UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

TEMA:

INCIDENCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LOS TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD FÍSICOMATEMÁTICO DE LOS COLEGIOS "IBARRA" Y UNIVERSITARIO UTN DE LA PROVINCIA DE IMBABURA; Y, CARLOS MARTÍNEZ ACOSTA Y MARIO OÑA PERDOMO DE LA PROVINCIA DEL CARCHI EN EL AÑO LECTIVO 2010-2011. PROPUESTA ALTERNATIVA.

Trabajo de Grado previo a la obtención del Título de Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialidad de Física Matemática

AUTORAS:

Chulde Ruano Mayra Alexandra

Morillo Cadena Mirian Margarita

DIRECTOR:

Msc. Juan Almendáriz

Ibarra - 2012

ACEPTACIÓN DEL DIRECTOR

En calidad de Director de la Tesis Titulada "INCIDENCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LOS TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD FÍSICO MATEMÁTICO DE LOS COLEGIOS "IBARRA" Y UNIVERSITARIO UTN DE LA PROVINCIA DE IMBABURA; Y, CARLOS MARTÍNEZ ACOSTA Y MARIO OÑA PERDOMO DE LA PROVINCIA DEL CARCHI EN EL AÑO LECTIVO 2010-2011" de las señoritas Mayra Alexandra Chulde Ruano y Mirian Margarita Morillo Cadena**,** estudiantes de Licenciatura en Ciencias de la Educación, Especialidad Física y Matemáticas, considero que el presente informe de investigación reúne todos los requisitos para ser sometido a la evaluación del Jurado Examinador que el Honorable Consejo Directivo de la Facultad designe.

Ibarra, Abril 2012.

____

MAGÍSTER JUAN ALMENDÁRIZ

DEDICATORIA

A nuestras familias

Por su permanente y decidido apoyo; Porque

han relegado sus propias necesidades

Para centrar sus esfuerzos en nuestra formación profesional.

Mayra Alexandra Chulde Ruano   Mirian Margarita Morillo Cadena

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Técnica del Norte y la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología, sus autoridades y personal docente, por permitirnos ingresar en sus aulas para consolidar nuestro futuro y hacer una carrera.

Al Magíster Juan Almendáriz, Director de Tesis. Con sus vastos conocimientos y dedicación, condujo ésta, ofreciéndonos las pautas para su elaboración de manera pedagógica y didáctica.

Mayra Alexandra Chulde Ruano Mirian Margarita Morillo Cadena

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN

Desarrollar el pensamiento abstracto en los y las estudiantes del tercer año de bachillerato en la especialidad de Física y Matemáticas de los Colegios “Ibarra” y Universitario “UTN” de la provincia de Imbabura; y, “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia de El Carchi, constituyó un reto y un esfuerzo constante y creativo, dada la trascendencia en el contexto integral de vida de los jóvenes adolescentes y el interés formativo que representa para el docente especializado en el área. El tratamiento de la disciplina de Matemática en la actualidad, si bien busca innovaciones y transformaciones, ha demostrado profundas debilidades al momento de evaluar sus resultados.-Los bachilleres egresan con bajos niveles de conocimientos, escaso dominio de competencias que les dificulta sobremanera lograr el ingreso a las universidades.-Desde la concepción del proyecto de investigación, la recolección de la información que confirmó la existencia del problema, la estructuración del marco teórico y la determinación del marco metodológico, permitieron ir clarificando la situación.- Se comprobó, por ejemplo, que El proceso educativo en la disciplina de Matemática, centrado en contenidos, limitado a la repetición y a la memoria, limita la construcción, la exploración, la experimentación, comprobación y la apropiación de aprendizajes significativos; consecuentemente confiere conocimientos transitorios en entornos limitados, no saberes y actuaciones en multicontextos que impiden el desarrollo del intelecto en escenarios autonómicos diversos.- Aunque los docentes consideran que es posible desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes a través de su trabajo en la disciplina de Matemáticas, reconocen que no siempre obtienen resultados satisfactorios, para desarrollar habilidades de síntesis, comprensión, deducción y análisis; aceptando también que los estudiantes son poco competentes para la resolución de problemas matemáticos de acuerdo con los bloques curriculares del curso. Es evidente que los resultados de aprendizaje y abstracción no alcanzan el nivel de calidad necesario para emprender nuevos retos de formación profesional o de actuación en contextos de la vida diaria.-Por esta razón, se impuso la formulación de una propuesta que incorpore estrategias alternativas para el desarrollo del pensamiento abstracto, capacidad de reflexión, análisis y síntesis, útiles para la vida y posibles de aplicar en un contexto generalizado.

SUMMARY

Develop abstract thinking in the students of third year high school specializing in Physics and Mathematics for Schools "Ibarra" and University "UTN" of the province of Imbabura, and, "Carlos Acosta Martinez" and "Mario Perdomo Oña "The province Carchi, was a challenge and a constant effort and creative, given the importance in the context of life full of young adolescents and the interest it represents for training specialist teachers in the area. The treatment of the discipline of mathematics today, while looking for innovations and changes, has shown serious weaknesses when evaluating their Results.-high school graduates graduate with low levels of knowledge, lack of mastery of competencies that makes it extremely difficult to gain entry universidades.-Since the conception of the research project, gathering the data that confirmed the existence of the problem, structuring the theoretical and methodological framework for determining the allowed can clarify the situation. - was found, for example, The educational process in which the discipline of mathematics, focusing on content, repeat and limited memory, limited construction, exploration, experimentation, testing, and the appropriation of significant learning, and consequently gives sandboxes transient knowledge, not knowledge and actions that hinder the development multicontextos the intellect in various regional scenarios. - Although teachers believe it is possible to develop abstract thinking in their students through their work in the discipline of mathematics, recognize that not always obtain satisfactory results for develop synthesis skills, comprehension, inference and analysis; also agree that students are less competent to solve mathematical problems according to the course curriculum blocks. Clearly, the results of learning and abstraction do not reach the level of quality necessary to undertake new challenges for vocational training or action in contexts of life-diaria. Therefore, won the formulation of a proposal to incorporate alternative strategies for development of abstract thinking, capacity for reflection, analysis and synthesis, useful life and possible to implement in a general context.

INTRODUCCIÓN

El Tema de Investigación presentado en este Informe: Incidencia del desarrollo del pensamiento abstracto en el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de los terceros años de bachillerato de la especialidad Físico matemáticas de los colegios “Ibarra” y universitario UTN de la provincia de Imbabura; y,”Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia de El Carchi en el año lectivo 2010-2011”, está estructurado, de acuerdo con las especificaciones dispuestas por la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte, por capítulos.

El Informe Final describe el proceso cumplido que inicia en el Capítulo I con el marco contextual del problema, las generalidades, objetivos y justificación.

El Segundo Capítulo corresponde al Marco Teórico que permite aclarar y presentar el contenido científico del Proceso de Enseñanza Aprendizaje y del tema particular del desarrollo del pensamiento abstracto.

El Tercer Capítulo describe el marco metodológico cumplido en el proceso de investigación, los métodos, las técnicas e instrumentos así como la determinación de la población de estudio.

En el Cuarto Capítulo se hace el análisis y procesamiento de los resultados de la información obtenida mediante la aplicación de los instrumentos.

El Quinto Capítulo define las conclusiones y elabora las recomendaciones de la investigación.

El Sexto Capítulo es la Propuesta Alternativa de Solución. El planteamiento de los objetivos, la justificación, desarrollo, impactos y validación de la propuesta.

El desarrollo de la propuesta propone un trabajo de aula interdisciplinario para el desarrollo de habilidades y destrezas de lógica, reflexión, análisis, síntesis y abstracción matemática, de utilidad práctica y funcional en el contexto de vida de los estudiantes.

La intención delas investigadoras, no es la de encontrar soluciones definitivas sino mostrar con sencillez un proceso que puede ser válido en la formación personal del grupo de estudiantes investigados, mejorar su autoestima y valoración personal y activar su deseo de superación.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

El desarrollo del pensamiento abstracto, fue una gran aportación de los grandes pensadores griegos que llevó, a partir del propio Aristóteles, a la estructuración de reglas o leyes que garanticen la veracidad de un razonamiento lógico. Es lo que se conoce en la actualidad como “la revolución del pensamiento abstracto”.

La complejidad de los problemas que determinan la existencia del pensamiento en el ser humano, reafirma su desarrollo como forma superior de la actividad cognoscitiva e implica una actividad global del sistema cognitivo con intervención de los mecanismos de memoria, atención, procesos de comprensión, aprendizaje, entre otros. Es una experiencia interna e intrasubjetiva.

El proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, está llamado a ser unainteracción dinámicaque integre acciones dirigidas a la instrucción, al desarrollo del pensamiento ya la formación del estudiante, a fin de prepararlo para enfrentar y resolver eficazmente, situaciones de contexto en la vida diaria.

Este es el reto de la educación actual; sin embargo, no es precisamente la realidad permanentemente cuestionada por la sociedad y evidente en los profundos cambios que se están haciendo al proceso educativo, fundamentados en el establecimiento de una actualización del diseño curricular y la vigencia de un nuevo marco jurídico que impone reformas sustanciales al trabajo docente, relacionados con: una mayor dedicación de tiempo a la investigación, a la planificación micro curricular, a la especialización profesional del maestro, su permanencia en el campo escolar, atención preferente a las necesidades de los estudiantes, vinculación directa con la comunidad y sobre todo un sistema de evaluación directamente relacionado con el mejoramiento de sus condiciones de vida buscando impulsar los cambios que la realidad actual exige para el surgimiento de una nueva sociedad desarrollada y competitiva, con habilidades, capacidades y competencias intelectuales valiosas, como elementos proactivos, participativos e intervinientes exitosos del aparato productivo nacional y del crecimiento potencial del Estado en un contexto internacional.

La idea del proyecto es comenzar desde las realidades institucionales del entorno. Así, se han seleccionado a los y las estudiantes del tercer año de Bachillerato de la especialización Físico Matemáticas de los Colegios: Universitario UTN y el Colegio Ibarra, en la provincia de Imbabura; el Colegio Carlos Martínez Acosta y Mario Oña Perdomo de la provincia del Carchi. Cuatro establecimientos educativos de tradición y prestigio, con una larga trayectoria social en la formación de bachilleres en las especializaciones de Ciencias, en los que se espera realizar el estudio que determine el nivel de desarrollo del pensamiento abstracto de los estudiantes del tercer año de Bachillerato en Ciencias Físico Matemáticas, considerando que constituye un problema recurrente a nivel general en las instituciones educativas, el hecho de que egresan de los Colegios apreciables porcentajes de bachilleres que no han desarrollado a plenitud sus capacidades intelectuales y que enfrentan serios de aptitudes para la continuación de sus estudio.

Es, por lo tanto, una demanda de la sociedad actual, el corregir este hecho; y, en esta meta, el desarrollo del pensamiento abstracto resulta imprescindible, el fortalecimiento de las habilidades, destrezas y capacidades humanas y profesionales de los individuos son, por definición, el fin último de la educación. Únicamente cuando se logre un nivel desarrollador del aprendizaje que transforme mediante la educación la mente, el cuerpo y el espíritu de los seres humanos, estaremos hablando de un verdadero proceso sistemático de formación social con reales posibilidades de éxito.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Por definición, el pensamiento abstracto “es la capacidad de deducir, sintetizar, interpretar, analizar los fenómenos que nos afectan”.Partiendo de este concepto, se ha analizado el bajo desarrollo de la capacidad de los estudiantes de los terceros años de bachillerato para razonar abstractamentetransitando, observando detalles y particularidades de los fenómenos a la vez y valorando multitud de funciones; procesar problemas simultáneos, definir prioridades y dar respuesta(acertada o no) a diversas tareas.

El tratamiento de la disciplina de Matemática en la actualidad, si bien busca innovaciones y transformaciones, ha demostrado profundas debilidades al momento de evaluar sus resultados. Los bachilleres egresan con bajos niveles de conocimientos, escaso dominio de competencias que les dificulta sobremanera lograr el ingreso a las universidades.

La evaluación piloto en el área de Matemática, que hiciera el Ministerio de Educación a los estudiantes de los séptimos años de educación general básica y terceros años de bachillerato en las distintas especialidades, comprobó fehacientemente que en promedio, los y las estudiantes obtienen rendimientos regulares que no son suficientes y menos ideales para continuar su formación.

La aspiración vocacional de los estudiantes del tercer año de Bachillerato en Ciencias Físico Matemáticas, se orienta hacia profesiones científicas y humanistas cuyo ejercicio requiere necesariamente el dominio de competencias de comprensión, acción, ejecución e intervención y una capacidad de abstracción que posibilite su desempeño exitoso. Por lo tanto, su perfil de ingreso de carrera requiere el dominio de competencias y desarrollo intelectual suficiente para transitar con éxito en la formación profesional y no enfrentar el fracaso.

El proceso educativo en la disciplina de Matemática, centrado en contenidos, limitado a la repetición y a la memoria, limita la construcción, la exploración, la experimentación, comprobación y la apropiación de aprendizajes significativos; consecuentemente confiere conocimientos transitorios en entornos limitados, no saberes y actuaciones en multicontextos que impiden el desarrollo del intelecto en escenarios autonómicos diversos.

¿Qué porcentaje de los bachilleres egresados de los Colegios Universitario UTN e Ibarra, en la provincia de Imbabura; del Colegio Carlos Martínez Acosta y Mario Oña Perdomo de la provincia del Carchi, han logrado culminar sus estudios con éxito y convertirse en profesionales idóneos en el ejercicio? Sin duda muchos lo han logrado; preocupan, sin embargo, los casos de jóvenes bachilleres que no han logrado ingresar a las Universidades porque no superaron los exámenes de admisión y que deberán escoger Universidades particulares o cambiar sus aspiraciones vocacionales. Este es un hecho evidente y público, reiterativo en época de inicios de periodos académicos. No todos los bachilleres se encuentran en condiciones de continuar sus estudios superiores, así lo demuestra también el INEC en los datos de población por niveles de educación.

En esa población estudiantil, que egresará del Bachillerato, es, precisamente, en la que el presente proyecto aspira intervenir, con la búsqueda de soluciones prácticas que disminuyan el fracaso o la mediocridad de la formación y el ejercicio profesional.

1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Con los antecedentes expuestos, se formula el siguiente problema de investigación:

¿Cómo desarrollar el pensamiento abstractoy el aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de los terceros años debachillerato de la especialidad de Físico Matemático de los colegios "Ibarra" y Universitario "UTN" de la provincia de Imbabura;"Carlos Martínez Acosta" y "Mario OñaPerdomo" de la provincia del Carchi en el año lectivo 2010-2011?

1.4. DELIMITACIÓN

1.4.1. Espacial

La investigación se realizará en cuatro colegios de las provincias de Imbabura y Carchi.

- Colegio Universitario "UTN"
- Colegio Nacional" Ibarra"
- Colegio Nacional "Carlos Martínez Acosta"
- Colegio Nacional "Mario Oña Perdomo"

1.4.2. Temporal

La presente investigación se desarrollará durante el periodo lectivo 2010-2011.

1.5. OBJETIVOS

1.5.1. Objetivo General

Determinar el nivel de desarrollodel pensamiento abstracto y el aprendizaje de la Matemática, de los estudiantes de los terceros años de Bachillerato de la Especialidad de Física y Matemática de los colegios "Ibarra" y Universitario UTN, de la provincia de Imbabura y "Carlos Martínez Acosta" y "Mario Oña Perdomo" de la provincia del Carchi, en el periodo académico 2010-2011.

1.5.2. Objetivos Específicos

- Diagnosticar el nivel de abstracción de los estudiantes de los terceros años de bachillerato en la especialidad de Física y Matemática, y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática.

- Relacionar el nivel de abstracción y el aprendizaje de las Matemática alcanzado por los estudiantes de tercer año de Bachillerato en la especialidad de Física y Matemática de los Colegios.

- Estructurar los fundamentos teóricos y científicos que sustenten el tema de investigación.

- ❖ Diseñar Estrategias Didácticas Alternativas que fortalezcan la habilidad de desarrollar el pensamiento abstracto en los estudiantes de las instituciones investigadas.

- ❖ Socializar las estrategias didácticas alternativas con los y las estudiantes de los colegios incluidos en la investigación.

1.6. JUSTIFICACIÓN

Los estudiantes de los últimos años de secundaria tienen la edad idónea para aprender a pensar en forma abstracta y formal; pero no todos llegan a dominar esta capacidad. Evidentemente, es deseable llegar a pensar con la mayor claridad posible en este mundo contemporáneo tan competitivo, globalizado y enfocado a la información, su comprensión y su procesamiento.De ahí la necesidad de desarrollaruna metodología en la que el maestro de matemática de los últimos años de bachillerato, ayude al estudiante a acostumbrarse a pensar formalmente.

El tipo de pensamiento propuesto en este estudio es el lógico, matemático y científico; que los adultos manejan cotidianamente y quelos estudiantes deberían haber consolidado en esta etapa de su formación.

Se propone realizar una investigación que considere la determinación del nivel de abstracción y el desarrollo de esta capacidad en los estudiantescon el propósito de intervenir sustentar el trabajo realizado con el fin de lograr que los estudiantes realicen un pensamiento abstracto, independiente, crítico y capaz de ascender a lo mejor de la cultura y el conocimiento universal.

Esta investigación beneficiará a los estudiantes de los terceros años de Bachillerato de los Colegios Universitario “UTN”,“Ibarra” de la provincia de Imbabura y “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia del Carchi, en tanto les permitirá alcanzar mejores niveles de formación que favorecerá su desenvolvimiento en futuros escenarios.

La investigación es factible porque se cuenta con la colaboración de las autoridades y estudiantes, libre acceso a las instituciones educativas mencionadas; y, porque las autoras son estudiantes de Ciencias de la Educación en la especialidad de Física y Matemática que ademáscuentan con los recursos materiales y económicos necesarios para ejecutarla.

CAPITULO II

2.MARCO TEÓRICO

2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. 1. Fundamentación Epistemológica

2.1.1.1. Estructuralismo

Para FALIERES, Nancy y ANTOLIN, Marcela (2005) en Cómo Mejorar el Aprendizaje en el Aula y Poder Evaluarlo, en el estructuralismo:

> **“la matemática es una ciencia lógico deductiva y ese carácter es el que debe informar la enseñanza de la misma. La corriente filosófica estructuralista fundamenta sus raíces en la enseñanza de la geometría euclidea y en la concepción de la matemática como logro cognitivo caracterizado por ser un sistema deductivo cerrado y fuertemente organizado.”** *(P.p.14)*

La Matemática, por lo tanto, debe ser tratada en el proceso de enseñanza aprendizaje a los estudiantes, procurando desarrollar habilidades de razonamiento e interiorización de conceptos, contenidos y procesos con una visión sistémica y organizada que permita el logro de aprendizajes significativos. Es el principio fundamental de la reforma conocida con el nombre de Matemática Moderna.

2.1.1.2. Empirismo

Toma como punto de partida la realidad cercana al alumno, lo concreto. La enseñanza es básicamente utilitaria, los alumnos adquieren experiencias y contenidos útiles, pero carece de profundización y sistematización en el aprendizaje.

2.1.1.3. Racionalismo

Es una corriente filosófica formulada por René Descartes, que acentúa el papel de la razón en la adquisición del conocimiento, en contraste con el empirismo, que resalta el papel de la experiencia, sobre todo el sentido de la percepción.

Su creador pensaba que **"La geometría representaba el ideal de todas las ciencias y también de la filosofía. Mantenía que sólo por medio de la razón se podían descubrir ciertas verdades universales, evidentes en sí, de las que es posible deducir el resto de contenidos de la filosofía y de las ciencias. Manifestaba que estas verdades evidentes en sí eran innatas, no derivadas de la experiencia."** *(P.p.17)*

2.1.1.4. Realismo

Se profundiza y sistematiza en los aprendizajes, poniendo la atención en el desarrollo de modelos, esquemas, símbolos, etc. El principio didáctico es la reconstrucción o invención de la matemática por el alumno, así, las construcciones de los alumnos son fundamentales. Es una enseñanza orientada básicamente a los procesos.

2.1.1.5. La Resolución de Problemas

La heurística tenía por objeto el estudio de las reglas y de los métodos de descubrimiento y de la invención. La heurística moderna, inaugurada por Polya con la publicación de su obra Howtosolveit (Polya, 1945), trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones típicamente útiles en este proceso.

Según POLYA (2005), **"Tener un problema significa buscar de forma consciente, una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata."** *(P.p.145)*

BORASI, R. (2006), en su interés en mejorar la enseñanza de la resolución de problemas, utiliza los siguientes elementos estructurales para una tipología de problemas:

- **El contexto del problema, la situación en la cual se enmarca el problema mismo.**
- **La formulación del problema, definición explícita de la tarea a realizar.**
- **El conjunto de soluciones que pueden considerarse como aceptables para el problema.**
- **El método de aproximación que podría usarse para alcanzar la solución.** *(P.p. 18)*

Es decir, el proceso implica la ubicación en la realidad contextual del problema, el análisis de su causalidad y los factores que intervienen, la determinación de estrategias y puntos de orientación que permitan su intervención y solución para abordarlo con éxito.

Es ésta, la corriente con la que el tema de investigación se identifica, en tanto en el proceso de resolución de problemas subyace el razonamiento lógico y por lo tanto el pensamiento abstracto que facilitará la aplicación secuencial de sus elementos estructurales hasta encontrar el método apropiado para alcanzar la solución. Se considera que el método de la resolución de problemas tiene en sí, un enfoque globalizador de las corrientes precedentes ya que exige del estudiante la aplicación de las diferentes fases del aprendizaje: motivación, conocimiento, comprensión y aplicación.

2.1.2. Fundamentación Psicológica

2.1.2.1. El Aprendizaje Acumulativo de Gagné

Según GUTIÉRREZ, A. (Editor) (2001) Área de Conocimiento. Didáctica de la Matemática:

> **"Una teoría psicológica que quisiera dominar la enseñanza debería explicar por qué el aprendizaje sencillo facilitaba el más complejo. La lista de vínculos se establecía desde las tareas más fáciles a las más difíciles, sin embargo, no existía una teoría que explicase la dificultad psicológica de las diferentes tareas y por lo tanto, que explicase por qué si se aprendían primero los problemas más fáciles, se facilitaba el aprendizaje de los más difíciles."** *(P.p.21)*

El problema central aquí es la transferencia desde un aprendizaje a otro. Thorndike sugirió que tal transferencia podría ocurrir siempre que ambas tareas contuviesen elementos comunes (teoría de los elementos idénticos).

En su teoría, Gagné señala que las tareas más sencillas funcionan como elementos de las más complejas. Así al estar las tareas más complejas formadas por elementos identificables se posibilita la transferencia de lo sencillo a lo complejo.

La práctica educativa de la enseñanza de las matemáticas se centra, por lo tanto, en la ejecución y repetición de determinados ejercicios secuenciados, en pequeños pasos, que deben ser realizados individualmente y que más tarde se combinan con otros formando grandes unidades de competencia para el desarrollo de cierta habilidad matemática. No se presta importancia al significado durante la ejecución sino que se espera que sea al final de la secuencia, cuando el aprendiz adquiera la estructura que conforma la habilidad matemática. Se presta importancia principal al producto, respuesta de los alumnos, y no al proceso, cómo y por qué se ha dado la respuesta. En definitiva, existe poco o nulo interés en explorar las estructuras y los procesos cognitivos.

2.1.2.2. La Ciencia Cognitiva

Según FREUDENTHAL, (1991) **"La cognición no comienza con los conceptos, sino todo lo contrario, los conceptos son el resultado del proceso cognitivo. Las matemáticas, más que ningún otro dominio científico, permiten dar definiciones explícitas desde muy pronto. Por ejemplo, los números pares e impares pueden definirse a partir de los números naturales. Pero la dificultad radica en cómo definir los números naturales. Tales números se generan a partir del proceso de contar, en vez de a partir de una definición. De esta manera pasan a formar parte del sentido común."***(p.18)*

Un término importante, en ciencia cognitiva, es el de esquema cognitivo o el de esquema conceptual, siendo el primero más general y amplio que el segundo. Para tales términos no existen definiciones precisas, tal y como se entienden en matemáticas.

2.1.2.3. Epistemología Genética de Jean Piaget

PIAGET (1987); GARCIA, (1997). Su centro de interés es la descripción del desarrollo de los esquemas cognitivos de los individuos a lo largo del tiempo y de acuerdo con ciertas reglas generales.

El principio central de la teoría de Piaget sobre la construcción del conocimiento es la equilibración (Piaget, 1990; García, 1997). Tal equilibración se lleva a cabo mediante dos procesos, íntimamente relacionados y dependientes, que son la asimilación y la acomodación.

Cuando un individuo se enfrenta a una situación, en particular a un problema matemático, intenta asimilar dicha situación a esquemas cognitivos existentes. Es decir, intentar resolver tal problema mediante los conocimientos que ya posee y que se sitúan en esquemas conceptuales existentes. Como resultado de la asimilación, el esquema cognitivo existente se reconstruye o expande para acomodar la situación.

La asimilación y la acomodación se muestran en la teoría piagetiana como **"las herramientas cognitivas útiles y fundamentales en el restablecimiento del equilibrio cognitivo en el individuo. El binomio asimilación-acomodación produce en los individuos una reestructuración y reconstrucción de los esquemas cognitivos existentes. Si los individuos construyen su propio conocimiento, la equilibración expresa el proceso mediante el cual se produce tal construcción**." *(P.p. 148)*

La abstracción reflexiva o reflectora es un término definido por Piaget y central en su teoría de la construcción del conocimiento.

2.1.2.4. Procesamiento de la Información

PÉREZ, Gil D. (2007) Crisis en los Planteamientos Constructivistas de la Educación Científica en Pedagogías Constructivistas, Pedagogías Activa y Desarrollo Humano, dice:

> **"La conducta humana se concibe como resultado del proceso por el cual la mente actúa (procesan) sobre los datos que proceden del entorno interno o externo (información). Toda la información es procesada por una serie de memorias, que procrean y almacenan de forma distinta y que además están sujetas a determinadas limitaciones en su función. La combinación de tales memorias constituye el sistema de procesamiento de la información."** *(P.p. 43)*

La información entra en el sistema a través de un registro de entrada sensorial, llamado a veces memoria icónica o buffer sensorial. Esta primera memoria, es capaz de recibir información visual, auditiva o táctil directamente del entorno y puede recibir mucha información al mismo tiempo, pero solo puede almacenarla durante una fracción muy pequeña del mismo después del cual se pierde.

La memoria que se encarga de recoger la información situada en el primer componente, la memoria icónica, es la memoria de trabajo o a corto plazo. La memoria de trabajo es aquella en la que se almacena temporalmente la información codificada para su uso inmediato y es donde se produce el procesamiento activo de la información, es decir, donde se realiza el proceso de pensar.

Por último, se encuentra la memoria a largo plazo o semántica. En este componente del sistema es donde se almacena todo el conocimiento, lo que sabe, el individuo de forma permanente.

La teoría del procesamiento de la información, se ajusta al modelo que aspira desarrollar el presente trabajo de investigación, en tanto, al igual que la corriente de la Resolución de Problemas, organiza la información en sus diferentes etapas mentales y las ubica de tal modo que alcanza el nivel de aprendizaje significativo para la aplicación.

2.1.2.5. Teoría del Aprendizaje Significativo

Según AMECHAZURRA, Olbeida (2006) Módulo de Planeación y Evaluación de los Procesos de Aprendizaje, Ausubel considera que **"el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características. Así, el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo. De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando."** *(P.p.25)*

Produce una retención más duradera de la información. Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido. La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo. Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del alumno. Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

Para Ausubel, **“aprender es sinónimo de comprender e implica una visión del aprendizaje basada en los procesos internos del alumno y no solo en sus respuestas externas.”**

Con la intención de promover la asimilación de los saberes, el profesor utilizará organizadores previos que favorezcan la creación de relaciones adecuadas entre los saberes previos y los nuevos. Los organizadores tienen la finalidad de facilitar la enseñanza receptivo significativa, con lo cual, sería posible considerar que la exposición organizada de los contenidos, propicia una mejor comprensión.

En síntesis, la teoría del aprendizaje significativo supone poner de relieve el proceso de construcción de significados como elemento central de la enseñanza.

Entre las condiciones que deben darse para que se produzca el aprendizaje significativo, debe destacarse:

1. Significatividad lógica: se refiere a la estructura interna del contenido.
2. Significatividad psicológica: se refiere a que puedan establecerse relaciones no arbitrarias entre los conocimientos previos y los nuevos. Es relativo al individuo que aprende y depende de sus representaciones anteriores.
3. Motivación: Debe existir además una disposición subjetiva para el aprendizaje en el estudiante. Existen tres tipos de necesidades: poder, afiliación y logro. La intensidad de cada una de ellas, varía de acuerdo a las personas y genera diversos estados motivacionales que deben ser tenidos en cuenta.

Según la misma autora, Piaget afirmó que “**el aprendizaje está condicionado por el nivel de desarrollo cognitivo del alumno, pero a su vez, como observó Vigotsky, el aprendizaje es a su**

> **vez, un motor del desarrollo cognitivo. El aprendizaje es un proceso constructivo interno y en este sentido debería plantearse como un conjunto de acciones dirigidas a favorecer tal proceso.”** *(P.p. 27)*

La teoría de Ausubel ha resuelto la aparente incompatibilidad entre la enseñanza expositiva y la enseñanza por descubrimiento, porque ambas pueden favorecer una actitud participativa por parte del alumno, si cumplen con el requisito de activar saberes previos y motivar la asimilación significativa.La técnica de mapas conceptuales, desarrollada por Novak, es útil para dar cuenta de las relaciones que los alumnos realizan entre conceptos, y pueden ser utilizados también como organizadores previos que busquen estimular la actividad de los alumnos.

2.1.2.6. El Constructivismo

El Constructivismo ve el aprendizaje como un proceso en el cual el estudiante construye activamente nuevas ideas o conceptos basados en conocimientos presentes y pasados. En otras palabras, "el aprendizaje se forma construyendo nuestros propios conocimientos desde nuestras propias experiencias" Esta colaboración también se conoce como proceso social de construcción del conocimiento. Algunos de los beneficios de este proceso social son, según GUTIÉRREZ, A. (2001) Área de Conocimiento. Didáctica de la Matemática:

- Los estudiantes pueden trabajar para clarificar y para ordenar sus ideas y también pueden contar sus conclusiones a otros estudiantes.
- Eso les da oportunidades de elaborar lo que aprendieron.

AMECHAZURRA, Olbeida 2006) señala que:

> **“Los teóricos cognitivos como Jean Piaget y David Ausubel, entre otros, plantearon que aprender era la consecuencia de desequilibrios en la comprensión de un estudiante y que el ambiente tenía una importancia fundamental en este proceso. El Constructivismo en sí mismo tiene muchas variaciones, tales como Aprendizaje Generativo, Aprendizaje Cognoscitivo, Aprendizaje basado en Problemas, Aprendizaje por Descubrimiento, Aprendizaje Contextualizado y Construcción del Conocimiento.”** *(P.p. 32)*

Independientemente de estas variaciones, el Constructivismo promueve la exploración libre de un estudiante dentro de un marco o de una estructura dada, que puede ser de un nivel sencillo hasta un nivel más complejo, en el cual es conveniente que los estudiantes desarrollen actividades centradas en sus habilidades así pueden consolidar sus aprendizajes adecuadamente.

La formalización de la teoría del Constructivismo se atribuye generalmente a Jean Piaget, que articuló los mecanismos por los cuales el conocimiento es interiorizado por el que aprende. Piaget sugirió que a través de procesos de acomodación y asimilación, los individuos construyen nuevos conocimientos a partir de las experiencias.

La asimilación ocurre cuando las experiencias de los individuos se alinean con su representación interna del mundo. Asimilan la nueva experiencia en un marco ya existente. Acomodando esta nueva experiencia y rehaciendo nuestra idea de cómo funciona el mundo, asimilamos el nuevo conocimiento.

2.1.4. Proceso de Aprendizaje

La Enciclopedia Temática Estudiantil Océano (2005), define aprendizaje como: ***"La adquisición de una nueva conducta en un individuo a consecuencia de su interacción con el medio externo."*** *(p.113).*

Para TORRES, Gisela (2006), en Didáctica Superior, Proceso Pedagógico, **"Es la sucesión de fases y etapas mediante las cuales se va produciendo, de manera intencional y planificada la entrega y recepción cultural precedente a las nuevas generaciones, lo que persigue como fin la formación de personalidades íntegras y con preparación al nivel de la época en que le corresponde vivir, para poder servir a los intereses sociales."***(p8)*

El aprendizaje ha sido comprendido a veces sólo como el cambio en las conductas observables de las personas, o como las modificaciones en las estructuras internas cognoscitivas del sujeto. Se trata de un proceso acumulativo, donde, a partir de asociaciones constantes, se forman cadenas de comportamientos cada vez más complejas. Para otros, se trata exclusivamente de un proceso cuya naturaleza es cualitativa, resultado de una reestructuración de los conocimientos y esquemas personales como producto de una búsqueda activa de significado, y a partir de la interacción entre el sujeto y su medio.

Aprender es un proceso que ocurre a lo largo de toda la vida, y que se extiende en múltiples espacios, tiempos y formas. El aprender está estrechamente ligado con el crecer de manera permanente. Sin embargo, no es algo abstracto: está vinculado a las necesidades y experiencias vitales de los individuos, a su contexto histórico-cultural concreto.

El proceso de aprendizaje es tanto una experiencia intelectual como emocional. Engloba la personalidad como un todo. Se construyen en él los conocimientos, destrezas, capacidades, se desarrolla la inteligencia, pero de manera inseparable, es una fuente de enriquecimiento afectivo, donde se forman sentimientos, valores, convicciones, ideales, donde emerge la propia persona y sus orientaciones ante la vida.

El aprendizaje desarrollador es aquel que hace pensar al alumno y construir hábitos, habilidades y capacidades de forma tal, que, se formen además sus convicciones, con un pensamiento flexible e independiente que le permita transformarse a sí mismo y a su entorno y construir así una orientación de su personalidad activo-transformadora y no pasivo-descriptiva.

El proceso de enseñar a aprender le ha dado la capacidad al ser humano de transmitir sus conocimientos y experiencias a través de la historia de la humanidad. El elemento que se forma entre enseñar y aprender es complejo; sin embargo, el punto de vista más aceptado, sostiene que la enseñanza y el aprendizaje se constituyen en una unidad didáctica y dialéctica, enfocándolos como dos procesos no antagónicos, sino complementarios.

Enseñar hace referencia a las condiciones y acciones docentes externas al sujeto, dirigidas a provocar algún tipo de modificación en un sistema cognoscitivo o afectivo, mientras que aprender hace referencia, las modificaciones internas del individuo. De esta manera una adecuada organización de la enseñanza no garantiza un buen aprendizaje, ya que éste depende, en última instancia, de los factores internos del sujeto que aprende, como su nivel cognitivo, motivación, que condicionan el efecto favorable o no de la enseñanza.

La esencia del aprender no consiste, por lo tanto, en repetir mecánicamente textos ni escuchar con atención explicaciones verbales de un maestro. Consiste, eso sí, en la actividad mental intensiva a la que los estudiantes se dedican en el manejo directo de la informa, procurando asimilar su contenido.

A través de la enseñanza se potencia no solo el aprendizaje, sino el desarrollo humano siempre y cuando se creen situaciones en las que el sujeto se apropie de las herramientas que le permitan operar con la realidad y enfrentar al mundo con una actitud científica; personalizada y creadora, ubicar a los estudiantes en situaciones que representan un reto para su forma de pensar, sentir y actuar.

Según TORRES, Gisela (2006), el aprendizaje es:

2.1.4.1. Multidimensional

Las formas y resultados del aprendizaje son variadas, tanto como los contenidos a aprender. La plasticidad e inmadurez de la especie humana con respecto a las restantes especies del reino animal definen la particular importancia de estos procesos en la transformación de los individuos en seres maduros capaces de interactuar eficiente y creadoramente con su entorno y su cultura.

2.1.4.2. Social

Expresa propiamente su naturaleza (se trata de un proceso de apropiación de la experiencia histórico-social, de la cultura), pero también los fines y condiciones en que tiene lugar el mismo. El aprendizaje está determinado por la existencia de una cultura, que condiciona tanto los contenidos de los cuales los educandos deben apropiarse, como los propios métodos, instrumentos, recursos.

2.1.4.3. Individual

Si bien por su naturaleza el proceso de aprendizaje es social, por sus mecanismos es sumamente personal. Constituye un reflejo de la individualidad de cada persona.

El perfil singular de las potencialidades y deficiencias (fuerzas y debilidades) del estudiante, sus capacidades, su ritmo, sus preferencias, sus estrategias y estilos de aprendizaje, unidos a su historia personal, sus conocimientos previos y su experiencia anterior (que va conformando un conjunto de concepciones, actitudes, valoraciones y sentimientos con respecto al mismo), condicionan el carácter único e individual de los procesos que pone en juego cada persona para aprender.

2.1.4.4. Permanente

El aprendizaje no es privativo de la escuela, como tampoco de determinadas etapas de la vida de un sujeto. Así como el desarrollo, el aprendizaje tiene lugar a todo lo largo de la vida, y en diferentes contextos; de manera incidental o dirigida, implícita o explícita. Es por ello que una meta fundamental de la educación debiera ser fomentar en las personas la capacidad para realizar aprendizajes independientes y autorregulados, de manera permanente en su vida.

En resumen, el aprendizaje es un proceso de transformación permanente del individuo en constante formación a lo largo de toda su vida, siempre que se haya logrado fijar en él, la necesidad de emprenderlo.

2.1.5.La Inteligencia

Pocos conceptos son tan polémicos como el de inteligencia. Desde los primeros estudios científicos sobre la inteligencia, iniciados por Francis Galton, para quien el factor más importante era el genético, mucho más que el ambiental.

En general se puede definir la inteligencia como la capacidad mental de entender o comprender las cosas.

Existen varios tipos, que dependen de los valores o la cultura de cada sociedad. También se define inteligencia como el conjunto de habilidades desarrolladas por el ser humano para recibir información, analizarla, comprenderla, almacenarla y saberla aplicar en el futuro para la resolución de problemas. Con esto se quita la etiqueta de que sólo los intelectuales son inteligentes, cualquier persona es inteligente, ya que todos nacen con ella y se va desarrollando conforme pasa el tiempo y se desarrolla la capacidad de resolver problemas y así adaptarse al medio ambiente.

Algunos psicólogos, antes de definirla, prefieren destacar algunos rasgos:

- ✓ Algunas teorías consideran la inteligencia como las diferentes capacidades de adaptación que poseen lo individuos ante nuevas situaciones, adaptación por mecanismos automáticos y por el uso de la mente. Se destacan así la versatilidad y adaptabilidad como rasgos esenciales de la inteligencia.

- ✓ Otras consideran, que ser inteligente es saber resolver problemas de la manera más satisfactoria posible. Esto exige una capacidad de pensar y decidir estrategias para resolver el problema. De esta manera se resalta la originalidad y el pensamiento creativo.

- ✓ Ciertas teorías cognitivas insisten en que la inteligencia es la capacidad de procesar racionalmente la información. Esto destaca las funciones del razonamiento y pensamiento lógico.

En resumen se puede decir que el concepto de inteligencia engloba un conjunto de aptitudes (aprendizaje, memoria, almacenamiento de información, percepción selectiva, habilidades sociales, entre otras) que permite al ser humano adaptarse al mundo que le rodea y solucionar sus problemas con eficacia.

2.1.5.1. Inteligencias Múltiples

Howard Gardner, (1994) autor de la Teoría de las Inteligencias Múltiples, cuestiona las visiones tradicionales de la inteligencia –según las cuales se trata de una habilidad simple que cada ser humano posee en mayor o menor medida, porque ponen excesivo énfasis en los aspectos cognitivos, descuidando el papel de la personalidad, las emociones y el contacto cultural en que se desarrollan los procesos mentales.

Para Armstrong (1999) "La teoría de las inteligencias múltiples puede describirse de la manera más exacta como una filosofía de la educación, un actitud hacia el aprendizaje, o aún como un meta-modelo educacional en el espíritu de las ideas de John Dewey sobre la educación progresiva. No es un programa de técnicas y estrategias fijas. De este modo, ofrece a los educadores una oportunidad muy amplia para adaptar de

manera creativa sus principios fundamentales a cualquier cantidad de contextos educacionales”. (p.12)

Según Gardner (1999) **“Desde mi punto de vista, la esencia de la teoría es respetar las muchas diferencias que hay entre los individuos; las variaciones múltiples de las maneras como aparecen; los distintos modos por los cuales podemos evaluarlos, y el número casi infinito de modos en que estos pueden dejar una marca en el mundo”.** (p. 6)

La orientación crítica de Gardner hacia el concepto tradicional de inteligencia, está centrada en los siguientes puntos:

- ✓ La inteligencia ha sido normalmente concebida dentro de una visión uniforme y reductiva, como un constructo unitario o un factor general.
- ✓ La concepción dominante ha sido que la inteligencia puede ser medida en forma pura, con la ayuda de instrumentos estándar.
- ✓ Su estudio se ha realizado en forma descontextualizada y abstracta, con independencia de los desafíos y oportunidades concretas, y de factores situacionales y culturales.
- ✓ Se ha pretendido que es una propiedad estrictamente individual, alojada sólo en la persona, y no en el entorno, en las interacciones con otras personas, en los artefactos o en la acumulación de conocimientos.

Estamos acostumbrados a pensar en la inteligencia como una capacidad unitaria o como abarcativa de varias capacidades. Sin embargo, en oposición a esos enfoques de perfil más bien reduccionista, Gardner propone un enfoque de inteligencias múltiples. Se trata de un planteamiento sugerente, y acaso también provocativo, que permite problematizar sobre el fenómeno de la inteligencia más allá del universo de lo cognitivo.

Para este autor una inteligencia es la "capacidad de resolver problemas o de crear productos que sean valiosos en uno o más ambientes culturales", (1994; 10). “Lo sustantivo de su teoría consiste en reconocer la existencia de ocho inteligencias diferentes e independientes, que pueden interactuar y potenciarse recíprocamente. La existencia de una de ellas, sin embargo, no es predictiva de la existencia de alguna de las otras.” (p. 1)

Al definir la inteligencia como una capacidad Gardner la convierte en una destreza que se puede desarrollar.

Todos nacemos con unas potencialidades marcadas por la genética. Pero esas potencialidades se van a desarrollar de una manera o de otra dependiendo del medio ambiente, nuestras experiencias, la educación recibida, etc.

Howard Gardner añade que igual que hay muchos tipos de problemas que resolver, también hay muchos tipos de inteligencia:

Inteligencia Lógico-matemática, la que utilizamos para resolver problemas de lógica y matemáticas. Es la inteligencia que tienen los científicos. Se corresponde con el modo de pensamiento del hemisferio lógico y con lo que nuestra cultura ha considerado siempre como la única inteligencia.

Inteligencia Lingüística, la que tienen los escritores, los poetas, los buenos redactores. Utiliza ambos hemisferios.

Inteligencia Espacial, consiste en formar un modelo mental del mundo en tres dimensiones, es la inteligencia que tienen los marineros, los ingenieros, los cirujanos, los escultores, los arquitectos, o los decoradores.

Inteligencia Musical es, naturalmente la de los cantantes, compositores, músicos, bailarines.

Inteligencia Corporal - kinestésica, o la capacidad de utilizar el propio cuerpo para realizar actividades o resolver problemas. Es la inteligencia de los deportistas, los artesanos, los cirujanos y los bailarines.

Inteligencia intrapersonal es la que nos permite entendernos a nosotros mismos. No está asociada a ninguna actividad concreta.

Inteligencia interpersonal, la que nos permite entender a los demás, y la solemos encontrar en los buenos vendedores, políticos, profesores o terapeutas.

La inteligencia intrapersonal y la interpersonal conforman la Inteligencia emocional y juntas determinan nuestra capacidad de dirigir nuestra propia vida de manera satisfactoria.

Naturalmente todos tenemos las ocho inteligencias en mayor o menor medida. Al igual que con los estilos de aprendizaje no hay tipos puros, y si los hubiera les resultaría imposible funcionar.

Si la inteligencia es el conjunto de capacidades que nos permite resolver problemas o fabricar productos valiosos en nuestra cultura, la inteligencia emocional es el conjunto de capacidades que nos permite resolver problemas relacionados con las emociones. Con nuestras emociones (inteligencia intrapersonal) y con las de los demás (inteligencia interpersonal).

Daniel Goleman dice que "tenemos dos mentes, una que piensa y otra que siente" Otra manera de entenderlo es que el pensamiento es un proceso con muchas caras. Las emociones son una de las facetas de ese proceso, una parte tan integral del mismo como el pensamiento lógico, lineal y verbal del hemisferio izquierdo. De la misma manera que no pensamos sólo con un único hemisferio, sino que los dos son necesarios, tampoco nos limitamos a procesar la información, además la sentimos.

A la hora de andar por la vida es más importante saber descifrar nuestras emociones que saber despejar ecuaciones de segundo grado. Las empresas lo saben bien y cuando contratan a alguien no piden sólo un buen currículo, además buscan un conjunto de características psicológicas como son la capacidad de llevarse bien con los colegas, la capacidad de resolver conflictos, la capacidad de comunicarse, etc. El que tengamos o no esas cualidades o habilidades va a depender del grado de desarrollo de nuestra inteligencia emocional

2.1.5.1.1. Inteligencia Lógica Matemática

Según la página web http://inteligenciasmultipleseib.blogspot.com/ 2009/06/ inteligencia-logico-matematica-4.html, “**La inteligencia lógica-matemática es la capacidad de razonamiento lógico: incluye cálculos matemáticos, pensamiento numérico, capacidad para problemas de lógica, solución de problemas, capacidad para comprender conceptos abstractos, razonamiento y comprensión de relaciones.”**

Los procesos referentes al cálculo se inician incluso antes de la entrada a la escuela. Aunque sí, es en la escuela donde le enseñan a reconocer los símbolos numéricos y algo más complicado, relacionar la cantidad de cosas con cada número, a compararlas y hacer conjuntos abstrayendo lo que tienen en común o porque son diferentes.

A partir de ahí muchos jóvenes y adultos recuerdan las matemáticas como un verdadero tormento, y aun hoy en día no es muy claro si esto sucede por la abstracción de sus contenidos o porque algunos profesores no enseñan la materia de la forma más recomendable posible.

Lo cierto es que a muchos niños no les gustan los números y menos las operaciones que se hacen con ellos, cuando a otros no sólo les gusta sino que se les facilita y es algo que raramente estudian porque han tenido la fortuna de entender y comprender cómo funciona la aritmética.

Esta negación inicial se debe a que el trabajo de esta inteligencia solo se asimila al desarrollo numérico, pero la verdad es que esta inteligencia es mucho más profunda que eso. Analizando solo el nombre notamos que además de Matemática, esta inteligencia es Lógica, teniendo en claro esta perspectiva sin duda que se hará mucho mas fácil el estimulo de esta inteligencia. Al referirnos a la lógica hablamos de clasificar, ordenar, crear mapas conceptuales, establecer parámetros, dejando en claro que no solo hablamos de números.

2.1.5.2. Pensamiento

PALACIOS, J., MARCHESI, A. y COLL, C. (2009), propone el siguiente concepto: **"Pensamiento es la capacidad mental para ordenar, dar sentido e interpretar las informaciones disponibles en el cerebro."** (p. 15)

La complejidad de los problemas que determinan la existencia del pensamiento en el ser humano, reafirma su desarrollo como forma superior de la actividad cognoscitiva, que sobrepasa las formas inferiores que están en su base, de las cuales parte. El pensamiento implica una actividad global del sistema cognitivo con intervención de los mecanismos de memoria, atención, procesos de comprensión, aprendizaje, entre otros. Es una experiencia interna e intrasubjetiva. El pensamiento tiene una serie de características particulares, que lo diferencian de otros procesos, como por ejemplo, que no necesita de la presencia de las cosas para que éstas existan, pero la más importante es su función de resolver problemas y razonar: descubrir lo nuevo, formar conceptos, penetrar en la esencia de un fenómeno.

El pensamiento, (nivel del conocimiento racional), constituye la forma superior de la actividad cognoscitiva del ser humano, porque a través de él se llega a lo desconocido a partir de lo conocido, rebasando las formas del reflejo sensoperceptual, cuando estas son insuficientes para la acción transformadora que desarrolla el individuo sobre el mundo material y no se pueden satisfacer las necesidades que van surgiendo por el desarrollo de la vida.

La tarea del pensamiento consiste en poner al descubierto nuevos objetos, propiedades, relaciones que no están dadas directamente en la percepción, que son desconocidos o, en general, que aún no existen.

El proceso de pensamiento es un medio de planificar la acción y de superar los obstáculos entre lo que hay y lo que se proyecta". "El pensamiento se podría definir como imágenes, ensoñaciones o esa voz interior que nos acompaña durante el día y en la noche en forma de sueños". La estructura del pensamiento o los patrones cognitivos son el andamiaje mental sobre el que conceptualizamos nuestra experiencia o nuestra realidad.

Características

El pensar lógico se caracteriza porque opera mediante conceptos y razonamientos.Existen patrones que tienen un comienzo en el pensamiento y hace que el pensamiento tenga un final, esto sucede en milésimas de segundos, a su vez miles de comienzos y finales hacen de esto un pensamiento lógico; esto depende del medio de afuera y para estar en contacto con ello dependemos de los cinco sentidos.El pensar siempre responde a una motivación, que puede estar originada en el ambiente natural, social o cultural, o en el sujeto pensante.El pensar es una resolución de problemas. La necesidad exige satisfacción.El proceso del pensar lógico siempre sigue una determinada dirección. Esta dirección va en busca de una conclusión o de la solución de un problema, no sigue propiamente una línea recta sino más bien zigzagueante con avances, paradas, rodeos y hasta retrocesos.El proceso de pensar se presenta como una totalidad coherente y organizada, en lo que respecta a sus diversos aspectos, modalidades, elementos y etapas.El pensamiento es simplemente el arte de ordenar las matemáticas, y expresarlas a través del sistema lingüístico.

Las personas poseen una tendencia al equilibrio, una especie de impulso hacia el crecimiento, la salud y el ajuste. Existen una serie de condiciones que impiden y bloquean esta tendencia, el aprendizaje de un concepto negativo de sí mismo, es quizás una de las condiciones bloqueadoras más importantes. Un concepto equivocado o negativo de sí mismo deriva de experiencias de desaprobación o ambivalencia hacia el sujeto en las etapas tempranas de su vida.

Clasificación

1. Pensamiento deductivo: va de lo general a lo particular. Es una forma de razonamiento de la que se desprende una conclusión a partir de una o varias premisas.

2. Pensamiento inductivo: es el proceso inverso del pensamiento deductivo, es el que va de lo particular a lo general. La base es, la figuración de que si algo es cierto en algunas ocasiones, lo será en otras similares aunque no se puedan observar.

3. Pensamiento analítico: realiza la separación del todo en partes que son identificadas o categorizadas.

4. Pensamiento de síntesis: es la reunión de un todo por la conjunción de sus partes.

5. Pensamiento creativo: aquel que se utiliza en la creación o modificación de algo, introduciendo novedades, es decir, la producción de nuevas ideas para desarrollar o modificar algo existente.

6. Pensamiento sistémico: es una visión compleja de múltiples elementos con sus diversas interrelaciones. Sistémico deriva de la palabra sistema, lo que nos indica que debemos ver las cosas de forma interrelacionada.

7. Pensamiento crítico: examina la estructura de los razonamientos sobre cuestiones de la vida diaria, y tiene una doble vertiente analítica y evaluativa. Intenta superar el aspecto mecánico del estudio de la lógica. Es evaluar el conocimiento, decidiendo lo que uno realmente cree y por qué. Se esfuerza por tener consistencia en los conocimientos que acepta y entre el conocimiento y la acción.

8. Pensamiento interrogativo: es el pensamiento con el que se hacen preguntas, identificando lo que a uno le interesa saber sobre un tema determinado.

9. Pensamiento abstracto: Según Gétmanova, (1989**):…"El pensamiento abstracto es el medio para la construcción del conocimiento teórico a través del proceso de formación del concepto."**De acuerdo con esta definición, las abstracciones

científicas son los conceptos, las categorías y sus relaciones (leyes, hipótesis) que el pensamiento humano elabora con base en la realidad concreta y en los cuales se destacan los aspectos y relaciones fundamentales de los procesos u objetos con el propósito de conocer las leyes por las cuales existen, se desarrollan y transforman.

2.1.5.3. Definición de abstracción

Según DELVAL, J. (2001), abstracción es **"la capacidad de deducir, sintetizar, interpretar, analizar los fenómenos que nos afectan. Una característica del pensamiento abstracto altamente evolucionado es la capacidad de transitar, observando muchos detalles a la vez y valorando multitud de funciones; procesar muchos problemas a la vez, definir prioridades y dar respuesta (acertada o no) a diversas tareas.**

El pensamiento abstracto supone la capacidad de asumir un marco mental de forma voluntaria. Implica la posibilidad de cambiar, a voluntad, de una situación a otra, de descomponer el todo en partes y de analizar de forma simultánea distintos aspectos de una misma realidad." (p.21)

De esta forma, el pensamiento abstracto permite discernir las propiedades comunes, planear y asumir simulacros y pensar y actuar simbólicamente. El pensamiento abstracto se diferencia del pensamiento formal, que se basa en las experiencias reales. El individuo crece apoyándose en objetos concretos. Recién a partir de los doce años comienza a reemplazar los objetos por ideas o conceptos propios, por lo tanto, puede afirmarse que el pensamiento formal es reversible e interno.

A través de un proceso inconsciente, el adolescente es capaz de pensar en abstracto, postular hipótesis y preparar experiencias mentales para comprobarlas. El pensamiento abstracto presenta un carácter proposicional, que consiste en utilizar proposiciones verbales para expresar las hipótesis y razonamientos junto a los resultados que se obtienen.

2.1.5.4. Proceso de abstracción

Para llevar a cabo este proceso de abstracción es necesario pensar en forma dialéctica, ya que el pensamiento debe aprehender un mundo en continuo movimiento en el que la contradicción es el motor que impulsa el desarrollo de los procesos y objetos de la naturaleza y la sociedad.

El punto de partida del proceso de abstracción, de la formación de conceptos, categorías, es la realidad tal como se presenta a los órganos sensoriales (concreto sensorial), Según Marx: “Toda ciencia estaría de más, si la forma de manifestarse las cosas y la esencia de éstas coincidiesen directamente”. El concreto real sólo es posible descubrirlo por medio del pensamiento en busca de la abstracción inicial determinante, separando lo fenoménico o ilusorio de los procesos y objetos en estudio.

La siguiente operación mental en el proceso de abstracción consiste en construir el concreto de pensamiento (pensamiento abstracto o concreto mental), con la ayuda del análisis y la síntesis. Esto significa elevarse de los concreto a lo abstracto. “Precisamente en el proceso de esta elevación, el pensamiento reproduce el objeto en su integridad.”

Esta “separación” permitirá aprehender mejor los procesos que se estudian ya que el pensamiento, a través del análisis y la síntesis, eliminará los aspectos y relaciones no esenciales o secundarias que encubren las características y relaciones básicas de los procesos, a fin de poder establecer explicaciones científicas sobre los mismos.

En el proceso de abstracción, el análisis implica ir de lo concreto a lo abstracto. Por medio de él se desarticula el todo (determinada realidad: una estructura, la social, por ejemplo; un proceso o conjunto de procesos) en cada una de sus partes y relaciones para analizarlas en forma más completa y profunda con el propósito de destacar aquellos aspectos, elementos y relaciones más importantes para la construcción del conocimiento científico.

La síntesis permite reconstruir en el pensamiento el todo de acuerdo con ciertas elaboraciones mentales a fin de comprender mejor las características, elementos y nexos esenciales de los procesos y objetos. Esto implica ir de lo abstracto a lo concreto con el propósito de aprehender el objeto de estudio en sus múltiples determinaciones (aspectos, relaciones, nexos).

Si se parte de que el conocimiento se inicia, en un primer momento, con el contacto de los órganos sensoriales con el mundo externo y de aquí surge la materia prima para las elaboraciones conceptuales, las que serán a su vez contrastadas con la realidad concreta a través de la practica científica, puede observarse en este proceso la vinculación de los cuatro métodos descritos anteriormente.

El contacto con la realidad a través de diversos métodos y técnicas como la observación, la entrevista y la encuesta permite obtener datos empíricos para iniciar el conocimiento de las partes e interrelaciones de los objetos y procesos (análisis). Este contacto se realiza con base en una idea, un concepto o hipótesis previos (síntesis) logrados en análisis anteriores. Estas hipótesis de trabajo son una guía preliminar que orienta el análisis a fin de buscar aquellos hechos y relaciones empíricos relevantes para construir hipótesis más consistentes y precisas. Los resultados del análisis se concretan en síntesis parciales que hacen referencia a los conocimientos empíricos recabados.

A partir de estas síntesis y mediante un proceso de inducción se establecen generalizaciones más ricas de contenido en comparación con las hipótesis de trabajo que sirvieron de base para el estudio. La nueva síntesis (hipótesis) se ha obtenido a través de una generalización de hechos particulares, pero también se ha esforzado con el conocimiento existente en los marcos de la ciencia respectiva.

Partimos de que la realidad es un proceso y por tanto todo conocimiento respecto a ella es también un proceso que va de síntesis menos compleja a otras más complejas. Pero estas síntesis aún cuando sean complejas y se encuentren ampliamente fundamentadas, tienen que ser contrastadas con la realidad empírica a través de un proceso deductivo que permite derivar consecuencias que sean verificables en forma directa o indirecta, mediata o inmediata.

Realizar análisis sin apoyarse en síntesis (hipótesis, leyes y teorías) limita la comprensión amplia y profunda de los procesos del universo. A la vez, llevar a cabo síntesis a partir de otras síntesis sin recurrir al análisis puede conducir a conclusiones incorrectas o absurdas. La inducción debe rebasar los hechos particulares de los que se parte y establecer afirmaciones de carácter general ya que la ciencia no se agota con la observación y medición de los hechos empíricos sino que sirven de guía para explicar el comportamiento de fenómenos concretos y orientar otras investigaciones empíricas mediante la deducción de consecuencias particulares

2.1.6. La Naturaleza de las Matemáticas

Las matemáticas dependen tanto de la lógica como de la creatividad, y están regidas por diversos propósitos prácticos y por su interés intrínseco. Para algunas personas, y no sólo para los matemáticos profesionales, la esencia de esta disciplina se encuentra en su belleza y en su reto intelectual. Para otros, incluidos muchos científicos e ingenieros, su valor principal estriba en la forma en que se aplican a su propio trabajo. Ya que las matemáticas juegan ese papel central en la cultura moderna, es indispensable una comprensión básica de ellas en la formación científica. Para lograr esto, los estudiantes deben percatarse de que las matemáticas forman parte del quehacer científico, comprender la naturaleza del pensamiento matemático familiarizarse con las ideas y habilidades de esta disciplina.

Según la página web http://www.project2061.org/esp/publications/bsl /online/ch2/ch2.htm, **"Es esencial tener en mente que el descubrimiento matemático no es el resultado de un rígido conjunto de pasos como lo es el descubrimiento en ciencia. Es cierto que las investigaciones matemáticas tarde o temprano implican ciertos procesos, pero el orden no es estático y el énfasis puesto en cada uno varía enormemente. Cada una de las tres partes del ciclo -representación, manejo y validación- deben estudiarse en su propio derecho como parte de lo que constituye aprender matemáticas."** Los estudiantes deben tener la oportunidad de utilizar el ciclo completo en el desarrollo de sus propias investigaciones matemáticas. La finalidad de esta experiencia no es producir matemáticos profesionales, sino adultos familiarizados con dicha investigación.

2.1.6.1. Matemáticas, Ciencia y Tecnología

Debido a su abstracción, las matemáticas son universales en un sentido en que no lo son otros campos del pensamiento humano. Tienen aplicaciones útiles en los negocios, la industria, la música, la historia, la política, los deportes, la medicina, la agricultura, la ingeniería y las ciencias naturales y sociales. Es muy amplia la relación entre las matemáticas y los otros campos de la ciencia básica y aplicada.

Ello obedece a varias razones, incluidas las siguientes, según GARCÍA, Juan (2008):

La relación entre la ciencia y las matemáticas tiene una larga historia, que data de muchos siglos. La ciencia le ofrece a las matemáticas problemas interesantes para investigar, y éstas le brindan a aquélla herramientas poderosas para el análisis de datos.

Las matemáticas son el principal lenguaje de la ciencia. El lenguaje simbólico matemático ha resultado ser en extremo valioso para expresar las ideas científicas sin ambigüedad. La declaración $a = F/m$ no es sólo una manera abreviada de decir que la aceleración de un objeto depende de la fuerza que se le aplique y de su masa; sino que es un enunciado preciso de la relación cuantitativa entre esas variables. Más importante aún, las matemáticas proporcionan la gramática de la ciencia las reglas para el análisis riguroso de ideas científicas y datos.

Las matemáticas y la ciencia tienen muchas características en común. Estas incluyen la creencia en un orden comprensible; una interacción de imaginación y lógica rigurosa; ideales de honestidad y franqueza; la importancia decisiva de la crítica de los compañeros; el valor atribuido a ser el primero en hacer un descubrimiento clave; abarcar el ámbito internacional; e incluso, con el desarrollo de poderosas computadoras electrónicas, ser capaz de utilizar la tecnología para abrir nuevos campos de investigación.

Las matemáticas y la tecnología también han desarrollado una relación productiva mutua. Las matemáticas de las relaciones y cadenas lógicas, por ejemplo, han contribuido considerablemente al diseño del hardware computacional y a las técnicas de programación. Las matemáticas también ayudan de manera importante a la ingeniería, como en la descripción de sistemas complejos cuyo comportamiento puede ser simulado por la computadora. Por su parte, la tecnología computacional ha abierto áreas totalmente nuevas en las matemáticas, aun en la misma naturaleza de la comprobación, y también continúa ayudando a resolver problemas anteriormente atemorizantes.

2.1.6.2. LaInvestigaciónMatemática

El uso de las matemáticas para expresar ideas o resolver problemas comprende por lo menos tres fases, según GARCÍA, Juan (2008):

1. representar de manera abstracta algunos aspectos de las cosas;
2. manejar las abstracciones mediante reglas de lógica para hallar nuevas relaciones entre ellas, y
3. ver si las nuevas relaciones indican algo útil sobre las cosas originales.

2.1.6.3. Abstracción y representación simbólica

Para GARCÍA, Juan (2008) **"El pensamiento matemático comienza con frecuencia con el proceso de abstracción esto es, observar una similitud entre dos o más acontecimientos u objetos. Los aspectos que tienen en común, ya sea concretos o hipotéticos, se pueden representar por símbolos como los números, letras, otros signos, diagramas, construcciones geométricas o incluso palabras. Todos los números son abstracciones que representan el tamaño de conjuntos de cosas y sucesos, o el orden de los elementos en una serie."** (pág. 32)

El círculo como concepto es una abstracción derivada de caras humanas, flores, ruedas, u olas pequeñas que se expanden; la letra A puede ser una abstracción para el área de objetos de cualquier forma, para la aceleración de todos los objetos móviles o para aquellos que tienen una propiedad específica; el símbolo + representa un proceso de adición, aun cuando uno se encuentre sumando manzanas o naranjas, horas o millas por hora. Y las abstracciones no se hacen sólo a partir de objetos o procesos concretos; también pueden realizarse con base en otras abstracciones, como las clases de números (los números pares, por ejemplo).

Tal abstracción permite a los matemáticos concentrarse en ciertas características de los objetos, además de que les evita la necesidad de guardar continuamente otras en su mente. En lo que a las matemáticas se refiere, no importa si un triángulo representa el área de un velero o la convergencia de dos líneas visuales sobre una estrella; los matemáticos pueden trabajar con ambos conceptos de igual manera. El ahorro de esfuerzo resultante es muy útil siempre y cuando al hacer la abstracción se ponga cuidado en no soslayar las características que juegan un papel importante en la determinación de los resultados de los sucesos que se están estudiando.

Muchas áreas de las matemáticas comenzaron con el estudio de problemas del mundo real, antes de que las reglas y los conceptos subyacentes fueran identificados y definieran como estructuras abstractas. Por ejemplo, geometría tiene sus orígenes en el cálculo de distancias y de áreas en el del mundo real; estadística tiene sus orígenes en el cálculo de probabilidades adentro juego; y álgebra comenzada con métodos de solucionar problemas adentro aritmética.

La abstracción es un proceso en curso en matemáticas y el desarrollo histórico de muchos asuntos matemáticos exhibe una progresión del concreto al extracto.

Según el mismo autor, las ventajas de la abstracción son:

Revela conexiones profundas entre diversas áreas de las matemáticas

Los resultados sabidos en un área pueden sugerir conjeturas en un área relacionada

Las técnicas y los métodos a partir de un área se pueden aplicar para probar resultados en un área relacionada

La desventaja principal de la abstracción es que los conceptos altamente abstractos son más difíciles de aprender, y requiere un grado de madurez matemática y experiencia antes de que puedan ser asimilados.

2.1.6.4. Manipulación de los enunciados matemáticos

Una vez que se han hecho las abstracciones y se han seleccionado las representaciones simbólicas de ellas, los símbolos se pueden combinar y recombinar de diversas maneras de acuerdo con reglas definidas con exactitud. En ocasiones, eso se lleva a cabo teniendo en mente un objetivo fijo; en otras, se hace en el contexto de un experimento o prueba para ver lo que sucede. A veces, una manipulación apropiada se puede identificar fácilmente a partir del significado intuitivo de las palabras y símbolos de que se compone; en otras ocasiones, una serie útil de manipulaciones se tiene que resolver por tanteo.

Para GARCÍA, Juan (2008), **“Es común que el conjunto de símbolos se combine en enunciados que expresan ideas o**

proposiciones. Por ejemplo, el símbolo A para el área de cualquier cuadrado se puede combinar con la letra s que representa la longitud del lado del cuadrado, para formar la expresión A = s2. Esta ecuación específica de qué manera se relaciona el área con el lado y también implica que no depende de nada más. Las reglas del álgebra común se pueden utilizar, entonces, para descubrir que si se duplica la longitud de los lados de un cuadrado, el área de éste se cuadruplica. En sí, este conocimiento hace posible que se descubra lo que le sucede al área de un cuadrado sin importar cuánto varíe la longitud de sus lados y, por el contrario, cómo cualquier cambio en el área afecta a los lados." (pág. 35)

El discernimiento matemático en las relaciones abstractas ha aumentado a lo largo de miles de años y todavía sigue ampliándose y en ocasiones se revisa. Aunque las matemáticas comenzaron en la experiencia concreta de contar y medir, han evolucionado a través de muchas etapas de abstracción y ahora dependen mucho más de la lógica interna que de la demostración mecánica. Entonces, en cierto sentido, la manipulación de las abstracciones es casi un juego: comenzar con algunas reglas básicas, después hacer cualquier movimiento que las cumpla el cual incluye la invención de reglas adicionales y encontrar nuevas relaciones entre las antiguas. La prueba para validar las ideas nuevas consiste en que sean congruentes y se relacionen lógicamente con las demás.

2.1.6.5. Aplicación

Los procesos matemáticos pueden llevar a un tipo de modelo de una cosa, a partir de los cuales se obtendrían profundizaciones de la cosa misma. Cualquier relación matemática que se obtenga por medio de la manipulación de enunciados abstractos puede o no transmitir algo verdadero sobre el objeto que se está modelando. Por ejemplo, si a dos tazas de agua se agregan otras tres, y la operación matemática abstracta 2 + 3 = 5 se utiliza para calcular el total, la respuesta correcta es cinco tazas de agua. No obstante, si a dos tazas de azúcar se añaden tres tazas de té caliente y se realiza la misma operación, cinco es una respuesta incorrecta, pues esa suma da por resultado sólo un poco más de cuatro tazas de té muy dulce. La simple suma de volúmenes es apropiada para la primera situación, pero no para la segunda lo que podría haberse predicho sólo conociendo algo sobre las diferencias físicas en los dos casos. Así, para utilizar e interpretar bien las matemáticas, es necesario estar interesado en algo más que la validez matemática de las operaciones abstractas, así como tomar en consideración qué tan bien se corresponden con las propiedades de las cosas que representan.

GARCÍA, Juan (2008), señala que: **“Algunas veces, el sentido común es suficiente para decidir si los resultados de las matemáticas son apropiados. Por ejemplo, para calcular la estatura de una joven cuando tenga 20 años si en la actualidad mide 1.63 m y crece a una tasa de 2.54 cm por año, el sentido común sugiere rechazar la respuesta simple de "tasa por tiempo" de 2.13 m como muy improbable, y dirigirse a algún otro modelo matemático, como las curvas que aproximan valores restrictivos. Sin embargo, en ocasiones, puede ser difícil saber qué tan correctos son los resultados matemáticos por ejemplo, al tratar de predecir los precios en la bolsa de valores, o los terremotos.”** (pág.38)

Con frecuencia, sucede que una sesión de razonamiento matemático no produce conclusiones satisfactorias; entonces se intenta efectuar cambios en la manera en que se hizo la representación o en las mismas operaciones. De hecho, se dan saltos entre pasos hacia adelante y hacia atrás y no hay reglas que determinen cómo se debe proceder. El proceso avanza típicamente a empujones, con muchas vueltas erróneas y callejones sin salida. Este proceso continúa hasta que los resultados son suficientemente buenos.

2.1.7. La Educación Matemática

Durante años, ha predominado en la educación matemática local una visión que sobrestima los aspectos formales, simbólicos, abstractos de las mismas, y que enfatiza su separación del entorno sociocultural, y subestima su relación simbiótica con el mundo. Este predominio se ha dado en la práctica educativa, en la clase. Sin duda, ésta ha sido una condición para obstaculizar el aprendizaje de las matemáticas. No es la única condición, pero si una de las que han ayudado a los bajos niveles de promoción que suele tener esta disciplina.

Según RUIZ, Ángel, (2000), **“La ideología de las "matemáticas modernas" conecta íntimamente con el racionalismo: una tendencia epistemológica que enfatiza la razón en los criterios de verdad en el conocimiento. Esta se contrapone al empirismo que afirma que se dirime la verdad de una proposición a través de la experiencia sensorial. Para el racionalismo la mente produce verdades a priori, absolutas e infalibles. Las matemáticas han sido vistas persistentemente como el paradigma del conocimiento verdadero: más aún, la prescripción para establecer la verdad y la certeza. Y en esta percepción existen influjos históricamente decisivos: uno de ellos los Elementos de Euclides hace 2500 años. Su organización deductiva y axiomática penetró todas las épocas siguientes para definir lo que se ha pensado sobre la naturaleza de las matemáticas.”** (p. 17).

Sólo el entendimiento es capaz de alcanzar la verdad, por lo que nunca, si queremos evitar el error, debemos confiar ni en los sentidos, ni en el juicio de la imaginación, sino por la evidencia de la razón.

El racionalista considera que la razón es autosuficiente como fuente de conocimiento. Sólo a ella le corresponde juzgar sobre la verdad. La razón produce el conocimiento de la realidad con sus propias fuerzas, del mismo modo que produce la matemática. Todo el edificio de la ciencia se construye sobre ciertas ideas y principios evidentes que son innatos al entendimiento; éste los posee en sí mismo, al margen de toda experiencia sensible. La experiencia no aporta más que la ocasión para corroborar lo hallado por pura reflexión racional.

Dada la exactitud de sus deducciones, la matemática se convierte en paradigma de todo conocimiento. El modelo es siempre el tratado de geometría de Euclides, que parte de unas pocas verdades evidentes (axiomas) para hallar deductivamente el resto de verdades del sistema (teoremas). Exponer la metafísica, incluso exteriormente, de este modo (geométrico) es un intento que se repite una y otra vez en los filósofos racionalistas modernos (Descartes, Spinoza y Leibniz entre otros).

2.1.7.1. El conocimientocomo abstracción

La Revista Alternativa, Volumen 5, Número 18, propone el enfoque materialista de la teoría del conocimiento (Gétmanova, 1989), y establece que el esquema que sigue el proceso cognoscitivo consiste de seis categorías: sensación, percepción, noción, concepto, juicio, razonamiento. Las tres primeras categorías en este esquema del proceso de conocer corresponden a lo que se denomina conocimiento sensitivo o material, es decir, se trata de las diferentes formas de pensamiento originadas por los reflejos directos de la realidad concreta (material) sobre la conciencia del hombre; las tres últimas categorías corresponden a lo que se denomina pensamiento abstracto, son las diferentes formas de pensamiento originadas por los reflejos indirectos de la realidad subjetiva (no material) sobre la conciencia del hombre. Establece que el pensamiento abstracto, a través de sus tres formas esenciales: concepto, juicio y razonamiento es el medio para construir conocimiento teórico.

Según Guétmanova (1989): **…"Conocemos las leyes del mundo, la esencia de los objetos y de los fenómenos, lo común de ellos mediante el pensamiento abstracto, la forma más compleja de conocimiento. El pensamiento abstracto o racional refleja al mundo y sus procesos de un modo más pleno y profundo que el conocimiento sensitivo.**

El paso del conocimiento sensitivo al pensamiento abstracto es un salto en el proceso cognoscitivo, un salto del conocimiento de los hechos al de las leyes." (pág. 3)

De acuerdo con este enfoque, el conocimiento de la realidad comienza con lo sensorial desde la sensación hasta la noción. Pero el tipo de conocimiento que se genera en esta etapa es siempre de carácter material o empírico, es decir las generalizaciones que pueden hacerse están basadas en los rasgos externos (no esenciales) de los objetos, fenómenos y procesos de la naturaleza. Por ello se hace necesario pasar a una etapa de conocimiento más profundo, aquel que consiga abstraer los rasgos más internos o esenciales de los objetos y las relaciones invariantes entre ellos; las regularidades más estables en los fenómenos; y los algoritmos más depurados en los procesos. Esto último puede lograrse mediante la acción del pensamiento abstracto en sus tres categorías concepto, juicio y razonamiento.

Si se piensa en seguir este esquema del proceso del conocimiento en la enseñanza de la matemática, de inmediato debemos darnos cuenta que los objetos matemáticos no son objetos materiales, son abstractos; desde ahí, encontramos una seria imposibilidad para tratar de conocerlos a partir de lo sensorial, es decir, no podemos tener una sensación, una percepción o una noción de algún objeto matemático. De aquí se entiende, que el conocimiento de los OM es fundamentalmente conceptual.

El conocimiento en general no está siempre en una relación de correspondencia directa y mecánica con el entorno o la realidad física, lo que sucede es más bien lo contrario. El conocimiento es abstracción de la acción y la experiencia de los seres humanos y es manipulación y operación intelectual sobre abstracciones. Las diferentes ciencias poseen diferentes niveles y dimensiones de abstracción, y lo mismo sucede internamente a las ciencias: hay partes de una misma ciencia que poseen diferentes grados y formas de abstracción. Esto es importante, no todas las abstracciones se pueden reducir a un esquema.

2.1.7.2. La importancia de las dimensiones abstractas en las matemáticas

Lo anterior que se aplica al conocimiento en general, encuentra un sentido específico en las matemáticas. Aunque con orígenes intuitivos y empíricos, y con cierto influjo permanente de lo físico y social sobre la misma, las matemáticas poseen dimensiones abstractas en una mayor proporción y de diferente forma que las otras ciencias. El componente abstracto es mayor en las matemáticas. No son las matemáticas como decía Haskell Curry "la ciencia de los sistemas formales", ni tampoco una disciplina de símbolos abstractos. Pero es evidente que es una disciplina preocupada por los aspectos más abstractos de lo real.

Según BETH. E. W., PIAGET, Jean, (1980),**“Muchas de sus nociones básicas no son inducciones de la realidad, generalizaciones, sino necesidades abstractas, teóricas, producto de acciones abstractas sin contacto directo con el entorno. Puesto en estos términos, su principal fuente de validación se ha dado históricamente a través de necesidades ajenas a la manipulación del entorno. Es claro que los aspectos operatorios abstractos, las generalizaciones, las abstracciones de las abstracciones, son dimensiones que definen la naturaleza de las matemáticas. No negar el origen y el sentido intuitivos, mundanos, de la matemática, no supone negar o subestimar el papel central de la abstracción (que es específica) en las matemáticas.”** (p.157)

En ese sentido no se puede pretender que las matemáticas sean un reflejo del entorno o que su contextualización social, o empírica, siempre sea lo que mejor conviene a su comprensión.

Las matemáticas deben verse como una ciencia natural pero con características específicas que obligan a reinterpretar lo que son las ciencias. Entender el concepto de ciencia natural de manera que dé cabida a las matemáticas apuntala, de alguna manera, la idea de la diversidad en las ciencias. Muchas veces se han juzgado las diferentes disciplinas científicas a partir de un modelo abstracto, un rasero único (normalmente el que se atribuye a la física), cuando lo apropiado es entender y explicar las diferencias.

La naturaleza de las matemáticas, sus objetos y métodos, dejan un lugar muy amplio a la abstracción y la deducción lógica. Sus mecanismos de validación teórica obedecen a estas condiciones. No se puede negar el mayor carácter abstracto y general de las matemáticas y, por lo tanto, se debe asumir las consecuencias de esta realidad en la práctica de las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje. Se establece una decisiva relación entre matemáticas y abstracción: se trata de comprender el papel especial que juegan sus dimensiones abstractas. Hemos afirmado, sin embargo, un juego combinado y diverso de lo abstracto y lo no abstracto en el devenir de las matemáticas.

Para RUIZ, Ángel, (2000), **"Una gran fuerza explicativa posee para nosotros la comprensión de las matemáticas en términos históricos: tanto por sus objetos como sus métodos, por sus criterios de validación, las matemáticas solo pueden ser estudiadas como construcciones sociales colocadas en contextos históricos precisos. Son comunidades humanas, con sus vicios y virtudes, las que generan el conocimiento matemático. No olvidar esta dimensión es esencial para la práctica matemática pero para la educación matemática es más que eso: es determinante. Las matemáticas si bien deben verse con base en su especificidad no por ello deben alejarse de la cultura general. Una actitud adecuada en este terreno permitiría comprender las matemáticas de una manera más amplia y enriquecedora."** (p.24)

Su condición de ciencia natural plantea una relación estrecha de las matemáticas y el mundo material y social. Epistemológicamente: se trata de entender una relación mutuamente condicionante entre el objeto y el sujeto. Es decir una interacción de influjos recíprocos y cambiantes. De igual manera, se plantea una relación entre las matemáticas y las otras ciencias: una íntima vinculación teórica e histórica del conocimiento científico; lo que las hace un instrumento imprescindible para el progreso de éstas.

2.1.7.3. La educación matemática debe fortalecer el pensamiento abstracto

Para Kuntzmann, Jean, (2008), La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se debe permear del tipo de condiciones que establece la naturaleza de la disciplina, y especialmente ajustarse y construir pedagógicamente la abstracción, pero no para evadirla, sino para comprenderla mejor. En un marco teórico que establece vasos comunicantes con la realidad física y social, la Educación Matemática debe fortalecer las diferentes formas de abstracción y operación mental que constituye esta ciencia. La abstracción es importante, es fundamental. Desarrollar la capacidad de abstracción en los estudiantes, es darles las condiciones para realizar un pensamiento abstracto, independiente, crítico y capaz de ascender a lo mejor de la cultura y el conocimiento universales.

Por eso, cuando se pretende reducir las matemáticas a inducciones del entorno, meras generalizaciones, se comete una equivocación. Cuando se piensa que la contextualización de la enseñanza de las matemáticas es buena en sí misma, todo el tiempo, o “si hay más contextualización entonces es mejor”, se equivoca el camino.

Según el mismo autor, La reacción frente al abuso en los formalismos o a los excesos de las “matemáticas modernas” en los últimos treinta años de la educación matemática, no puede conducir a un rechazo de la abstracción matemática, a una negativa a fortalecer el pensamiento abstracto. Un ejemplo: se favoreció el uso de aspectos formales inapropiados en ciertos niveles educativos, pero, además, lo que mucha gente no repara, subestimó el mismo cálculo en matemáticas. Se enfatizó la propiedad y no la operación y el resultado. Una visión alternativa a esos excesos de filiación formalizante debe rescatar el cálculo matemático, la operación abstracta. El cálculo mental, el cálculo rápido, en fin todas las técnicas calculatorias deben ser fortalecidas. Está demostrado que un énfasis en las operaciones, sin contextualizar, es vital para el desarrollo de estas destrezas calculatorias esenciales. Cuando se pretende contextualizar la mayoría de las operaciones se debilita la formación en el cálculo operatorio.

2.1.7.4. La belleza y el atractivo de las matemáticas

Esta posición se ha asociado a otra más simple que también ha entorpecido el mejor derrotero para la educación matemática: plantear que la enseñanza de las matemáticas se vuelve atractiva cuando se llena de contextualizaciones y se recarga de referencias al entorno. O, más aún, cuando los contenidos matemáticos se presentan en multitud de historietas y pasajes en forma de cuento. La belleza y el atractivo de las matemáticas no se encuentran meramente en que éstas surjan de una historieta o de un contexto. Esto sería circunstancial. Puede que una situación contextualizada permita el uso de una noción u operación matemática, y esto haga atractiva la misma. Pero puede ser también que la historieta o el cuento resulte totalmente artificial frente a la matemática que se quiere sacar, que provoque precisamente rechazo. Un resultado sin contextualización, un mecanismo inteligente para acortar operaciones, o una propiedad interesante de los números, puede ser un gran estímulo para un niño. Lo atractivo y estimulante de las matemáticas depende de muchas cosas, y debe tenerse cuidado en no simplificar las cosas excesivamente.

La presentación del conocimiento debe hacerse de la forma más atractiva posible para el estudiante para buscar la motivación esencial al aprendizaje. Esto es una condición muy razonable para los textos. Pero de la misma manera se debe tener cuidado en no confundir el sentido de la educación. Los textos no deben ser una colección de historietas, cuentos, ilustraciones, y recursos de entretenimiento, en la que se debilite los contenidos cognoscitivos. Los textos deben contener historietas, cuentos, ilustraciones, entretenimientos, pero con el objetivo de fortalecer los contenidos cognoscitivos. Esto es importante, porque señala que el espacio que ocupen los cuentos, historietas, etc., deben ser limitados a la dimensión que favorezca la relevancia de los contenidos y métodos cognoscitivos. Cuando se piensa que un texto es mejor porque posee muchas ilustraciones, cuentos e historietas, se pierde de vista el sentido de lo que debe ser un texto educativo.

La compulsión por lo “atractivo” en las matemáticas, al margen de la finalidad educativa de fortalecer la instrucción de calidad, también la encontramos asociada a visiones que buscan debilitar el nivel y los contenidos de las matemáticas escolares, para favorecer las promociones en la misma.

2.1.8. Enseñanza de las matemáticas

La mayor parte de los docentes comparten actualmente una concepción constructivista de las matemáticas y su aprendizaje. En esta concepción, la actividad de los alumnos al resolver problemas se considera esencial para que éstos puedan construir el conocimiento.

Pero el aprendizaje de conceptos científicos complejos (por ejemplo de conceptos físicos o matemáticos) en adolescentes y personas adultas, no puede basarse solamente en un constructivismo estricto. Requeriría mucho tiempo de aprendizaje y, además, se desperdiciarían las posibilidades de poder llevar al alumno rápidamente a un estado más avanzado del conocimiento, mediante técnicas didácticas adecuadas.

El aprendizaje de una lengua, requiere la práctica de la conversación desde su comienzo, pero si se quiere lograr un aprendizaje funcional que permita la comunicación, será preciso el estudio de la gramática. Del mismo modo, además de hacer matemáticas es preciso estudiar las reglas matemáticas para poder progresar en la materia.

Según GODINO, Juan (2008), **“Puesto que disponemos de todo un sistema conceptual previo, herencia del trabajo de las mentes matemáticas más capaces a lo largo de la historia desaprovecharíamos esta herencia si cada estudiante tuviese que redescubrir por sí mismo todos los conceptos que se le tratan de enseñar.”** (pág. 113)

La ciencia, y en particular las matemáticas, no se construyen en el vacío, sino sobre los pilares de los conocimientos construidos por nuestros predecesores. **“El fin de la enseñanza de las matemáticas no es sólo capacitar a los alumnos a resolver los problemas cuya solución ya conocemos, sino prepararlos para resolver problemas que aún no hemos sido capaces de solucionar. Para ello, hemos de acostumbrarles a un trabajo matemático auténtico, que no sólo incluye la solución de problemas, sino la utilización de los conocimientos previos en la solución de los mismos.”** (pág.115)

La mejora de la educación matemática para todos los estudiantes requiere una enseñanza eficaz de las matemáticas en las clases. Los estudiantes aprenden matemáticas por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, y su confianza y buena disposición hacia las matemáticas están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela.

No hay recetas fáciles para ayudar a todos los estudiantes a aprender, o para que todos los profesores sean eficaces. No obstante, los resultados de investigaciones y experiencias que han mostrado cómo ayudar a los alumnos en puntos concretos deberían guiar el juicio y la actividad profesional. Para ser eficaces, los profesores deben conocer y comprender con profundidad las matemáticas que están enseñando y ser capaces de apoyarse en ese conocimiento con flexibilidad en sus tareas docentes. Necesitan comprender y comprometerse con sus estudiantes en su condición de aprendices de matemáticas y como personas y tener destreza al elegir y usar una variedad de estrategias pedagógicas y de evaluación. Además, una enseñanza eficaz requiere una actitud reflexiva y esfuerzos continuos de búsqueda de mejoras.

La instrucción matemática significativa atribuye un papel clave a la interacción social, a la cooperación, al discurso, y a la comunicación, además de a la interacción del sujeto con las situaciones-problemas. El sujeto aprende mediante su interacción con un medio instruccional, apoyado en el uso de recursos simbólicos, materiales y tecnológicos disponibles en el entorno. Algunas consecuencias de este enfoque de la enseñanza son las siguientes:

Para que el estudio de un cierto concepto sea significativo, debemos mostrar a los alumnos una muestra representativa de las prácticas que lo dotan de significado. Al planificar la enseñanza debemos partir del análisis del significado de dicho concepto. Puesto que el tiempo de enseñanza es limitado, se procurará seleccionar las prácticas más representativas.

Según el autor, es importante dar a los alumnos la oportunidad de plantearse y de tratar de resolver problemas interesantes para que:

1. formulen hipótesis y conjeturas,
2. traten de usar diferentes sistemas de representación,
3. traten de comunicar y validar las soluciones propuestas,
4. confronten sus soluciones con las de otros compañeros, y, finalmente,
5. traten de confrontar su solución con la solución que se considera correcta en matemáticas.

Debemos ser conscientes que al final del proceso de instrucción el conocimiento construido por cada estudiante será siempre parcial y dependerá del contexto institucional, material y temporal en que tiene lugar el proceso

Al reconocer la complejidad del conocimiento matemático, no podremos concebir competencia y comprensión como estados dicotómicos – un estudiante es o no competente, comprende o no comprende un tema matemático-. La competencia y comprensión son crecientes y progresivas a lo largo del aprendizaje.

Si queremos que los alumnos adquieran competencia y comprensión sobre los distintos componentes de un contenido matemático, debemos tener en cuenta dichos componentes al planificar y llevar a cabo la enseñanza. Para ello el investigador francés Brousseau propuso diseñar situaciones didácticas de diversos tipos:

• **Acción,** en donde el alumno explora y trata de resolver problemas; como consecuencia construirá o adquirirá nuevos conocimientos matemáticos; las situaciones de acción deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos, para que deseen resolverlos; deben ofrecer la oportunidad de investigar por sí mismos posibles soluciones, bien individualmente o en pequeños grupos.

• **Formulación/ comunicación**, cuando el alumno pone por escrito sus soluciones y las comunicar a otros o al profesor; esto le permite ejercitar el lenguaje matemático.

• **Validación**, donde debe probar que sus soluciones son correctas y desarrollar su capacidad de argumentación.

• **Institucionalización**, donde se pone en común lo aprendido, se fijan y comparten las definiciones y las maneras de expresar las propiedades matemáticas estudiadas.

Todos los estudiantes pueden aprender a pensar matemáticamente

Para GODINO, Juan (2008), **“Cada estudiante puede -y debe- aprender a razonar y resolver problemas, hacer conexiones a través de una rica red de tópicos y experiencias, y a comunicar ideas matemáticas. Aunque los objetivos tales como hacer conjeturas, argumentar sobre las matemáticas usando la evidencia matemática, formular y resolver problemas parezcan complejos, no están destinados sólo a los chicos "brillantes" o "capaces matemáticamente".**(pág. 141)

La enseñanza es una práctica compleja y por tanto no reducible a recetas o prescripciones, Se apoya en el conocimiento de varios dominios: - conocimiento general de las matemáticas, - de cómo los estudiantes aprenden matemáticas en general, - del contexto de la clase, la escuela y la sociedad, la enseñanza es específica del contexto.

Los profesores combinan el conocimiento procedente de estos dominios diferentes para decidir cómo responder a la pregunta de un estudiante, cómo representar una idea matemática particular, hasta cuándo proseguir con la discusión de un problema, o qué tarea usar para introducir a los estudiantes en un tópico nuevo. Estas decisiones dependen de una variedad de factores antes los cuales el profesor debe encontrar un equilibrio.

La buena enseñanza depende de una serie de consideraciones y demanda que los profesores razonen de un modo profesional dentro de contextos particulares de trabajo. Los estándares para la enseñanza de las matemáticas están diseñados como una ayuda en tales razonamientos y decisiones resaltando aspectos cruciales para la creación del tipo de prácticas de enseñanza que apoyan los objetivos de aprendizaje. Se agrupan en cuatro categorías: tareas, discurso del profesor y de los estudiantes, entorno y análisis.

Las tareas en que se implican los estudiantes - proyectos, problemas, construcciones, aplicaciones, ejercicios, etc. - y los materiales con los que trabajan enmarcan y centran sus oportunidades para aprender las matemáticas.

Estas tareas:

- ✓ Proporcionan el estímulo para que los estudiantes piensen sobre conceptos y procedimientos particulares, sus conexiones con otras ideas matemáticas, y sus aplicaciones a contextos del mundo real.
- ✓ Pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar destrezas en el contexto de su utilidad.
- ✓ Expresan lo que son las matemáticas y lo que implica la actividad matemática.
- ✓ Pueden dar una visión de las matemáticas como un dominio de indagación valioso y atrayente.
- ✓ Requieren que los estudiantes razonen y comuniquen matemáticamente y promueven su capacidad para resolver problemas y para hacer conexiones.
- ✓ Una responsabilidad central del profesor consiste en seleccionar y desarrollar tareas valiosas y materiales que creen oportunidades para que los estudiantes desarrollen su comprensión matemática, competencias, intereses y disposiciones.

2.1.8.1. Estilos de Enseñanza de Matemática

La matemática como actividad posee una característica fundamental: La Matematización. Matematizar es organizar y estructurar la información que aparece en un problema, identificar los aspectos matemáticos relevantes, descubrir regularidades, relaciones y estructuras.

CASTAÑEDA F., A., Peral, J.C. (2007) La Resolución de Problema en las Matemáticas del Bachillerato, distingue dos formas de matematización, la matematizaciónhorizontal y la matematizaciónvertical.

"La matematización horizontal, no lleva del mundo real al mundo de los símbolos y posibilita tratar matemáticamente un conjunto de problemas.

En esta actividad son característicos los siguientes procesos:

IDENTIFICAR las matemáticas en contextos generales

ESQUEMATIZAR

FORMULAR y VISUALIZAR un problema de varias maneras

DESCUBRIR relaciones y regularidades

RECONOCER aspectos isomorfos en diferentes problemas

TRANSFERIR un problema real a uno matemático

TRANSFERIR un problema real a un modelo matemático conocido.

La MATEMATIZACIÓN VERTICAL, consiste en el tratamiento específicamente matemático de las situaciones, y en tal actividad son característicos los siguientes procesos:

REPRESENTAR una relación mediante una fórmula

UTILIZAR diferentes modelos

REFINAR y AJUSTAR modelos

COMBINAR e INTEGRAR modelos

PROBAR regularidades

FORMULAR un concepto matemático nuevo

GENERALIZAR”

Estos dos componentes de la matematización pueden ayudarnos a caracterizar los diferentes estilos o enfoques en la enseñanza de la matemática.

Según GODINO, Juan (2008), **“Una instrucción matemática significativa debe atribuir un papel clave a la interacción social, a la cooperación, al discurso del profesor, a la comunicación, además de a la interacción del sujeto con las situaciones-problemas. El maestro debe ser consciente de la complejidad de la tarea de la enseñanza si se desea lograr un aprendizaje matemático significativo. Será necesario diseñar y gestionar una variedad de tipos de situaciones didácticas, implementar una variedad de patrones de interacción y tener en cuenta las normas, con frecuencia implícitas, que regulan y condicionan la enseñanza y los aprendizajes.”** (p. 32)

Uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos aficionados”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, los ordenadores resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados:

a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional.

b) Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el ejercicio profesional.

2.2. POSICIONAMIENTO TEÓRICO PERSONAL

Considerando las diferentes Teorías del Aprendizaje y porque está direccionada con los principios de la Educación, esta investigación se identifica con la Teoría del Constructivismo, sus fundamentos epistemológicos y psicológicos, esencialmente porque destaca la importancia de motivar al estudiante en el descubrimiento progresivo del conocimiento y la abstracción.

Esta Teoría no solo se preocupa en formar al individuo en un acervo de conocimientos científicos significativos, como consecuencia de desequilibrios en la comprensión del estudiante sino que trata de encontrar el equilibrio adecuado en el desarrollo profesional y personal hasta conseguir su autorrealización. El Constructivismo tiene muchas variaciones, tales como Aprendizaje Generativo, Aprendizaje Cognoscitivo, Aprendizaje basado en Problemas, Aprendizaje por Descubrimiento, Aprendizaje Contextualizado y Construcción del Conocimiento.Todas estas variantes teóricas arriban a un fin específico, un aprendizaje verdadero y transformador del estudiante.

La teoría constructivista es idónea para ser utilizada en el proceso de abstracción en la enseñanza aprendizaje de Matemática; pues, motiva y favorece la participación interactiva del estudiante – profesor en el aula, porque tiende a despertar el interés del primero en el tratamiento de la asignatura y permite al segundo alcanzar objetivos generales y específicos formulados en la planificación de Asignatura; no limita las destrezas y habilidades que se necesita para aprender una ciencia exacta sino que también ayuda a la formación integral del estudiante, participando en el desarrollo de competencias humanas, a través de la satisfacción progresiva y continua de necesidades de autorrealización personal y adquisición de la práctica de valores.

.

2.3. GLOSARIO DE TÉRMINOS

Abstracción: Es la representación de ideas, conceptos, pensamientos y sentimientos en donde la función de la imagen es restituir la impresión visual de algo real, con mayor o menor grado de realidad reproductiva.

Antagónico: Contrariedad, rivalidad, oposición sustancial o habitual especialmente en doctrinas y opiniones.

Aprendizaje: Es el proceso a través del cual se adquieren nuevas habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación.

Cognitivo: Hace referencia a la facultad de los seres de procesar información a partir de la percepción, el conocimiento adquirido (experiencia) y características subjetivas que permiten valorar la información.

La cognición está íntimamente relacionada con conceptos abstractos tales como mente, percepción, razonamiento, inteligencia, aprendizaje y muchos otros que describen numerosas capacidades de los seres superiores- aunque estas características también las compartirían algunas entidades no biológicas.

Consolidar: Conferir firmeza y solidez, Reunir, volver a juntar lo que antes se había quebrado o roto, de modo que quede firme.

Empirismo: Es una teoría filosófica que enfatiza el papel de la experiencia, ligada a la percepción sensorial, en la formación del conocimiento. Para el empirismo más extremo, la experiencia es la base de todo conocimiento, no sólo en cuanto a su origen sino también en cuanto a su contenido. Se parte del mundo sensible para formar los conceptos y éstos encuentran en lo sensible su justificación y su limitación.

Epistemológico: es la rama de la filosofía cuyo objeto de estudio es el conocimiento científico. La epistemología, como teoría del conocimiento, se ocupa de problemas tales como las circunstancias históricas, psicológicas y sociológicas que llevan a su obtención, y los criterios por los cuales se le justifica o invalida.

Fenoménico: Es una parte o ciencia de la filosofía que estudia y analiza los fenómenos lanzados a la conciencia. Dicho de otro modo, la fenomenología es la ciencia que estudia la relación que hay entre los hechos (fenómenos) y el ámbito en que se hace presente esta realidad (psiquismo, la conciencia).

Hipotético: Una hipótesis es una fórmula de la que se parte para alcanzar finalmente otra fórmula mediante deducciones válidas. Es decir, en la demostración de una fórmula, las hipótesis son el conjunto de afirmaciones adicionales que son añadidas al conjunto de axiomas, para determinar si la fórmula es deducible del conjunto formado por axiomas e hipótesis mediante la aplicación de reglas de inferencia.

Lógica: Es una ciencia formal y una rama de la Filosofía que estudia los principios de la demostración e inferencia válida. La palabra significa «dotado de razón, intelectual, dialéctico, argumentativo», que a su vez viene de logos, “palabra, pensamiento, idea, argumento, razón o principio”.

La lógica examina la validez de los argumentos en términos de su estructura, (estructura lógica), independientemente del contenido específico del discurso y de la lengua utilizada en su expresión y del los estados reales a los que dicho contenido se pueda referir.

Mente: La “conciencia”del idioma latínconscientia“conocimiento compartido”. Se define en general como el conocimiento que un ser tiene de sí mismo y de su entorno, se refiere a la moral o bien a la recepción normal de los estímulos del interior y el exterior. "Conscientĭa" significa, literalmente, "con conocimiento". En la especie Homo sapiens, la conciencia implica varios procesos cognitivo interrelacionados.

Conciencia se refiere al saber de sí mismo, al conocimiento que el espíritu humano tiene de su propia existencia, estados o actos. Conciencia se aplica a lo ético, a los juicios sobre el bien y el mal de nuestras acciones. Una persona "de conciencia recta" no comete actos socialmente reprobables.

Metafísica: La metafísica es una rama de la Filosofía que se encarga de estudiar la naturaleza, estructura, componentes y principios fundamentales de la realidad.

Pensamiento: Es la actividad y creación de la mente; dícese de todo aquello que es traído a existencia mediante la actividad del intelecto. El término es comúnmente utilizado como forma genérica que define todos los productos que la mente puede generar incluyendo las actividades racionales del intelecto o las abstracciones de la imaginación; todo aquello que sea de naturaleza mental es considerado pensamiento, bien sean estos abstractos, racionales, creativos, artísticos, etc. Para muchos tratadistas el pensamiento estratégico de una institución es la coordinación de mentes creativas dentro de una perspectiva común que les permite avanzar hacia el futuro de una manera satisfactoria para todo contexto.

Razón: Es la facultad en virtud de la cual el ser humano es capaz de identificar conceptos, cuestionarlos, hallar coherencia o contradicción entre ellos y así inducir o deducir otros distintos de los que ya conoce. Así, la razón humana, más que descubrir certezas es una capacidad de establecer o descartar nuevos conceptos concluyentes o conclusiones, en función de su coherencia con respecto de otros conceptos de partida o premisas.

2.4.PREGUNTAS DIRECTRICES

- ¿Cuál es el nivel de abstracción de los estudiantes de los terceros años de bachillerato en la especialidad de Física y Matemática, y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática?

- ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y científicos que sustentan el tema de investigación?

- ¿Es posible diseñar Estrategias Didácticas Alternativas que fortalezcan la habilidad de desarrollar el pensamiento abstracto en los estudiantes de las instituciones investigadas?

- ¿Socializar las estrategias didácticas alternativas propuestas con los y las estudiantes de los colegios incluidos en la investigación será de utilidad práctica?

2.5. MATRIZ CATEGORIAL

CONCEPTO	CATEGORÍAS	DIMENSIÓN	INDICADOR	ITEM
Pensamiento abstracto Capacidad mental para ordenar, dar sentido e interpretar informaciones disponibles en el cerebro. Es la capacidad de deducir, sintetizar, interpretar, analizar los fenómenos que nos afectan.	Pensamiento Abstracto	Pensamiento: Deductivo Inductivo Analítico Síntético Creativo Sistémico Crítico Interrogativo	¿Tiene dificultar para reconocer un problema matemático? ¿Identifica la aplicación de una fórmula matemática? ¿Memoriza o infiere fórmulas matemáticas? ¿Aplica el procedimiento para la solución de un problema matemático? ¿Utiliza procesos secuenciales en la resolución de problemas matemáticos? ¿Busca otras alternativas de solución? ¿Es capaz de utilizar procesos matemáticos en la solución de problemas prácticos?	E2:8 E2:9 E2: 10 E2: 11 E2: 12 E2:13 E2:14
Proceso de Aprendizaje de Matemática Sucesión de fases y etapas mediante las cuales se va produciendo, de manera intencional y planificada la entrega y recepción cultural precedente a las nuevas generaciones, lo que persigue como fin la formación de personalidades íntegras y con	Proceso de Aprendizaje de Matemática	Comprensión y pensamiento Descubrimiento Reorganización Construcción Conjeturación Comprobación Validación Solución de problemas	¿Cuál es el nivel de aprendizaje significativo de las Matemáticas? ¿Los estudiantes han alcanzado niveles adecuados en el aprendizaje de Matemática? ¿Los estudiantes son competentes para la resolución de problemas matemáticos? ¿El pensamiento abstracto es importante	E1: 3; E2: 3-5 E1: 8 E1: 6 E1: 1,2,4,5 E2: 1,2,6

preparación al nivel de la época en que le corresponde vivir, para poder servir a los intereses sociales.			para el aprendizaje de Matemática?	

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

La presenteinvestigación de campoayudó a comprender de forma directa el problema de investigación, y permitió trabajar en el ambiente en el que conviven los estudiantes de los cuales se obtuvieron los datos más relevantes que fueron analizados.

Fue documental porqueutilizó documentos ya existentes que respaldaron el problema de investigación y para demostrar que el problema planteado existe y tiene solución.

Descriptiva porque buscó caracterizar las propiedades importantes de los estudiantes que fueron sometidos al análisis. La captación sirvió para profundizar en el problema a investigar para más tarde elaborar un módulo que ayude al estudiante a desarrollar el pensamiento abstracto.

Fue un proyecto factible porque los estudiantes de los últimos años de secundaria necesitaron desarrollar y dominar el pensamiento abstracto, el cual les permitió aprender a pensar en forma sofisticada y abstracta, todo esto se logra mediante la aplicación de métodos y técnicas de aprendizaje que utilice el maestro para contribuir al desarrollo de dicho pensamiento.

La investigación benefició a los estudiantes de los terceros años de Bachillerato de los Colegios Universitario “UTN”, “Ibarra” de la provincia de Imbabura y “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia del Carchi.

3.2. MÉTODOS

En el desarrollo de la investigación, se aplicaron los siguientes métodos:

- **Científico:** mediante este método se buscó llegar al conocimiento de la realidad del problema del desarrollo de pensamiento abstracto en la matemática, siempre ubicados dentro del rigor de la ciencia. Así como, también mediante la aplicación correcta del proceso del método científico que nos permitió elaborar una solución al problema de investigación.

- **Inductivo-Deductivo:**Se utilizósimultáneamente la inducción y la deducción para buscar la solución del problema investigado.

- **Matemático** a través de la Estadísticaen larecolección, análisis e interpretación de los datos.

3.3.TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Se utilizó la observación que le confirió un nivel de profundidad a la investigación, en tantosu fundamento radicó en la percepción directa del objeto de investigación y del problema; es decir se tuvo acceso directo con los sujetos investigados, así como también se pudo verificar la existencia del problema.

También se utilizóla técnica de la Encuesta para obtener datos de los sujetos investigados cuyas opiniones impersonales interesan al investigador. Se estableció el cuestionario como instrumento, que constó de preguntas de selección múltiple.

3.4.POBLACIÓN

La población del proyecto estuvo determinada por los docentes y estudiantes de los Colegios Ibarra y Universitario UTN de Ibarra en Imbabura; y, Mario Oña Perdomo y Carlos Martínez Acosta, de la provincia de El Carchi.

COLEGIOS	**DOCENTES DE MATEMÁTICA**	**ESTUDIANTES DE TERCER AÑO DE BACHILLERATO ESPECIALIZACIÓN F.M.**
Universitario “UTN”	1	36
Ibarra	3	94
Mario Oña Perdomo	2	22
Carlos Martínez Acosta	1	16
Total	**7**	**168**

Como la población es relativamente pequeña no amerita la determinación de muestra, por lo que se desarrolló un censo.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. RESULTADOS DE LA ENCUESTA APLICADA A LOS DOCENTES

En este capítulo se resumen los resultados de la etapa de diagnóstico de la investigación realizada a siete docentes del área de Matemáticas y 168 estudiantes del tercer año de bachillerato en Ciencias, Especialización Física y Matemáticas de los Colegios Universitario “UTN”, “Ibarra”, de la provincia de Imbabura; y “Mario Oña Perdomo” y “Carlos Martínez Acosta” de la provincia de El Carchi, con el propósito de conocer la incidencia del nivel de abstracción en el aprendizaje de la Matemática y relacionar los estos resultados entre los estudiantes de los colegios seleccionados.

Se elaboraron dos instrumentos de diagnóstico para evaluar las variables de la investigación que contienen preguntas específicamente orientadas a obtener información acerca del problema identificado en el diagnóstico inicial, cuando se formulaba el problema del bajo nivel de desarrollo del pensamiento abstracto en los estudiantes del tercer año del Bachillerato en Ciencias, especialización Física y Matemáticas.

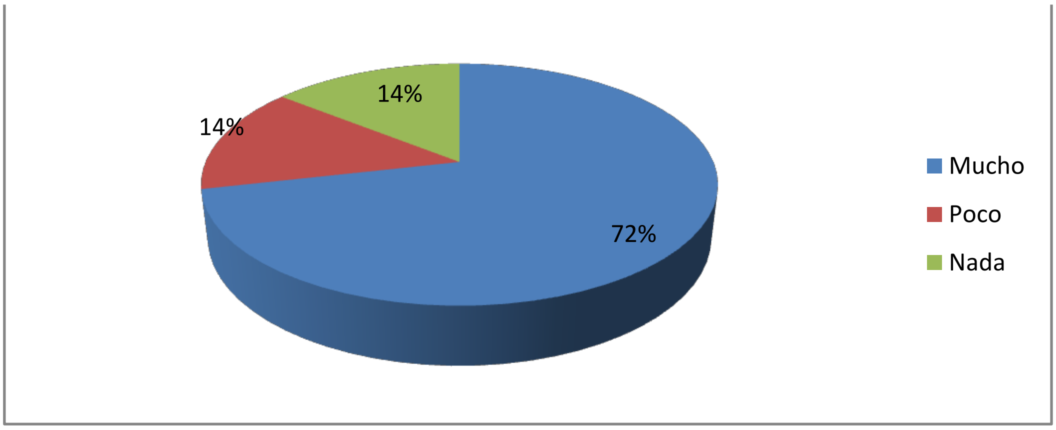
Por las características del diseño de la investigación, se procesan estos resultados por instrumento; sin embargo, a través del análisis e interpretación, se procura contrastar la información, buscando similitudes y contradicciones, así como estableciendo inconsistencias o respuestas sesgadas por factores ajenos a los propósitos de este trabajo.

Pregunta 1: ¿Considera usted que para el aprendizaje de Matemáticas, el desarrollo del pensamiento abstracto es importante?

Tabla 1

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	5	71,43
Poco	1	14,29
Nada	1	14,29
TOTAL	7	100,00

Gráfico 1 Importanciadel desarrollo del pensamiento abstracto para el aprendizaje de Matemáticas



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

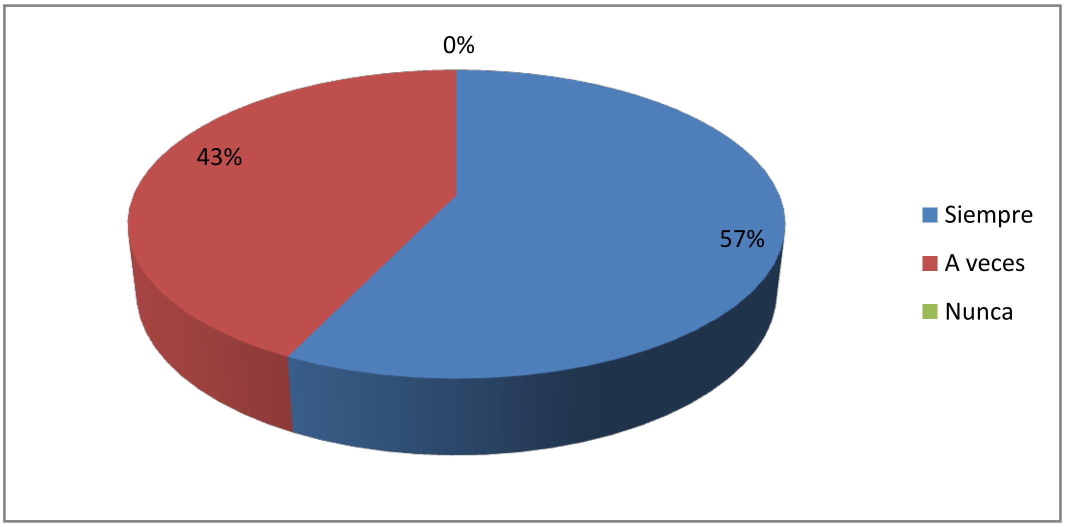
La mayoría de los docentes investigados considera que el desarrollo del pensamiento abstracto es importante para el aprendizaje de Matemáticas. De esta respuesta se concluye que los docentes valoran la capacidad de abstracción como factor esencial para conseguir aprendizajes significativos en el tratamiento de la disciplina de Matemáticas puesto que están implícitas las habilidades de deducción, síntesis, análisis e interpretación como premisa básica para procesar adecuadamente la resolución de problemas matemáticos.

Pregunta 2: ¿Es posible desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes a través de su trabajo en el aula?

Tabla 2

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	4	57,14
A veces	3	42,86
Nunca	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 2 Posibilidad de desarrollar pensamiento abstracto en el trabajo de aula



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

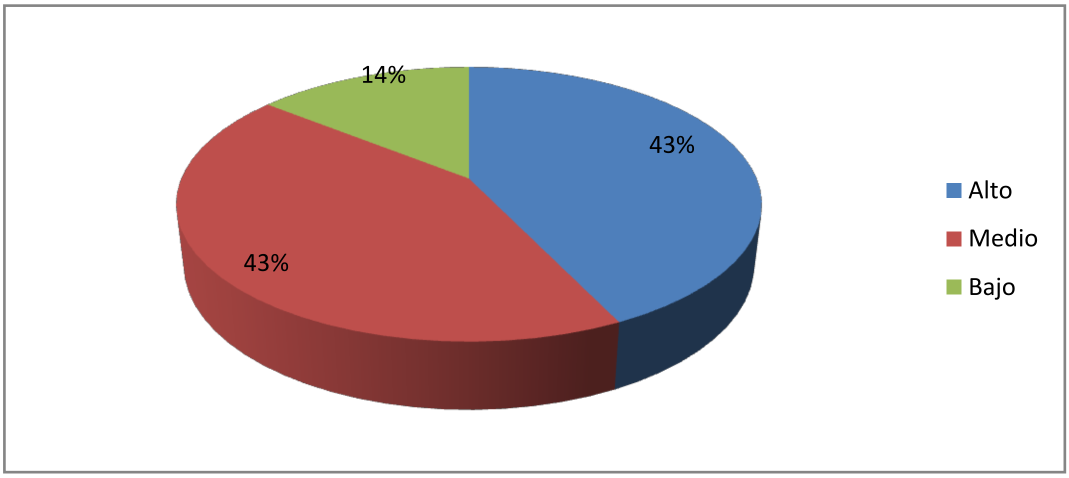
En la opinión de la mayoría de los docentes, siempre es posible desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes a través de su trabajo en el aula; sin embargo, preocupa el porcentaje de docentes que reconocen que únicamente a veces se logra desarrollar el pensamiento abstracto durante el trabajo de aula. Según los propios docentes, no siempre se logra este importante objetivo.

Pregunta 3: ¿Cuál es el nivel de éxito de aprendizaje de Matemática en sus estudiantes?

Tabla 3

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Alto	3	42,86
Medio	3	42,86
Bajo	1	14,29
TOTAL	7	100,00

Gráfico 3 Nivel de éxito de aprendizaje de los estudiantes en Matemáticas



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

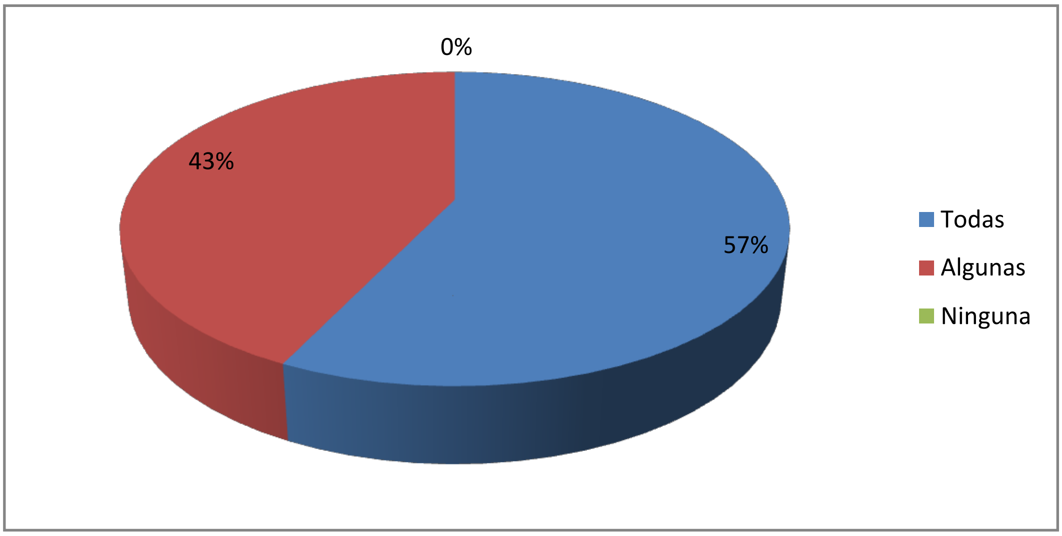
Entre las opciones: alto y medio, ubican los docentes investigados al nivel de éxito logrado en el aprendizaje de Matemáticas en sus estudiantes. Tratándose de estudiantes de especialidad en Matemáticas, que se encuentran cercanos a concluir la etapa de educación media y los resultados no son precisamente óptimos, entonces, es claro que el nivel de éxito de los aprendizajes en Matemáticas no es el ideal del perfil de egreso.

Pregunta 4: ¿Considera que las disciplinas requieren de estrategias para desarrollar el pensamiento abstracto?

Tabla 4

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Todas	4	57,14
Algunas	3	42,86
Ninguna	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 4 Las disciplinas requieren estrategias para el desarrollo del pensamiento abstracto



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

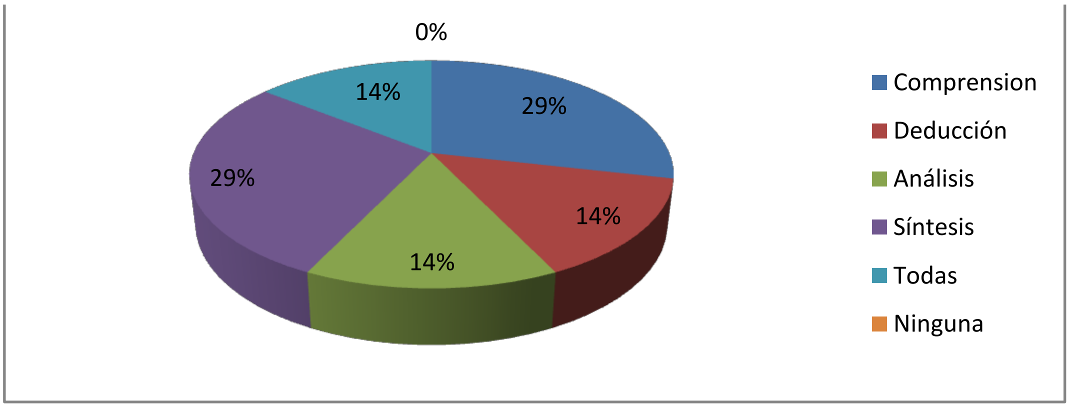
La mayoría de los docentes investigados opina que todas las disciplinas requieren de estrategias para desarrollar el pensamiento abstracto. Existe consciencia en los docentes investigados, en la necesidad de direccionar el proceso de enseñanza aprendizaje con estrategias específicas para el desarrollo del pensamiento abstracto.

Pregunta 5: ¿Qué habilidades y destrezas es posible desarrollar con el pensamiento abstracto? Señale las que considere factibles.

Tabla 5

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Comprensión	2	28,57
Deducción	1	14,29
Análisis	1	14,29
Síntesis	2	28,57
Todas	1	14,29
Ninguna	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 5 Qué habilidades y destrezas es posible desarrollar con el pensamiento abstracto



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

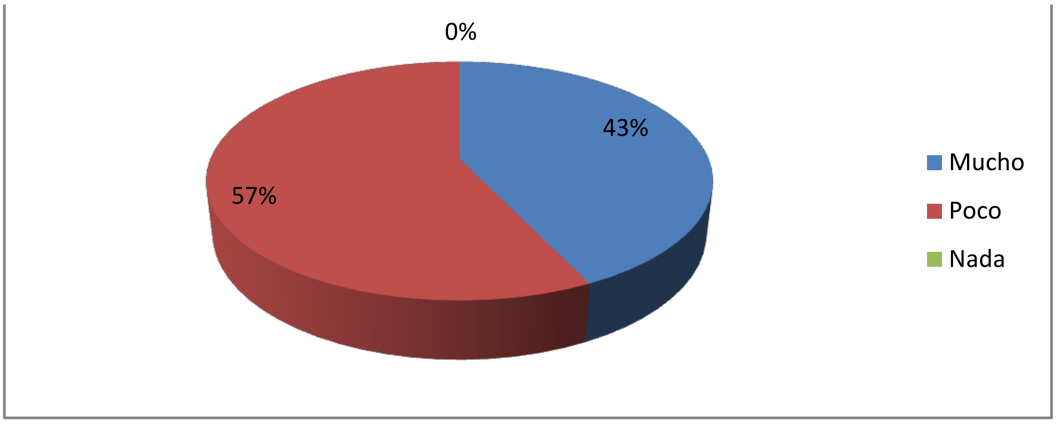
Según la opinión de los docentes encuestados, el pensamiento abstracto permite desarrollar habilidades de: síntesis, comprensión, deducción y análisis, en porcentajes más o menos equilibrados. De las respuestas se deduce que los docentes le conceden mucha importancia al pensamiento abstracto como elemento esencial para alcanzar aprendizajes significativos.

Pregunta 6: ¿Los estudiantes son competentes para la resolución de problemas matemáticos de acuerdo con los bloques curriculares del curso?

Tabla 6

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	3	42,86
Poco	4	57,14
Nada	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 6 Los estudiantes son competentes para la resolución de problemas matemáticos



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

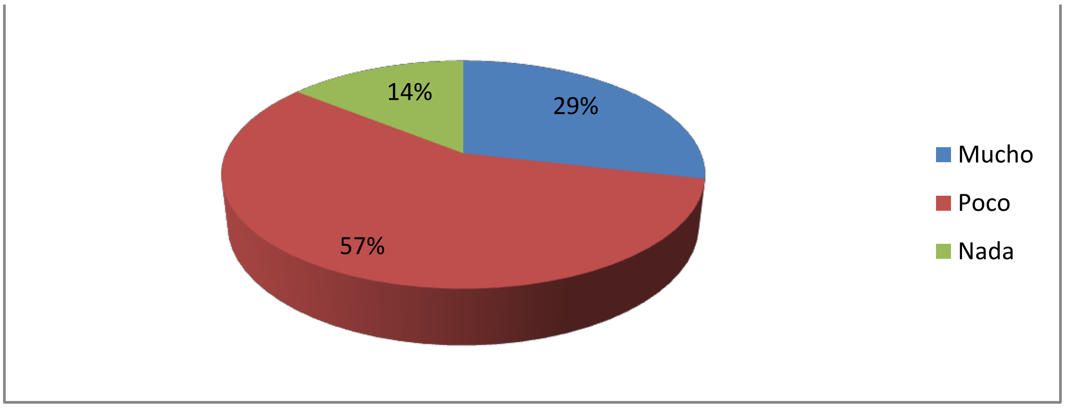
Un porcentaje superior a la mitad de los docentes encuestados considera que los estudiantes son poco competentes para la resolución de problemas matemáticos de acuerdo con los bloques curriculares del curso. Respuesta que contradice la opinión de los docentes relacionada con el nivel de éxito alcanzado por sus estudiantes en el aprendizaje de Matemáticas que alcanzó un punto medio en la opinión de los encuestados.

Pregunta 7: ¿Los estudiantes disfrutan de las clases de Matemática?

Tabla 7

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	2	28,57
Poco	4	57,14
Nada	1	14,29
TOTAL	7	100,00

Gráfico 7 Estudiantes disfrutan de las clases de Matemática



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

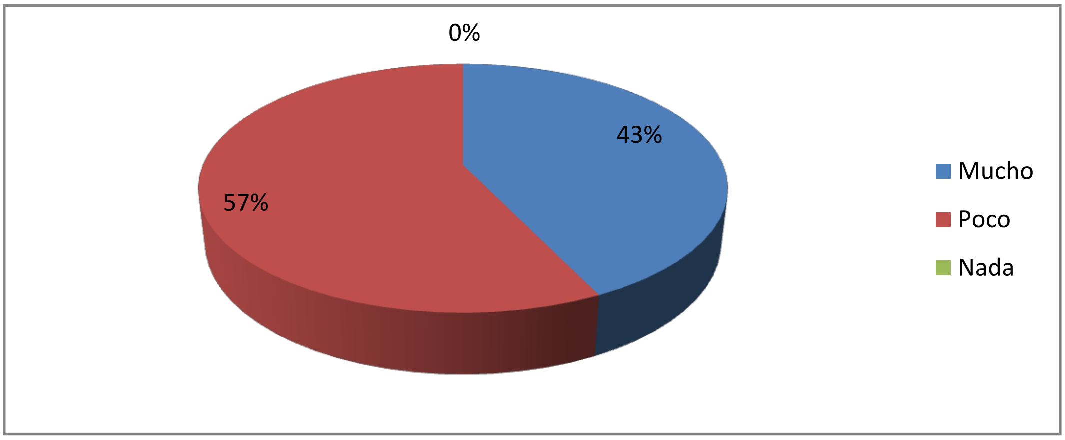
Desde la visión de la mayoría de los docentes encuestados, los estudiantes disfrutan poco de las clases de Matemáticas. Si se parte del supuesto de que los estudiantes escogieron Física y Matemática como especialidad del bachillerato, se deduce también que mostraban mayor inclinación por las disciplinas de formación específica, por tanto resulta incongruente que disfruten poco de las clases de Matemáticas, a menos que el problema radique en las estrategias aplicadas por el docente que no resulten suficientemente interesantes y motivadoras para los estudiantes.

Pregunta 8: ¿Considera que los estudiantes han alcanzado aprendizajes significativos en la disciplina de Matemáticas?

Tabla 8

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	3	42,86
Poco	4	57,14
Nada	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 8 Los estudiantes han alcanzado aprendizajes significativos en la disciplina de Matemáticas.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

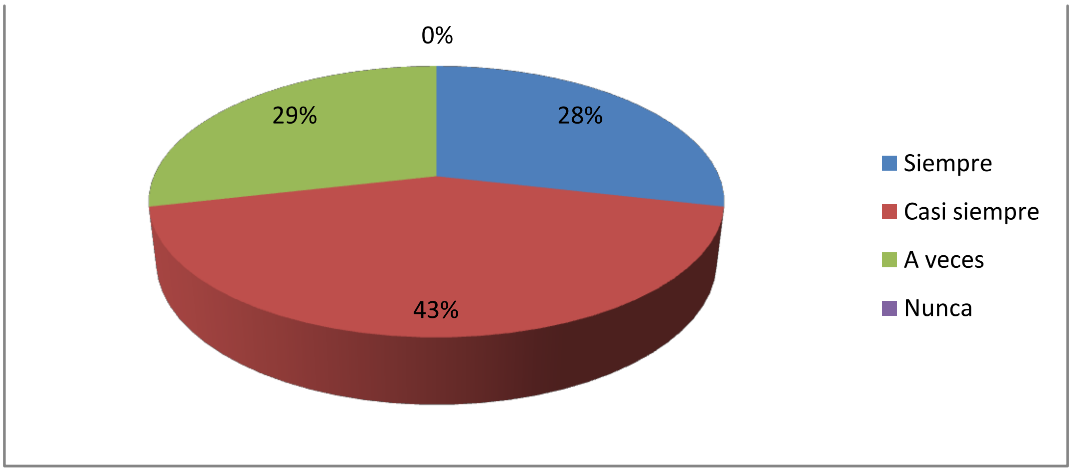
Concordando con la respuesta de la pregunta anterior, la mayoría de los docentes encuestados estima que sus estudiantes han alcanzado poco desarrollo de aprendizajes significativos en la disciplina de Matemáticas. De esta respuesta se concluye que existe un serio problema en el tratamiento de la disciplina de Matemáticas pues el nivel de éxito de los aprendizajes no es el ideal, considerando además que los jóvenes están a punto de concluir el bachillerato.

Pregunta 9: ¿Sus estudiantes tienen dificultades para reconocer un problema matemático en situaciones de la vida diaria?

Tabla 9

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	2	28,57
Casi siempre	3	42,86
A veces	2	28,57
Nunca	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 9 Los estudiantes tienen dificultad para reconocer problemas matemáticos en situaciones de la vida diaria.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

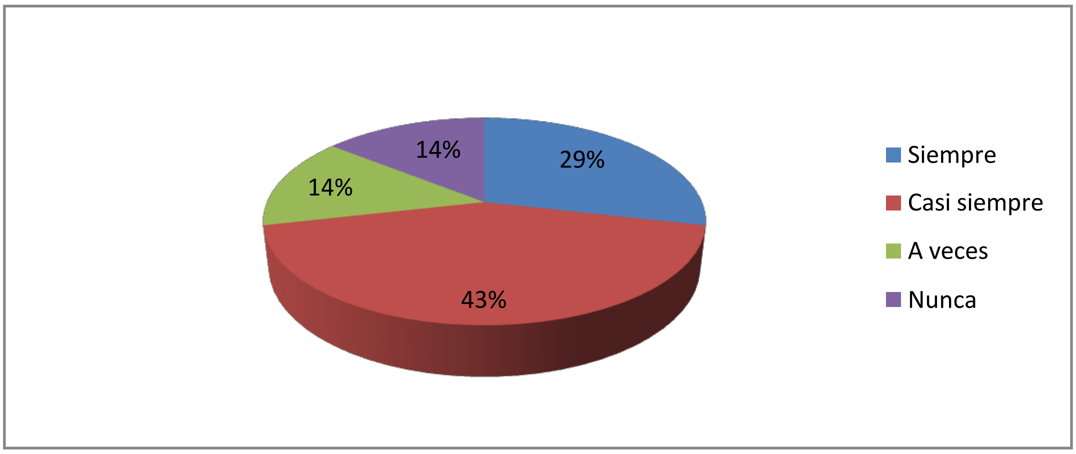
Cerca de la mitad de los docentes encuestados indican que sus estudiantes casi siempre tienen dificultades para reconocer un problema matemático en situaciones de la vida diaria. Esta respuesta mantiene coherencia con las precedentes cuando los docentes reconocen el bajo nivel de éxito en el logro de objetivos de aprendizaje de la disciplina de Matemáticas.

Pregunta 10: ¿Considera que los estudiantes deben memorizar fórmulas matemáticas?

Tabla 10

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	2	28,57
Casi siempre	3	42,86
A veces	1	14,29
Nunca	1	14,29
TOTAL	7	100,00

Gráfico 10 Los estudiantes deben memorizar fórmulas matemáticas.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

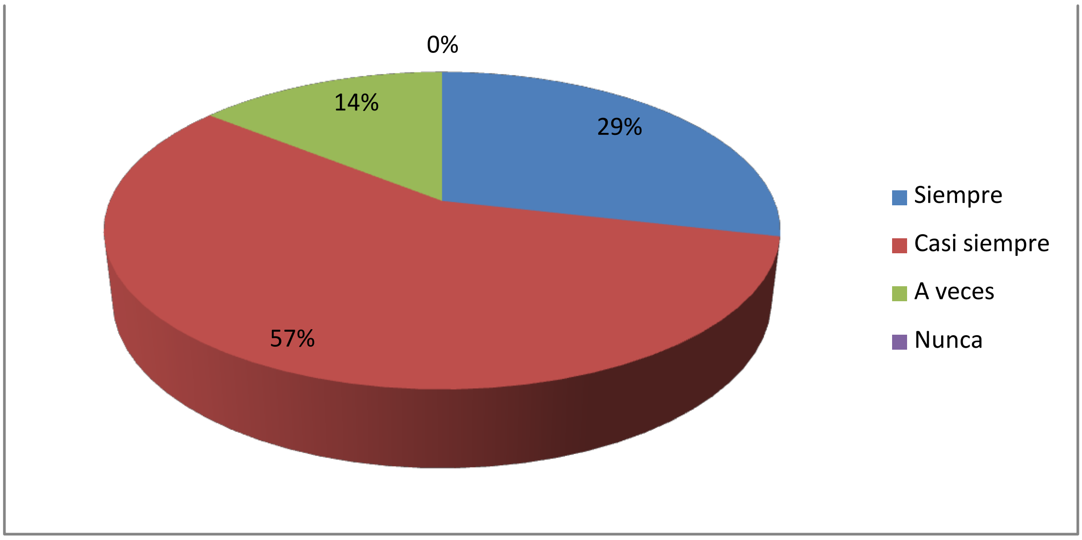
Un porcentaje cercano a la mitad de los docentes encuestados considera que los estudiantes casi siempre deben memorizar las fórmulas matemáticas. Si bien la memorización es importante a la hora de procesar un problema matemático, lo esencial es comprender la lógica de su solución y por lo tanto, la memoria debe ir en trío dialéctico con el razonamiento y la comprensión, dos características esenciales del pensamiento abstracto.

Pregunta 11: ¿Los estudiantes aplican el procedimiento adecuado para la solución de un problema matemático?

Tabla 11

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	2	28,57
Casi siempre	4	57,14
A veces	1	14,29
Nunca	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 11 Los estudiantes aplican el procedimiento adecuado para la solución de problemas matemáticos.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

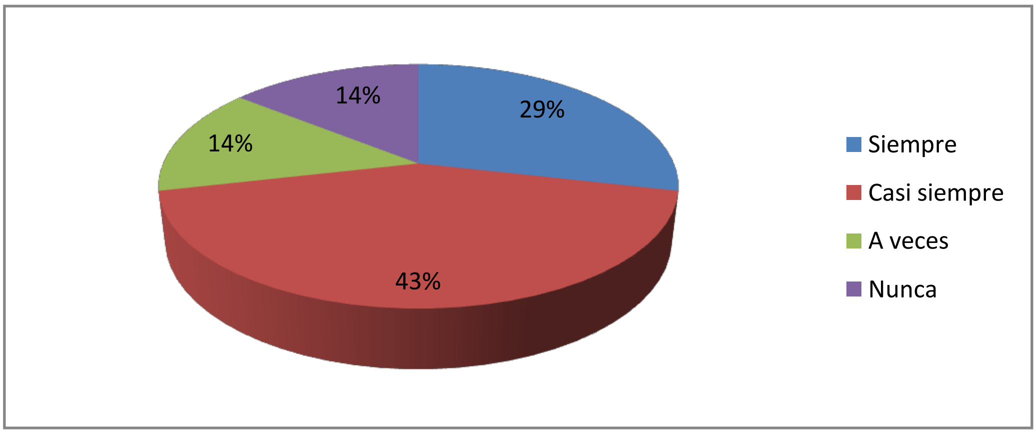
El 57% del total de los docentes encuestados, opina que los estudiantes casi siempre aplican el procedimiento adecuado para la solución de un problema matemático.

Pregunta 12: ¿Los estudiantes buscan otras alternativas de solución?

Tabla 12

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	2	28,57
Casi siempre	3	42,86
A veces	1	14,29
Nunca	1	14,29
TOTAL	7	100,00

Gráfico 12 Los estudiantes buscan otras alternativas de solución



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

Según un porcentaje cercano a la mitad de los docentes encuestados, sus estudiantes casi siempre buscan otras alternativas de solución a los problemas matemáticos.

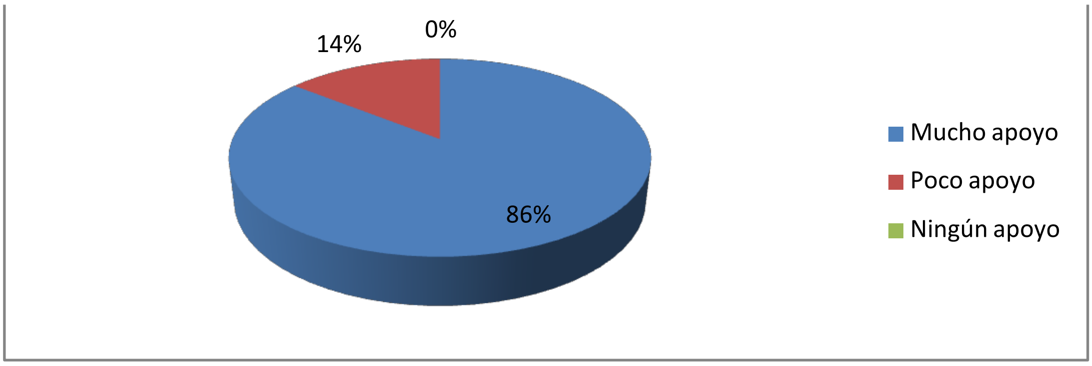
En esta respuesta se concluye que los estudiantes han desarrollado habilidades de pensamiento crítico reflexivo y son capaces de aplicar procedimientos alternativos para la solución de problemas matemáticos.

Pregunta 13: ¿Cree que serviría de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje, el contar con Estrategias Didácticas Alternativas para el desarrollo del pensamiento abstracto en la disciplina de Matemáticas?

Tabla 13

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho apoyo	6	85,71
Poco apoyo	1	14,29
Ningún apoyo	0	0,00
TOTAL	7	100,00

Gráfico 13 Apoyaría al proceso de aprendizaje la aplicación de estrategias alternativas para el desarrollo del pensamiento abstracto en la disciplina de Matemáticas.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

Una gran mayoría de los docentes encuestados opina que apoyaría mucho al proceso de enseñanza aprendizaje, las estrategias didácticas alternativas para el desarrollo del pensamiento abstracto en la disciplina de Matemáticas.

Esta respuesta permite concluir que en los docentes existe una clara disposición para acoger propuestas alternativas para mejorar el resultado de aprendizajes en la disciplina de Matemáticas, específicamente a través del desarrollo del pensamiento abstracto.

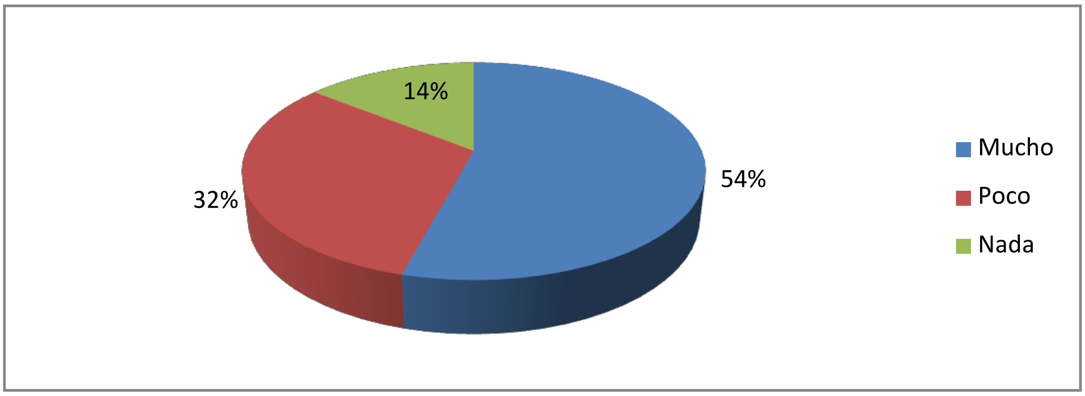
4.2. RESULTADOS DE LA ENCUESTA DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES

Pregunta 1: ¿Considera usted que para el aprendizaje de Matemáticas, el desarrollo del pensamiento abstracto es importante?

Tabla 14

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	91	54,17
Poco	53	31,55
Nada	24	14,29
TOTAL	168	100,00

Gráfico 14 Para el aprendizaje de Matemáticas es importante el desarrollo del pensamiento abstracto



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

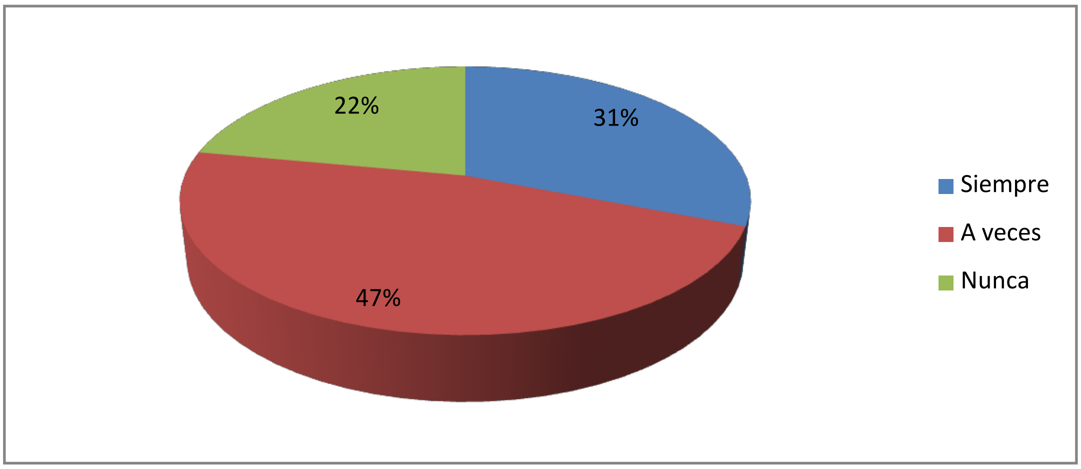
Un porcentaje superior a la mitad de los estudiantes del tercer año de bachillerato de la especialidad Físico Matemáticas de los colegios “Ibarra” y Universitario “UTN” de la provincia de Imbabura; “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia del Carchi, indica que para el aprendizaje de Matemáticas, el desarrollo del pensamiento abstracto es importante.

Pregunta 2: ¿Cree que en el tratamiento de la disciplina de Matemática el docente logra desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes?

Tabla 15

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	52	30,95
A veces	79	47,02
Nunca	37	22,02
TOTAL	168	100,00

Gráfico 15 En el tratamiento de la disciplina de Matemáticas el docente logra desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

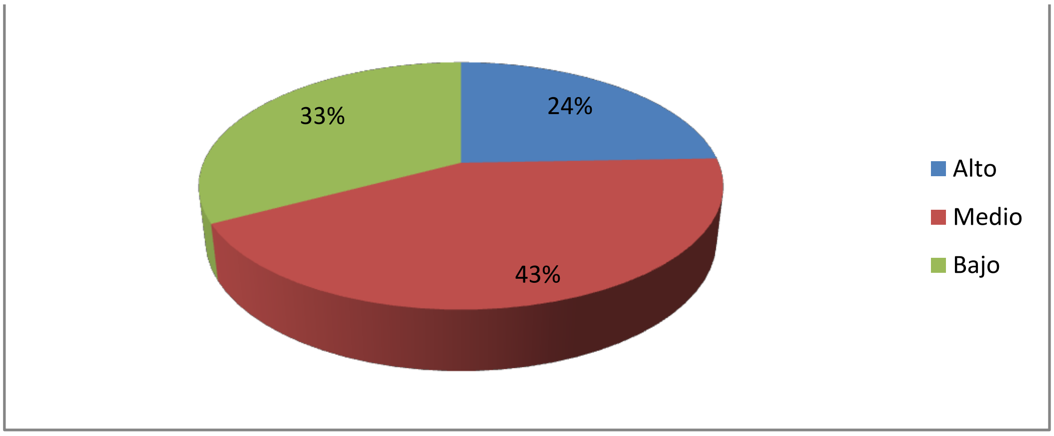
De acuerdo a la opinión de cerca de la mitad de los estudiantes del tercer año del bachillerato de los colegios investigados, el docente responsable de la disciplina de Matemáticas, casi siempre logra desarrollar el pensamiento abstracto en la disciplina de Matemáticas. Esta respuesta coincide con la opinión de los docentes en la misma pregunta.

Pregunta 3: ¿Cuál es su promedio de rendimiento en Matemática?

Tabla 16

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Alto	41	24,40
Medio	72	42,86
Bajo	55	32,74
TOTAL	168	100,00

Gráfico 16 Promedio de rendimiento en Matemáticas



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

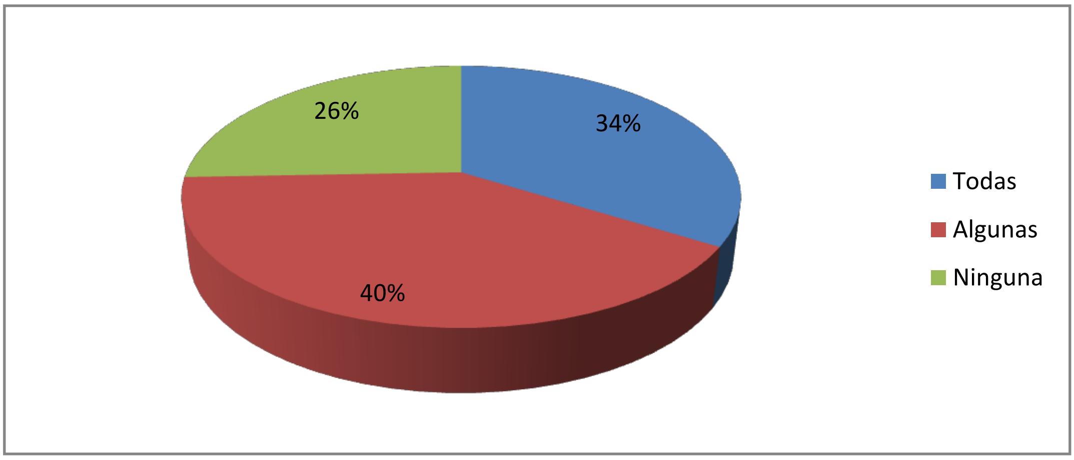
Las respuestas de los estudiantes encuestados en esta pregunta se muestran polarizadas con porcentajes similares para medio y bajo, con clara tendencia hacia la baja. Lo que permite concluir que el rendimiento de los estudiantes del tercer año del bachillerato en la asignatura de Matemáticas no es ideal. Esta respuesta arroja resultados muy similares en la misma pregunta formulada a los docentes.

Pregunta 4: ¿Cree usted que el pensamiento abstracto es necesario para el estudio y desarrollo de las asignaturas del Colegio?

Tabla 17

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Todas	57	33,93
Algunas	68	40,48
Ninguna	43	25,60
TOTAL	168	100,00

Gráfico 17 El pensamiento abstracto es necesario para el estudio de las disciplinas



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

De acuerdo con la opinión de los estudiantes, solamente en algunas disciplinas ellos consideran que es necesario desarrollar el pensamiento abstracto.

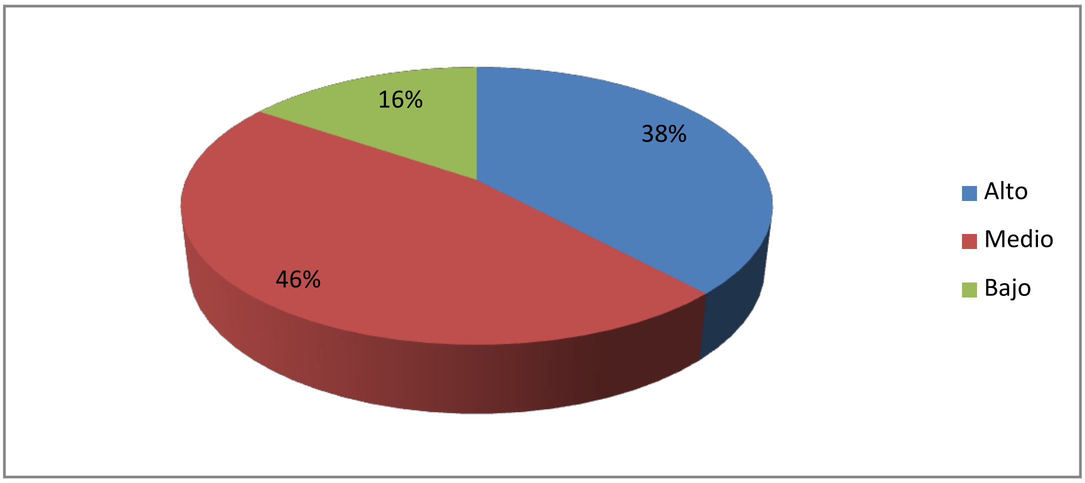
De estas respuestas se deduce que los estudiantes no valoran suficientemente la habilidad del pensamiento abstracto como factor esencial para el logro de aprendizajes significativos en cualquier ámbito de formación.

Pregunta 5: ¿Si evalúa a sus compañeros, cuál es el nivel de rendimiento en la disciplina de Matemáticas?

Tabla 18

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Alto	64	38,10
Medio	78	46,43
Bajo	26	15,48
TOTAL	168	100,00

Gráfico 18 Evaluación del nivel de rendimiento del grupo de estudiantes en la disciplina de Matemáticas.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

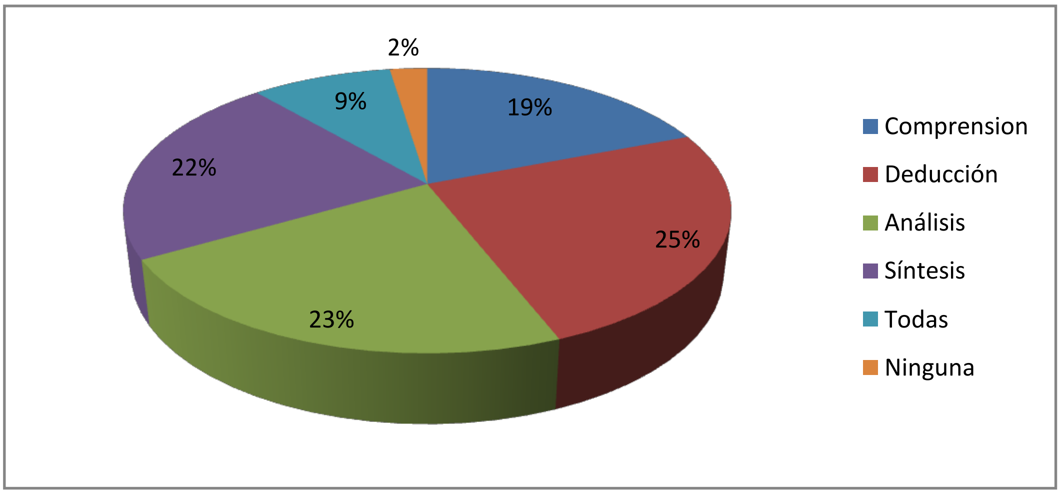
Al requerir una heteroevaluación entre los estudiantes encuestados, acerca del rendimiento de sus compañeros en la disciplina de Matemáticas, el porcentaje superior aunque no mayoritario sigue la tendencia media, respuesta coincidente con la autoevaluación que se requirió en una pregunta anterior al mismo grupo poblacional, lo que permite concluir que los estudiantes están conscientes de que su nivel de aprendizajes en la disciplina de Matemáticas alcanza la línea media.

Pregunta 6: ¿Qué habilidades y destrezas cree usted que es posible desarrollar con el pensamiento abstracto? Señale las que considere factibles.

Tabla 19

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Comprensión	32	19,05
Deducción	42	25,00
Análisis	38	22,62
Síntesis	37	22,02
Todas	15	8,93
Ninguna	4	2,38
TOTAL	168	100,00

Gráfico 19 Habilidades y destrezas que permite desarrollar el pensamiento abstracto



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

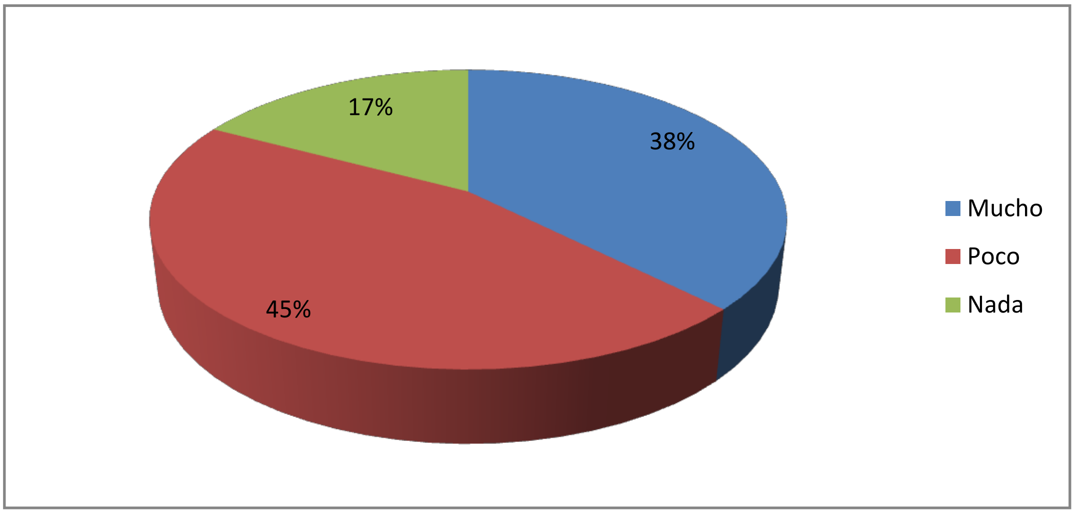
Los estudiantes encuestados en porcentajes más o menos similares, consideran entre las habilidades y destrezas que es posible desarrollar con el pensamiento abstracto: Análisis, Deducción, Síntesis.

Pregunta 7: ¿Se considera competente para resolver problemas matemáticos?

Tabla 20

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	63	37,50
Poco	76	45,24
Nada	29	17,26
TOTAL	168	100,00

Gráfico 20 Es competenta para resolver problemas matemáticos



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

Un porcentaje cercano a la mitad de los estudiantes encuestados, considera que son poco competentes para resolver problemas matemáticos.

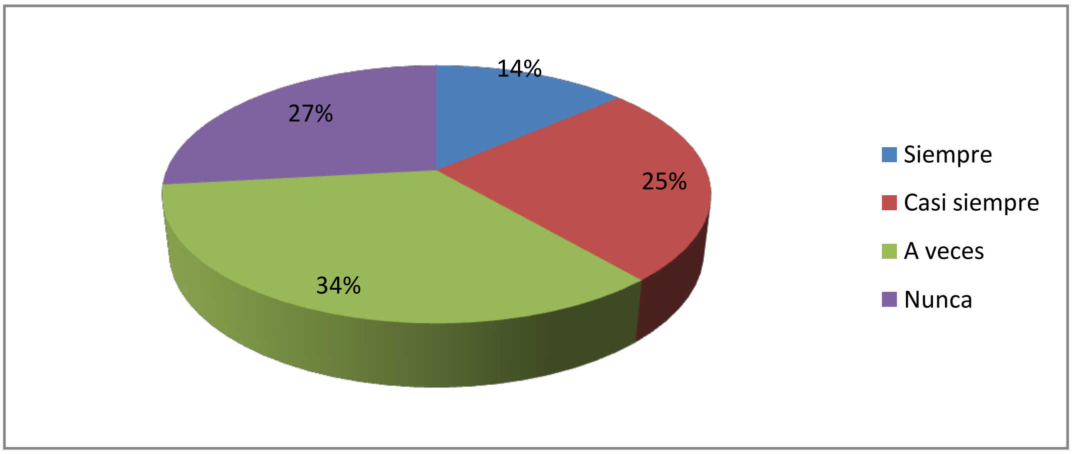
De esta respuesta se concluye que en los estudiantes de los colegios investigados, existe una clara conciencia de su bajo nivel de aprendizajes significativos en la disciplina de Matemáticas.

Pregunta 8: ¿Tiene dificultad para reconocer un problema matemático en situaciones de su vida diaria?

Tabla 21

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	23	13,69
Casi siempre	42	25,00
A veces	58	34,52
Nunca	45	26,79
TOTAL	168	100,00

Gráfico 21 Dificultades para reconocer un problema matemático en situaciones de la vida diaria.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

Un apreciable porcentaje de los estudiantes encuestados opina que a veces tiene dificultad para reconocer un problema matemático en situaciones de su vida diaria.

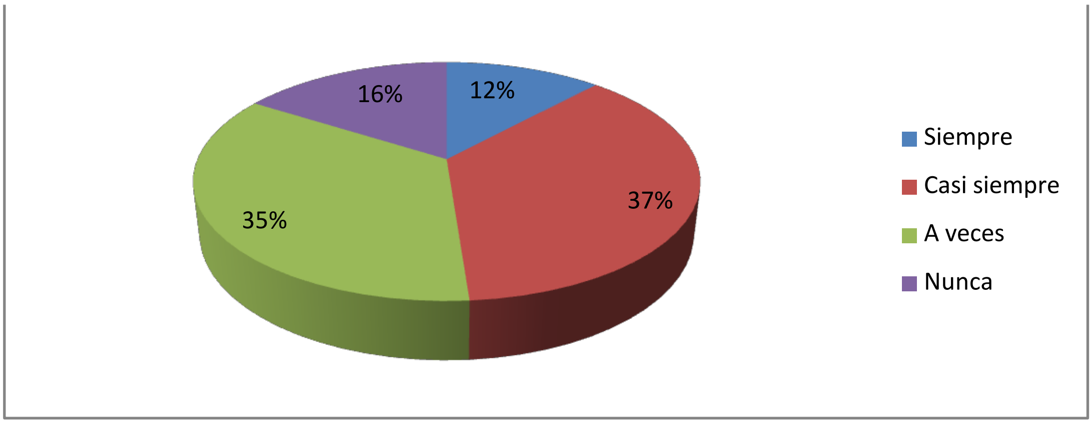
Es un claro reconocimiento de bajo nivel de abstracción y una aceptación expresa de insuficientes destrezas matemáticas.

Pregunta 9: ¿Reconoce el proceso de aplicación de una fórmula matemática?

Tabla 22

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	20	11,90
Casi siempre	62	36,90
A veces	59	35,12
Nunca	27	16,07
TOTAL	168	100,00

Gráfico 22 Reconoce el proceso de aplicación de una fórmula matemática



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

Casi siempre y a veces, son las opciones más escogidas por los estudiantes encuestados ante la pregunta de si reconoce el proceso de aplicación de una fórmula matemática.

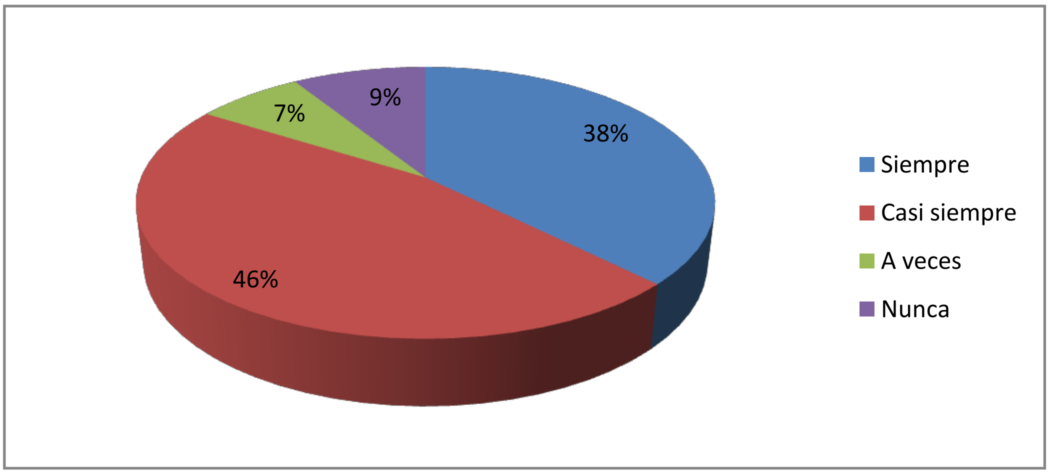
En esta pregunta también se mantiene la tendencia de la aceptación de insuficiente desarrollo del pensamiento abstracto y capacidad para identificar y resolver problemas matemáticos.

Pregunta 10: ¿Memoriza fórmulas matemáticas?

Tabla 23

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	63	37,50
Casi siempre	78	46,43
A veces	12	7,14
Nunca	15	8,93
TOTAL	168	100,00

Gráfico 23 Memoriza fórmulas matemáticas.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

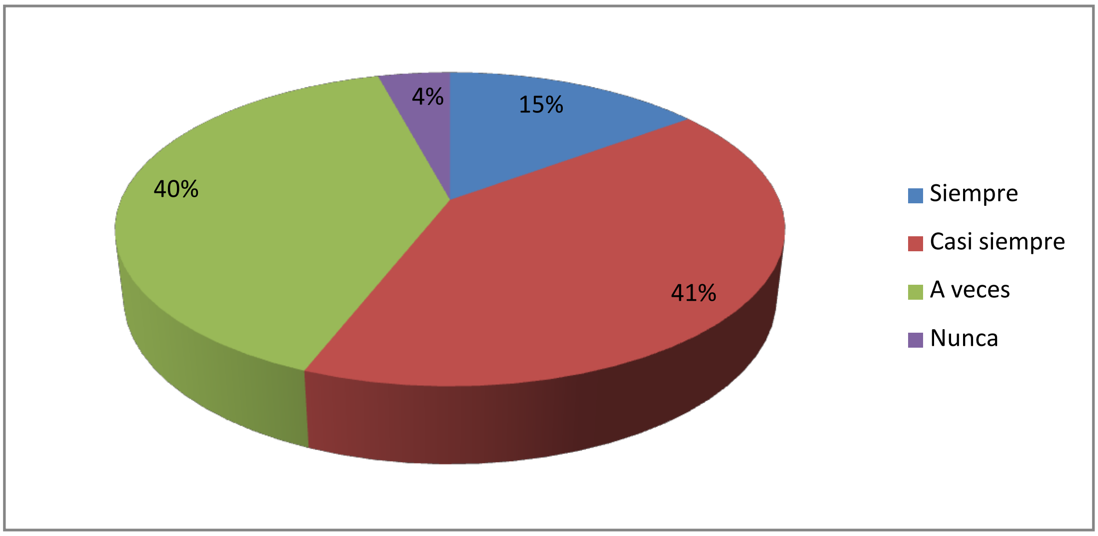
Un porcentaje cercano a la mitad de los estudiantes encuestados indica que casi siempre memoriza las fórmulas matemáticas. En los estudiantes esta respuesta puede obedecer a la necesidad de acreditación, aprobar la asignatura en un curso o nivel es importante para ser promovido y la memorización es una estrategia de aprendizaje aunque no la única pues, a la hora de procesar un problema matemático, lo esencial es comprender la lógica de su solución.

Pregunta 11: ¿Aplica el procedimiento adecuado para la solución de un problema matemático?

Tabla 24

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	25	14,88
Casi siempre	69	41,07
A veces	67	39,88
Nunca	7	4,17
TOTAL	168	100,00

Gráfico 24 Aplica el procedimiento adecuado para la solución de problemas matemáticos.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

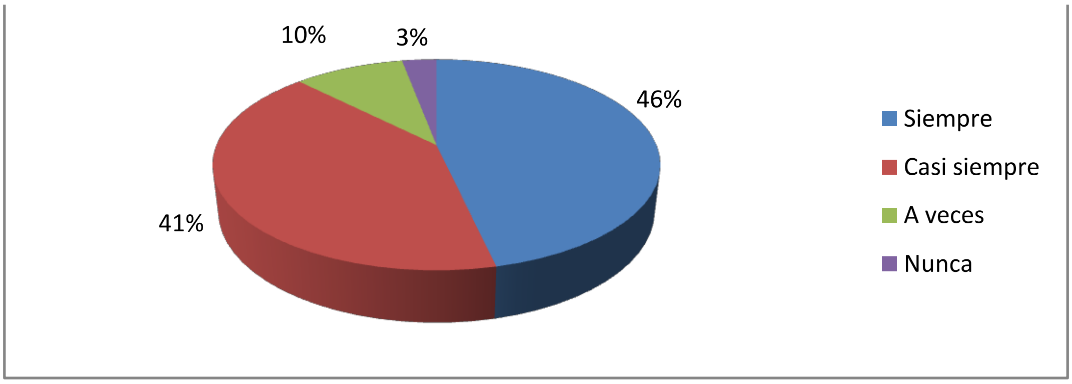
Los estudiantes encuestados manifiestan que casi siempre y a veces (en porcentajes muy cercanos) aplican procedimientos adecuados para la solución de un problema matemático. Las respuestas coinciden con la de los docentes en la misma pregunta.

Pregunta 12: ¿Utiliza procesos secuenciales en la resolución de problemas matemáticos?

Tabla 25

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	78	46,43
Casi siempre	69	41,07
A veces	16	9,52
Nunca	5	2,98
TOTAL	168	100,00

Gráfico 25 Utiliza procesos secuenciales en la resolución de problemas matemáticos



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

De acuerdo con la opinión de cerca de la mitad de los estudiantes encuestados, siempre utilizan procesos secuenciales en la resolución de problemas matemáticos.

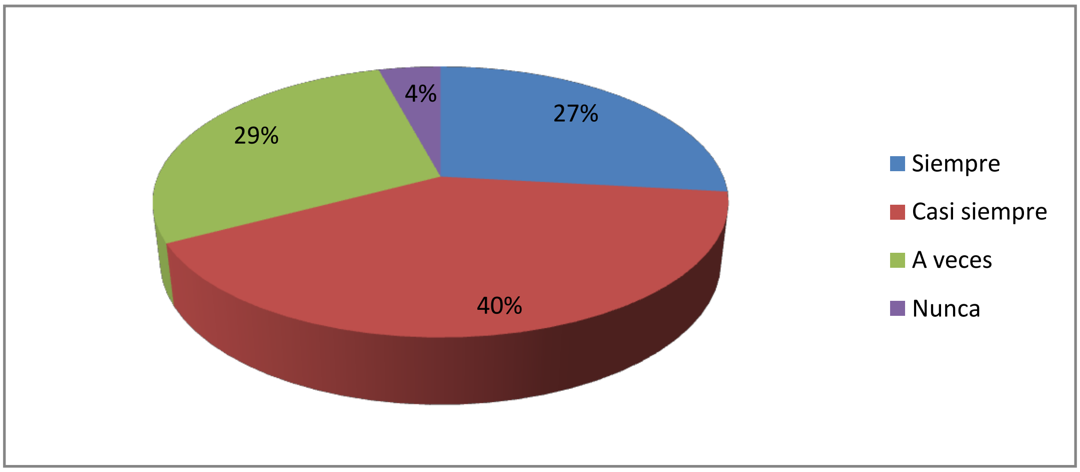
En esta respuesta es posible asumir que los estudiantes han mecanizado los procesos de resolución de problemas matemáticos, no necesariamente implica una clara comprensión y abstracción de los temas planteados.

Pregunta 13:¿Busca otras alternativas de solución?

Tabla 26

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	45	26,79
Casi siempre	68	40,48
A veces	48	28,57
Nunca	7	4,17
TOTAL	168	100,00

Gráfico 26 Busca otras alternativas de solución.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

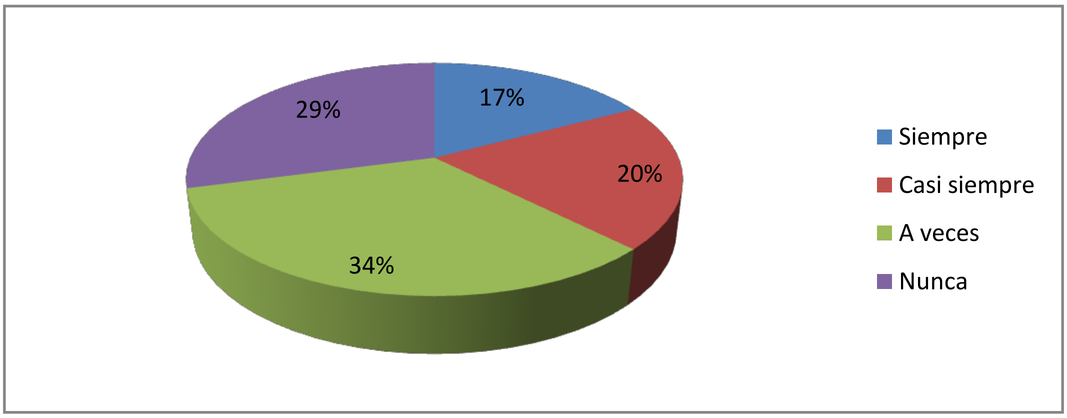
Un apreciable porcentaje de los estudiantes encuestados opina que casi siempre buscan otras alternativas de solución.En los resultados de esta pregunta, también hay coincidencia con la opinión de los docentes. Los estudiantes reconocen su capacidad de reflexión crítica para encontrar alternativas diferentes de solución a los problemas matemáticos planteados.

Pregunta 14:¿Es capaz de utilizar procesos matemáticos en la solución de problemas prácticos?

Tabla 27

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	29	17,26
Casi siempre	34	20,24
A veces	56	33,33
Nunca	49	29,17
TOTAL	168	100,00

Gráfico 27 Utiliza procesos matemáticos en la solución de problemas prácticos.



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

La opción más escogida por los estudiantes encuestados es a veces, ante la pregunta de si son capaces de utilizar procesos matemáticos en la solución de problemas prácticos.

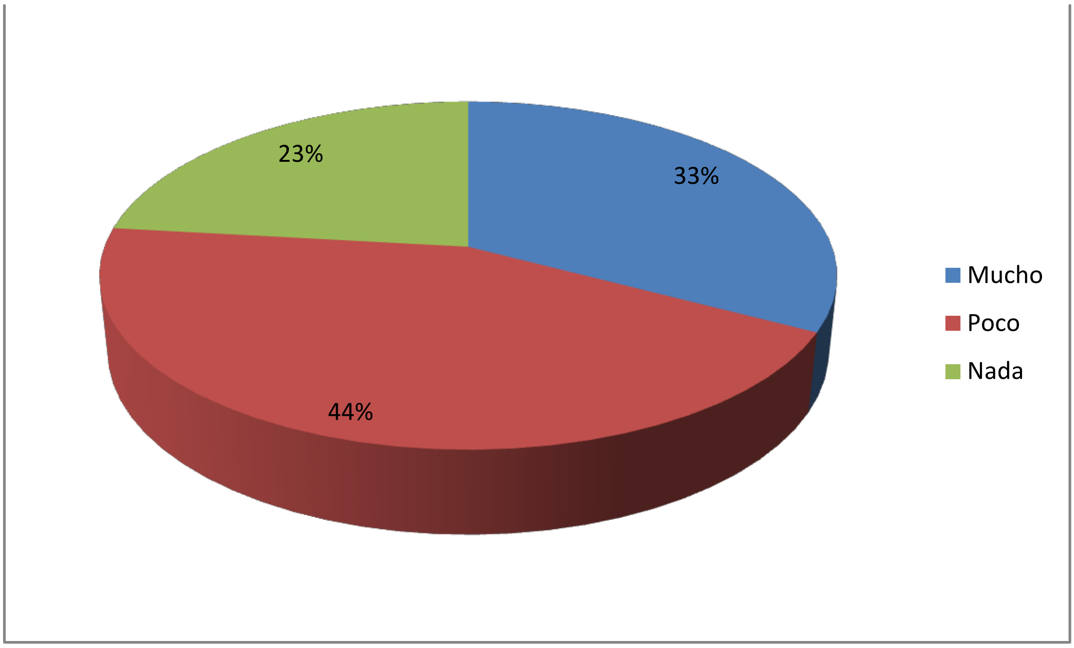
La percepción de los docentes en esta pregunta es mejor evaluada con respecto a la de los propios estudiantes encuestados, quienes reconocen su escasa competencia para aplicar procesos matemáticos en la solución de problemas prácticos.

Pregunta 15: ¿Disfruta de las clases de Matemática?

Tabla 28

Variable	Frecuencia	Porcentaje
Mucho	55	32,74
Poco	74	44,05
Nada	39	23,21
TOTAL	168	100,00

Gráfico 28 Disfruta de las clases de Matemática



Fuente: Investigación de campo **Autoras: Chulde M. y Morillo M.**

Análisis e interpretación

Un apreciable porcentaje de estudiantes encuestados, cercano a la mitad de la muestra, opina que disfruta poco de las clases de Matemáticas. Los porcentajes de docentes y estudiantes en esta respuesta son similares. Unos y otros reconocen que las clases de Matemáticas no les son del todo agradables a los estudiantes.

CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

En el presente proceso de investigación, una vez concluido el análisis e interpretación de los resultados, se plantean las siguientes conclusiones:

1. Los docentes y estudiantes de los terceros años de Bachillerato en Físico Matemáticas de los Colegios “Ibarra” y Universitario “UTN” de la provincia de Imbabura; “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia del Carchi, coinciden en que el desarrollo del pensamiento abstracto es necesario para el aprendizaje de Matemáticas y para la mayoría de las disciplinas consideradas en la malla curricular. Reconocen su trascendencia para lograr aprendizajes significativos y funcionales, útiles tanto en contextos de la vida práctica cuanto en su futura formación profesional en la carrera que elijan.

2. Aunque los docentes consideran que es posible desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes a través de su trabajo en la disciplina de Matemáticas, reconocen que no siempre obtienen resultados satisfactorios, para desarrollar habilidades de síntesis, comprensión, deducción y análisis; aceptando también que los estudiantes son poco competentes para la resolución de problemas matemáticos de acuerdo con los bloques curriculares del curso. Es evidente que los resultados de aprendizaje y abstracción no alcanzan el nivel de calidad necesario para emprender nuevos retos de formación profesional o de actuación en contextos de la vida diaria.

3. Docentes y estudiantes del tercer año de bachillerato en la especialidad de Física y Matemáticas aceptan que estos últimos disfrutan poco de las clases de Matemáticas, que no han alcanzado niveles adecuados de desarrollo de aprendizajes significativos; que casi siempre tienen dificultades para reconocer un problema matemático en situaciones de la vida diaria; y que deben memorizar las fórmulas matemáticas; aunque por lo general, aplican el procedimiento adecuado para la solución de un problema y suelen buscar otras alternativas de solución.

4. El promedio de rendimiento de los estudiantes del tercer año de bachillerato en la especialización de Física y Matemáticas de los colegios "Ibarra" y Universitario "UTN" de la provincia de Imbabura; "Carlos Martínez Acosta" y "Mario Oña Perdomo" de la provincia del Carchi, es medio con tendencia a bajo.Si se parte del supuesto de que los estudiantes escogieron Física y Matemática como especialidad del bachillerato, se deduce también que mostraban mayor inclinación por las disciplinas de formación específica, por tanto resulta incongruentes los resultados poco satisfactorios, a menos que el problema radique en las estrategias aplicadas por el docente si no resulten suficientemente interesantes, motivadoras y efectivas.

5. Tanto docentes como estudiantes de los colegios investigados coinciden en que para la solución de problemas matemáticos utilizan procesos secuenciales. Si bien es concluyente que los jóvenes no han desarrollado un nivel adecuado de abstracción para el aprendizaje significativo de las Matemáticas, también es necesario concluir que tienen habilidades de reflexivas y que han logrado mecanizar el proceso de resolución de problemas matemáticos.

5.2. RECOMENDACIONES

Para darle el tratamiento adecuado a las conclusiones del estudio, se formulan las siguientes recomendaciones:

1. Establecer como un componente del modelo pedagógico institucional, el desarrollo del pensamiento abstracto, orientado a promover aprendizajes significativos y funcionales en un proceso integral de formación y mejoramiento del perfil de egreso de los futuros bachilleres para los y las estudiantes de los Colegios “Ibarra” y Universitario “UTN” de la provincia de Imbabura; “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia del Carchi.

2. Diseñar Estrategias Didácticas Alternativas que fortalezcan la habilidad de desarrollar el pensamiento abstracto en los estudiantes de los terceros años del bachillerato en Ciencias, especialización Física y Matemáticas, de las instituciones investigadas, en el tratamiento de la disciplina de Matemáticas.

3. Reorientar el tratamiento de la disciplina de Matemáticas para los estudiantes del tercer año del bachillerato en la especialización de Física y Matemáticas de los Colegios “Ibarra” y Universitario “UTN” de la provincia de Imbabura; “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia del Carchi, considerando como principal aspecto pedagógico la motivación y el interés por alcanzar aprendizajes significativos y funcionales.

4. Realizar un seguimiento permanente de los resultados del proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes del tercer año del bachillerato de los colegios investigados, con el propósito de atender y

buscar la superación de diferencias individuales que impulsen el mejoramiento del rendimiento promedio general en la disciplina de Matemáticas.

5. Potenciar las habilidades de aplicación de procesos secuenciales ya desarrollada en la mayoría de los estudiantes del tercer año del bachillerato de la especialización de Física y Matemáticas de los colegios investigados, para lograr un mejor nivel de resultados de aprendizaje.

CAPÍTULO VI

PROPUESTA

6.1. TÍTULO

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS ALTERNATIVAS QUE FORTALEZCAN LA HABILIDAD DE DESARROLLAR EL PENSAMIENTO ABSTRACTO EN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER AÑO DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD DE FÍSICA Y MATEMÁTICA DE LOS COLEGIOS "IBARRA" Y UNIVERSITARIO UTN, DE LA PROVINCIA DE IMBABURA Y "CARLOS MARTÍNEZ ACOSTA" Y "MARIO OÑA PERDOMO" DE LA PROVINCIA DEL CARCHI.

6.1. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA

La renovación del proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas para desarrollar habilidades de pensamiento abstracto en los y las estudiantes de los terceros años de bachillerato especialidad Física y Matemática, permitirá incidir positivamente en su formación académica en un contexto integral.

La formación de estudiantes desde el colegio implica el esfuerzo tanto de los docentes y la institución como de los estudiantes y sus representantes; desde esa perspectiva, un adecuado proceso de enseñanza tiene como efecto el mejor esfuerzo de los estudiantes en vías de aprender lo necesario para desempeñarse útilmente para la sociedad.

Lo aprendido en los primeros años de estudio incide definitivamente en el resto de la vida académica y laboral, es por eso que perder el miedo a materias consideradas normalmente como complicadas y difíciles permite formar el carácter y preparar a los jóvenes para enfrentar desafíos más exigentes sin temor al fracaso.

La propuesta de la elaboración de estrategias didácticas de Matemáticas, para desarrollar el pensamiento abstracto fue factible porque la Institución apoyó la iniciativa y proporcionó las facilidades y logística necesarias en todo momento.

6.3. FUNDAMENTACIÓN

La propuesta se fundamenta con una visión integradora de las Teorías del Aprendizaje considerando que el proceso cognitivo tiene su razón de ser en la adaptación al medio y no solamente en el descubrimiento, las experiencias, impresiones, actitudes, ideas, percepciones y de la forma que las integre, organice y reorganice el nuevo aprendizaje.

Tiene una clara posición dialéctica, evidente en el concepto de capacidad de atención mental que se integra "la capacidad funcional biológica del sujeto con la flexibilidad necesaria de lo psíquico, de estimular esquemas ante situaciones sociales nuevas, de manera que facilita la aplicación de la estructura a realidades cualitativamente diferentes a aquella donde se aprendió.

Reconoce las posibilidades del hombre para acceder a los nuevos conocimientos y a la apropiación de estos así como al desarrollo de habilidades, destrezas, actitudes y valores que posee el estudiante.

Privilegia la aplicación de técnicas que permiten que el estudiante aprenda por su propia experiencia, eduque sus sentidos y ascienda a su propio ritmo en el descubrimiento de nuevas ideas. No constituye un medio para facilitar la enseñanza sino que es la enseñanza misma en su más pura esencia, dado que comprender y aplicar es aprender. Facilita la orientación y mediación del educador para alcanzar los objetivos propuestos y permite mantener la atención de los estudiantes desarrollando su pensamiento lógico, creatividad, y abstracción mediante la utilización apropiada, pertinente y oportuna de los aprendizajes significativos que progresivamente adquiere.

6.4. OBJETIVOS

6.4.1. General

Mejorar el nivel de abstracción de los estudiantes del tercer año de bachillerato en la especialidad de Física y Matemática, de los Colegios “Ibarra” y “Universitario UTN” de la provincia de Imbabura; y, “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia de El Carchi”, en el año lectivo 2010 – 2011, mediante la aplicación de estrategias alternativas específicas.

Específicos

- Seleccionar estrategias didácticas que desarrollen y consoliden el pensamiento abstracto, para ser utilizados por estudiantes de manera espontánea y creativa.
- Estructurar la Propuesta que incorpore las estrategias didácticas de apoyo pedagógico en el trabajo de aula, de manera que faciliten la actividad estudiantil y la docente.

- Socializar la mecánica funcional y operativa de las Estrategias Didácticas con el personal docente del tercer año de bachillerato de la especialidad de Física y Matemáticas.

6.5. UBICACIÓN SECTORIAL Y FÍSICA

La propuesta que constituye la esencia y finalidad del trabajo de investigación desarrollado por las investigadoras se realizó en los Colegios "Ibarra" y Universitario "UTN" de la provincia de Imbabura; y, los Colegios "Carlos Martínez Acosta" y "Mario Oña Perdomo" de la provincia de El Carchi, con los estudiantes del tercer año del bachillerato en Ciencias, especialidad Física y Matemáticas.

6.6. DESARROLLO DE LA PROPUESTA

Mejorar la enseñanza aprendizaje de Matemáticas para desarrollar el pensamiento abstracto en los estudiantes del tercer año de bachillerato de la especialidad de Física y Matemáticas, implica el esfuerzo de diversos actores involucrados en el proceso, por una parte se encuentran los alumnos y sus representantes y por otra parte la institución y sus docentes.

Se podría pensar que los principales interesados son los estudiantes que cursan este año, sin embargo, es necesario considerar que la institución y sus docentes cumplen una labor social de innegable necesidad, sobre todo para la comunidad en la cual se encuentra inserta, una adecuada gestión educativa de estos actores contribuirá a elevar notoriamente el nivel socio económico de los estudiantes y sus familias, mejorará sustancialmente el nivel de vida de esta comunidad, por ejemplo evitando en lo posible la migración tanto interna como externa.

La presente propuesta está sustentada en dos bases principales, por una parte, adecuar las exigencias académicas de las instituciones educativas en todas sus áreas de formación a los requerimientos exigidos por las distintas universidades nacionales de primera línea para el ingreso a éstas y en segundo término, motivar a los estudiantes a esforzarse en aprender los contenidos de la asignatura de matemáticas, además de capacitar a los profesores en el uso de nuevas formas de enfrentar con éxito el trabajo de aula en la disciplina.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS ALTERNATIVAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO ABSTRACTO:

Para enseñar matemáticas hay que comprender cómo se aprende, y esto no es fácil, el aprendizaje y el pensamiento son actividades mentales complejas; y además cada persona es diferente a las demás y su forma de aprender y de pensar es única.

Las estrategias de aprendizaje específicas para desarrollar el pensamiento abstracto en la disciplina de Matemáticas del tercer año de bachillerato, abarcan mucho más que el simple contenido de sus títulos, son, en esencia, la síntesis de conocimientos mucho más amplios que requieren tiempo y esfuerzo para alcanzar a conocerlos, manejarlos y dominarlos. En la sencillez de la presentación de estas estrategias, subyace la esencia de la Matemática que requiere el bachiller para alcanzar su perfil de egreso. Obviamente, la intención no es ofrecer un curso de Límites, derivadas e integrales; se propone la comprensión esencial de nociones básicas que preparen al estudiante para aprendizajes significativos mucho más profundos.

Una secuencia de aprendizaje en la enseñanza de conceptos matemáticos debería incluir:

ESTRATEGIA 1: Límites, noción y desarrollo

El conocimiento de límites es, básicamente el abecedario del lenguaje Matemático, indispensable su conocimiento para ascender a niveles superiores del aprendizaje.

Para entender el concepto de límites matemáticos, es necesario previamente manejar los siguientes conceptos:

1. Lógica Proposicional

- Desarrollo de un sistema formal para el análisis de argumentos.
- Representación de proposiciones, conectores y consecuencias lógicas.
- Permite el razonamiento, a través de la evaluación de sentencias simples y luego complejas, formadas mediante el uso de conectivos lógicos. Permitiendo determinar la veracidad de una sentencia compleja, analizando sus valores de veracidad asignados a sentencias simples que la forman.

CONECTORES LÓGICOS

CONECTOR	Expresión	Símbolo
Negación	No	~
Disyunción	O	v
Conjunción	Y	^
Implicación	Si – Entonces	→
Equivalencia	Equivale - Igual	<=>

2. Matemática Estructural

- Un conjunto es una colección de objetos, los cuales pueden ser por si mismos conjuntos, o no tener elementos como el conjunto vacio. Se representan por letras y la pertenencia es su propiedad fundamental.

  Pertenencia: $\forall \; : \quad \in A$

  Subconjuntos

- ✓ Reflexividad: $\forall \; : \quad \leq$
- ✓ Anti simetría: $\forall \; , \; : \quad \leq \quad \wedge \quad \leq \quad \rightarrow \quad =$
- ✓ Transitividad: $\forall \; , \; , \; : \quad \leq \quad \wedge \quad \leq \quad \rightarrow \quad =$

  Vacío: $\forall \; : \quad \notin V$

- Operaciones y Propiedades de Conjuntos

OPERACIONES DE CONJUNTOS

OPERACIÓN	SÍMBOLO	REPRESENTACIÓN
Unión	U	$A \cup B$
Intersección	$\cap$	$A \cap B$
Diferencia	-	A – B
Complemento	c	A^c
Diferencia Simétrica	Δ	A Δ B
Producto	x	A x B

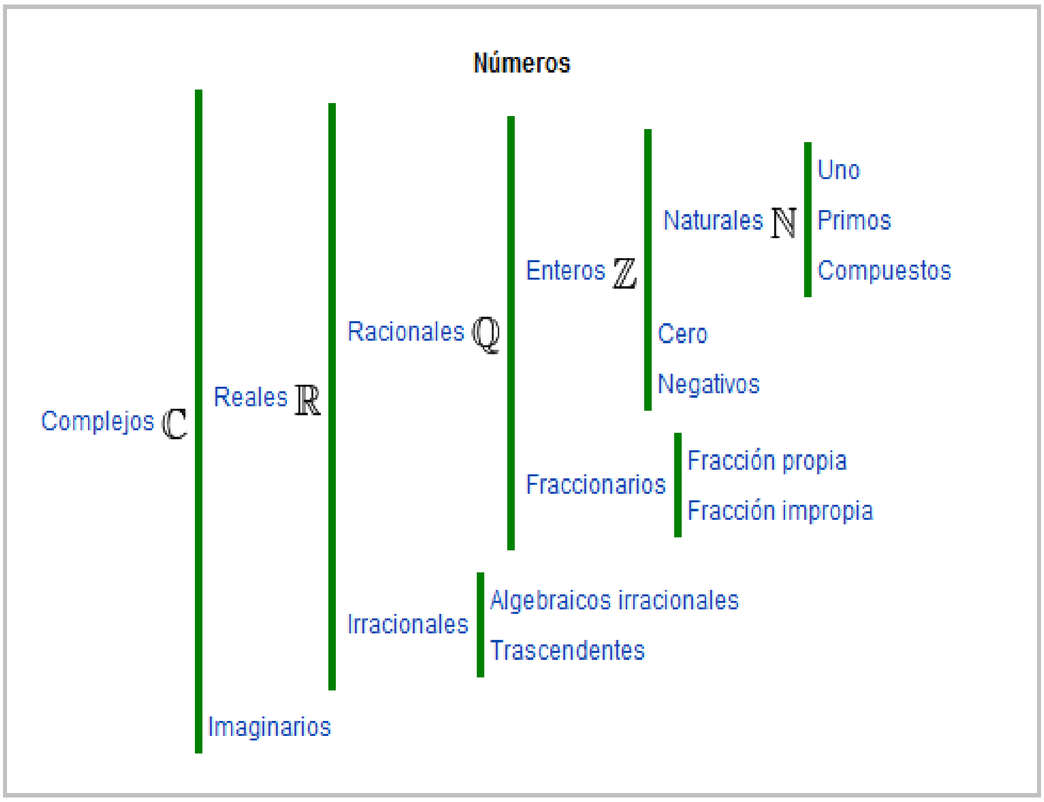
PROPIEDADES DE CONJUNTOS

- Conmutativa
- Asociativa
- Simplificativa

- Idempotente
- Intersección con el Vacío
- De Morgan
- Absorción
- Distributiva

3. Desarrollo y Análisis Numérico

- Conceptos Indefinidos: Punto, Línea, etc
- Leyes, Teoría, Axiomas, Corolarios, etc.
- Bases de la Aritmética y Numeración
- Operaciones y Propiedades Matemáticas
- Progresiones y Lenguaje Aritmético



4. Algebra y Factorización

- Algebra Elemental: Estructura, relaciones y cantidades mediante símbolos numéricos y literales. Permite la formulación general de leyes aritméticas y relaciones funcionales y determina valores de variables desconocidas.

- Monomio: Expresión algébrica en la que se utilizan potenciales naturales de variable literales y un coeficiente. La suma de monomios se conoce como polinomios que pueden ser de una variable o de varias variables.
  $$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x^1 + a_0 x^0.$$

- Logaritmos: Dado un número real, la función logaritmo le asigna al exponente n a la que un número fijo se ha de elevar para obtener dicho argumento.
  $\log_b x = n \Leftrightarrow x = b^n$
  Identidades

  - log(ab) = log(a)+log(b)
  - log(a/b) = log(a)-log(b)
  - log(a^x) = xlog(a)
  - $\log^{x} \overline{y} = \frac{\log(y)}{x}$

- Factorización:
  Binomios
1. Diferencia de cuadrados
2. Suma o diferencia de cubos
3. Suma o diferencia de potencias impares iguales

   Trinomios

1. Trinomio cuadrado perfecto
2. Trinomio de la forma x^2+bx+c
3. Trinomio de la forma ax^2+bx+c

Polinomios

1. Factor común

5. Ecuaciones e Inecuaciones

- Ecuaciones: Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, formados por datos e incógnitas relacionadas mediante operaciones.

- Inecuaciones: Expresión caracterizada por el uso de signos de orden, dando como resultado un conjunto denominado intervalo solución, con la condición de cumplir la desigualdad.

  Propiedades
  - Tricotomía
  - Simetría
  - Transitiva
  - Multiplicación y División
  - Valor Absoluto

$$\leq \quad \Leftrightarrow - \quad \leq \quad \leq$$

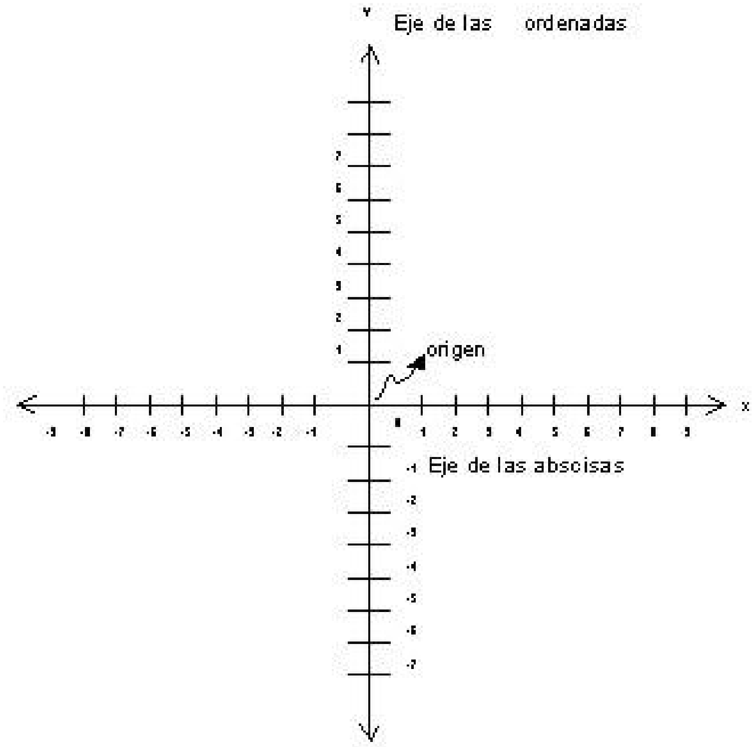
$$\geq \quad \Leftrightarrow \quad \geq \quad \vee \quad \leq -$$

6. Geometría Plana y Trigonometría

- Se estudia aquellos elementos geométricos que están contenidos en un plano en dos dimensiones.
- Propiedades de Superficies y Figuras Planas: Ángulos, Triángulos, Líneas, Puntos, Circunferencias, etc

- Geometría Analítica

  Plano Cartesiano, Pares Ordenados y Coordenadas.



- Ecuaciones y Puntos:
  - Recta
  - Circunferencia
  - Parábola
  - Hipérbola
  - Elipse
- Razones Trigonométricas: Seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.
- Identidades Trigonométricas.

7. Funciones Gráficas
   - Una magnitud o cantidad es función de otra si el valor de la primera depende exclusivamente del valor de la segunda.
   - Dominio y Codominio

     $f: A \rightarrow B$

$a \rightarrow f(a)$,

Donde *A* es el dominio de la función *f*, su *primer* conjunto o conjunto de partida; e *B* es el codominio de *f*, su *segundo* conjunto o conjunto de llegada. Por *f*(*a*) se denota la regla o algoritmo para obtener la imagen de un cierto objeto arbitrario *a* del dominio *A*, es decir, el (único) objeto de *B* que le corresponde.

- Función Identidad, Inversa, restricción y extensión.
- Clases de Funciones
  Inyectiva
  Biyectiva
  Sobreyectiva
- Operaciones con Funciones
- Continuidad, Máximos, Mínimos, Convergencia, etc.

8. Cálculo Diferencial

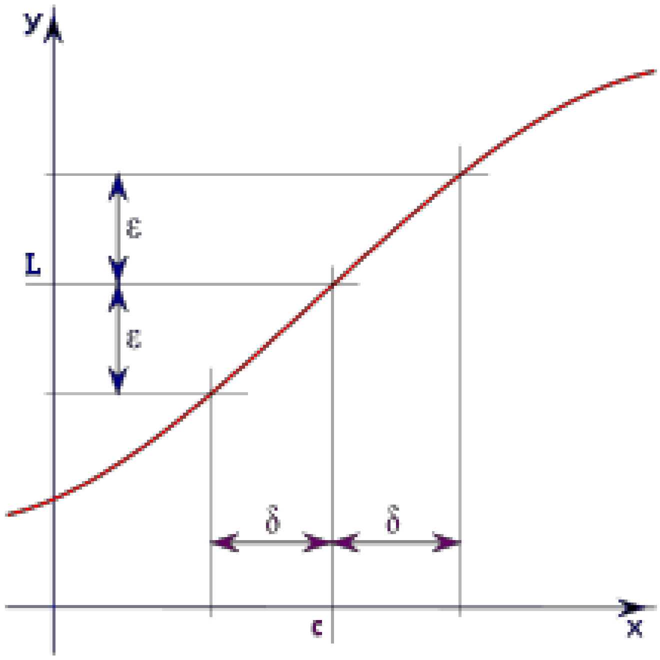
Es una parte del cálculo infinitesimal, que analiza los cambios que existen en variables dependientes por el cambio de las independientes de las funciones. Uno de los objetivos de su estudio es la derivada y otra noción estrechamente relacionada es la diferencial de una función.

- Límite o tendencia de sucesión

Una función f tiene un límite L en el punto x, significa que el valor de f puede ser tan cercano a L como se desee, tomando puntos suficientemente cercanos a x.

La definición de límite matemático para el caso de una sucesión nos indica que los términos de la sucesión se aproximan arbitrariamente a un único número o punto L, si existe, para valores grandes de n, como el límite de una función cuando x tiene a infinito. Formalmente, se dice que la sucesión a_n tiende hasta su límite L, o que converge o es convergente (a L), y se denota como: $\lim_{n \to \infty} a_n = L$

Límite de una función



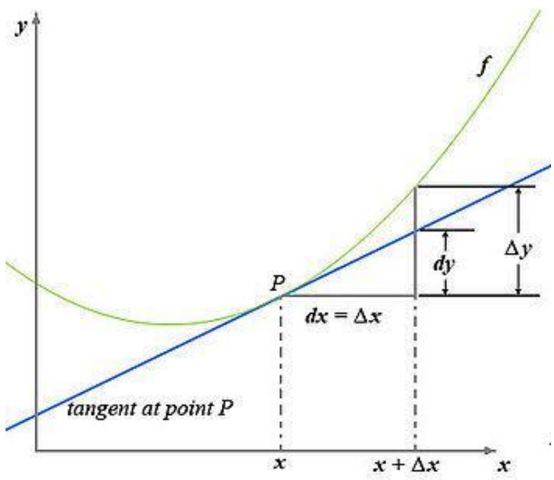
En análisis real para funciones de una variable, los valores que toma la función dentro de un intervalo se van aproximando a un punto fijado c, independientemente de que éste pertenezca al dominio de la función. Esto se puede generalizar aún más a funciones de varias variables o funciones en distintos espacios métricos.

Informalmente, se dice que el límite de la función f(x) es L cuando x tiende a c, y se escribe: $\lim_{x \to c} f(x) = L$

Derivada

La derivada es un límite especial, considerando que la función f está definida en un intervalo abierto I y un punto a fin en I, se tiene que la derivada de la función f en el punto a se define como sigue:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



La derivación, matemáticamente, es un concepto para determinar los espacios tangentes sobre variedades diferenciables, sus cualidades, sus propiedades y sus consecuencias.

- Nociones de derivadas

La derivada de una función puede ser diferenciables, por lo que existe una segunda derivada de ésta, como la derivada de su derivada, es decir que la derivada de la segunda derivada recibe el nombre de tercera derivada y así sucesivamente, siendo posible la existencia de hasta la enésima derivada o conocida como derivada de orden superior.

  - f(a) – Función

- f’(a) – Primera derivada
- f’’(a) – Segunda derivada
- f’’’(a) – Tercera derivada
- f^n(a) – n-ésima derivada

- Puntos Singulares

  Son aquellos valores que toma la variable en los que se anula la derivada, también conocidos como estacionarios.

- Puntos Críticos

  Son puntos en los que no existe la derivada o un punto extremo del dominio de definición de una función. Los puntos pueden ser mínimos locales o máximos locales o puntos de inflexión.

- Teoremas para el cálculo de una derivada
  - Regla de la constante
  - Regla del producto por un constante
  - Linealidad
  - Regla General de la Potencia
  - Regla del Producto y Cociente
  - De la Cadena
  - Funciones inversas y diferenciación.
  - Derivada de una variable con respecto a otra cuando ambas son funciones de una tercera variable.
  - Diferenciación Implícita
  - Para las funciones trigonométricas, logarítmicas e hiperbólicas.

- Aplicaciones del Calculo Integral
  - Recta tangente a una función en cualquier punto.
  - Progresiones infinitesimales
  - Gráficos de Funciones

- Aproximaciones de Taylor

ESTRATEGIA 2: Uso de la historia de las matemáticas

PASO 1: Noción e historia

1. Utilizar algún pasaje de la historia a modo de anécdota.
2. Introducir un concepto a través de la presentación de algún problema y el análisis de cómo se resolvió históricamente.
3. Recorrer el desarrollo histórico de un área de las matemáticas, tratando de reproducir el proceso de aprendizaje de esa área con base en el recorrido completo.
4. "Aprender de los maestros" leyendo los escritos originales de los grandes pensadores que desarrollaron las ideas del pensamiento matemático, lo cual permite al estudiante dilucidar el proceso del desarrollo lógico de una idea.

¿Por qué las personas utilizan el sistema de numeración decimal?

Nuestros primeros ancestros utilizaron este sistema por su facilidad, el medir y contar fueron las primeras actividades matemáticas del hombre primitivo, haciendo marcas en los troncos de los árboles lograban la medición del tiempo y el control del número de animales que poseían (esto marca el nacimiento de la aritmética), con el tiempo el sistema se simplificó y se empezó a utilizar los dedos de las manos (10) para representar una cierta cantidad, por ejemplo los dedos de la mano para representar la cantidad cinco y después se hablaba de cuántas manos se tenía, también se sabe que se usaba cuerdas con nudos para representar cantidad. Tiene mucho que ver con la coordinabilidad entre conjuntos; a este sistema se le conoce como **sistemas de numeración no posicionales**.

Avanzando en el tiempo, se conciben los **Sistemas de numeración posicionales,** se podría definir como“El número de símbolos permitidos en un sistema de numeración posicional se conoce como base del sistema de numeración. Si un sistema de numeración posicional tiene base *b* significa que disponemos de *b* símbolos diferentes para escribir los números, y que *b* unidades forman una unidad de orden superior”, a modo de ejemplo: Si contamos desde 0, incrementando una unidad cada vez, al llegar a 9 unidades, hemos agotado los símbolos disponibles, y si queremos seguir contando no disponemos de un nuevo símbolo para representar la cantidad que hemos contado. Por tanto añadimos una nueva columna a la izquierda del número, reutilizamos los símbolos de que disponemos, decimos que tenemos una unidad de segundo orden (decena), ponemos *a* cero las unidades, y seguimos contando.

De igual forma, cuando contamos hasta 99, hemos agotado los símbolos disponibles para las dos columnas; por tanto si contamos (sumamos) una unidad más, debemos poner a cero la columna de la derecha y sumar 1 a la de la izquierda (decenas). Pero la columna de la izquierda ya ha agotado los símbolos disponibles, así que la ponemos a cero, y sumamos 1 a la siguiente columna (centena). Como resultado nos queda que 99+1=100.

El cuentakilómetros mecánico de un automóvil, al utilizar el sistema de numeración posicional decimal, nos muestra lo anterior: va sumando 1 a la columna de la derecha y cuando la rueda de esa columna ha completado una vuelta (se agotan los símbolos), se pone a cero y se añade una unidad a la siguiente columna de la izquierda.

Pero estamos tan habituados a contar usando el sistema decimal que no somos conscientes de este comportamiento, y damos por hecho que 99+1=100, sin pararnos a pensar en el significado que encierra esa expresión.

PASO 2: Usar objetos que den una representación física del concepto.

Aprendemos mejor aquellas cosas que hacemos, que tocamos, que movemos, que vemos o que oímos. Estas son experiencias que un libro, una web,...no puede proporcionar.
Operacionalización

Si un cordel lo pasamos por detrás de dos patas de una silla, se podrá empezar a dibujar figuras geométricas, así, para formar un cuadrado, el primer lado será el que se forma por la distancia entre las dos patas de la silla, al prolongar un lado del cordel en forma perpendicular al lado formado por las dos patas de la silla se formará el segundo lado del cuadrado, la misma operación se realiza con el otro extremo del cordel, ya contamos con el tercer lado, el sobrante del cordel lo unimos manteniendo el paralelismo entre los lados dos y tres para formar el lado cuatro; un cuadrado es una figura matemática que tiene como condición el que el largo de todos sus lados es igual y producto de esa condición sus ángulos tienen la misma medida, recomendable mantener un vocabulario matemático al explicar el ejercicio para que el alumno comprenda los términos paralelo, perpendicular, distancia entre dos puntos, lado, ángulo, etc. De este ejercicio además se puede explicar por qué los ángulos internos de un cuadrado, rectángulo, rombo o romboide, en general de los cuadriláteros suman 360^{o}; con el mismo ejercicio se puede formar un triángulo, (figura de tres lados), y también explicar lo que es un triángulo equilátero, isósceles, escaleno etc. Solo basta mover la mano que une los extremos del cordel de un lado a otro para formar distintos tipos de triangulo.

PASO 3:Usar dibujos que representen el concepto a ser enseñado.

Utilizar fotografías o dibujos que representes elementos conocidos. Incluso hacer o construir un dibujo paso a paso suele ser mejor que usar las que se encuentren en cualquier libro.

Para realizar este ejercicio es necesario contar solo con un compás y una regla para diseñar figuras en geometría plana.

Construcción de polígonos

Trazar un triángulo equilátero:

Todo triángulo equilátero consta de tres lados iguales y tres ángulos congruentes entre sí. Teniendo esto en cuenta, su construcción puede resultar muy sencilla (es una aplicación práctica de lo enseñado en el apartado N°2)

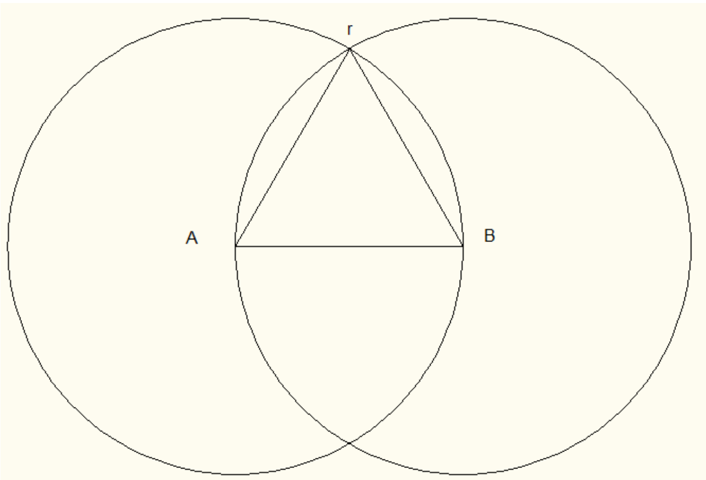
Para lograr una congruencia en los lados, es aconsejable trazar el triángulo dentro de una circunferencia (circunscrito), para ello se pueden emplear los siguientes pasos:

- Trazar la circunferencia
- Abrir un compás en una medida de 120° (los 360° de la circunferencia entre el número de lados del polígono)
- Marcar tres puntos, uno a la misma distancia del otro (guiándose con el compás)
- Unir los puntos

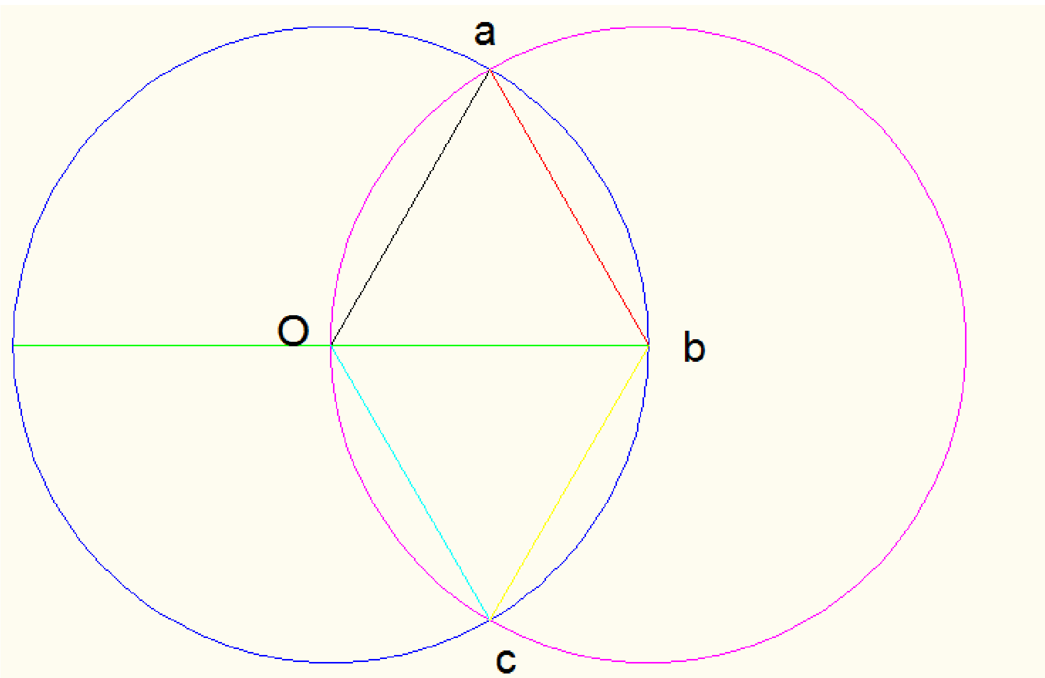
Una alternativa puede ser la siguiente:

- Teniendo dos puntos unidos en línea recta (A y B).
- Trazar una circunferencia con centro en A con radio igual a la distancia entre A y B.

- Trazar una circunferencia con centro en B con radio igual a la distancia entre A y B.
- Siendo r el punto en el que se cortan las dos circunferencias construidas, unir r con A y B.



Construcción de un rombo



Como se aprecia, la construcción de un rombo es similar a la de un triángulo equilátero, solo basta unir el punto O con el C y este con el B

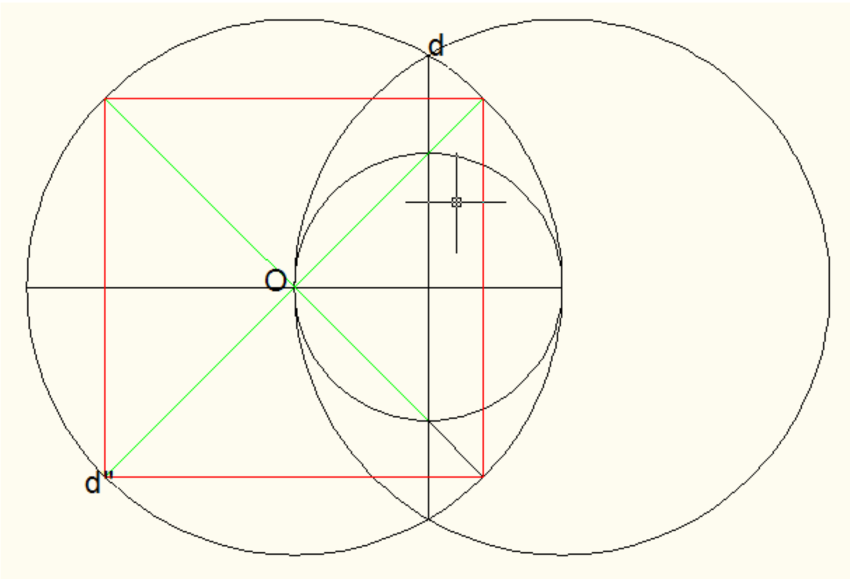
Trazar un cuadrado

Para trazar un cuadrado de diagonales ***d*** centrado en el punto **O**:

1. Marque el punto **O** donde quiera el centro del cuadrado.
2. Trace una línea horizontal que pase por dicho punto **O**.
3. Haciendo centro en el punto **O** trace una circunferencia de un diámetro ***d*** cualquiera, esto genera dos puntos de intersección con la recta horizontal del paso 2.
4. Sin variar la apertura del compás y haciendo ahora centro en alguna de las dos intersecciones del paso 3, trace un arco hasta cortar en dos puntos la circunferencia inicial.
5. Uniendo los dos puntos hallados en el paso 4 con una línea recta (*vertical*), dicha recta generará un nuevo punto de intersección sobre la recta horizontal inicial.
6. Haga centro con el compás en el punto hallado en el paso 5 y abra el mismo hasta el punto central **O** y trace una semicircunferencia que intercepte en dos puntos a la línea vertical del paso 5.
7. Trace una línea recta que pase por uno de los puntos del paso 6 y por el punto central **O**, extendiéndola hacia ambos lados hasta intersecar a la circunferencia inicial de paso 3, esto genera sobre la misma dos puntos que son vértices opuestos del cuadrado y también extremos de una de las diagonales.

8. Repitiendo el paso anterior pero ahora con el otro punto del paso 6 y el punto central **O**, se obtendrá los dos puntos que son vértices opuestos del cuadrado y también extremos de la segunda diagonal.

9. Luego uniendo de modo cíclico con líneas rectas los cuatro puntos vértice hallados en los dos pasos anteriores, se habrá obtenido finalmente el cuadrado buscado.

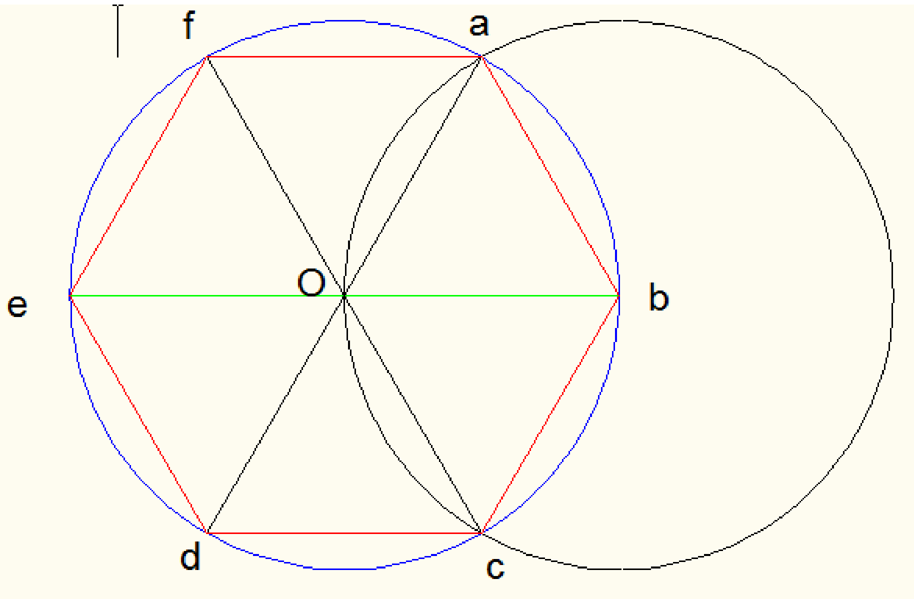


Construcción de un hexágono regular

Al igual que el cuadrado, el hexágono regular es un polígono regular, es decir tiene todos sus lados y ángulos iguales, para construirlo se deben seguir los siguientes pasos:

1. Trazar una línea horizontal que servirá de diámetro del primer círculo
2. Trazar un segundo circulo tomando como radio el del primer círculo y como centro el punto final del segmento (punto b)
3. Trazar una línea que una la intersección de de los dos círculos pasando por el centro del primer círculo y finalice al otro extremo del circulo (puntos a o d)
4. Repetir la operación con la otra intersección de los círculos (puntos c o f)

5. Unir los puntos: el primero será aquel que conecte una de las intersecciones de los dos círculos con la intersección del la línea inicial con el primer círculo (puntos a y b)
6. Luego unir los siguientes puntos de intersección (puntos a b c d e f)



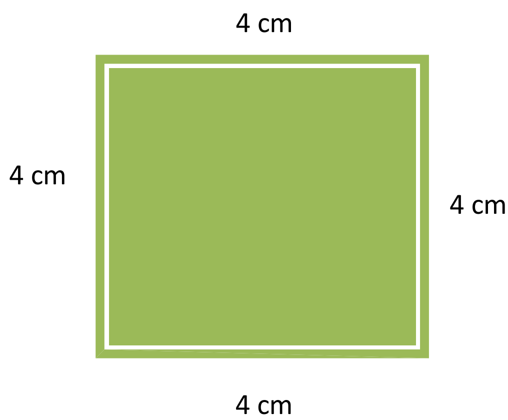
Debe recordarse al profesor usar un lenguaje matemático para dar las instrucciones al alumnado de forma de obligarlos a desarrollar su pensamiento abstracto, también es preferible utilizar marcadores de varios colores para ilustrar mejor el resultado.

PASO 4:Relacionar el concepto a un modelo matemático

Una parte importante del proceso de aprendizaje es la transferencia de representaciones físicas a símbolos abstractos. La clave de esta transferencia es el entendimiento del concepto implicado (sea éste una operación, una relación o un algoritmo).

Para comenzar este punto, es necesario enseñar cabalmente al alumno el significado de los términos Área y Perímetro, conceptos que serán ampliamente utilizados en el punto cinco para realizar operaciones entre variables y establecer relaciones.

La palabra **perímetro** proviene del latín perímetros, que a su vez deriva de un concepto griego. Se refiere al **contorno de una superficie o de una figura** y a la **medida de ese contorno**.



En otras palabras, en una figura, el perímetro es la suma de todos sus lados. De esta manera, el perímetro permite calcular la frontera de una superficie, por lo que resulta de gran utilidad.

Conocer el perímetro de un **campo**, por ejemplo, permite definir qué cantidad de material se necesita para alambrarlo. De igual forma, el perímetro es un dato esencial para diseñar la **seguridad** de una casa o de un barrio cerrado.

Cabe destacar que, así como el perímetro es el dato que permite calcular los bordes de una superficie, el **área** es la que posibilita el conocimiento de su superficie interior. Así, el perímetro nos dirá cómo podemos alambrar un campo, mientras que el área aportará la información respecto a cómo podemos sembrar dicho campo o qué cantidad de fertilizante utilizar.

Para calcular el perímetro de una superficie, es necesario conocer la longitud de todos sus lados. Por ejemplo: un triángulo cuyos lados miden 3 centímetros, 8 centímetros y 9 centímetros, tiene un perímetro de 20 centímetros.

El perímetro también puede permitir, en ocasiones, conocer el dato desconocido de un lado. Si sabemos que un triángulo tiene un perímetro de 15 centímetros, y que dos de sus lados miden 5 y 2 centímetros, el tercer lado deberá medir 8 centímetros. Se trata de un problema de regla de tres simple.

Dibujadas algunas figuras geométricas corresponde explicar en forma teórica lo que son, debe recordarse que se sugirió anteriormente al profesor usar un lenguaje matemático para introducir al alumno en el pensamiento abstracto, bien, ahora se desarrollarán en profundidad estos conceptos.

El triángulo:

Un **triángulo**, es un polígono determinado por tres rectas que se cortan dos a dos en tres puntos (que no se encuentran alineados). Los puntos de intersección de las rectas son los vértices y los segmentos de recta determinados son los lados del triángulo. Dos lados contiguos forman uno de los ángulos interiores del triángulo.

Por lo tanto, un triángulo tiene 3 ángulos interiores, 3 lados y 3 vértices.

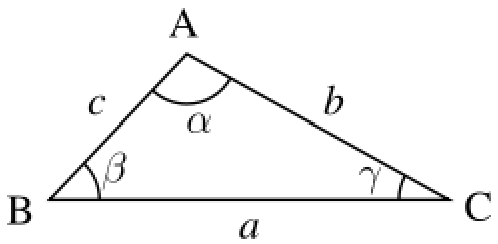
Si está contenido en una superficie plana se denomina **triángulo**, o **trígono**, un nombre menos común para este tipo de polígonos. Si está contenido en una superficie esférica se denomina **triángulo esférico**.

Representado, en cartografía, sobre la superficie terrestre, se llama **triángulo geodésico**.

Los puntos principales de una figura geométrica, como los vértices de un polígono, suelen ser designados por letras latinas mayúsculas: A, B, C,...

Un triángulo se nombra entonces como cualquier otro polígono, nombrando sucesivamente sus vértices, por ejemplo ABC. En el caso del triángulo, los vértices pueden darse en cualquier orden, porque cualquiera de las 6 maneras posibles (ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA), corresponde a un recorrido de su perímetro. Esto ya no es cierto para polígonos con más vértices.

Los lados del triángulo se denotan, como todos los segmentos, por sus extremos: AB, BC y AC, en nuestro ejemplo.



Para nombrar la longitud de un lado, por lo general se utiliza el nombre del vértice opuesto, convertido a minúscula latina: ***a*** para ***BC***, ***b*** para ***AC***, ***c*** para ***AB***.

La notación general para el ángulo entre dos segmentos ***OP*** y ***OQ*** que comparten el extremo ***O*** es $\widehat{POQ}$.

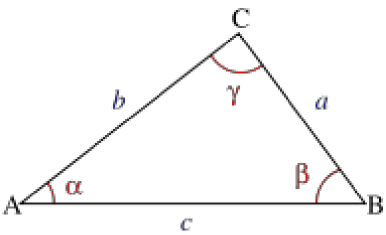
También podemos utilizar una letra minúscula, habitualmente griega, coronada por un acento circunflejo (en rigor, los ángulos deben ser designados por letras mayúsculas y su medida por minúsculas, pero a menudo se utilizan los mismos nombres para los dos con el fin de simplificar la notación). En el caso de un triángulo, el ángulo entre dos lados todavía puede, por tolerancia y en ausencia de ambigüedad, ser designado por el nombre del vértice común, coronado por un acento circunflejo. En resumen, en nuestro ejemplo, podemos observar los ángulos:

$$\widehat{\alpha} = \widehat{a} = \widehat{A} = \widehat{BAC},\ \widehat{\beta} = \widehat{b} = \widehat{B} = \widehat{ABC}\ et\ \widehat{\gamma} = \widehat{c} = \widehat{C} = \widehat{ACB}.$$

Propiedades del triángulo:

En este punto se comienza ya a relacionar el concepto a un modelo matemático, además el estudio de los triángulos es fundamental para el estudio de otros polígonos, no se pretende ilustrar la totalidad de las propiedades de los triángulos solo las esenciales para poder introducir al alumno en el mundo del algebra, rama fundamental de las matemáticas donde efectivamente se desarrolla el pensamiento abstracto.

1. La suma de los tres ángulos internos de un triángulo es siempre **180°**

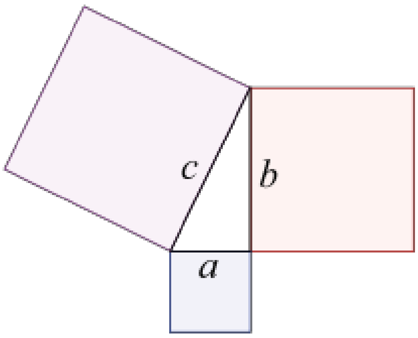


2. Teorema de Pitágoras

$c^2 = b^2 + a^2$, por lo tanto, simplificando la ecuación se obtienen fácilmente tres fórmulas de aplicación práctica.

$a = +\sqrt{c^2 - b^2}$	$b = +\sqrt{c^2 - a^2}$	$c = +\sqrt{a^2 + b^2}$

En definitiva, lo que el teorema de Pitágoras significa es que para cualquier triángulo rectángulo, cuyos catetos miden *a* y *b*, y cuya hipotenusa mida *c*, se verifica que $c^2 = b^2 + a^2$, esto es que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.



Existe una característica de los triángulos "La suma de las longitudes de dos de sus lados es siempre mayor que la longitud del tercer lado" que obliga al alumno a imaginar un triángulo, y por tanto a desarrollar el pensamiento temporal y espacial.

Hay muchas otras fórmulas para describir las características de los triángulos, pero estas comienzan a ser más complejas al utilizar la trigonometría, rama de las matemáticas que en nuestro país se enseña en las universidades.

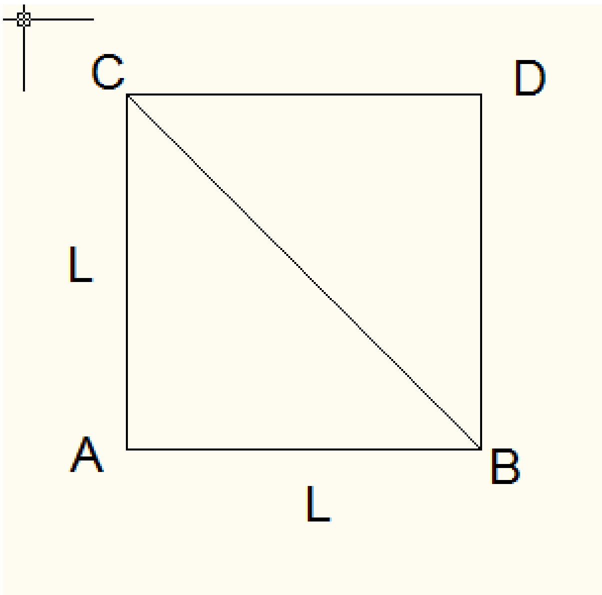
El cuadrado:

Un cuadrado es un cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos y, por tanto, es un paralelogramo. Dado que sus cuatro ángulos internos son rectos, es también un caso especial de rectángulo, es un rectángulo equilátero. De modo similar, al tener los cuatro lados iguales, es un caso especial de rombo, es un rombo equiángulo. Cada ángulo interno de un cuadrado mide 90 grados, y la suma de todos ellos es 360°. Cada ángulo externo del cuadrado mide 270°

Para el cálculo del perímetro de un cuadrado, suponiendo que este tiene lados de longitud L, el perímetro será 4L, es decir, la suma de sus cuatro lados, la misma ecuación se puede usar en la mayoría de las figuras geométricas (triangulo, hexágono, pentágono, etc.).

El área de un cuadrado será el cuadrado de la longitud del lado, es decir L^2

Sabiendo que el área de un triángulo es la (base * altura)/2:



El área del triángulo ABC será (L*L)/2, por lo tanto el área del cuadrado ABCD será ((L*L)/2)*2

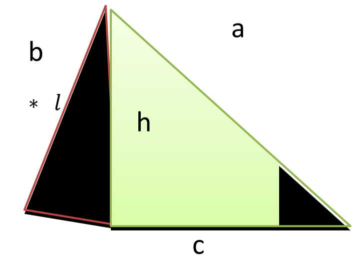
Esto es L^2 ya que el triángulo ABC tiene exactamente la mitad del área del cuadrado ABCD

Una vez entendido el concepto podemos pasar al siguiente punto:

PASO 5:Usar símbolos para representar variables, operaciones y relaciones.

PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

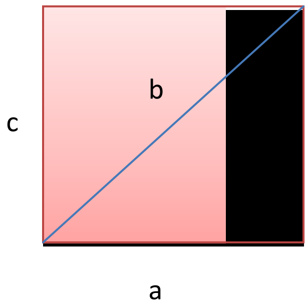
Triángulo: Perímetro y área



p= a+b+c

A= $\frac{\qquad}{2} = \frac{*h}{2}$

Cuadrado: Perímetro y área

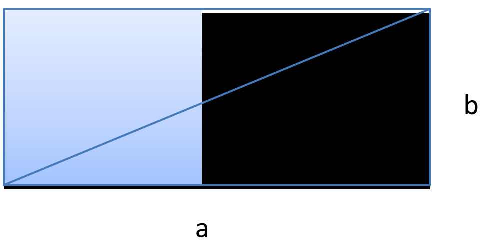


p= 4a

A= lado * lado = a^2

A= $\frac{2}{2}$

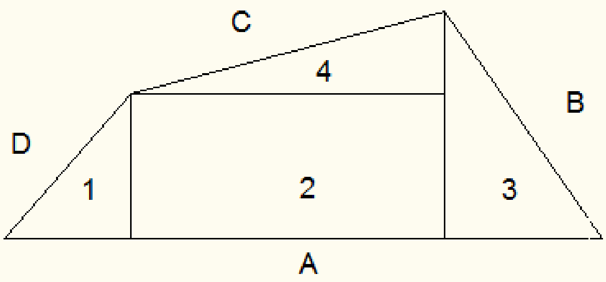
Rectángulo Perímetro y área



p=2 a + 2 b

A= lado * lado = a^2

A= base*altura = ab

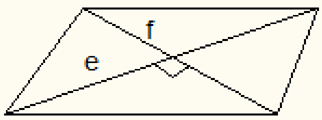


TRAPEZOIDE

P= A+B+C+D

A= A1 + A2 + A3 + A4

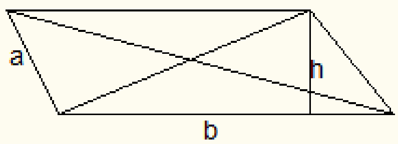
ROMBO



P=4*A

$$A = \frac{\text{Diagonal mayor} * \text{Diagonal menor}}{2} = \frac{e * f}{2}$$

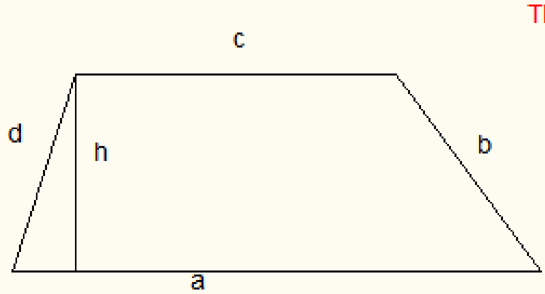
PARALELOGRAMO



P= 2a + 2b

A= base * altura = a*h

TRAPECIO

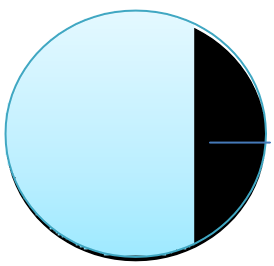


P= a+b+c+d

A= ((base 1 + base 2)*altura/2)

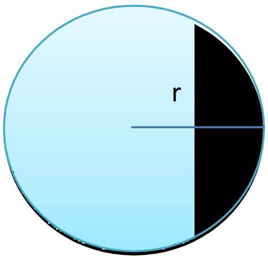
A= ((a*c)*h)/2

Circunferencia



r= 2 π r

Círculo



$A = \pi r^2$

Ejemplo

Si el lado de un cuadrado aumenta al doble. ¿Qué ocurre con el área y su perímetro?

Consideremos un cuadrado de lado a, entonces su perímetro es 4a y su área a^2

Si su lado aumenta al doble, ahora medirá 2a.

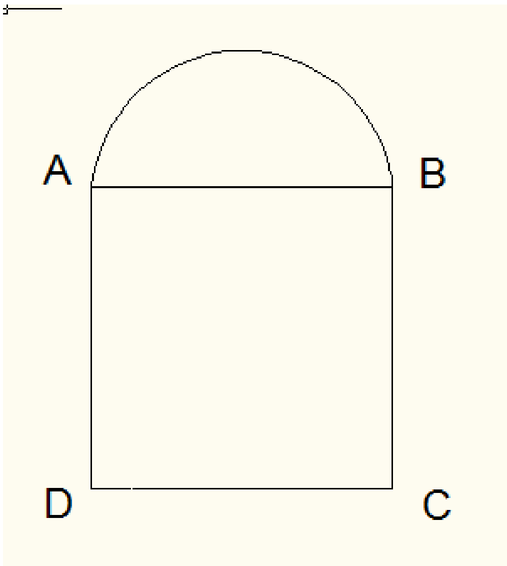
Aplicando las fórmulas de perímetro y área de este nuevo cuadrado obtenemos que su perímetro sea 8 y que su área es 4 a^2

Por lo tanto, al comparar los perímetros, vemos que aumentó el doble (de 4a a 8a) y que el área aumentó 4 veces, o sea se cuadruplicó (de a^2 a 4 a^2

Suma de áreas

Algunas veces, el área de una figura está formada por la suma de áreas de varias figuras, por lo tanto, hay que descomponerla, luego hacer el cálculo de cada parte, y finalmente, sumarlas para encontrar el área total.

Veamos el siguiente ejemplo: ABCD cuadrado de lado 4 cm.



Esta figura se descompone en medio círculo y un cuadrado. Primero, tendremos que calcular el área del círculo. Como AB = 4 cm, entonces el radio del semicírculo, mide 2 cm. y su área es

$\pi r^2 / 2 = \pi/2 * 4\ cm^2 = 2\ \pi\ cm^2$

Determinemos ahora el área del cuadrado, $A = a^2 = 4^2 = 16\ cm^2$

Sumando ambas áreas nos dará el área total sombreada, o sea $2\pi^2\ cm^2 + 16cm = 2(\pi + 8)cm^2$

Ejercicio 1

Deduce la fórmula del área del cuadrado en función de su diagonal (Recuerda el Teorema de Pitágoras)

Ejercicio 2

Deduce la fórmula del área del rombo pensando a esta figura como la suma de dos triángulos.

Ejercicio 3

Deduce la fórmula del área del trapecio pensando a esta figura como la suma de otras de área conocida.

Estos símbolos tendrán un gran significado si previamente los estudiantes conocieron, manejaron y contestaron ejercicios oralmente, antes de escribirlos o de identificarlos de manera impresa en el libro de texto. Una vez más, es crucial que el alumno entienda la operación o algoritmo representados por los símbolos.

Esta estrategia parte de algo muy simple y se va complicando poco a poco, pero tiene la virtud de exigir al alumno estar siempre muy concentrado ya que cada paso da lugar a uno más complicado, además da la oportunidad al alumno de desarrollar su pensamiento abstracto mediante simples figuras geométricas, exige así mismo el desarrollo de habilidades temporales y espaciales.

PASO 6: Ingresando al cálculo diferencial

El Cálculo es la rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de los incrementos en las variables, pendientes de curvas, valores máximos y mínimos de funciones y de la determinación de longitudes, áreas y volúmenes. Su uso es muy extenso, sobre todo en ciencias e ingeniería, siempre que haya cantidades que varíen de forma continua.

La expresión del cálculo algebraico $y = x * t$, indica las relaciones sintácticas que existen entre tres variables que no tienen significado alguno.

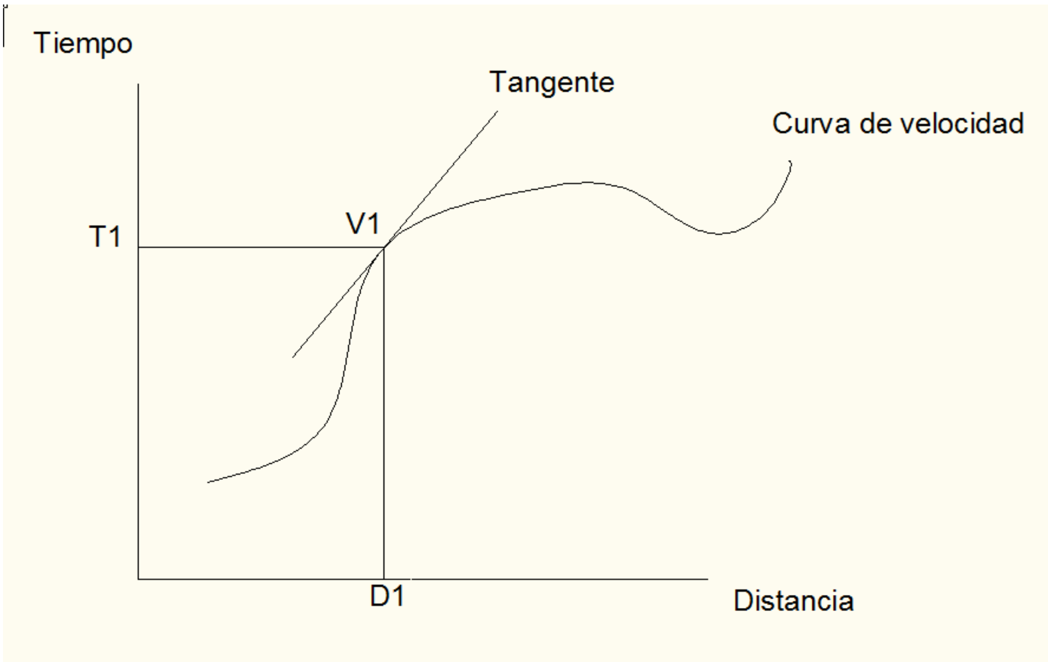
Pero si interpretamos *y* como espacio, *x* como velocidad y *t* como tiempo, tal ecuación modeliza una teoría física (v= d * t) que establece que el espacio recorrido por un móvil con velocidad constante es directamente proporcional a la velocidad con que se mueve y al tiempo que dura su movimiento.

Al mismo tiempo, según dicha teoría, sirve para resolver el problema de calcular cuántos kilómetros ha recorrido un coche que circula de Ibarra a Quito a una velocidad constante de 60 km/h durante 2 horas de recorrido.

- 120 kilómetros recorridos = 60 km x 2 h

La derivada

La derivada de una función es una medida de la rapidez con la que cambia el valor de dicha función según cambie el valor de su variable independiente (y= f(x) donde y es la variable dependiente y x la independiente). La derivada de una función es un concepto local, es decir, se calcula como el límite de la rapidez de cambio media de la función en un cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se toma cada vez más pequeño. Por ello se habla del valor de la derivada de una cierta función en un punto dado.



Un ejemplo habitual aparece al estudiar el movimiento: si una función representa la posición de un objeto con respecto al tiempo, su derivada es la velocidad de dicho objeto. Un avión que realice un vuelo transatlántico de 4500 km en entre las 12:00 y las 18:00, viaja a una velocidad media de 750 km/h. Sin embargo, puede estar viajando a velocidades mayores o menores en distintos tramos de la ruta. En particular, si entre las 15:00 y las 15:30 recorre 400 km, su velocidad media en ese tramo es de 800 km/h. Para conocer su velocidad instantánea a las 15:20, por ejemplo, es necesario calcular la velocidad media en intervalos de tiempo cada vez menores alrededor de esta hora: entre las 15:15 y las 15:25, entre las 15:19 y las 15:21, etc.

El valor de la derivada de una función en un punto puede interpretase geométricamente, ya que se corresponde con pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto. La recta tangente es a su vez la gráfica de la mejor aproximación lineal de la función alrededor de dicho punto. La noción de derivada puede generalizarse para el caso de funciones de más de una variable con la derivada parcial y el diferencial.

La derivada de una función *f* en un punto *x* se denota como *f′*(*x*). La función cuyo valor en cada punto *x* es esta derivada es la llamada función derivada de *f*, denotada por *f′*. El proceso de encontrar la derivada de una función se denomina diferenciación, y es una de las herramientas principales en el área de las matemáticas conocida como cálculo.

Sería fácil para cualquier persona conocer la pendiente de una recta solo aplicando la fórmula $= \frac{2- \quad 1}{2- \quad 1}$ sin embargo esto supone una línea recta de pendiente creciente o decreciente, pero cuando se intenta realizar el mismo cálculo en una curva la situación cambia, se debe calcular la pendiente de la tangente a un punto de la curva; el concepto parece muy complicado a simple vista, pero no es más que eso, la derivada calcula la pendiente de una curva en un punto determinado y en un tiempo determinado, a esta primera derivada d´ se la conoce por velocidad porque aplicando la fórmula v= d/t da como resultado la velocidad de un objeto, en el ejemplo anterior del avión, su velocidad se ve afectada por el viento, la derivada es un concepto ideado por Isaac Newton hace unos 300 años y es un ejercicio mental muy útil para los estudiantes que agiliza su pensamiento abstracto.

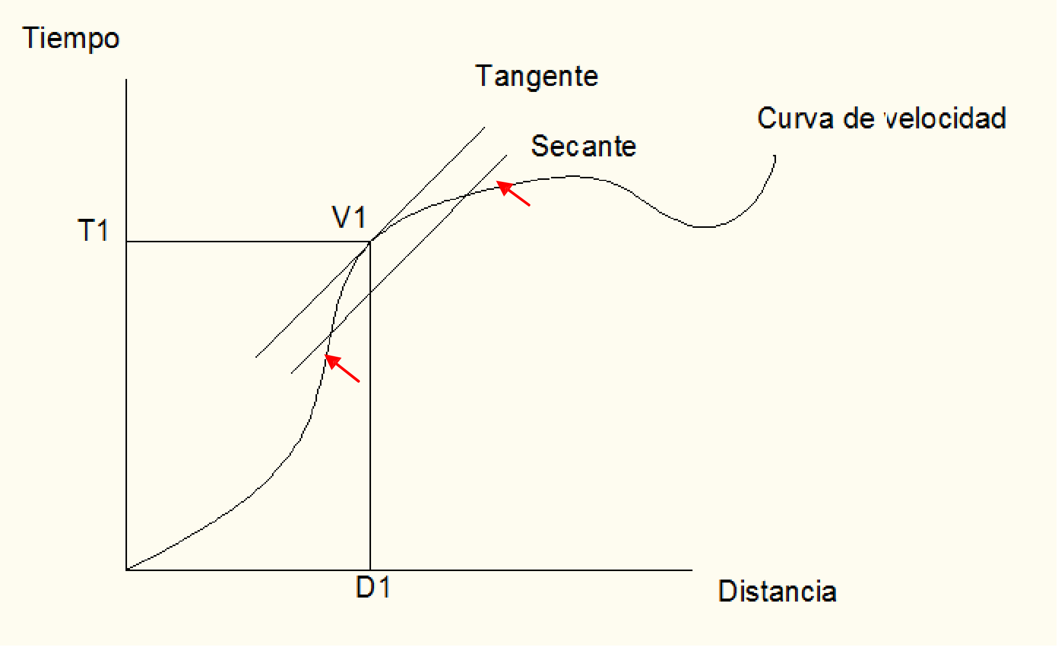
Obviamente, el educando debe conocer los conceptos de tangente, secante, intercesión, curva, pendiente, pero eso se da por sentado dado el nivel de bachillerato que cursan.

El concepto de derivada es uno de los dos conceptos centrales del cálculo infinitesimal. El otro concepto es la "antiderivada" o integral; ambos están relacionados por el teorema fundamental del cálculo. A su vez, los dos conceptos centrales del cálculo están basados en el concepto de límite, el cual separa las matemáticas previas, como el Álgebra, la Trigonometría o la Geometría Analítica, del Cálculo. Quizá la derivada es el concepto más importante del Cálculo Infinitesimal.

La derivada es un concepto que tiene variadas aplicaciones. Se aplica en aquellos casos donde es necesario medir la rapidez con que se produce el cambio de una magnitud o situación. Es una herramienta de cálculo fundamental en los estudios de Física, Química y Biología, o en ciencias sociales como la Economía y la Sociología.

Por ejemplo, cuando se refiere a la gráfica de dos dimensiones de *f*, se considera la derivada como la pendiente de la recta tangente del gráfico en el punto *x*.

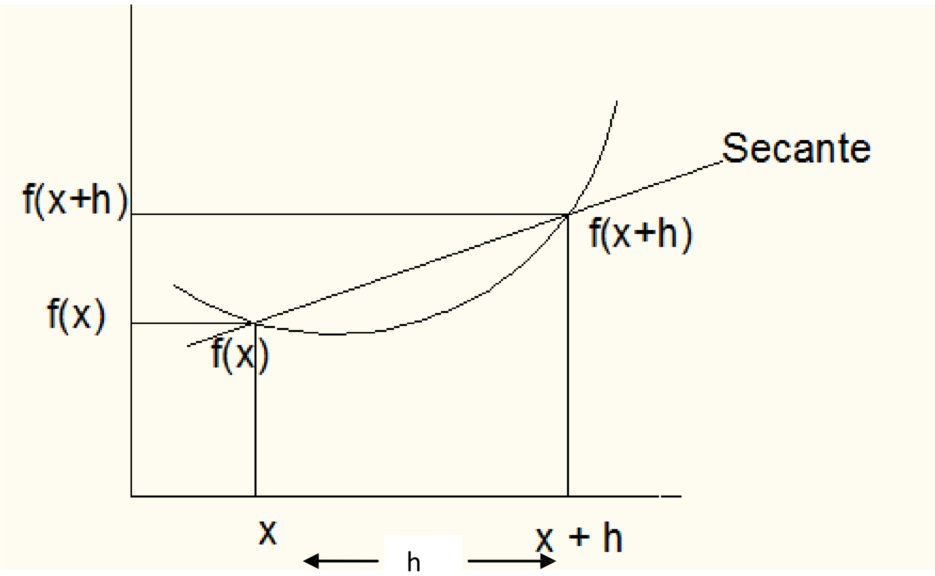
Se puede aproximar la pendiente de esta tangente como el límite cuando la distancia entre los dos puntos que determinan una recta secante tiende a cero, es decir, se transforma la recta secante en una recta tangente. Con esta interpretación, pueden determinarse muchas propiedades geométricas de los gráficos de funciones, tales como concavidad o convexidad.



La derivada de una función f es la pendiente geométrica de la línea tangente del gráfico de f en x. Sin el concepto que se va a definir, no es posible encontrar directamente la pendiente de la línea tangente a una función dada, porque solamente se conoce un punto en la línea tangente: (x,f(x)). La idea es aproximar la línea tangente con múltiples líneas secantes que tienen distancias progresivamente más pequeñas entre los dos puntos que cruzan.

Cuando se toma el límite de las pendientes de las líneas secantes de esta progresión, se consigue la pendiente de la línea tangente. Se define, pues, la derivada tomando el límite de la pendiente de las líneas secantes, al acercarlas a la línea tangente.

No es complicado calcular las pendientes de las líneas secantes próximas, se elige un número h relativamente pequeño, h representa un cambio relativamente pequeño en x, el cual puede ser positivo o negativo. La pendiente de la línea que cruza los dos puntos (x, f(x)) y (x + h, f(x + h)) es $\frac{+h\ -\ (\ )}{h}$



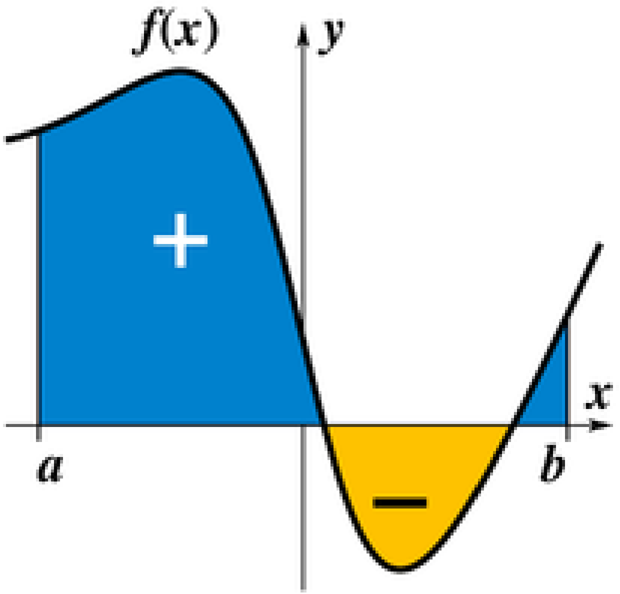
Puesto que sustituir h por 0 produce una división por cero, calcular directamente la derivada puede no ser intuitivo. Una técnica posible consiste en operar en el numerador, de manera que se pueda cancelar la h del denominador. Y eso es posible fácilmente en los polinomios.

Esta estrategia no pretende ser un curso de cálculo diferencial, sin embargo, demostrará al alumno que la velocidad de un objeto puede variar de un momento a otro dependiendo de innumerables factores, lo explicado además permite al estudiante entender si esta variación de la velocidad es positiva o negativa dependiendo de si la pendiente de la tangente al punto de la curva elegido es positivo o negativo, en definitiva, esta estrategia elaborada para desarrollar el pensamiento abstracto mediante el uso de las matemáticas en estudiantes de los terceros años de bachillerato de la especialidad de Físico Matemático les dará otra perspectiva de las matemáticas ampliando sus horizontes.

ESTRATEGIA 3: Definición y nociones básicas de integrales

Una integral es la suma de infinitos sumandos, infinitamente pequeños. En proceso de anti derivación se utiliza para el cálculo de áreas y volúmenes de regiones y sólidos de revolución.

La integral definida de una función f representa el área limitada por la gráfica de dicha función, con valores positivos y negativos.



Dada una función f(x) de una variable real x y un intervalo de la recta real, la integral es:

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

Es decir es igual al área de la región del plano xy limitada entre la grafica de la función.

Propiedades de las Integrales

Igualdad

Desigualdad

Convención

Teoremas Fundamentales del Cálculo

Calculo de Integrales

Se escoge una función f(x) y un intervalo [a, b].

Se halla una primitiva de f, es decir, una función F tal que F' = f.

Se emplea el teorema fundamental del cálculo, suponiendo que ni el integrando ni la integral tienen singularidades en el camino de integración,

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Por tanto, el valor de la integral es F(b) − F(a).

6.7. Impactos

6.7.1. Educativo

Se espera que las Estrategias Didácticas para desarrollar el pensamiento abstracto en los estudiantes del tercer año de bachillerato en Ciencias, especialidad Física y Matemáticas, de los Colegios “Ibarra” y Universitario “UTN” de la provincia de Imbabura; y, los Colegios “Carlos Martínez Acosta” y “Mario Oña Perdomo” de la provincia de El Carchi, permita mejorar sustancialmente los procesos y resultados de aprendizaje y contribuyan a elevar el nivel de abstracción lógica y matemática además de adquirir habilidades, actitudes y destrezas importantes para la formación de los jóvenes, fortaleciendo su intelecto, su capacidad de razonamiento.

6.7.2. Social

A partir del momento en el que la finalidad de esta propuesta es incidir en una adecuada formación del grupo de jóvenes y adolescentes que se encuentran a punto de culminar sus estudios de nivel medio y enfrentar nuevos retos ya sea en el ámbito universitario o laboral, se estará logrando un impacto social de gran alcance puesto se estarán creando las condiciones necesarias para involucrarse con éxito en su entorno social, familiar, personal y afectivo, continuar su desarrollo apoyando la construcción de una sociedad transformadora, proactiva, autonómica, equilibrada, armónica y responsable.

6.7.3. Ecológico

El impacto ecológico, se logrará a través de un trabajo educativo centrado en el contexto inmediato y real del estudiante. Este contacto con la realidad física y geográfica del entorno propiciará la formación de valores y prácticas de sana convivencia y respeto con la naturaleza. Los estudiantes aprenderán a amar la naturaleza, a cuidarla, a protegerla, utilizando de ella lo que realmente necesita con responsabilidad ciudadana.

Difusión

El Informe Final de Investigación recoge las diarias experiencias de las investigadoras adquiridas durante su formación profesional y a través de las diarias experiencias enriquecidas con la recopilación y análisis de material teórico que reconocidos pedagogos han publicado sobre el tema del pensamiento abstracto en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Habría sido un esfuerzo inútil la simple elaboración de este documento si no se lograría que se socialice, aplique y valide en el grupo de docentes que demostraron gran interés por su procesamiento y resultados.

BIBLIOGRAFÍA

1. AMECHAZURRA, Olbeida (2006) Módulo de Planeación y Evaluación de los Procesos de Aprendizaje, UNITA, Programa de Diplomado en Currículo y Didáctica.

2. ARMSTRONG, Thomas. (1999) Las inteligencias múltiples en el aula. Manantial.

3. BENAVÍDES, O. (2001) Competencias y Competitividad

4. BORASI, R (2006) On the nature of problems, Educational Studies of Mathematics, version en español, Pp 17 125-141.

5. CASTAÑEDA F., A., Peral, J.C. (2007) La Resolución de Problema en las Matemáticas del Bachillerato, Servicio Editorial. Universidad del país Vasco.

6. CASTRO PIMIENTA, Orestes, (2003) Hacia la Pedagogía de la Cooperación, Primera Impresión, UNITA, Ecuador.

7. DELVAL, J. (2001) "Aprender a aprender". Madrid: Alhambra Longman.

8. ENCICLOPEDIA GENERAL DE LA EDUCACIÓN, (1999) Grupo Editorial Océano, Barcelona.

9. FALIERES, Nancy y ANTOLIN, Marcela (2005) en Cómo Mejorar el Aprendizaje en el Aula y Poder Evaluarlo, Grupo CLASA, Bogotá – Colombia.

10. GARCÍA CRUZ, Juan (2008) Didáctica de las Matemáticas, una visión general.

11. GARDNER, Howard. (1994) Estructuras de la mente. Fondo de Cultura económica. México.

12. GODINO, Juan (2008) Didáctica de las Matemáticas para Maestros, Editorial Edumat, Barcelona, España.

13. GUTIÉRREZ, A. (Editor) (2001) Área de Conocimiento. Didáctica de la Matemática, Colección Cultura y aprendizaje, Editorial Síntesis.

14. LEIVA ZEA, Francisco (2006) "Nociones de Metodología de Investigación Científica" 4ta. Edición, Quito-Ecuador

15. PALACIOS, J., MARCHESI, A. y COLL, C. (2009): "Desarrollo psicológico y educación" vol. 1: Psicología evolutiva. Madrid: Alianza.

16. PÉREZ, Gil D. (2007) Crisis en los Planteamientos Constructivistas de la Educación Científica en Pedagogías Constructivistas, Pedagogías Activa y Desarrollo Humano, CINDE, Manizales, Colombia.

17. PIAGET, J. (1990) La Equilibración de las estructuras cognitivas, Problema Central del Desarrollo (Traducción de Eduardo Bustos) Siglo XXI de España Editores S.A., Madrid.

18. POLYA, G. (2005) Cómo plantear y Resolver Problemas, Editorial Trillas, México (Versión en español de la obra Howtosolveit, publicada por Princeton UniversityPress en 1945)

19. POLYA, G. (2002) Mathematical Discovery II Volumen, John Wiley & Sons, New Yor, version en español.

20. TORRES, Gisela (2006), en Didáctica Superior, Proceso Pedagógico.

21. VILLARROEL, Jorge (1995) "Didáctica General", Ibarra-Ecuador.

22. RUIZ, Ángel, (2000) El desafío de las matemáticas, Universidad Nacional, Heredia, Costa Costa Rica: EUNA.

23. BETH. E. W., PIAGET, Jean, (1980) Epistemología, Matemáticas y Psicología. Trad. Víctor Sánchez de Zavala. Barcelona: Editorial Crítica.

24. KUNTZMANN, Jean, (2008) ¿A dónde va la matemática? Problemas de la enseñanza y la investigación. México: Edit. Siglo XXI.

25. www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades.../Art.Est_y_Prob..doc.

26. www.monografías.com/trabajo6/.

27. http://www.project2061.org/esp/publications/bsl /online/ch2/ch2.htm,
28. www.monografias.com › Matemáticas
29. www.monografías.com/trabajos16/diseño-curricular-competencias/
30. www.monografias.com › Educación
31. www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/.../articulo22.htm
32. cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/PenalvaC01-2631.PDF
33. www.aprendes.org.co/Aprendizaje-y-Didactica-de-las matemáticas
34. www.slideshare.net/.../dificultad-de-aprendizaje-de-las-matemáticas.
35. ciencias.jornada.com.mx/...matemáticas/.../matemáticas
36. http://www.revistaalternativa.org

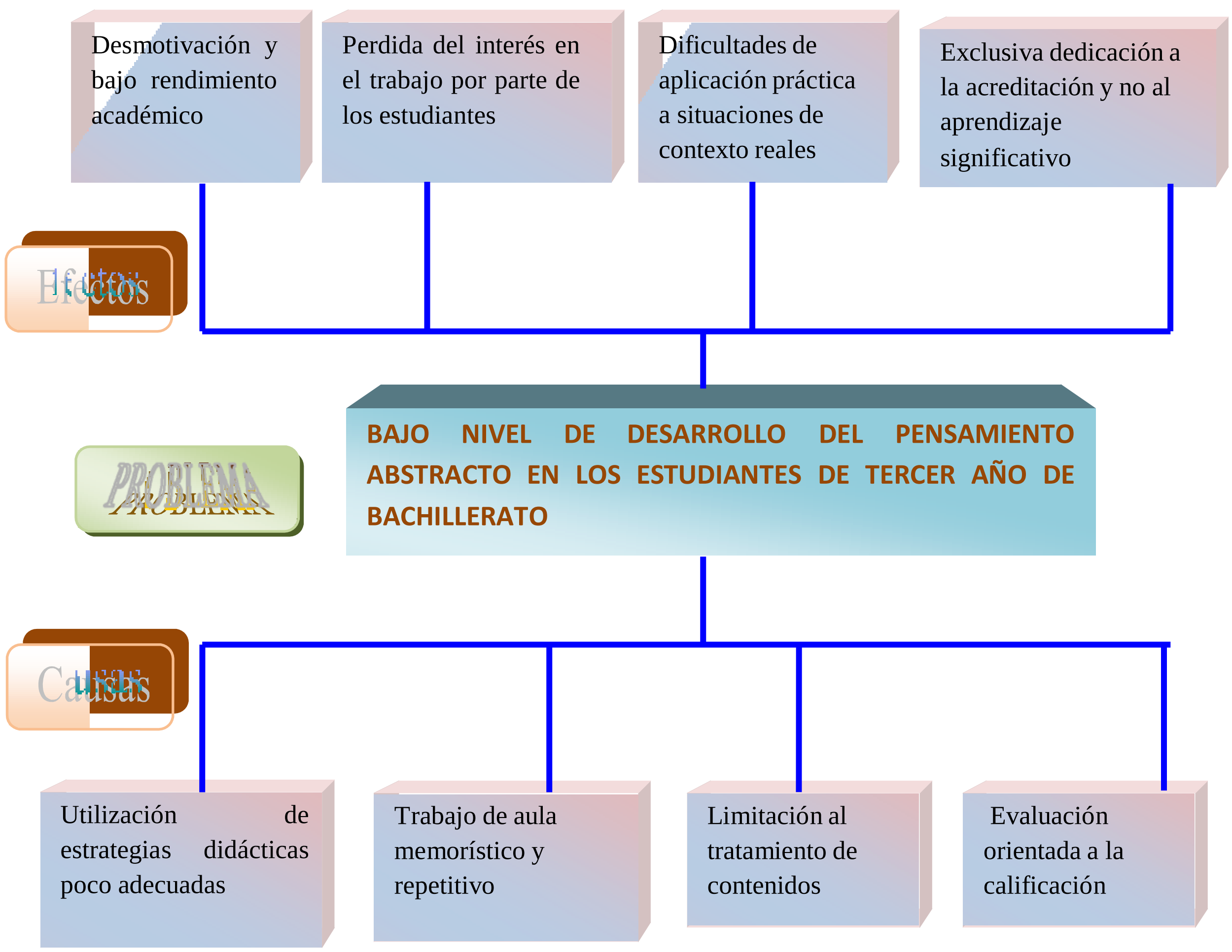
ANEXOS

ANEXOS

Anexo 1

Árbol del Problema

1. ÁRBOL DE PROBLEMAS



Anexo 2

Matriz de Coherencia

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVO GENERAL
¿Cuál es el nivel de desarrollo del pensamiento abstracto y el aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de los terceros años de bachillerato de la especialidad de Físico Matemático de de los colegios "Ibarra" y Universitario "UTN" de la provincia de Imbabura; "Carlos Martínez Acosta" y "Mario Oña Perdomo" de la provincia del Carchi en el año lectivo 2010-2011?	Determinar el nivel de desarrollo del pensamiento abstracto y el aprendizaje de la Matemática, de los estudiantes de los terceros años de Bachillerato de la Especialidad de Física y Matemática de los colegios "Ibarra" y Universitario UTN, de la provincia de Imbabura y "Carlos Martínez Acosta" y "Mario Oña Perdomo" de la provincia del Carchi, en el periodo académico 2010-2011.
INTERROGANTES	OBJETIVOS ESPECÍFICOS
Pregunta Directriz 1: ¿Cuál es el nivel de abstracción de los estudiantes de los terceros años de bachillerato en la especialidad de Física y Matemática, y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática?	Diagnosticar el nivel de abstracción de los estudiantes de los terceros años de bachillerato en la especialidad de Física y Matemática, y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática.
Pregunta Directriz 2:¿Cuáles son los fundamentos teóricos y científicos que sustenten el tema de investigación?	Estructurar los fundamentos teóricos y científicos que sustenten el tema de investigación.
Pregunta Directriz 3:¿El diseño de Estrategias Didácticas Alternativas con temas que fortalezcan la habilidad de desarrollar el pensamiento abstracto	Diseñar Estrategias Didácticas Alternativas que fortalezcan la habilidad de desarrollar el pensamiento abstracto en los

en los estudiantes de las instituciones investigadas, permitirá superar el problema identificado?	estudiantes de las instituciones investigadas.
Pregunta Directriz 4: ¿Socializar las Estrategias Didácticas Alternativas con los y las estudiantes de los colegios inmersos en el problema será de utilidad práctica?	Socializar las Estrategias Didácticas Alternativas con los y las estudiantes de los colegios inmersos en el problema.

Anexo 3

Encuesta

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Encuesta dirigida a los Docentes.

OBJETIVO: Diagnosticar el nivel de abstracción de los estudiantes de los terceros años de bachillerato en la especialidad de Física y Matemática, y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática

INSTRUCCIONES:
Por favor sírvase llenar el siguiente cuestionario que será utilizado con finalidad exclusiva de investigación. Sus respuestas serán tratadas con criterio absoluto de confidencialidad.

CUESTIONARIO

1. ¿Considera usted que para el aprendizaje de Matemáticas, el desarrollo del pensamiento abstracto es importante?

Mucho	Poco	Nada

2. ¿Es posible desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes a través de su trabajo en el aula?

Siempre	A veces	Nunca

3. ¿Cuál es el nivel de éxito de aprendizaje de Matemática en sus estudiantes?

Alto	Medio	Bajo

4. ¿Considera que las disciplinas requieren de estrategias para desarrollar el pensamiento abstracto?

Todas	Algunas	Ninguna

5. ¿Qué habilidades y destrezas es posible desarrollar con el pensamiento abstracto? Señale las que considere factibles.

Comprensión	Deducción	Análisis	Síntesis	Todas	Ninguna

6. ¿Los estudiantes son competentes para la resolución de problemas matemáticos de acuerdo con los bloques curriculares del curso?

Mucho	poco	nada

7. ¿Los estudiantes disfrutan de las clases de Matemática?

Mucho	poco	nada

8. ¿Considera que los estudiantes han alcanzado aprendizajes significativos en la disciplina de Matemáticas?

Mucho	Poco	Nada

9. ¿Sus estudiantes tienen dificultades para reconocer un problema matemático en situaciones de la vida diaria?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

10. ¿Considera que los estudiantes deben memorizar fórmulas matemáticas?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

11. ¿Los estudiantes aplican el procedimiento adecuado para la solución de un problema matemático?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

12. ¿Los estudiantes buscan otras alternativas de solución?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

13. ¿Cree que serviría de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje, el contar con Estrategias Didácticas Alternativas para el desarrollo del pensamiento abstracto en la disciplina de Matemáticas?

Mucho apoyo	Poco apoyo	Ningún apoyo

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

Anexo 4

Encuesta

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Encuesta dirigida a los Estudiantes

OBJETIVO: Diagnosticar el nivel de abstracción de los estudiantes de los terceros años de bachillerato en la especialidad de Física y Matemática, y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática

INSTRUCCIONES:

El Pensamiento Abstracto es la capacidad mental para deducir, sintetizar, interpretar, analizar, ordenar, dar sentido e interpretar los fenómenos o informaciones que nos afectan y están disponibles en el cerebro. Su desarrollo es particularmente útil para el aprendizaje significativo de la Matemática que podrá ser aplicado en cualquier contexto de maneraindependiente, crítica y capaz en su proceso de formación actual y futura para ascender a lo mejor de la cultura y el conocimiento universales. Bajo estas condiciones, conteste las siguientes preguntas:

CUESTIONARIO

1. ¿Considera usted que para el aprendizaje de Matemáticas, el desarrollo del pensamiento abstracto es importante?

Mucho	Poco	Nada

2. ¿Cree que en el tratamiento de la disciplina de Matemática el docente logra desarrollar el pensamiento abstracto en sus estudiantes?

Siempre	A veces	Nunca

3. ¿Cuál es su promedio de rendimiento en Matemática?

Alto	Medio	Bajo

4. ¿Cree usted que el pensamiento abstracto es necesario para el estudio y desarrollo de las asignaturas del Colegio?

Todas	Algunas	Ninguna

5. ¿Si evalúa a sus compañeros, cuál es el nivel de rendimiento en la disciplina de Matemáticas?

Alto	Medio	Bajo

6. ¿Qué habilidades y destrezas cree usted que es posible desarrollar con el pensamiento abstracto? Señale las que considere factibles.

Comprensión	Deducción	Análisis	Síntesis	Todas	Ninguna

7. ¿Se considera competente para resolver problemas matemáticos?

Mucho	poco	nada

8. ¿Tiene dificultad para reconocer un problema matemático en situaciones de su vida diaria?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

9. ¿Reconoce el proceso de aplicaciónde una fórmula matemática?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

10. ¿Memoriza fórmulas matemáticas?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

11. ¿Aplica el procedimiento adecuado para la solución de un problema matemático?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

12. ¿Utiliza procesos secuenciales en la resolución de problemas matemáticos?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

13. ¿Busca otras alternativas de solución?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

14. ¿Es capaz de utilizar procesos matemáticos en la solución de problemas prácticos?

Siempre	Casi Siempre	A Veces	Nunca

15. ¿Disfruta de las clases de Matemática?

Mucho	poco	nada

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

1. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

La Universidad Técnica del Norte dentro del proyecto Repositorio Digital Institucional, determinó la necesidad de disponer de textos completos en formato digital con la finalidad de apoyar los procesos de investigación, docencia y extensión de la Universidad.

Por medio del presente documento dejo sentada mi voluntad de participar en este proyecto, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:	**100335166-3**		
APELLIDOS Y NOMBRES:	**MORILLO CADENA MIRIAN MARGARITA**		
DIRECCIÓN:	**IBARRA – EL OLIVO**		
EMAIL:	**mirian_m88@hotmail.es**		
TELÉFONO FIJO:	**062974400**	**TELÉFONO MÓVIL:**	**097981131**

DATOS DE LA OBRA	
TÍTULO:	“INCIDENCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LOS TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD FÍSICOMATEMÁTICO DE LOS COLEGIOS “IBARRA” Y UNIVERSITARIO UTN DE LA PROVINCIA DE IMBABURA; Y, CARLOS MARTÍNEZ ACOSTA Y MARIO OÑA PERDOMO DE LA PROVINCIA DEL CARCHI EN EL AÑO LECTIVO 2010-2011. PROPUESTA

	ALTERNATIVA”
AUTOR (ES):	**MORILLO CADENA MIRIAN MARGARITA**
FECHA: AAAAMMDD	**2012-04-24**
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO	
PROGRAMA:	☐ **PREGRADO** ☐ **POSGRADO**
TITULO POR EL QUE OPTA:	Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad FISICO MATEMATICO
ASESOR /DIRECTOR:	**MsC. JUAN ALMENDÁRIZ**

2. AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD

Yo, MORILLO CADENA MIRIAN MARGARITA, con cédula de identidad Nro.100335166-3, en calidad de autor (es) y titular (es) de los derechos patrimoniales de la obra o trabajo de grado descrito anteriormente, hago entrega del ejemplar respectivo en formato digital y autorizo a la Universidad Técnica del Norte, la publicación de la obra en el Repositorio Digital Institucional y uso del archivo digital en la Biblioteca de la Universidad con fines académicos, para ampliar la disponibilidad del material y como apoyo a la educación, investigación y extensión; en concordancia con la Ley de Educación Superior Artículo 143.

3. CONSTANCIAS

El autor manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es original y que es el titular del derecho patrimonial, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 24 días del mes de ABRIL del 2012

EL AUTOR: **ACEPTACIÓN:**

(Firma)…………………………… (Firma…………………………..

Nombre: MORILLO CADENA MIRIAN MARGARITA
C.C.: **100335166-3**

Nombre: **XIMENA VALLEJO**
Cargo: **JEFE DE BIBLIOTECA**

Facultado por resolución de Consejo Universitario ________________________________

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

Yo, MORILO CADENA MIRIAN MARGARITA, con cédula de identidad Nro.100335166-3 , manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4, 5 y 6, en calidad de autor (es) de la obra o trabajo de grado denominado: "INCIDENCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LOS TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD FÍSICOMATEMÁTICO DE LOS COLEGIOS "IBARRA" Y UNIVERSITARIO UTN DE LA PROVINCIA DE IMBABURA; Y, CARLOS MARTÍNEZ ACOSTA Y MARIO OÑA PERDOMO DE LA PROVINCIA DEL CARCHI EN EL AÑO LECTIVO 2010-2011. PROPUESTA ALTERNATIVA"**,** que ha sido desarrollado para optar por el título de: Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad FISICO MATEMATICO, en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

(Firma)……………………………………..
Nombre: MORILLO CADENA MIRIAN MARGARITA
Cédula: **100335166-3**

Ibarra, a los 24 días del mes de ABRIL del 2012

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

4. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

La Universidad Técnica del Norte dentro del proyecto Repositorio Digital Institucional, determinó la necesidad de disponer de textos completos en formato digital con la finalidad de apoyar los procesos de investigación, docencia y extensión de la Universidad.

Por medio del presente documento dejo sentada mi voluntad de participar en este proyecto, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:	**040173964-4**		
APELLIDOS Y NOMBRES:	**CHULDE RUANO MAYRA ALEXANDRA**		
DIRECCIÓN:	**IBARRA – EL OLIVO**		
EMAIL:	**mayrita.ch@hotmail.com**		
TELÉFONO FIJO:		**TELÉFONO MÓVIL:**	**099474228**

DATOS DE LA OBRA	
TÍTULO:	“INCIDENCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LOS TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD FÍSICOMATEMÁTICO DE LOS COLEGIOS “IBARRA” Y UNIVERSITARIO UTN DE LA PROVINCIA DE IMBABURA; Y, CARLOS

	MARTÍNEZ ACOSTA Y MARIO OÑA PERDOMO DE LA PROVINCIA DEL CARCHI EN EL AÑO LECTIVO 2010-2011. PROPUESTA ALTERNATIVA”
AUTOR (ES):	**CHULDE RUANO MAYRA ALEXANDRA**
FECHA: AAAAMMDD	**2012-04-24**
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO	
PROGRAMA:	☐ **PREGRADO** ☐ **POSGRADO**
TITULO POR EL QUE OPTA:	Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad FISICO MATEMATICO
ASESOR /DIRECTOR:	**Msc. JUAN ALMENDÁRIZ**

5. AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD

Yo, CHULDE RUANO MAYRA ALEXANDRA, con cédula de identidad Nro.100279219-8, en calidad de autor (es) y titular (es) de los derechos patrimoniales de la obra o trabajo de grado descrito anteriormente, hago entrega del ejemplar respectivo en formato digital y autorizo a la Universidad Técnica del Norte, la publicación de la obra en el Repositorio Digital Institucional y uso del archivo digital en la Biblioteca de la Universidad con fines académicos, para ampliar la disponibilidad del material y como apoyo a la educación, investigación y extensión; en concordancia con la Ley de Educación Superior Artículo 143.

6. CONSTANCIAS

El autor manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es original y que es el titular del derecho patrimonial, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 24 días del mes de ABRIL del 2012

EL AUTOR: **ACEPTACIÓN:**

(Firma)………………………………	(Firma) …………………………….
Nombre: CHULDE RUANO MAYRA ALEXANDRA	Nombre: **XIMENA VALLEJO**
C.C.: **040173964-4**	Cargo: **JEFE DE BIBLIOTECA**

Facultado por resolución de Consejo Universitario ________________________________

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

Yo, CHULDE RUANO MAYRA ALEXANDRA, con cédula de identidad Nro. 040173964-4, manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4, 5 y 6, en calidad de autor (es) de la obra o trabajo de grado denominado: "INCIDENCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ABSTRACTO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LOS TERCEROS AÑOS DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD FÍSICOMATEMÁTICO DE LOS COLEGIOS "IBARRA" Y UNIVERSITARIO UTN DE LA PROVINCIA DE IMBABURA; Y, CARLOS MARTÍNEZ ACOSTA Y MARIO OÑA PERDOMO DE LA PROVINCIA DEL CARCHI EN EL AÑO LECTIVO 2010-2011. PROPUESTA ALTERNATIVA"**,**que ha sido desarrollado para optar por el título de: Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad FISICO MATEMATICO, en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

(Firma) …………………………………..
Nombre: CHULDE RUANO MAYRA ALEXANDRA
Cédula: **040173964-4**

Ibarra, a los 24 días del mes de ABRIL del 2012