puntos.

Planeación de trayectorias mediante el Algoritmo de Recocido Simulado la trayectoria será definida como una curva B-spline, construida mediante el método de optimización de recocido simulado; definida en un espacio-C en el cual existen obstáculos fijos. La trayectoria deberá estar libre de colisiones con obstáculos. La planeación de la trayectoria

a seguir por el ROBOT fue generada por el algoritmo de recocido simulado. El usuario de manera simple puede seleccionar el punto inicial y el punto final de la trayectoria a trazar mediante la fijación de coordenadas en las que el objetivo se encuentra. La interfaz genera una gráfica de dos dimensiones. El proceso para generar la trayectoria está indicado en un archivo de inicialización de la interfaz, de manera que el usuario puede utilizar la siguiente secuencia:

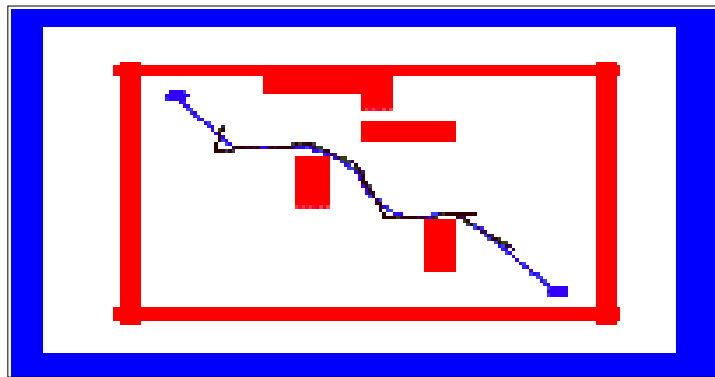
**Definir:** Define el espacio bidimensional en el cual se va a trazar la trayectoria. En el que se aprecia desde una vista superior el universo en el cual se trazan las rutas en un sistema cuadrulado.

**Puntos Iniciales:** Permiten al usuario modificar las coordenadas x-y de los puntos inicial y final. Con dos pequeños cuadros de color verde y rojo correspondientes a las posiciones de los puntos inicial y final, y un conjunto de puntos que trazan la trayectoria desde el punto inicial al punto final, la cual describe el vector inicial de puntos de control de la curva.

**Planeación:** dos variables correspondientes a la posición en X y Y. se encargan de controlar que el ROBOT no abandone la trayectoria o que se salga del área de trabajo delimitada por el plano mediante las coordenadas del objetivo.

**Recorrido:** Muestra la sucesión de las posiciones que alcanza el robot a lo largo de la trayectoria encontrada. Si el robot está libre de colisiones con los obstáculos, quiere decir que se encontró una trayectoria adecuada para realizar un seguimiento en el universo virtual.

El objetivo es encontrar una trayectoria adecuada en el universo, para que el robot pueda desplazarse a lo largo de ella. Este algoritmo utiliza una función de generación de números aleatorios mediante los cuales la curva B-spline es perturbada, debido a esto, el esquema es dependiente de condiciones heurísticas y de un largo tiempo de procesamiento. Tomando en cuenta estas condiciones es necesario repetir el proceso hasta encontrar una curva optimizada que cumpla con la evasión de los obstáculos.



**Figura 2.22** Ruta que Resulta del Algoritmo de Recocido Simulado

### 2.5.2. ALGORITMO DE BUSQUEDA A\*

El segundo método utilizado para la planeación de trayectorias está compuesto de una secuencia de posiciones para un robot de características poligonales. Para la planeación de movimientos, se implementó el algoritmo de estacas con distribución uniforme y para la búsqueda del mejor camino desde un punto inicial a un punto final, se utilizó el algoritmo de búsqueda A\*, utilizando como heurística la distancia, dándole menos peso a la distancia entre ángulos.

La Planeación del movimiento de un robot en un espacio con obstáculos es un problema complejo que requiere grandes tiempos de procesamiento. Se presenta una implementación de la planeación del camino para un robot en un cuarto con obstáculos haciendo las siguientes simplificaciones: el robot puede definirse por un círculo con una línea; el cuarto es un plano bidimensional que permite definir rutas mediante cuadrados.

El procedimiento de planeación puede dividirse en cuatro etapas principales:

#### a) Definición del espacio

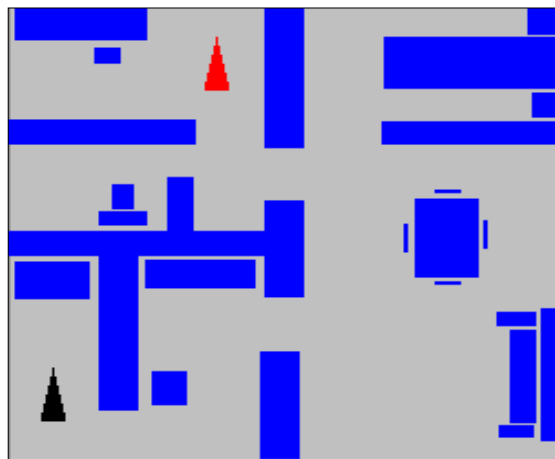
Para la Definición del Espacio se utilizan las primitivas de dibujo para establecer las rutas, para definir la forma del robot y para dibujar los obstáculos expandidos. Tales primitivas son:

Punto: Se define especificando su coordenada.

Línea: Se define especificando una coordenada inicial y una final.

Polígono convexo: Se define especificando una figura geométrica que puede tener cualquier cantidad de lados, para este caso específico se ha tomado cuadrados. Todos los polígonos utilizados son cuadrados.

El Gráfico muestra un cuarto con obstáculos generado con estas primitivas. Todos los polígonos azules representan los obstáculos. El triángulo rojo representa la posición inicial del robot y el triángulo negro representa la posición final del robot.



**Figura 2.23** Cuarto con Obstáculos

**b)** Expansión de obstáculos para generar espacio-c

El Espacio-C se utiliza para convertir al robot en un punto que se mueve en un espacio bidimensional. Este preprocesamiento se realiza fuera de línea. El procedimiento consiste en expandir los obstáculos en proporción al robot. De esta forma, la planeación de movimientos para un robot es la planeación de un punto en el espacio de configuraciones del robot.

Un espacio (plano bidimensional) que contenga un robot (cualquier polígono) y una serie de obstáculos (cualquier polígono), se puede clasificar de la siguiente manera: un espacio libre, que es la parte del espacio donde el robot puede colocarse, y un espacio con obstáculos (Espacio-C), que representa los lugares donde el robot no puede estar, debido a la presencia de obstáculos. Si se toma como referencia un punto sobre el robot (por ejemplo, su centro de masa ó uno de sus vértices), y se mueve al robot en todas sus posibles posiciones, entonces se crea un espacio donde este punto puede moverse libremente.

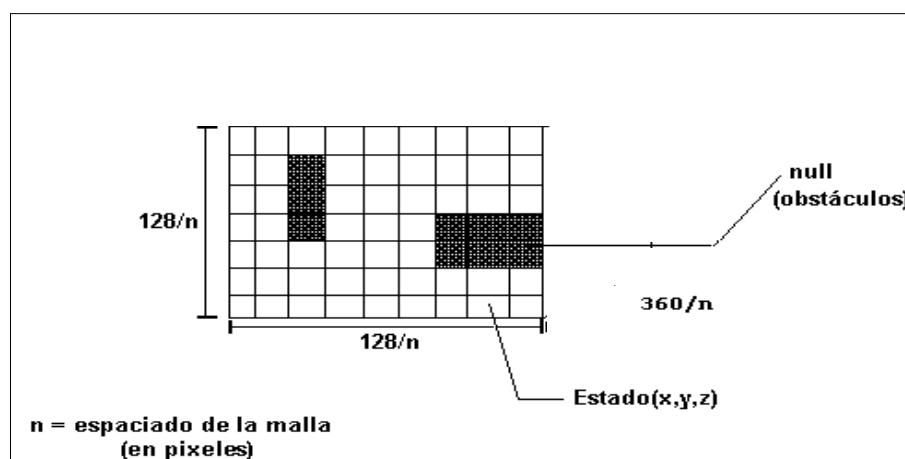
Así, se puede representar el problema del cuarto con obstáculos como un cuarto donde el robot es un punto, y los obstáculos se han expandido de acuerdo a la forma del robot y al punto de referencia seleccionado.

El Espacio-C es aquel que se forma una vez que se han generado todos los obstáculos expandidos para todas las posibles posiciones de rotación que pueda tomar un robot. Una vez generado, el robot se puede considerar como un punto que se mueve a través de un espacio bidimensional con obstáculos.

### c) Construcción de una red de búsqueda

Se forma una malla en el espacio de búsqueda bidimensional, colocando puntos (o estacas) a intervalos fijos y uniéndolos entre sí. Se verifica que las estacas y sus uniones se encuentren en espacio libre.

La planeación de movimientos se basa en el método de las estacas. Se construye una malla en el espacio de búsqueda bidimensional colocando puntos (estacas) a intervalos fijos. El diseño incluye el vaciado de la información del Espacio-C en una matriz bidimensional que en un principio es una matriz vacía (con tamaño dependiente del espaciado de la malla que se escoja). Para colocar las estacas se recorre la matriz y si hay espacio libre en el Espacio-C se introduce un nodo en la matriz en su coordenada correspondiente. Se escoge el nodo más próximo a los puntos inicial y final del robot los cuales serán el origen y la meta del algoritmo A\* que se basa en la matriz de nodos o estados del Espacio-C.



**Figura 2.24** Matriz de Estados Utilizada en la Red de Búsqueda

Para interconectar los puntos sobre la malla, se asignan sucesores ó vecinos a cada punto. Los posibles sucesores de cada estado (representado por un punto) se obtienen de analizar los 4 vecinos del punto (esto incluye: arriba, abajo, derecha e izquierda) que para seleccionar los que estén libres en el Espacio-C.

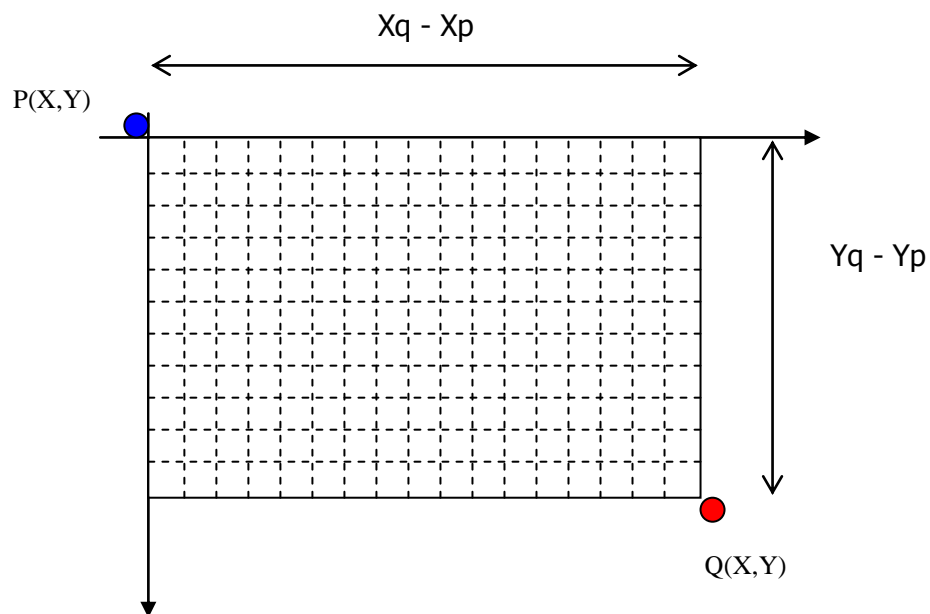
**d) Búsqueda sobre la red**

La posición inicial y final se conectan con sus respectivos nodos y se realiza una búsqueda en la red. Para esto, se implementó el algoritmo de búsqueda A\*, que utilizó la heurística de la distancia dándole menos peso a la distancia entre ángulos.

Una vez que se formó la red de nodos, se realiza una búsqueda en la red. Para ello, se seleccionan 2 puntos, uno como estado inicial y el otro como estado final. La mejor heurística es la distancia desde el nodo en cuestión a la meta, otorgándole menor peso a la distancia entre ángulos:

$$\text{Objetivo } (p,q) = |x_q - x_p| + |y_q - y_p|$$

donde  $P=(x_p, y_p)$



**Figura 2.25** Esquema de la Distancia del Nodo Cuestión a la Meta





articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot. La cinemática inversa determina la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas.

En el planeador de trayectorias que utiliza el algoritmo de Recocido Simulado se utilizan curvas para trazar la trayectoria y el algoritmo optimiza dicha curva.

En el planeador de trayectorias que utiliza el algoritmo A\*, es necesario expandir los obstáculos, calcular el Espacio C y tener una red donde se pueda realizar una búsqueda.

#### 📖 LIBROS

- **K.S. FU, R.C. GONZALES, C.S.G. LEE** (1988) "ROBOTICA: Control, detección, visión e inteligencia", Edi. McGRAW-HILL, Madrid España.
- **TORRES F, PUMARES J, GIL P, PUENTES S, ARACICLR** (2003) "Robot y sistemas sensoriales" Edi. PRENTICE HALL, Madrid.

#### 🌐 INTERNET

- [www.mechanismos.com](http://www.mechanismos.com)
- [www-cia.mty.items.mx/redII/trayectorias1.html](http://www-cia.mty.items.mx/redII/trayectorias1.html)
- [www.todorobot.com.ar](http://www.todorobot.com.ar)
- [www.superrobotica.com](http://www.superrobotica.com)

<b><i>CAPITULO II</i></b> .....	<b>17</b>
<b><i>LOCOMOCION DE SISTEMAS ROBOTICOS</i></b> .....	<b>17</b>
<b>2.1. GRADOS DE LIBERTAD</b> .....	<b>18</b>
2.1.1.    ESLABONES, JUNTAS Y TIPOS DE MOVIMIENTO .....	18
2.1.2.    GRADOS DE LIBERTAD DE UN CUERPO RIGIDO.....	19
<b>2.2. LIMITACIONES DE CINEMATICA</b> .....	<b>20</b>
2.2.1.    PARES INFERIORES EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO .....	21
<b>2.3. CALCULO DE GRADOS DE LIBERTAD (Ecuación de Gruebler )</b> .....	<b>24</b>
<b>2.4. PROBLEMAS CINEMATICOS DE LOS ROBOTS</b> .....	<b>26</b>
2.4.1.    CINEMATICA DIRECTA DE UN ROBOT .....	27
2.4.2.    CINEMATICA INVERSA .....	30
<b>2.5. PLANIFICACION DE TRAYECTORIAS DEL ROBOT</b> .....	<b>32</b>
2.5.1.    ALGORITMO RECOCIDO SIMULADO .....	34
2.5.2.    ALGORITMO DE BUSQUEDA A* .....	36
<b>2.6. NOTAS BIBLIOGRAFICAS</b> .....	<b>40</b>