

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA



TEMA:

“EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO ESPECIALIDAD FÍSICO MATEMÁTICO, EN LOS COLEGIOS UNIVERSITARIO “UTN” Y NACIONAL IBARRA, DURANTE EL AÑO LECTIVO 2009-2010”

Trabajo de grado previo a la obtención del título de Licenciada en Ciencias de la Educación Especialidad Física y Matemática

AUTORAS:

**ANDRANGO CHICAIZA ANA GABRIELA
MEJÍA ÁLVAREZ PATRICIA ALEXANDRA**

DIRECTOR:

Dr. Oswaldo Beltrán.

Ibarra, 2010

ACEPTACIÓN DEL DIRECTOR

Yo Dr. Oswaldo Beltrán, catedrático de la Facultad Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte

CERTIFICO

Que la Tesis titulada, EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO ESPECIALIDAD FÍSICO MATEMÁTICO, EN LOS COLEGIOS: UNIVERSITARIO "UTN" Y NACIONAL IBARRA, DURANTE EL AÑO LECTIVO 2009-2010, de las egresadas en Licenciatura en Ciencias de la Educación de la especialidad Física y Matemática, han cumplido con los requisitos legales y con las orientaciones dadas por mi persona en tal virtud autorizo para su impresión y empastado.

Dr. Oswaldo Beltrán

DEDICATORIA

Han transcurrido varios años de constante estudio y sacrificio para alcanzar la ansiada meta, la gratitud es una virtud de grandes, para lograr conseguir este objetivo tuve un apoyo incondicional de las personas que amo y esto tiene un gran valor, ya que dedico este trabajo a mis padres, mis hermanos, mis compañeros y mis maestros, pilares fundamentales en mi desarrollo ético –profesional.

Patricia Alexandra Mejía Álvarez.

La presente investigación se la dedico a mi familia, a mis padres y a mi hermano ya que sin su apoyo y su amor incondicional no hubiese sido posible alcanzar el éxito, fruto del deseo de superación personal y familiar, sin olvidar a mis profesores quienes supieron darme una excelente formación académica así como también complementar mi formación personal con valores éticos y profesionales.

Ana Gabriela Andrango Chicaiza.

AGRADECIMIENTO

Al ser supremo y creador de todas las cosas como es DIOS.

A la UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE “Alma Mater del Norte del País”.

A la (FECYT) Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología, representada en sus directivos:

Director de Carrera

Subdecano

Decano

A nuestros educadores quienes impulsaron el desarrollo de conocimientos y formación profesional en las aulas, laboratorios y campo de prácticas laborales.

Agradecemos al Dr. Oswaldo Beltrán director de este trabajo investigativo, al Dr. Galo Álvarez y al Dr. Hugo Andrade Jaramillo Msc, por la ayuda que cada uno de ellos nos brindaron, para poder realizar esta tesis, proporcionándonos la información necesaria que requerimos para poder culminar este trabajo.

A cada una de las personas que estuvieron siempre prestas a colaborar encaminadas hacia la esperanza de lograr una formación integral de profesionales para lograr una mejor sociedad.

INDICE GENERAL

CAPITULO I.....	¡Error! Marcador no definido.	1
1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....		1
1.1 Antecedentes.....	1¡Error! Marcador no definido.	
1.2 Planteamiento del Problema.....		5
1.3 Formulación del Problema.....		7
1.4 Delimitación del Problema.....		8
1.4.1.Delimitación Espacial.....		8
1.4.2. Delimitación Temporal.....		8
1.5 Objetivos.....		8
1.5.1 General.....		8
1.5.2 Específicos.....		9
1.6 Justificación.....		9
CAPITULO II.....		12
2. MARCO TEORICO.....		12
2.1. Glosario.....		39
2.2. Interrogantes de Investigación.....		41
2.3. Matriz Categorial.....		41
<u>CAPITULO III.....</u>		<u>42</u>
<u>3. METODOLOGIA.....</u>		<u>42</u>
<u>3.1 Tipo de Investigación.....</u>		<u>42</u>
<u>3.2 Método.....</u>		<u>42</u>
<u>3.3 Técnicas e Instrumentos de Investigación.....</u>		<u>43</u>
<u>3.4 Población.....</u>		<u>43</u>
<u>3.5 Muestra.....</u>		<u>44</u>
<u>CAPITULO IV.....</u>		<u>45</u>
<u>4. Análisis e Interpretación de Datos.....</u>		<u>45</u>

<u>CAPITULO V.....</u>	<u>81</u>
5.1. Conclusiones.....	81
5.2. Recomendaciones	82
<u>CAPITULO VI.....</u>	<u>83</u>
6.1. Propuesta	83
GUÍA.....	90

RESUMEN

La presente investigación y propuesta alternativa está elaborada como una herramienta de trabajo para los docentes que se desempeñan en el primer año de Educación Básica especialidad de Físico Matemático en los colegios: Universitario "UTN" y Nacional Ibarra, durante el año lectivo 2009-2010", con la finalidad de tratar de mejorar la calidad de la educación en jóvenes y señoritas que son beneficiarios directos, para ello, nos hemos basado en bibliografía adecuada y seleccionamos una teoría, en la cual se sustenta nuestro tema de investigación que nos permite mejorar el desarrollo del aprendizaje de la matemática, mediante la utilización de procesos matemáticos apropiados, para facilitar el desenvolvimiento de los estudiantes en la solución de ejercicios y problemas. Para mejorar nuestro objetivo, desarrollamos una propuesta diseñada y elaborada para facilitar el estudio de la matemática aplicando metodologías activas y técnicas de estudio adecuadas, que les permitan a los estudiantes desenvolverse de mejor manera y elevando la calidad del aprendizaje, pues consideramos que la raíz del problema está en el razonamiento que el estudiante debe realizar antes de empezar a resolver problemas y ejercicios como también en el análisis de ecuaciones y se identifica los distintos factores que influyen en el desarrollo de un aprendizaje matemático que surgen de un largo proceso educativo, cuya específica confluencia determina el rendimiento de quienes están comprendiendo las actividades de aprendizaje. La investigación descriptiva permite interpretar de mejor manera el problema que existe en los estudiantes con respecto a la materia de matemática, mediante la utilización del método científico se logra alcanzar un razonamiento global del problema donde se conoce la verdad del porque existen estas dificultades en la materia, una vez habiendo realizado el razonamiento global se utiliza el análisis y la síntesis para determinar la situación actual del problema con el propósito de plantear y formular las conclusiones y recomendaciones de la investigación transfiriéndolo a un documental que recopila los datos teóricos usando información adecuada de libros, revistas y resultados de otras investigaciones.

SUMMARY

This research and alternative proposal is developed as a tool for teachers who work in the first year of Basic Education specialty of mathematical physics in schools: University "UTN" National and Ibarra, during the 2009-2010 school year " , in order to try to improve the quality of education in young men and women who are direct beneficiaries for this, we have relied on adequate documentation and select a theory which is based on our research topic allows us to improve the development of learning mathematics, using appropriate mathematical processes to facilitate the development of students in solving exercises and problems. To improve our goal, we develop a proposal designed and developed to facilitate the study of mathematics by applying active methodologies and appropriate study skills, which will enable students to cope better and raising the quality of learning, because we believe that the root of reasoning problem is that the student must do before you start to solve problems and exercises as well as in the analysis of equations and identifies the various factors that influence the development of mathematical learning that emerge from a long educational process whose specific confluence determines the performance of those comprising the learning activities. Descriptive research can better interpret the problem in the students regarding the subject matter of mathematics, by using the scientific method achieves a global reasoning problem where we know the truth because there are these difficulties in the matter Once having made the global reasoning using the analysis and synthesis to determine the current status of the problem in order to raise and formulate conclusions and recommendations for transferring research to a documentary that collects data using information theory proper books , magazines and other research findings.

Introducción

El estudio de la matemática, a más de ser un instrumento de utilización en la vida diaria y en los diferentes campos del saber, es una asignatura que le permite al estudiante, alcanzar un gran desarrollo de la inteligencia y el pensamiento lógico que lo conseguirá cuando construya verdaderos instrumentos del conocimiento, es decir en el desarrollo de conceptos y planteamiento de ejercicios con los cuales ponga en marcha un gran conjunto de operaciones intelectuales.

El proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática, desde siempre a constituido una tarea poco fácil para los docentes, para lo cual se construirá una herramienta de trabajo la misma que le permite al docente y al estudiante desenvolverse de mejor manera, mediante el desarrollo de talleres y actividades dependiendo de cada tema de estudio en la matemática, en el cual se fomenta y se incentiva el razonamiento lógico y práctico mediante la definición, conceptualización y solución de ejercicios y gráficas, promoviendo un estudio individualizado y desarrollando capacidades en el estudiante de autoeducación.

La matemática permite al estudiante desarrollar su capacidad de comunicación, constituyéndose en un instrumento eficaz para la sistematización de conocimientos de otras áreas. La dificultad de los estudiantes para aprender matemática en la enseñanza media, constituye un problema de largo tiempo y muy generalizado en el mundo entero.

La presente investigación propone que el aprendizaje acumulativo almacena datos y técnicas en el desarrollo del conocimiento del estudiante, que promueve un aprendizaje eficaz y uniforme sin permitir una simple absorción y memorización de la información, sino que requiere pensar y analizar. El desarrollo de la matemática es un conjunto de conocimientos en evolución continua, relacionados con otros conocimientos con un importante carácter aplicado. Gran parte de nuestro conocimiento cotidiano se aprende directamente a partir de nuestro

entorno y con la ayuda de un buen profesor de matemática; como también existen estudiantes que presentan dificultades para seguir un ritmo de aprendizaje normal, por presentar problemas a nivel de memoria, junto con una menor capacidad de atención a estímulos verbales y de expresión, además de presentar dificultades para evocar y recuperar la información aprendida. Se considera que la mayoría de los estudiantes pueden lograr un nivel de aprendizaje adecuado si reciben una instrucción graduada a partir del nivel de funciones previamente diagnosticadas, como también del desarrollo de estrategias cognitivas, tiempo necesario para el aprendizaje.

Algunos métodos que se ha podido aplicar a esta investigación son los siguientes: el método científico es la base de esta investigación, el método analítico – sintético el que permite determinar la problemática a investigar, el método inductivo – deductivo con el que se conocen las causas y efectos de la investigación que permiten establecer conclusiones válidas, el método matemático permite realizar la tabulación de encuestas, el método documental es la recopilación de datos que se presentan en el problema de investigación.

CAPITULO I

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. ANTECEDENTES

La matemática, lo mismo que el lenguaje, ha ido de la mano con la evolución del ser humano; ha permitido el avance de todas las ciencias sin excepción, desde la física ha solicitado la construcción de un laboratorio hipotético (recordemos en el caso de Einstein), hasta la misma literatura que se apoya actualmente en la semiótica o ciencia de los signos.

Hoy en día se la encuentra en todas partes gracias a Howard Gardner, se sabe que es otra forma de entender el mundo, lo prueba la inteligencia y la lógica matemática que ayuda a descubrir situaciones complicadas, a analizar problemas de una manera particular y a insertarse socialmente, al punto de afirmar que no hay analfabetos matemáticos, puesto que en la práctica logran desenvolverse al realizar compras, ventas , préstamos, a leer el tiempo, a hacer cálculos con la ayuda de los dedos de las manos, estimar el peso de los cuerpos, etc.

En el aprendizaje de la matemática no solo se busca que los estudiantes aprendan solo lo tradicional, sino la finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticos para desenvolverse en la vida cotidiana.

Tradicionalmente la enseñanza de la matemática abarca básicamente las habilidades de numeración, cálculo matemático y la resolución de problemas, también se debe conocer y dominar el mundo que nos rodea,

sobre todo cuando se encuentra enfrentado a problemas de número y medida que se debe resolver.

La matemática no se puede aprender directamente del entorno cotidiano, si no que se necesita de una buena guía y de un buen profesor, que logre establecer un buen aprendizaje o bases adecuadas controladas, lo que el alumno sabe y a qué objetivo lo quiere llevar.

Su importancia no ha ido pareja con su forma, temida en muchos casos por los estudiantes y en ocasiones ha sido causa del fracaso escolar; así como también es una parte esencial del aprendizaje, que está dirigido a dotar a los estudiantes de ciertas capacidades básicas de extraordinaria importancia para su mejor desempeño como futuros adultos, además de la inmensa utilidad práctica de su conocimiento ayuda en adquisición de condiciones intelectuales específicas como son el razonamiento lógico y ordenado, la abstracción, la deducción todas ellas imprescindibles para encarar con éxito las exigencias que la sociedad habrá de presentar en el futuro del estudiante.

La enseñanza de la matemática tiende progresivamente a proporcionar herramientas particularmente necesarias para el desarrollo de determinadas profesiones y técnicas, aunque sin dejar nunca de tener vigencia su acción inicial de ayuda en la formación integral del individuo. La matemática permite al estudiante desarrollar su capacidad de comunicación, constituyéndose en un instrumento eficaz para la sistematización de conocimientos de otras áreas.

Todos (el empresario, el docente, el médico, la ama de casa y el líder político) necesitan entender y usar la matemática en la vida cotidiana porque las cosas simples de la vida diaria están cada vez mas vinculada con la matemática y la tecnología. Por ejemplo, tomar decisiones al

adquirir un producto, escoger un seguro de salud, y votar conscientemente, todo esto requiere de alguna información matemática.

Además, qué duda cabe, la matemática es uno de los mayores logros culturales e intelectuales de la humanidad, y los ciudadanos deben desarrollar una apreciación y comprensión de estos logros, incluyendo sus aspectos estéticos y aun los recreativos; por tanto, la matemática es parte de la herencia cultural.

Por otra parte, es indiscutible, preparar para el trabajo en circunstancias de gran movilidad laboral requiere desarrollar en los alumnos competencias y capacidades básicas para la resolución de problemas de la vida cotidiana. La matemática, entonces, no es solo para un grupo selecto de iluminados, porque la mayoría de personas la necesitan para el trabajo.

La dificultad del aprendizaje de la matemática se lo ha investigado en dos instituciones de estas se dan a conocer sus reseñas históricas:

Colegio Universitario “UTN”

El colegio anexo inicio sus labores académicos el 15 de octubre de 1989 en las instalaciones de la facultad de Ciencias de la Salud y los laboratorios de la FICAYA, ubicada en el sector de los Huertos Familiares: calle Luis Ulpiano de la Torre y Jesús Yerovi, bajo la dirección del decano de la facultad quien pasaba a ser el Rector del nuevo Colegio.

El primer año de labores académico, el cuerpo administrativo estuvo integrado de la siguiente manera: Lic. Gonzalo Checa decano y rector, Lic. Jorge Villarroel Vicerrector, Prof. Marco Paredes Inspector, Prof. Clara Navarrete Secretaria.

En 1992 el consejo Universitario resuelve nombrar al colegio Anexo como “Milton Reyes” hasta el año 2003, luego solicita a la Dirección Provincial de Educación el cambio de nombre a Colegio Universitario “UTN”, autorización que se consiguió el 11 de agosto del año 2003.

Se observa como cada año la imagen institucional se va fortaleciendo con la presentación de ejecución de proyectos Educativos e Innovaciones Curriculares, tanto en la especialidad de Contabilidad como en Físico Matemáticas, estos cambios han contribuido a que el proceso de enseñanza aprendizaje sea diferente acorde con los requerimientos que la sociedad exige.

COLEGIO NACIONAL IBARRA

El 17 de enero de 1952 empieza a palpitar el Colegio “Ibarra” 12 profesores y 94 alumnas de la sección inferior, se dejó el colegio “Teodoro Gómez de la Torre” para ingresar al improvisado edificio, dispuestos a trabajar con entusiasmos perennes y anhelos fervientes.

Quienes eran los 12 maestros que acompañaban al Rector; Abelardo Moran, Jorge M Noboa, Gerardo Acosta, Pedro Vicente Carrasco, Luis Sotelo, María Luisa Salazar, Mila Ramírez, María Teresa Silva, Zoila América Yépez, Eva Sánchez y la que suscribe esta reseña, Luz Clemencia Cevallos de Landázuri. Personal de Administración: Sra. Juana Eskola de Andrade, Colectora; Sra. Aida Gudiño de Carranco, Auxiliar de Secretaria y Sra. Esthela Herrería, Conserje.

Con entusiasmo se inicio la siembra laboriosa en los 3 primeros cursos de las secciones Humanidades Modernas, Comercio y Administración y Manualidades Femeninas.

El 24 de junio de 1975 se levantó el monumento de gratitud, al Sr. Juan Francisco Cevallos en la Av. Mariano Acosta, frente a la entrada principal del edificio de su querido Colegio, consagrándole como uno de los mejores maestros de la Provincia y de la Patria.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Esta investigación está dirigida a saber qué dificultades se puede llegar a presentar en el aprendizaje de la matemática, como causa de un déficit de percepción ya sea ésta, visual ó problemas en cuanto a la orientación secuencial, como también la dificultad en la resolución de problemas.

La dificultad de los estudiantes para aprender matemática en la enseñanza media, constituye un problema de largo tiempo y muy generalizado en el mundo entero. Es muy frecuente escuchar la pregunta ¿para qué sirve aprender tantos números y fórmulas? La matemática es una parte esencial del aprendizaje que apunta a dotar ciertas capacidades básicas de gran importancia para su mejor desempeño como futuros adultos; además de la inmensa utilidad práctica de su conocimiento, también al estudiante le permite desarrollar la capacidad de comunicación, constituyéndose en un instrumento eficaz para la sistematización de conocimientos de otras áreas.

La dificultad que tienen los estudiantes en el aprendizaje de la matemática, es debido a que éstos no ponen interés, atención en lo que el profesor les explica; además deben formar su pensamiento y cultivar sus facultades, mediante el dominio de conceptos, características, atributos y procesos de la matemática.

Autores como AUSUBEL, BRUNER y VYGOTSKY, se preocuparon del aprendizaje de la matemática y por desentrañar qué es lo que hacen

realmente los estudiantes cuando llevan a cabo una actividad matemática, abandonando el estrecho marco de la conducta observable para considerar cognitivos internos.

Conocer los estados generales del desarrollo cognitivo, constituye el punto de partida a tener en cuenta por los profesores a la hora de diseñar el contenido de enseñanza. El aprendizaje de las habilidades matemáticas, pasa por un largo proceso que es preciso tener en cuenta y que ha sido abordado por enfoques diversos.

Para comprender la naturaleza de las dificultades es necesario conocer cuáles son los conceptos y habilidades matemáticas básicas, cómo se adquieren y qué procesos cognitivos subyacen a la ejecución de la matemática, el desarrollo de ésta debe ser explicado no solo como algo que tiene lugar apoyado socialmente, mediante la interacción con los otros, sino también como algo que implica el desarrollo de una capacidad que se relaciona con instrumentos que mediatizan la actividad intelectual.

Cuando se habla del aprendizaje matemático se debe distinguir entre los aspectos computacionales de la matemática y los aspectos conceptuales. En términos generales se afirma que la competencia matemática está compuesta por tres aspectos: aspectos procedimentales, aspectos conceptuales y aspectos simbólicos, los cuales han provocado gran dificultad en los estudiantes tanto de nivel primario así como también secundario.

Las primeras dificultades surgen durante la adquisición de las nociones básicas y principios numéricos que son imprescindibles para la comprensión del número y constituyen la base de toda la actividad matemática, como son la conservación, orden estable, clasificación, seriación, correspondencia, valor cardinal, irrelevancia del orden de

reversibilidad, si estas nociones no se adquieren y dominan eficazmente, ello conlleva repercusiones negativas a lo largo de la escolaridad.

Por ello, todo profesor antes de compensar con la enseñanza de la numeración y las operaciones, debe asegurarse de que todos los alumnos han integrado y comprendido todas estas nociones básicas.

Puede ser también que el bajo rendimiento de los estudiantes esté relacionado con su incapacidad para comprender, representar los problemas y seleccionar las operaciones adecuadas, que son los errores de ejecución.

La resolución de problemas implica la comprensión y dominio de un conjunto de conceptos y procedimientos que ya no son posibles deducir a la mera ejecución de operaciones matemáticas. En primer lugar, el dominio de códigos simbólicos especializados y en segundo lugar, la capacidad de traducción desde otros códigos a los códigos matemáticos y viceversa.

Muchos de estos problemas no solo pueden estar relacionados con el aspecto académico, sino también puede estar relacionado con el ambiente familiar y personal, factores que tienen mucha influencia al momento de empezar a asimilar algún tipo de conocimiento.

1.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

Una vez descrito el problema de investigación, se puede formular de la siguiente manera:

¿Cuáles son las dificultades en el aprendizaje de la matemática de los estudiantes del primer año de bachillerato especialidad físico matemático,

de los colegios: UNIVERSITARIO “UTN” y NACIONAL IBARRA, durante el año lectivo 2009-2010?

1.4 DELIMITACIÓN.

1.4.1. DELIMITACIÓN ESPACIAL

El contar con el apoyo de instituciones educativas es un aporte importante para poder realizar esta investigación, en este caso se ha tomado en cuenta a dos instituciones educativas, como son UNIVERSITARIO “UTN” ubicado en la Av. Jesús Yerovi y Ulpiano de la Torre y NACIONAL IBARRA ubicado en la Av. Mariano Acosta 1427, ubicados en la ciudad de Ibarra y con una gran aceptación por parte de la ciudadanía, estas instituciones cuentan con la especialidad Físico Matemático, lo cual es de mucha ayuda para poder realizar la investigación.

1.4.2. DELIMITACIÓN TEMPORAL

Para poder obtener buenos resultados en esta investigación, se la realizará desde el mes de Octubre del 2009 a Junio del 2010.

1.5 OBJETIVOS.

1.5.1 Objetivo General.

Mejorar el desarrollo del aprendizaje de la matemática, mediante la utilización de procesos matemáticos apropiados, para facilitar el desenvolvimiento de los estudiantes en la solución de ejercicios y problemas.

1.5.2 Objetivos específicos.

- Diagnosticar en cada uno de los establecimientos investigados la existencia de dificultad del aprendizaje de la matemática.
- Determinar los tipos de métodos y técnicas, que utilizan los profesores de matemática de primero de bachillerato Físico Matemático, para identificar la metodología que ellos utilizan.
- Elaborar una guía didáctica, para que los estudiantes practiquen y mejoren sus capacidades matemáticas.

1.6. JUSTIFICACIÓN

La dificultad de los adolescentes para aprender matemática en la enseñanza media constituye un problema muy generalizado.

Los factores de riesgo son una serie de variables que aumentan la probabilidad de que se produzcan dificultades. La vulnerabilidad y el grado de resistencia ante las adversidades y los problemas varían de unos individuos a otros, así por ejemplo:

Los malos tratos de familiares, es parte de la dificultad que tienen los estudiantes en su aprendizaje, porque ellos presentan en su conducta un estado muy bajo que no ponen interés en las demás cosas, si no en los problemas que se le presentan.

También existe la indiferencia y conflictos que hay entre compañeros, por algunas razones que son sin importancia.

Hay estudiantes que presentan una baja autoestima, que el problema puede ser dado por los profesores o también por sus propios compañeros, por esta causa el estudiante puede pensar que es menos que los demás y se desmotiva en el aprendizaje obteniendo un fracaso escolar.

Es importante mencionar que un adecuado aprendizaje de la matemática influye de gran manera en el adolescente, en factores como la actitud y la motivación destacando que en ocasiones una ligera dificultad en el aprendizaje de la matemática acaba afectando al auto concepto, la autoestima, las atribuciones motivacionales, el interés por la tarea, lo que repercute en una disminución de la competencia del estudiante y en un aumento significativo de su dificultad en esta asignatura; por ello, todo profesor, antes de comenzar con la enseñanza de la numeración y las operaciones, deben asegurarse que todos los estudiantes hayan integrado y comprendido estas nociones básicas.

Nuestra propuesta busca identificar distintos factores que influyen en el desarrollo de un aprendizaje matemático en los primeros años de bachillerato Especialidad Física y Matemática de los Colegios UNIVERSITARIO "UTN" y NACIONAL IBARRA, que durante el proceso de enseñanza – aprendizaje van apareciendo dificultades que unas veces son consecuencias de aprendizajes anteriores mal asimilados y otras, de las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes.

Estas dificultades que se manifiestan en los estudiantes, surgen a lo largo de un proceso educativo interviniendo un amplio número de factores de forma interactiva, cuya específica confluencia determina el rendimiento de quienes están comprendiendo las actividades de aprendizaje, las características del que aprende, la naturaleza de los materiales y la tarea; estas dificultades de aprendizaje no comprenden la solución que existe

entre atender y solucionar la tarea; sin embargo, muestran deficiencias en áreas específicas, habilidades generales que caracterizan la inteligencia.

Para concluir, hay que señalar que las perspectivas actuales sobre dificultades de aprendizaje adoptan un carácter neuropsicológico, que quiere decir, que los estudiantes con un rendimiento bajo cuyo sistema nervioso funciona normalmente pueden tratarse por medios motivacionales o comportamiento mental.

Esta investigación beneficiará a los estudiantes y al cuerpo docente de cada institución, ayudándoles a plantearse de una mejor manera las metodologías que utilizan los profesores, en el momento de iniciar una clase y en el transcurso de la misma; a los estudiantes dándoles nuevas ideas mediante las cuales puedan organizar su tiempo y su estudio, mediante la práctica de ejercicios y la aplicación de los problemas en el entorno y en su vida diaria.

Todo cuanto se ha descrito, se podrá realizar con la colaboración de las autoridades institucionales, personal docente y administrativo, por supuesto la colaboración de los estudiantes.

CAPITULO II

2. MARCO TEORICO

2.1. FUNDAMENTO TEÓRICO

2.1.1. TEORÍA DEL APRENDIZAJE DE THORNDIKE

Es una teoría de tipo asociacionista, propugnan un aprendizaje pasivo, producido por la repetición de asociaciones estímulo –respuesta y una acumulación de partes aisladas, que implicaba una masiva utilización de la práctica y de refuerzo en tareas memorísticas, sin que sea necesario conocer los principios subyacentes.

2.1.2. TEORÍA DE LA ABSORCIÓN

Esta teoría afirma que el conocimiento se imprime en la mente desde el exterior. En esta teoría encontramos diferentes formas de aprendizaje:

2.1.2.1 Aprendizaje por asociación

Según la teoría de absorción, el conocimiento matemático es, esencialmente, un conjunto de datos y técnicas. En el nivel más básico, aprender datos y técnicas implica establecer asociaciones.

2.1.2.2. Aprendizaje pasivo y receptivo

Desde esta perspectiva, aprender comporta copiar datos y técnicas: un proceso esencialmente pasivo. Las asociaciones quedan impresionadas en la mente principalmente por repetición.

“La práctica conduce a la perfección”

2.1.2.3. Aprendizaje Acumulativo

Para la teoría de absorción, el crecimiento del conocimiento consiste en edificar un almacén de datos y técnicas.

2.1.2.4. Aprendizaje eficaz y uniforme

La teoría de la absorción parte del supuesto de que los niños simplemente están desinformados y se les puede dar información con facilidad

2.1.2.5. Control externo.

Según esta teoría, el aprendizaje debe controlarse desde el exterior. El maestro debe moldear la respuesta del alumno mediante el empleo de estímulos, es decir, que la motivación para el aprendizaje y el control del mismo son externos al estudiante.

2.1.3. TEORÍA COGNITIVA

Esta teoría indica que, en general, la memoria no es fotográfica. Normalmente no hacemos una copia exacta del mundo exterior almacenando cualquier detalle o dato. En cambio, tendemos a almacenar relaciones que resumen la información relativa a muchos casos particulares. De esta manera, la memoria puede almacenar vastas cantidades de información de una manera eficaz y económica.

Al igual que en la teoría anterior, también encontramos diferentes aspectos de la adquisición del conocimiento:

2.1.3.1. Construcción activa del conocimiento.

Para esta teoría, el aprendizaje genuino se limita a ser una simple absorción y memorización de información impuesta desde el exterior. Comprender requiere pensar. En resumen, el crecimiento del conocimiento significativo, sea por asimilación de nueva información, sea por integración de información ya existente, implica una construcción activa.

2.1.3.2. Cambios en las pautas de pensamiento.

Para esta teoría, la adquisición del conocimiento comporta algo más que la simple acumulación de información, en otras palabras, la comprensión puede aportar puntos de vista más frescos y poderosos. Los cambios de las pautas de pensamiento son esenciales para el desarrollo de la comprensión.

2.1.3.3. Límites del aprendizaje.

La teoría cognitiva propone que, dado que los estudiantes no se limitan simplemente a absorber información, su capacidad para aprender tiene límites.

2.1.3.4. Regulación interna.

La teoría cognitiva afirma que el aprendizaje puede ser recompensa en sí mismo. Los niños tienen una curiosidad natural de desentrañar el sentido del mundo. A medida que su conocimiento se va ampliando, los niños buscan espontáneamente retos cada vez más difíciles. En realidad, es que la mayoría de los niños pequeños abandonan enseguida las tareas que no encuentran interesantes. Sin embargo, cuando trabajan en

problemas que captan su interés, los niños dedican una cantidad considerable de tiempo hasta llegar a dominarlos.

2.1.4. MATEMÁTICAS E INTERFERENCIAS DEL LENGUAJE EN EL APRENDIZAJE.

El tema de la articulación entre matemáticas y lenguaje, ha sido estudiado desde la época de las matemáticas modernas (años 60). Los equipos de los institutos sobre la enseñanza de las matemáticas (Ítems) habían realizado innovaciones en las clases de Enseñanza Secundaria, que habían conducido a poner de manifiesto las diferencias entre el lenguaje utilizado en matemáticas y el lenguaje de la vida corriente de todos los días.

Actualmente, el interés por la relación entre lenguaje y enseñanza disciplinar tiene motivos por las dificultades que tienen los alumnos para leer los enunciados de los problemas

A continuación, se proponen algunos ejemplos de conflicto entre lengua natural y lenguaje matemático:

2.1.4.1 Igual, cifra o número, en medio o en el centro

En matemáticas “Igual” se refiere a la igualdad: signo de igualdad separa dos designaciones de un mismo objeto. En el lenguaje corriente, en castellano, esto quiere decir parecido, similar. En matemáticas, el cuadrado no tiene cuatro lados iguales sino cuatro lados de la misma longitud. Si los lados fueran iguales, estarían superpuestos, colocados en el mismo lugar.

2.1.4.2. Comparativos

En matemáticas se dice de manera indistinta que 3 es más pequeño que 5, o que 5 es más grande que 3, en el dominio de las magnitudes se dice que la cuerda A es más corta que la cuerda B, o bien que la cuerda B es más grande que la cuerda A, o que la cuerda A es menos larga que la cuerda B; pero nunca se dice que la cuerda B es menos corta que la cuerda A.

2.1.5. LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS

Desde el punto de vista educativo, es importante conocer cuáles son las habilidades matemáticas, básicas que los estudiantes deben aprender para poder así determinar donde se sitúan las dificultades y planificar su enseñanza. Desde el punto de vista psicológico, interesa estudiar los procesos cognitivos subyacentes a cada uno de estos aprendizajes. Smith y Rivera agrupan en ocho grandes categorías los contenidos que debe cubrir actualmente la enseñanza de las matemáticas elementales a los estudiantes con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas que son las siguientes:

- Numeración
- Habilidad para el cálculo y la ejecución de algoritmos
- Resolución de problemas
- Estimación
- Habilidad para utilizar los instrumentos tecnológicos
- Conocimiento de las fracciones y los decimales
- La medida
- Las nociones geométricas

2.1.6. DESARROLLO Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

La perspectiva histórica nos muestra que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua, relacionados con otros conocimientos y con un importante carácter aplicado.

Los diferentes sistemas de numeración evolucionan paralelamente a la necesidad de buscar formas de notación que permitan agilizar los cálculos. Las estadísticas tienen su origen en la elaboración de los primeros censos demográficos. La teoría de la probabilidad se desarrolla para resolver algunos de los problemas que plantean los juegos de azar

2.1.6.1. Factores de riesgo en el desarrollo matemático

Los factores de riesgo son una serie de variables que aumentan la probabilidad de que se produzca dificultades. La vulnerabilidad y el grado de resistencia entre las adversidades y los problemas varían de unos individuos a otros.

Coie y otros (1993) han realizado la siguiente relación de factores:

2.1.6.2. Constitucionales

Influencias hereditarias y anomalías genéticas; complicaciones prenatales y durante el nacimiento; enfermedades y daños sufridos después del nacimiento; alimentación y cuidados médicos inadecuados.

2.1.6.3. Familiares

Pobreza; malos tratos, indiferencia; conflictos, desorganización, psicopatología, estrés; familia numerosa.

2.1.6.4. Emocionales e interpersonales

Patrones psicológicos tales como baja autoestima, inmadurez emocional, temperamento difícil; Incompetencia social; rechazo por parte de los estudiantes.

2.1.6.5. Intelectuales y académicos

Inteligencia por debajo de la media. Trastornos del aprendizaje. Fracaso escolar.

2.1.6.6. Ecológicos

Vecindario desorganizado y con delincuencia. Injusticias raciales, étnicas y de género.

2.1.6.7. Acontecimientos de la vida no normativos que generan estrés

Muerte prematura de los progenitores. Estallido de una guerra en el entorno inmediato

2.1.6.8. El desarrollo del pensamiento matemático.

Los niños en su desarrollo van adquiriendo la capacidad de hablar, de leer, de calcular, de razonar de manera abstracta. Comprender como se producen estos logros es algo que ha interesado profundamente a los psicólogos del desarrollo y de la educación.

2.1.7. Hinden y Gerhardt (1995); analizaron las distintas variables que contribuyen al desarrollo y determinaron cinco tipos de trayectoria evolutivas, según el trabajo de Compas.

2.1.7.1. La trayectoria 1, se caracteriza por una adaptación estable.

2.1.7.2. La trayectoria 2, indica una desadaptación estable.

Es el alumno que siempre fracasa en matemáticas y tiene dificultades graves.

2.1.7.3. La trayectoria 3, es una inversión de la inadaptación.

2.1.7.4. La trayectoria 4, comienza bien, pero acaba en declive.

2.1.7.5. La trayectoria 5, tendría forma de V. Es decir hay un declive transitorio pero el problema se soluciona.

2.1.8. LA TEORÍA DE PIAGET

Jean Piaget Asume un postulado universalista sobre el desarrollo del pensamiento humano. De este modo se interpreta que todos los estudiantes evolucionan a través de una secuencia ordenada de estadios, lo que presupone una visión discontinua del desarrollo.

Se postula que la interpretación que realizan los sujetos sobre el mundo es cualitativamente distinta dentro de cada período, alcanzando su nivel máximo en la adolescencia y en la etapa adulta. Desde esta perspectiva teórica se asume que la causa del cambio es interna al individuo y que éste busca de forma activa el entendimiento de la realidad en la que está inmerso.

Así, el conocimiento del mundo que posee el niño cambia cuando lo hace la estructura cognitiva que soporta dicha información. Es decir, el conocimiento no supone un fiel reflejo de la realidad hasta que el sujeto alcance el pensamiento formal, ya que las estructuras cognitivas imponen importantes riesgos sobre la información que el sujeto percibe del medio. De este modo, esta particular visión del desarrollo implica la realización de un análisis molar sobre las diferentes estructuras cognitivas que surgen a lo largo de la evolución.

2.1.8.1. La “matemática moderna” y la teoría de Piaget

En el marco de la teoría de Piaget, Moreno y otros (1984) sostienen que la matemática tradicional se basa fundamentalmente en la repetición y en la memorización de resultados y operaciones por lo que a finales de los años 50 se inicia un movimiento de renovación bajo el título de “Matemática Moderna” se desarrolla a fines del siglo XIX gracias a los trabajos de Cantor.

2.1.8.2. El conocimiento lógico-matemático después de la obra de Piaget

Una de las seguidoras de Piaget, Constante Kamii, diferencia tres tipos de conocimiento: el físico, el lógico-matemático y el social. Se dice que el conocimiento físico es un conocimiento de los objetos de la realidad externa. El conocimiento lógico-matemático no es un conocimiento empírico, ya que su origen está en la mente de cada individuo. El conocimiento social depende de la aportación de otras personas. Tanto para adquirir el conocimiento físico como el social se necesita del conocimiento lógico-matemático que el estudiante construye.

El conocimiento lógico-matemático es el tipo de conocimiento que los estudiantes pueden y deben construir desde dentro. Los algoritmos y el sistema de base diez han sido enseñados durante mucho tiempo como si la aritmética fuera un conocimiento social o físico. Ahora podemos ver que si algunos estudiantes comprenden los algoritmos y el sistema de base diez es porque ya han construido el conocimiento lógico-matemático necesario para esta comprensión.

2.1.8.3. La aportación de Bruner.

Bruner al igual que Piaget, aceptó la idea de Baldwin de que el desarrollo intelectual del ser humano está modelado por su pasado evolutivo y que el desarrollo intelectual avanza mediante una serie de acomodaciones en las que se integran esquemas o habilidades de orden inferior a fin de formar otros de orden superior.

La obra de Bruner ha ejercido una gran influencia en el campo de la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Esta influencia se observa en los análisis que se realizan sobre el tipo de representación que utilizará el alumno y el tipo de lenguaje utilizado.

2.1.8.4. La teoría de Vygotsky.

La teoría de Vygotsky ha sido construida sobre la premisa de que el desarrollo intelectual del estudiante no puede comprenderse sin una referencia al mundo social en el que el ser humano está inmerso

Vygotsky considera el contexto sociocultural como aquello que llega a ser accesible para el individuo a través de la interacción social con otros miembros de la sociedad, que conocen mejor las destrezas e instrumentos intelectuales, y afirma que, la interacción del estudiante con

miembros más competentes de su grupo social es una característica esencial del desarrollo cognitivo.

Este autor concedió gran importancia a la idea de que los estudiantes desempeñan un papel activo en su propio desarrollo. El interés fundamental de Vygotsky se centra en comprender los procesos mentales superiores para ampliar el pensamiento más allá del nivel “natural”.

2.1.8.5. Tipos de competencia matemática.

Los profesionales del campo educativo, no pueden dividir el aprendizaje, por lo que deben intentar analizar al mismo tiempo su estado social, emocional e intelectual, utilizando los tres niveles de análisis, solo así podremos comprender en muchas ocasiones como se ha producido el aprendizaje o porque se ha producido el “no aprendizaje”

Cuando hablamos del aprendizaje matemático debemos distinguir entre los aspectos computacionales de las matemáticas y los aspectos conceptuales.

En términos generales se afirma que la competencia matemática está compuesta por tres componentes: aspectos procedimentales, aspectos conceptuales y aspectos simbólicos.

2.1.8.6. Aproximaciones al estudio del desarrollo de conceptos matemáticos.

Es importante destacar que gran parte de nuestro conocimiento cotidiano se aprende directamente a partir de nuestro entorno y los conceptos que se emplean no son muy abstractos.

Uno de los problemas de los conceptos matemáticos consiste en su gran capacidad de abstracción y generalidad, lograda por generaciones sucesivas de sujetos especialmente inteligentes, por lo que las matemáticas no pueden aprenderse directamente del entorno cotidiano sino que se necesita un buen profesor de matemáticas que establezca el “andamiaje” adecuado, controlando lo que el estudiante sabe y a qué objetivo lo quiere llevar

2.1.9. LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

2.1.9.1 Evolución del concepto de dificultades de aprendizaje de las matemáticas

El término dificultades de aprendizaje en las matemáticas (DAM) es un término en el que destacan connotaciones de tipo pedagógico en un intento de alejar de su referente, matices neurológicos.

H. Berger, en 1926, distinguió entre acalculia primaria y acalculia secundaria. La primaria la definió como un trastorno puro del cálculo sin afectación alguna del lenguaje o razonamiento mientras que la secundaria llevaba asociadas otras alteraciones verbales, espacio-temporales o de razonamiento.

El término de discalculia definido por Kosci, se refiere a un trastorno estructural de habilidades matemáticas que se ha originado por un trastorno genético o congénito de aquellas partes del cerebro que constituyen el substrato anátomo-fisiológico directo de la maduración de las habilidades matemáticas adecuadas para la edad, sin una afectación simultánea de las funciones mentales generales.

Desde el enfoque psicopedagógico se asume que en el diagnóstico de una DAM, hay que tener en cuenta criterios tales como: poseer un nivel medio de inteligencia, mostrar un rendimiento académico en tareas matemáticas significativamente inferior al esperado según la edad y sobre todo por debajo del nivel de funcionamiento intelectual del estudiante; y que las desventajas mostradas en el aprendizaje no sean debidas a discapacidades motoras, perceptivas o trastornos generalizados del desarrollo.

2.1.9.2. Dificultades relacionadas con los procesos del desarrollo cognitivo y la estructuración de la experiencia matemática.

Las dificultades iniciales en este aprendizaje pueden llevar a dificultades posteriores aún mayores.

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje van apareciendo dificultades, que unas veces son consecuencias de aprendizajes anteriores mal asimilados y otras de las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes.

Para los defensores del retraso, los sujetos con dificultades de aprendizaje en las matemáticas (DAM) son normales desde el punto de vista cognitivo, en cambio, para los que optan por el enfoque o déficit de la diferencia, mucho de los alumnos con DAM presentan un desarrollo atípico en sus habilidades aritméticas, ya que se utilizan estrategias cualitativamente diferentes a las empleadas por alumnos con rendimientos satisfactorios.

2.1.9.3. Dificultades para representar y recuperar los hechos numéricos de la memoria

Los estudiantes que presentan este tipo de problemas muestran grandes dificultades en el aprendizaje y en la automatización de los hechos numéricos.

2.1.9.4. Dificultades con los procedimientos de solución.

Las manifestaciones de este déficit incluyen el uso de procedimientos aritméticos evolutivamente inmaduros, retrasos en la adquisición de conceptos básicos de procedimiento y una falta de precisión al ejecutar los procedimientos del cálculo.

2.1.9.5. Déficit en la representación espacial y en la interpretación de la información numérica.

Los estudiantes con este déficit tienden a mostrar dificultades a la hora de leer los signos aritméticos, en alinear los números en problemas aritméticos y en comprender el valor posicional de los números.

2.1.9.6. Perspectiva educativa

Desde este enfoque se enfatiza la importancia de los factores de tipo educativo en el desarrollo de las dificultades de aprendizaje en las matemáticas (DAM) subrayando el papel del currículum y la instrucción. Los temas más analizados son la calidad de los textos y materiales, y la respuesta a la diversidad de alumnos existente en el aula.

Hay estudios realizados por Miller y Mercer (1997) que revelan que, en los niveles básicos, los programas comercializados se utilizan frecuentemente como guía de instrucción.

Llegar a dominar una habilidad con este sistema es improbable porque las nuevas habilidades se introducen rápidamente con objeto de “avanzar en el libro”.

Otro aspecto analizado desde esta perspectiva gira en torno a la diversidad del alumnado. La obligación del profesor consiste en asegurar que el máximo número de estudiantes de su aula aprenda el contenido instruccional básico. Este objetivo es muy difícil cuando el grupo es heterogéneo, por lo que, los profesores deben escoger entre cubrir el máximo de programación o dedicar el tiempo instruccional suficiente, como para garantizar que los aspectos fundamentales del programa, sean dominados incluso por los estudiantes más lentos.

Los investigadores han dedicado en los últimos años grandes esfuerzos intentando identificar las mejores prácticas instruccionales para los estudiantes con dificultades de aprendizaje en las matemáticas (DAM). Se han llevado a cabo tres grandes estudios dirigidos a aislar los componentes básicos que deben incorporarse en el diseño instruccional de las aulas regulares en las que hayan estudiantes con dificultades de aprendizaje en las matemáticas (DAM).

2.1.9.6.1 El primero fue llevado a cabo por Mastropieri, Scruggs y Shiah (1991), los cuales encuentran 30 estudios de técnicas instruccionales validadas para enseñar a estudiantes con DAM.

2.1.9.6.2 El segundo, realizado por Mercer y Miller (1992) encontró los mismos componentes que el anterior, identificando algunos componentes adicionales tales como autorizar el progreso del estudiante, enseñar las habilidades

2.1.9.6.3. La tercera investigación realizada por Dixon (1994) sintetizó a partir de los trabajos seis directrices para seleccionar el currículo de matemática.

2.1.10. Teorías Neurofisiológicas

Desde una perspectiva histórica las teorías de carácter neurológico establecieron el marco de referencia del campo de las dificultades de aprendizaje, ya que los siguientes autores adoptaron la orientación neurofisiológica:

Lethinen (1947), que postularon que ciertos niños clasificados como retrasados mentales sufrían algún tipo de “daño cerebral”.

Cruickshand y Myklebust no aluden como origen de las dificultades de aprendizaje a una lesión daño cerebral sino que ya utilizan el término de disfunción neurológica.

La teoría más controvertida es la teoría de organización neurológica desarrollada por:

Doman, Spitz, Zucman y Delacato (1960; 1967), que considera que los niños con deficiencias en el aprendizaje o con “lesiones cerebrales” no evolucionan con normalidad debido a la mala organización de su sistema nervioso.

En los últimos años **Touwen** ha señalado las relaciones existentes entre disfunción neurológica y dificultades de aprendizaje, debido al procesamiento de la información inadecuado que se produce en estos casos.

2.1.11. APROXIMACIONES AL ESTUDIO DEL DESARROLLO DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS.

Un aspecto importante de los conceptos es su denominación, ya que el lenguaje humano está íntimamente ligado a los conceptos y a la formación de conceptos. A los estudiantes les cuesta especialmente separar un concepto de su nombre.

2.1.12. PERFILES DE LOS GRUPOS DE ALUMNOS CON DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

A la hora de identificar las características de los grupos distintos de alumnos con DAM, la primera cuestión que se plantea tiene que ver con los modelos que se utilizan para establecer los diferentes subgrupos.

Los alumnos que tienen una atención poco mantenida o inestable, hiperactivos, con problemas de inestabilidad emocional, suelen encontrar dificultades para organizar estructuras jerárquicas de actividades o procesos mentales, lo cual tiene consecuencias especialmente negativas en matemáticas. Este tipo de alumnos no presentan problemas de comprensión, conocen el significado de lo que deben hacer, pero fallan en el proceso que están realizando. Pueden equivocarse en cuestiones fáciles y resolver otras difíciles, dependiendo de que estén relajados, concentrados o atentos.

En la resolución de problemas, suelen ir directamente a conseguir la solución sin establecer previamente un orden o plan de trabajo; no organizan la información recibida, o lo hacen con precipitación.

La memoria desempeña una función muy importante: la de fijar aquellos aspectos del aprendizaje que es necesario retener con precisión como las tablas, automatismos, reglas, axiomas, listas de hechos, etc.

El funcionamiento de la memoria de trabajo depende del tipo de materiales, es decir, es específica de dominio. A partir de esta diferenciación se puede explicar por qué hay personas que no tienen problemas para conservar en su memoria materiales verbales, visuales, históricos...y sí los tiene para retener contenidos matemáticos.

2.1.13. PROBLEMAS RELACIONADOS CON LAS MATEMÁTICAS

2.1.13.1 Problemas individuales

Este tipo de teorías atribuyen el origen de las dificultades de aprendizaje a una serie de condiciones presentes en el propio estudiante.

2.1.14. ¿LAS DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS SE EXPLICAN POR LOS MÉTODOS DE ENSEÑANZA?

Saber cómo enseñar ciencias es, lógicamente, uno de los cometidos del profesor encargado de estas disciplinas, la progresiva delimitación del campo propio de la [didáctica](#) de las ciencias, ha ido pareja a la argumentación razonable de que enseñar ciencias, exige relacionar conocimientos relativos tanto a la educación como a las propias disciplinas científicas, de forma integrada y no por separado.

Una de las críticas más frecuentemente esgrimidas desde la [didáctica](#) de las ciencias, es que en la formación de los profesores de ciencias se ha añadido sólo recientemente a la tradicional [demanda](#) de conocimientos científicos, una batería de contenidos relacionados con la psicología de la educación y la educación misma, pero generalmente de forma aislada, destacándose la ausencia de un enfoque integrado que reconozca el hecho de que las [estrategias](#) de enseñanza, están en buena manera determinadas por la especificidad de los contenidos a enseñar.

La didáctica de las ciencias tiende lazos indisolubles con numerosos otros campos del conocimiento, además de las propias disciplinas científicas, como la [historia](#) de la [ciencia](#), la [filosofía](#) de la ciencia, la [sociología](#) de la ciencia o la psicología de la educación, entre otras.

Finalmente, las demandas de difusión y explicación de los progresos científicos y sus relaciones sociales a una [población](#) adulta culta, dentro de la llamada divulgación científica, definen nuevos retos para la didáctica de las ciencias en las [sociedades](#) modernas.

La enseñanza de las ciencias, bajo el [modelo](#) tradicional de recepción de conocimientos elaborados, ponía toda su preocupación en los contenidos, de forma que subyacía una visión despreocupada del propio proceso de enseñanza, entendiéndose que enseñar constituye una tarea sencilla que no requiere especial preparación.

La mayor parte de los maestros de matemáticas, se han formado en escuelas o facultades de matemáticas en donde la interacción con otras disciplinas, inclusive tan cercanas como la física, es tradicionalmente escasa.

En nuestro sistema educativo, la enseñanza verbalista tiene una larga

tradición y los alumnos están acostumbrados a ella. Esta poderosa inercia ha impedido a los estudiantes percatarse que en las ciencias, en particular en las matemáticas, lo importante es entender. En general, los alumnos en lugar de estar atentos a los razonamientos y participar en [clase](#), se limitan, por tradición de aprendizaje, a tomar apuntes que después tratarán de memorizar al estudiar para sus exámenes.

Un gran número de factores contribuyen a que esta situación no cambie: con frecuencia el maestro está acostumbrado a este estado de cosas y lo ve como natural; por lo extenso de los programas, el maestro decide cubrirlos en su totalidad y no se da tiempo para generar el [diálogo](#), fomentar las intervenciones de los alumnos y hacerles ver que es posible sacar más provecho a los tiempos de las clases.

Los profesores de las otras disciplinas que requieren de las matemáticas como herramienta que sitúe e interrelacione adecuadamente, las ideas y conceptos centrales, han recibido su formación en [instituciones](#) donde han aprendido a eludir el uso de las matemáticas; [actitud](#) que mantienen, a pesar de que en sus disciplinas, las matemáticas cada día cobran mayor relevancia.

La amplitud de los programas de los cursos, la rapidez con que éstos se imparten, la falta de ejemplos que muestren la relación de las materias con el resto del currículum y la escasa [motivación](#) con que los emprenden, no permiten al alumno ubicar correctamente el contenido, limitando su esfuerzo a estudiar para pasar los exámenes, material que olvida en su mayor parte.

Esto último, tiene como consecuencia, que los profesores se encuentren constantemente con la disyuntiva de repasar el material que se supone

que los alumnos ya conocían, cuestión que va en contra del cumplimiento cabal del nuevo contenido, o continuar adelante, dando por sabido los antecedentes.

Esta dificultad se podría salvar si en los cursos de matemáticas se contemplasen también los usos y las aplicaciones de los temas matemáticos en estudio, pero con frecuencia el profesor de matemáticas no tiene tiempo para verlos o los desconoce. Sin embargo el problema es significativo en los cursos impartidos por profesores temporales. Estos profesores no tienen tiempo para familiarizarse con el sistema modular y no hay un programa específico para ellos.

2.1.15. PROBLEMAS DE APRENDIZAJE

Los padres se preocupan mucho y se decepcionan cuando su hijo tiene problemas en la escuela. Hay muchas razones para el fracaso escolar, pero entre las más comunes se encuentra específicamente la de los problemas del aprendizaje. El estudiante con uno de estos problemas de aprendizaje suele ser muy inteligente y trata arduamente de seguir las instrucciones al pie de la letra, de concentrarse y de portarse bien en la escuela y en la casa. Sin embargo, a pesar de sus esfuerzos, tiene mucha dificultad aprendiendo y no saca buenas notas. Algunos estudiantes con problemas de aprendizaje no pueden estarse quietos o prestar atención en clase. Los problemas del aprendizaje afectan a un 15 por ciento de los estudiantes.

La teoría es que los problemas del aprendizaje están causados por algún problema del sistema nervioso central que interfiere con la recepción, procesamiento o comunicación de la información. Algunos niños con problemas del aprendizaje son también hiperactivos, se distraen con facilidad y tienen una capacidad para prestar atención muy corta.

Los psiquiatras de niños y adolescentes nos aseguran que los problemas del aprendizaje se pueden tratar, pero si no se detectan y se les da tratamiento adecuado a edad temprana, sus efectos pueden ir aumentando y agravándose.

Por ejemplo, un niño que no aprende a sumar en la escuela primaria no podrá aprender álgebra en la escuela secundaria. El niño, al esforzarse tanto por aprender, se frustra y desarrolla problemas emocionales, como el de perder la confianza en sí mismo con tantos fracasos. Algunos niños con problemas de aprendizaje se portan mal en la escuela porque prefieren que los crean "malos" a que los crean " tontos."

2.1.16. PROBLEMAS GENERALES DE APRENDIZAJE:

Se manifiesta un retardo general de todo el proceso de aprendizaje, observándose lentitud, desinterés, deficiencia en la atención y concentración, afectando el rendimiento global.

Estas características se presentan en adolescentes con un desarrollo normal y con inmadurez en el área cognitiva o verbal, lo que provocaría una lentitud para aprender.

También es posible ver estas manifestaciones en niños con retardo mental, dificultades auditivas severas y alteración en la psicomotricidad.

2.1.16.1 Alumnos de Aprendizaje Lento

Son alumnos que presentan dificultades para seguir un ritmo de aprendizaje normal, por presentar problemas a nivel de memoria, junto con una menor capacidad de atención a estímulos verbales y de

expresión, y dificultades para evocar y recuperar la información aprendida.

Estos alumnos no estarían en la categoría de retardo mental, ni tampoco presentarían un trastorno de los estímulos en el aprendizaje (TEA), ni alteraciones en su desarrollo sensorial o afectivo. Este grupo está constituido por niños con un desarrollo más lento y con un ritmo crónico de aprendizaje más bajo que el resto de sus compañeros, Bravo 1994.

2.1.16.2. Caracterización educacional de los niños de Aprendizaje Lento. (Bravo, 1994)

- Lentitud para procesar la información escolar y para seguir el ritmo de aprendizaje del resto de sus compañeros.
- Inadecuación entre el nivel de desarrollo de sus estructuras cognitivas y el grado de complejidad de los contenidos escolares.
- Baja motivación para aprender, acompañada de una baja autoestima.
- Inadecuación entre sus habilidades psicolingüísticas y el lenguaje utilizado por el profesor.

2.1.16.3. Falta de autonomía necesaria para el establecimiento de sus propias estrategias para estudiar y memorizar.

Según, Morales (1990) cit. en Infante, Marta (1997), las características de los niños de aprendizaje lento (A.L), en sala de clases serían las siguientes dificultad para finalizar sus tareas:

- Escasa atención

- Bajo nivel de perseverancia
- Falta de afectividad en relación con la autoridad y dificultad para hacerse escuchar.

Desde el ámbito familiar, serían niños que presentan dificultades en la realización autónoma de tareas y la existencia de bajas expectativas de los padres con respecto a sus hijos.

2.1.16.4. ¿Cómo abordar la enseñanza de los estudiantes de aprendizaje lento?

Dentro del ámbito de la educación común, dado que la dificultad para aprender o cuyo retardo no es tan severo para ingresar a las escuelas especiales, ni tan específico para ser rehabilitado en las escuelas especiales, se requiere de flexibilidad y adaptabilidad del sistema escolar, adecuar las exigencias programáticas a sus capacidades e intereses y del número de alumnos por curso.

Realizar una evaluación previa del nivel cognitivo y verbal de ingreso, que permita planificar un aprendizaje acorde con el nivel de desarrollo de cada niño. (Sobre este nivel se planificará el aprendizaje de las destrezas instrumentales del aprendizaje).

Considerar que la mayoría de los alumnos puede lograr un nivel de aprendizaje adecuado si reciben una instrucción graduada a partir del nivel de funciones previamente diagnosticadas. Del mismo modo, si reciben una ayuda oportuna, a través del desarrollo de estrategias cognitivas, tiempo necesario para el aprendizaje. Estas pueden ser:

- El grado en el cual el estudiante posee las destrezas básicas del aprendizaje que deberá cumplir.

- La extensión en la cual el estudiante está o puede ser motivado para que se comprometa con su propio aprendizaje.
- La extensión en la cual la instrucción dada sea apropiada para el estudiante

La tesis central de este esquema educacional para los estudiantes de aprendizaje lento, es que el ritmo de enseñanza de los estudiantes tome en cuenta: el desarrollo de las destrezas básicas, la velocidad para aprender y la motivación que tengan estos estudiantes.

2.1.17. TRASTORNO ESPECÍFICO DE APRENDIZAJE:

Se manifiestan en niños con inteligencia normal o alrededor de lo normal que carecen de alteraciones sensomotoras o emocionales severas. Su ambiente sociocultural y educacional es satisfactorio.

No logran un rendimiento escolar normal y presentan dificultades reiteradas en ciertas áreas del aprendizaje, funcionando bien en algunas y mal en otras. Estas dificultades dependen de alteraciones en el desarrollo, la maduración psíquica y neurológica.

2.1.18. Fundamento Psicológico.

Permite conocer porque se da la dificultad en el aprendizaje de la matemática en el estudiante desde un aspecto más personal, cognitivo y de la abstracción del aprendizaje, además, ayuda a dar una solución a este problema que los estudiantes enfrentan, puede ser con una buena terapia aunada a un programa adecuado a sus necesidades.

2.1.19. Fundamento Pedagógico.

Estudia la educación como un fenómeno típicamente social y específicamente humanista, involucrando a estudiantes en el desarrollo de su aprendizaje, así como también en los problemas que puedan presentar en el estudio de la matemática.

2.1.20. Fundamento Educativo.

La educación se ejerce directamente sobre el estudiante como tal; trata de desarrollar o facilitar su aprendizaje en la matemática para obtener una formación de su vida personal. En este sentido toda educación es educación individual. Por otra parte la educación es un reflejo de la sociedad; se dice que la educación prepara para la vida.

2.2. POSICIONAMIENTO TEÓRICO PERSONAL.

La presente investigación se identifica con la teoría constructivista del aprendizaje porque afirma que el conocimiento de todas las cosas es un [proceso mental](#) del individuo, que se desarrolla de manera interna conforme el individuo interactúa con su entorno.

El aprendizaje puede facilitarse, pero cada persona reconstruye su propia experiencia interna, con lo cual puede decirse que el conocimiento no puede medirse, ya que es único en cada persona, en su propia reconstrucción interna y subjetiva de la realidad. Por el contrario, la instrucción del aprendizaje postula que la enseñanza o los conocimientos pueden programarse, de modo que pueden fijarse de antemano unos contenidos, métodos y objetivos en el proceso de enseñanza aprendizaje.

La construcción del conocimiento es necesaria para tener una visión más práctica de los criterios constructivistas.

Esta construcción supone un proceso de elaboración en la que el alumno selecciona y organiza informaciones estableciendo relaciones entre ellas.

El alumno debe tener una disposición favorable para aprender significativamente, debe estar motivado.

De esta forma, el acto de aprendizaje se entenderá como un proceso de revisión, modificación, diversificación y construcción de esquemas de conocimiento.

“El conocimiento no se descubre, se construye”

2.3. GLOSARIO

Acalculia.- Es la incapacidad de realizar operaciones aritméticas. Es una manifestación de afasia.

ANDAMIAJE.- Utilizar estrategias adecuadas en el aprendizaje.

ALUDEN.- Referirse a una persona o cosa sin nombrarla o sin expresar que se hable de ella.

ANOMALÍAS.- Irregularidad, calidad de irregular.

ARDUAMENTE.- Muy difícil

ASOCIANISTA. Dar a uno por compañero persona que le ayude en algún cargo o comisión. Juntar una cosa con otra, que concurrirán a un mismo fin.

ATIPICO.- Que por sus caracteres se aparta de los tipos conocidos.

AUTOMATISMO.- Teoría según la cual los actos del organismo humano son producidos a merced de una impresión o excitación exterior, sin intervención de alguna espontaneidad primitiva.

CONNOTACIONES.- Acción y efecto de connotar. Parentesco en grado remoto, relación.

DESADAPTACIÓN.- Pérdida de la adaptación, debida a un conjunto de variaciones que exigen una adaptación nueva.

DESENTRAÑAR.- Averiguar, penetrar lo mas dificultoso y recóndito de una materia.

DISCALCULIA.- Es un problema de aprendizaje especifica en matemática. El término se refiere a la incapacidad de realizar aritmética o matemática

ELUDIR.- Huir de la dificultad o salir de ella con algún artificio.

ESPECIFICIDAD.- A la "cualidad y condición de específico." También sirve para expresar la adecuación de algo al fin al que se destina.

INADAPTACIÓN.- Este término se refiere a personar que no presentan comportamiento adecuado en los grupos sociales. La inadaptación puede darse individualmente o en grupos.

JERÁRQUICAS.- Orden o grado de otras personas y cosas.

PSICOPATOLOGÍA.- Es aquella área de la salud que describe y sistematiza los cambios en el comportamiento que no son explicados, ni por la maduración o desarrollo del individuo, ni como resultado de procesos de aprendizaje

PSICOPEDAGÓGICO.- Es la ciencia aplicada que estudia la conducta humana en situaciones socioeducativas.

SUBYACENTES.- Que yace o está debajo de otra cosa.

2.4. INTERROGANTES DE INVESTIGACIÓN

¿Existe dificultad para aprender matemática?

¿Que metodología utiliza el profesor en la enseñanza de la matemática?

¿Cómo se puede mejorar el desarrollo del aprendizaje de la matemática en los estudiantes?

¿Por qué el estudio de la matemática resulta ser complejo?

2.5. MATRIZ CATEGORIAL.

Concepto	Categorías	Dimensión	Indicador
El término dificultades de aprendizaje es un término en que destacan connotaciones de tipo pedagógico en un intento de alejar de su referente, matices neurológicos.	Dificultad de aprendizaje	-Teoría. -Práctica -Ejercicios	-Excelente. -Bueno. -Regular.
Es un proceso activo en que el sujeto tiene que realizar actividades para asimilar los contenidos que recibe de las actividades realizadas al aprender. El aprendizaje es la capacidad adquirida por el sujeto a lo largo del desarrollo, es decir la capacidad de pensar y aprender	Aprendizaje	-Recursos. -Medios - Didácticos.	-Excelente. -Bueno. -Regular.
Es la limitación o el inconveniente que se presenta en el estudiante al conseguir o entender el aprendizaje de distintas de materias	Dificultad	-Teoría. -Práctica -Ejercicios	-Excelente. -Bueno. -Regular.

CAPITULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación es de:

Campo, porque en el lugar donde se desarrolla la investigación es accesible.

Descriptiva porque consiste en la observación e interpretación del problema.

Factible porque se cuenta con la mayor facilidad para realizar la investigación, con el apoyo que brindan las autoridades de cada una de las instituciones.

3.2. MÉTODOS

En la siguiente investigación se aplicará los siguientes métodos:

Método Científico, porque es la base de toda investigación, por medio de él, este proyecto tendrá base científica que le dará precisamente la validez que requiere para lo cual se utilizará la observación, el razonamiento, la predicción, destinados a descubrir la verdad o confirmarla.

Método Analítico – Sintético: porque se lo utilizará para determinar la problemática a investigar, así mismo permitirá conocer la situación actual

para establecer una síntesis del mismo con el propósito de plantear la solución de los problemas y así formular las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

Método Inductivo – Deductivo, porque se permitirá partir de lo general a lo particular o viceversa, primeramente tomando una idea clara del problema de investigación con sus causas, efectos y consecuencias las cuales permitirán establecer conclusiones válidas a la hora de seleccionar los contenidos y temas para la elaboración de propuesta.

Método matemático, porque se aplicará la estadística en la recolección de datos y su tabulación.

Tipo documental, se utilizará este tipo para la recopilación de datos teóricos que se presenten en este problema, valiéndonos de un manejo adecuado de libros, revistas y resultados de otras investigaciones.

3.3. TECNICAS E INSTRUMENTOS.

Se aplicará la técnica de la encuesta, conformada por un cuestionario que consta de 12 preguntas de tipo cerrado, el cual ayudará recabar información sobre la dificultad del aprendizaje de la matemática que se presentan en los dos colegios, tanto del Universitario “UTN”, como también del Nacional Ibarra.

3.4. POBLACIÓN.

Se contará con el apoyo de las dos instituciones: el Colegio Universitario “UTN”, como también del Colegio Ibarra con un total de 127 estudiantes distribuidos de la siguiente manera:

COLEGIO	CURSO	PARALELO	Nº ESTUDIANTES
IBARRA	Primero de Bachillerato	A	40
IBARRA	Primero de Bachillerato	B	40
UNIVERSITARIO	Primero de Bachillerato	A	47
TOTAL			127

3.5. MUESTRA.

Como la población es un número relativamente pequeño no amerita el cálculo de la muestra por lo que se aplicará la misma a todos los miembros de la población.

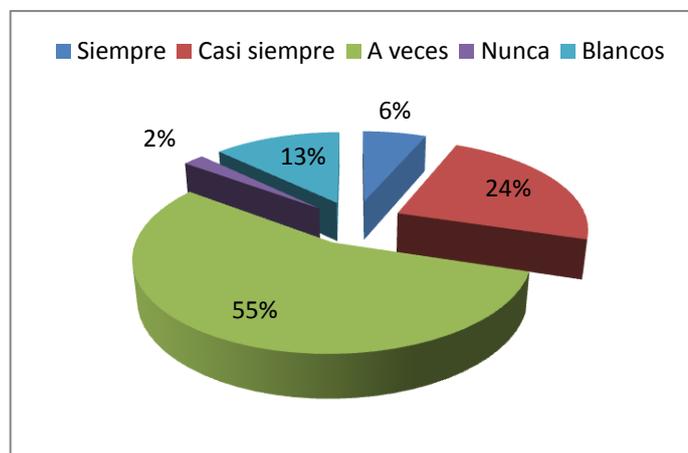
CAPITULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS.

1. ¿Usted presenta dificultad en el aprendizaje de la matemática?

COLEGIO UNIVERSITARIO

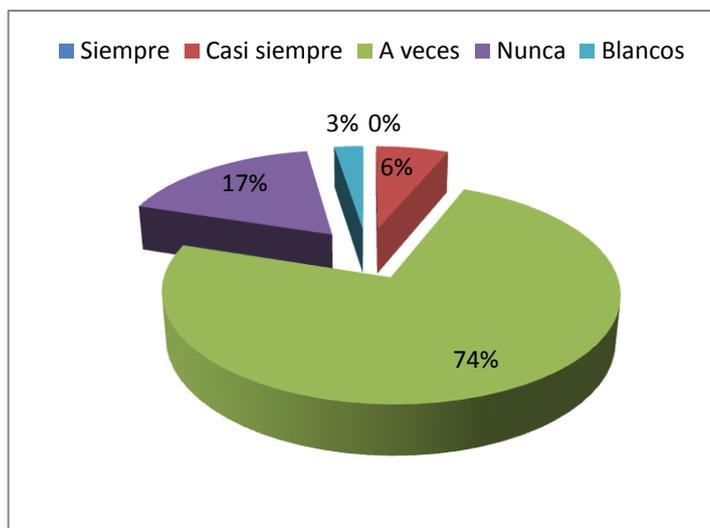
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	3	6%
CASI SIEMPRE	11	24%
A VECES	26	55%
NUNCA	1	2%
BLANCOS	6	13%
TOTAL	47	100



El estudio realizado a los estudiantes del Primer Año de Bachillerato de la especialidad de Física y Matemática del colegio Universitario, representado en este gráfico refleja el 6% de estudiantes siempre presentan dificultad en el aprendizaje de la matemática, el 24% casi siempre, el 55% a veces, el 2% nunca y un 13% fue en blanco debido a la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO IBARRA

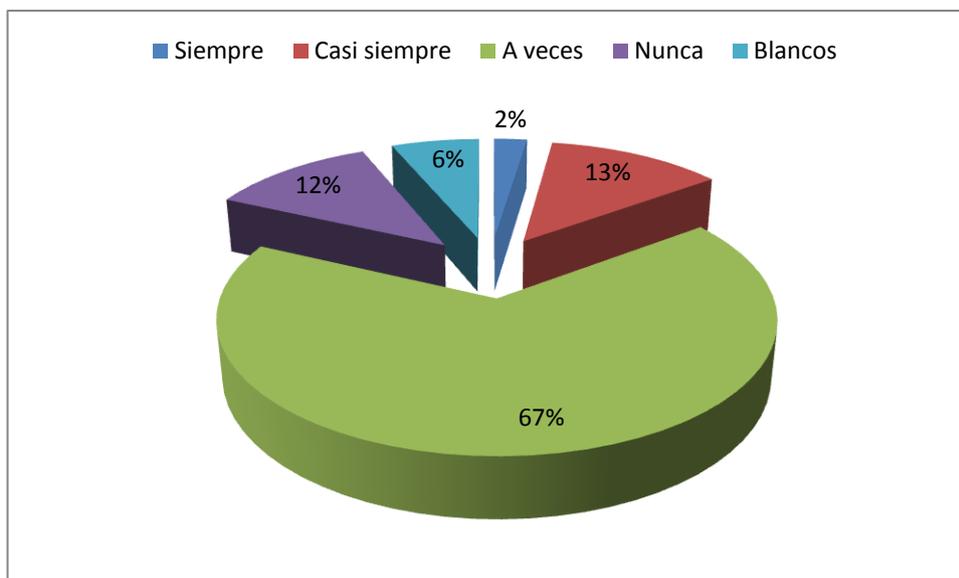
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	0	0%
CASI SIEMPRE	5	6%
A VECES	59	74%
NUNCA	14	17%
BLANCOS	2	3%
TOTAL	80	100



El estudio realizado a los estudiantes del Primer Año de Bachillerato de la especialidad de Física y Matemática del colegio Nacional Ibarra, representado en este gráfico refleja el 6% de estudiantes siempre presentan dificultad en el aprendizaje de la matemática, el 74% casi siempre, el 17% a veces, el 2% nunca y un 3% son en blanco debido a la ausencia de las estudiantes.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	3	2%
CASI SIEMPRE	17	13%
A VECES	85	67%
NUNCA	15	12%
BLANCOS	7	6%
TOTAL	127	100

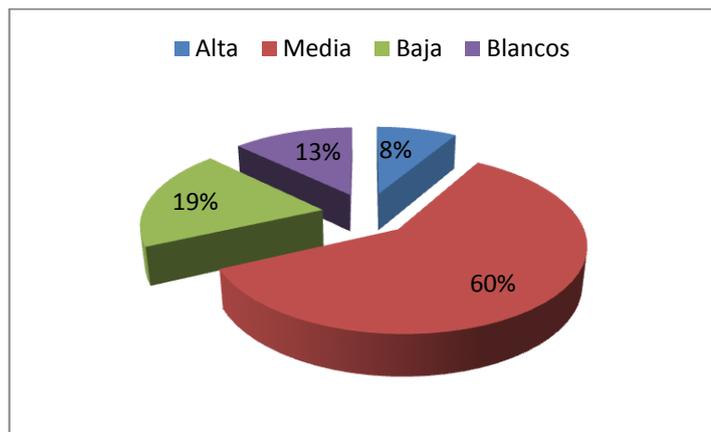


En la recopilación total de los datos de las dos instituciones se observa que el 2% de los estudiantes responde que siempre presentan alguna dificultad en el aprendizaje de la materia de matemática, el 13% casi siempre, el 67% a veces, el 12% nunca y un 6% son blancos por ausencia de los estudiantes en los establecimientos.

2. ¿Qué grado de dificultad presenta usted en la asignatura de matemática?

COLEGIO UNIVERSITARIO

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
ALTO	4	8%
MEDIO	28	60%
BAJO	9	19%
BLANCO	6	13%
TOTAL.	47	100

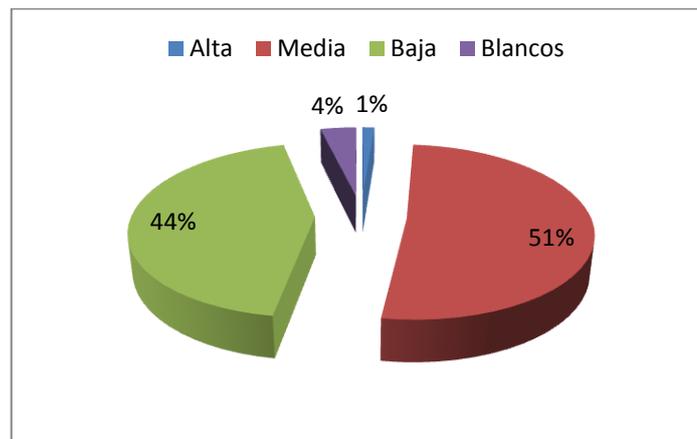


El 8% de los estudiantes del colegio Universitario, responden que el grado de dificultad que presentan en la asignatura de matemática es alto, el 60% es medio, el 19% es bajo, y un 13% son en blanco por ausencia de los estudiantes.

Con estos datos llegamos a determinar que la matemática si presenta una dificultad en el aprendizaje de los estudiantes en un nivel medio.

COLEGIO IBARRA

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
ALTO	1	1%
MEDIO	41	51%
BAJO	35	44%
BLANCO	3	4%
TOTAL.	80	100

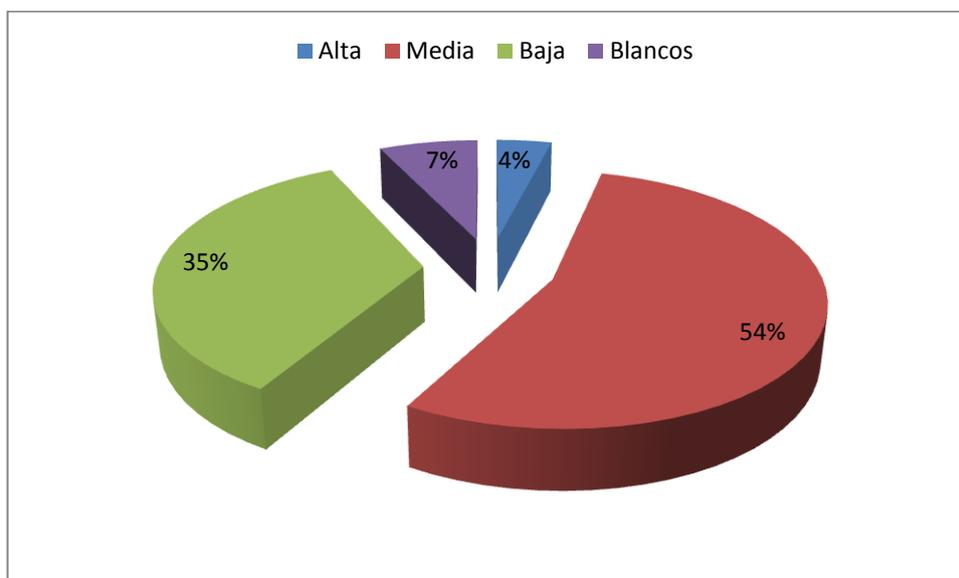


El 1% de las estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que el grado de dificultad que presentan en la asignatura de matemática es alto, el 51% es medio, el 4% es bajo, y un 13% son en blanco por ausencia de los estudiantes.

Con estos datos llegamos a determinar que la matemática si presenta una dificultades en el aprendizaje de las estudiantes en un nivel medio.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
ALTO	5	4%
MEDIO	69	54%
BAJO	45	35%
BLANCO	8	7%
TOTAL.	127	100



En la recopilación total de los datos de las dos instituciones se observa en la gráfica que el 4% de los estudiantes responden que el grado de dificultad que presentan en la asignatura de matemática es alto, el 54% es medio, el 35% es bajo y un 7% son blancos por ausencia de los estudiantes en los establecimientos.

Con los datos recolectados se ha llegado a concluir que la matemática si representa una dificultad en el aprendizaje de las estudiantes en un nivel medio.

3. ¿A qué se debe que usted presente dificultad en el aprendizaje de la matemática?

COLEGIO UNIVERSITARIO

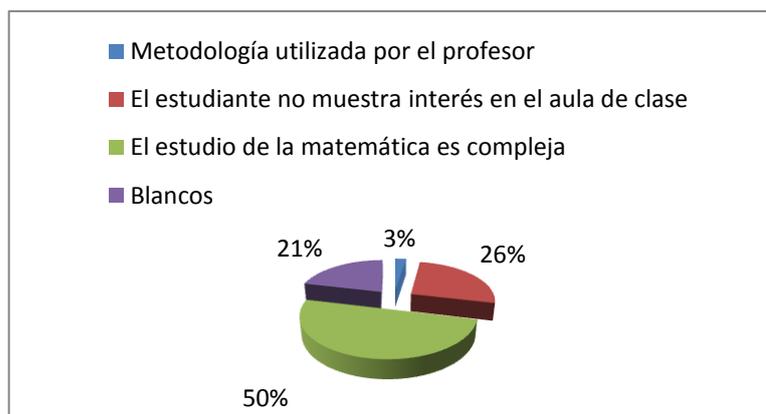
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
METODOLOGÍA UTILIZADA POR EL PROFESOR	16	34%
EL ESTUDIANTE NO MUESTRA INTERÉS EN EL AULA DE CLASE	6	13%
EL ESTUDIO DE LA MATEMÁTICA ES COMPLEJA	17	36%
BLANCO	8	17%
TOTAL.	47	100



En la siguiente gráfica se observa que el 34% de los estudiantes del colegio Universitario, responden que la dificultad en el aprendizaje de la matemática se debe a la metodología utilizada por el profesor, el 13% de los estudiantes no muestran interés en el aula de clase, el 36% de los estudiantes responden que el estudio de la matemática es complejo y un 17% son blancos por la ausencia de los estudiantes

COLEGIO NACIONAL IBARRA

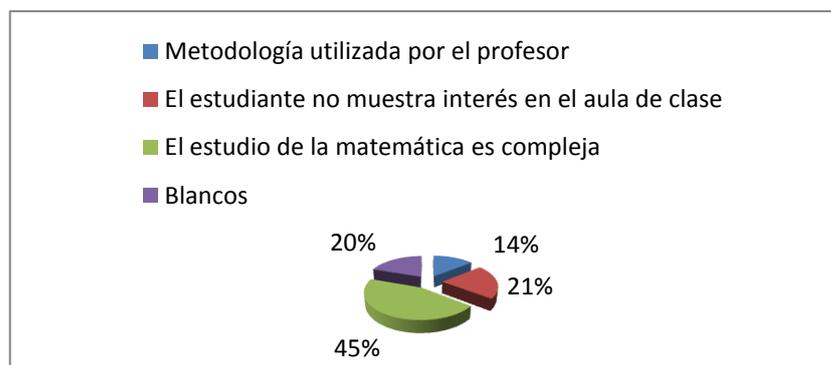
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
METODOLOGÍA UTILIZADA POR EL PROFESOR	2	3%
EL ESTUDIANTE NO MUESTRA INTERÉS EN EL AULA DE CLASE	21	26%
EL ESTUDIO DE LA MATEMÁTICA ES COMPLEJA	40	50%
BLANCO	17	21%
TOTAL.	80	100



En la siguiente gráfica se observa que el 3% de los estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que la dificultad en el aprendizaje de la matemática se debe a la metodología utilizada por el profesor, el 26% de los estudiantes no muestran interés en el aula de clase, el 50% de los estudiantes responden que el estudio de la matemática es complejo y un 21% son blancos por la ausencia además de la indecisión de las estudiantes al responder la pregunta.

TOTAL.

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
METODOLOGÍA UTILIZADA POR EL PROFESOR	18	14%
EL ESTUDIANTE NO MUESTRA INTERÉS EN EL AULA DE CLASE	27	21%
EL ESTUDIO DE LA MATEMÁTICA ES COMPLEJA	57	45%
BLANCO	25	20%
TOTAL.	127	100

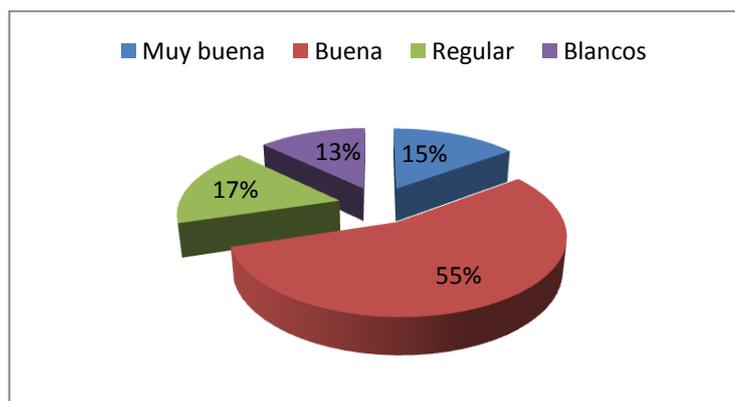


En los datos obtenidos de las dos instituciones con respecto a la pregunta, se observa que el 14% de estudiantes responden que se debe la metodología utilizada por el profesor, el 21% de los estudiantes no muestran interés en el aula de clase, el 45% de los estudiantes responden que el estudio de la matemática es complejo y el 20% son blancos por la ausencia de los estudiantes y por la falta de decisión al responder a ésta pregunta. En conclusión se determina que la dificultad de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática se debe a que el estudio de los contenidos de la materia para primer año de bachillerato de la Especialidad Física y Matemática es complejo.

4. La metodología utilizada por su profesor en la enseñanza de la matemática es:

COLEGIO UNIVERSITARIO

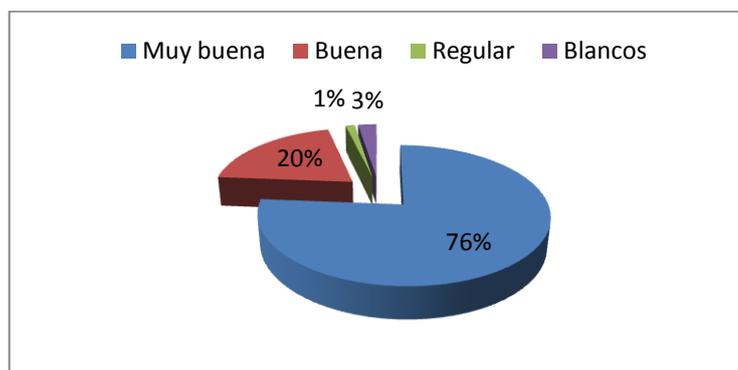
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
MUY BUENA	7	15%
BUENA	26	55%
REGULAR	8	17%
BLANCO	6	13%
TOTAL.	47	100



En la presente gráfica se observa que el 15% de los estudiantes del colegio Universitario, responden que la metodología utilizada por su profesor en la enseñanza de la matemática es muy buena, el 55% es buena, el 17% es regular y un 13% son blancos debido a la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO NACIONAL IBARRA

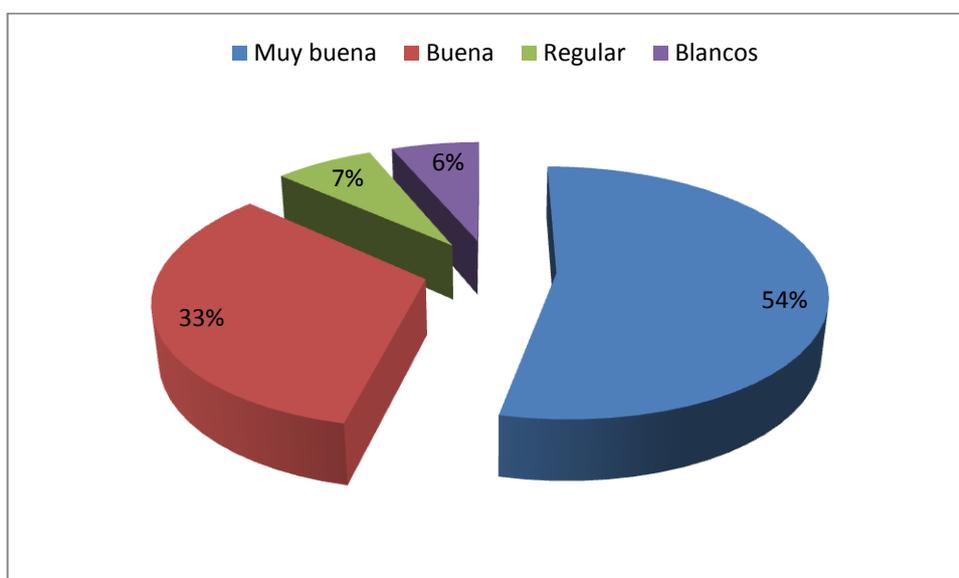
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
MUY BUENA	61	76%
BUENA	16	20%
REGULAR	1	1%
BLANCO	2	3%
TOTAL.	80	100



En la presente gráfica se observa que el 76% de los estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que la metodología utilizada por su profesor en la enseñanza de la matemática es muy buena, el 20% es bueno, el 1% es regular y un 3% son blancos debido a la ausencia de las estudiantes.

TOTAL.

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
MUY BUENA	69	54%
BUENA	42	33%
REGULAR	9	7%
BLANCO	7	6%
TOTAL.	127	100



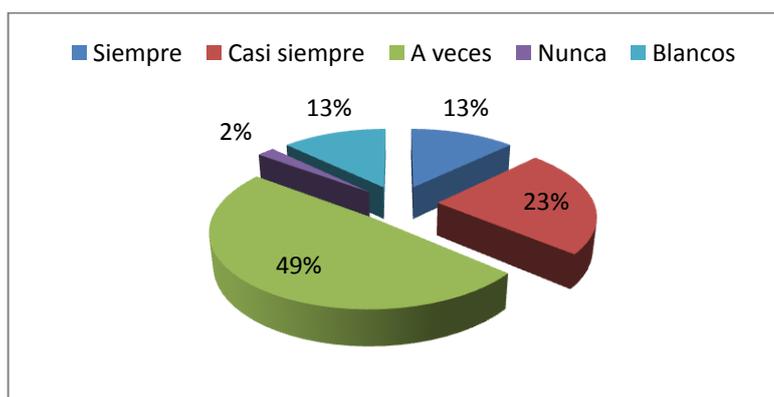
En la recopilación de datos de las dos instituciones, se observa en la gráfica que el 54% de los estudiantes responden que la metodología utilizada por su profesor en la enseñanza de la matemática es muy bueno, el 33% es bueno, el 7% es regular y el 6% son en blanco por ausencia de los estudiantes en los establecimientos.

Con los datos obtenidos, se determina que la metodología utilizada por el profesor en la enseñanza de la matemática, es muy buena y no significa ningún problema en el aprendizaje de los estudiantes.

5. Su profesor utiliza varios procedimientos al realizar los ejercicios en clase.

COLEGIO UNIVERSITARIO

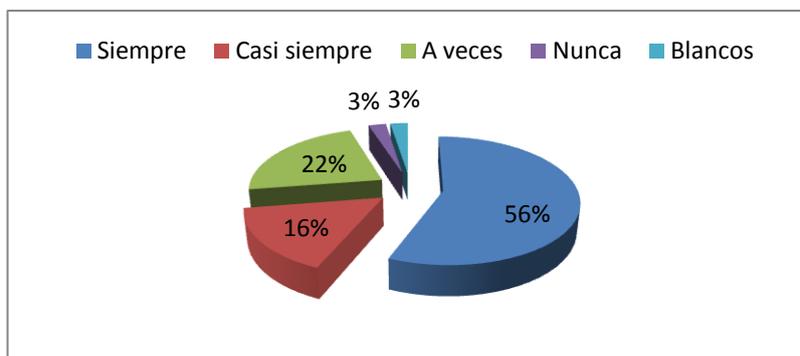
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	6	13%
CASI SIEMPRE	11	23%
A VECES	23	49%
NUNCA	1	2%
BLANCOS	6	13%
TOTAL	47	100



En ésta pregunta el 13% de estudiantes del colegio Universitario, responden que su profesor siempre utiliza varios procedimientos al realizar los ejercicios en clase, el 23% responden casi siempre, el 49% a veces, el 2% nunca y un 13% son blancos por la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO NACIONAL IBARRA.

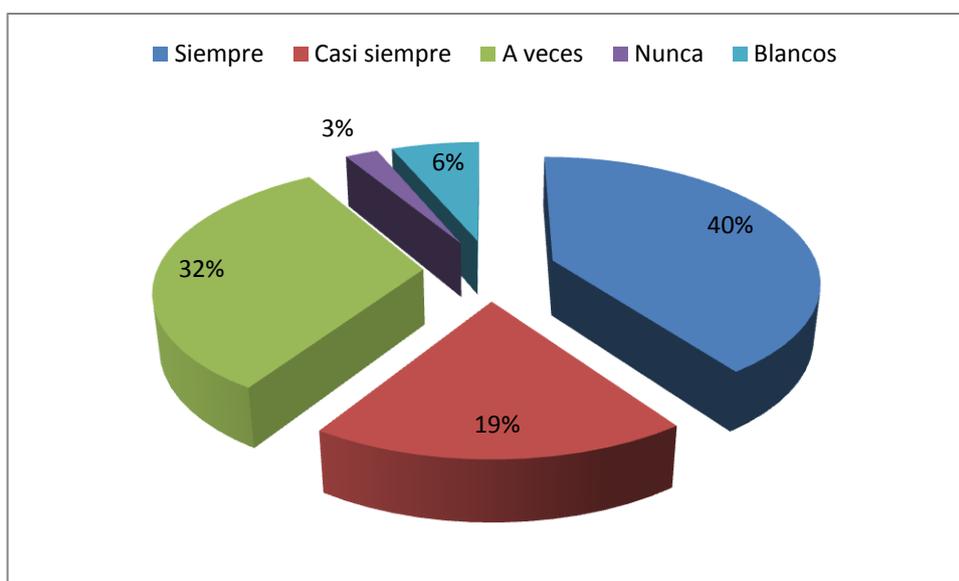
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	45	56%
CASI SIEMPRE	13	16%
A VECES	18	22%
NUNCA	2	3%
BLANCOS	2	3%
TOTAL	80	100



En ésta pregunta el 56% de estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que su profesor siempre utiliza varios procedimientos al realizar los ejercicios en clase, el 16% responden casi siempre, el 22% a veces, el 3% nunca y un 3% son blancos por la ausencia de las estudiantes.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	51	40%
CASI SIEMPRE	24	19%
A VECES	41	32%
NUNCA	4	3%
BLANCOS	7	6%
TOTAL	127	100



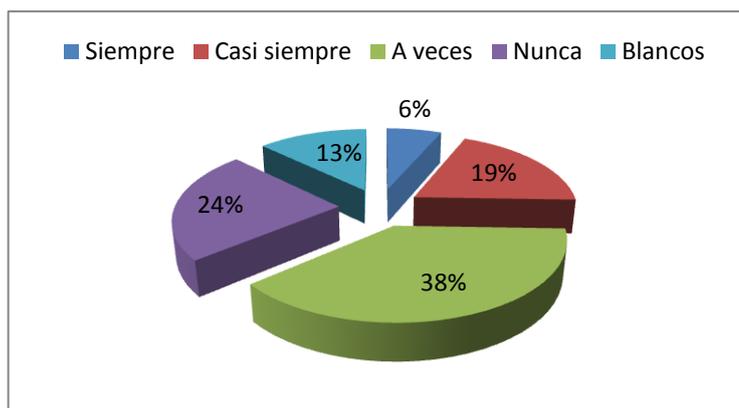
En la recopilación de datos de las dos instituciones, la gráfica muestra que el 40% de los estudiantes responden que siempre su profesor utiliza varios procedimientos al realizar los ejercicios en clase, el 19% casi siempre, el 32% a veces, el 3% nunca y un 6% son blancos por la ausencia de los estudiantes en los establecimientos.

Se ha determinado que el profesor siempre utiliza varios procedimientos en la solución de los ejercicios para facilitar el aprendizaje de la matemática.

6. Su profesor relaciona los problemas tratados en clase con las de la vida real

COLEGIO UNIVERSITARIO

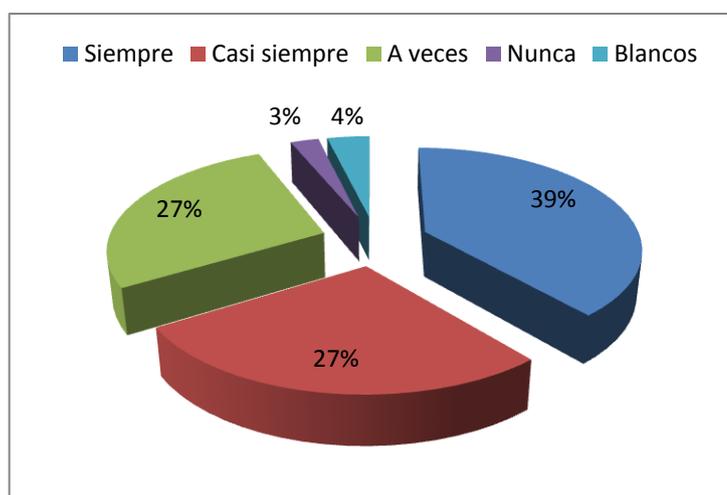
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	3	6%
CASI SIEMPRE	9	19%
A VECES	18	38%
NUNCA	11	24%
BLANCOS	6	13%
TOTAL	47	100



En la gráfica se observa que el 6% de los estudiantes del colegio Universitario, responden que su profesor siempre relaciona los problemas tratados en clase con la vida real, el 19% casi siempre, el 38% a veces, el 24% nunca y un 13% son blancos por la ausencia de los estudiantes y la limitación a responder a la pregunta.

COLEGIO NACIONAL IBARRA

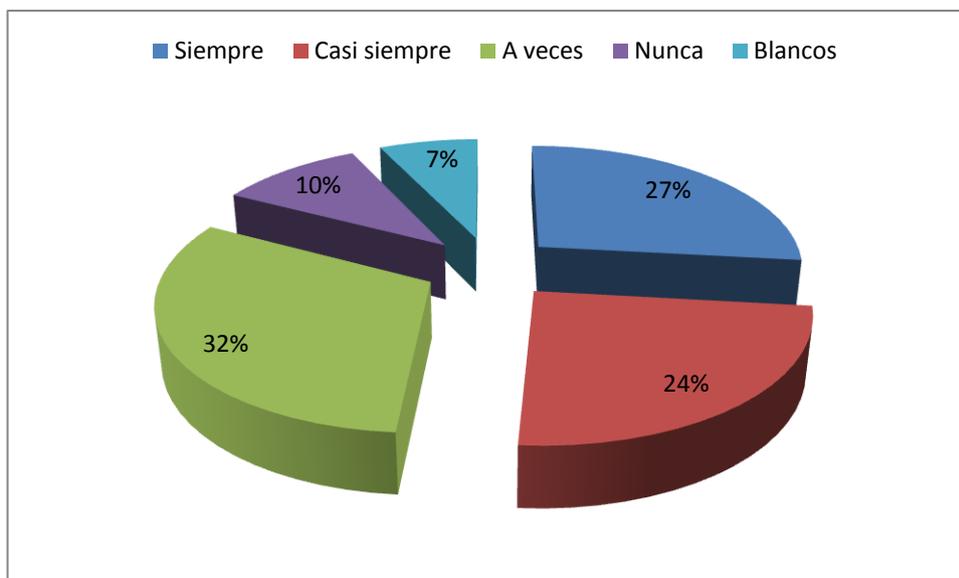
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	31	39%
CASI SIEMPRE	22	27%
A VECES	22	27%
NUNCA	2	3%
BLANCOS	3	4%
TOTAL	80	100



En la gráfica se observa que el 39% de los estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que su profesor siempre relaciona los problemas tratados en clase con la vida real, el 27% casi siempre, el 27% a veces, el 4% nunca y un 13% son blancos por la ausencia de los estudiantes y la limitación a responder a la pregunta.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	34	27%
CASI SIEMPRE	30	24%
A VECES	41	32%
NUNCA	13	10%
BLANCOS	9	7%
TOTAL	127	100

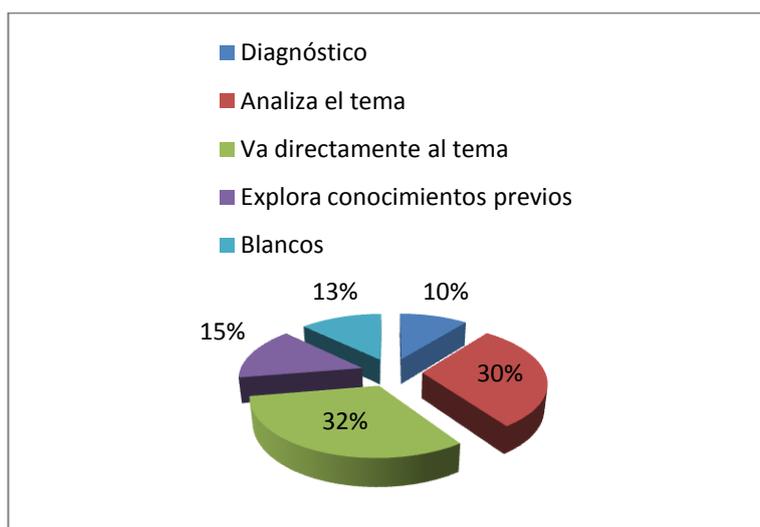


En la recopilación total de de datos de las dos instituciones se observa que el 27% de los estudiantes responden que su profesor siempre relaciona los problemas tratados en clase con los de la vida real, el 24% casi siempre, el 32% a veces, el 10% nunca y un 7% son en blanco por la ausencia de los estudiantes en los establecimientos.

Con éste análisis se determina que al profesor le falta relacionar los problemas tratados en clase con la vida diaria, aplicarlos a nuestra realidad para que de esta manera los estudiantes entiendan de mejor manera y puedan aplicar lo aprendido fuera del aula.

**7. Al iniciar un nuevo capítulo de clase su profesor realiza:
COLEGIO UNIVERSITARIO.**

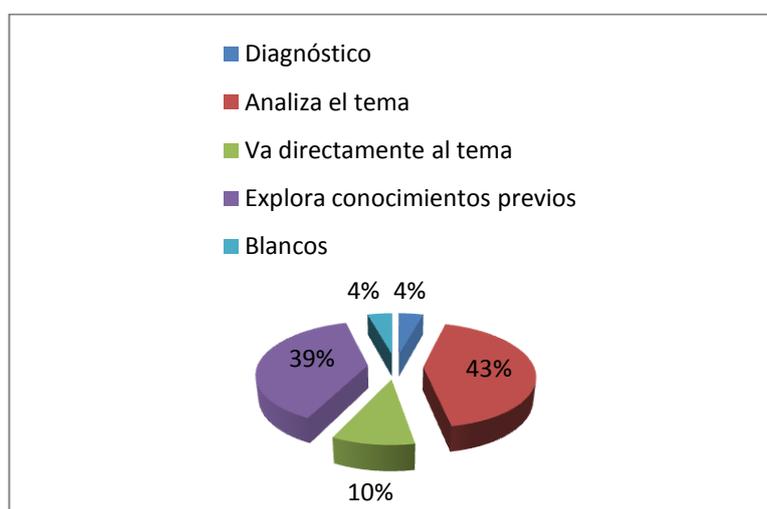
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
DIAGNOSTICO	5	10%
ANALIZA EL TEMA	14	30%
VA DIRECTAMENTE AL TEMA	15	32%
EXPLORA CONOCIMIENTOS PREVIOS	7	15%
BLANCOS	6	13%
TOTAL	47	100



En la gráfica se observa que el 10% de estudiantes del colegio Universitario, responde que al iniciar un nuevo capítulo de clase su profesor realiza un diagnóstico, el 30% responden que su profesor analiza el tema, el 32% responden que va directamente al tema, el 15% responden que su profesor explora los conocimientos previos y un 13% son blancos por la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO NACIONAL IBARRA

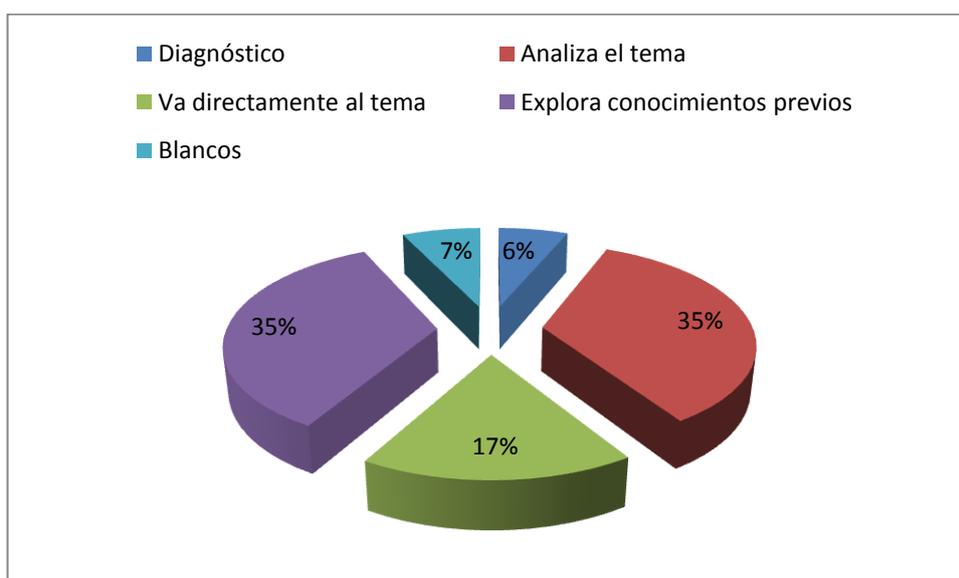
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
DIAGNOSTICO	3	4%
ANALIZA EL TEMA	35	43%
VA DIRECTAMENTE AL TEMA	8	10%
EXPLORA CONOCIMIENTOS PREVIOS	31	39%
BLANCOS	3	4%
TOTAL	80	100



En la gráfica se observa que el 4% de estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responde que al iniciar un nueva capítulo de clase su profesor realiza un diagnóstico, el 43% responden que su profesor analiza el tema, el 10% responden que va directamente al tema, el 39% responden que su profesor explora los conocimientos previos y un 4% son blancos por la ausencia de las estudiantes.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
DIAGNOSTICO	8	6%
ANALIZA EL TEMA	44	35%
VA DIRECTAMENTE AL TEMA	22	17%
EXPLORA CONOCIMIENTOS PREVIOS	44	35%
BLANCOS	9	7%
TOTAL	127	100

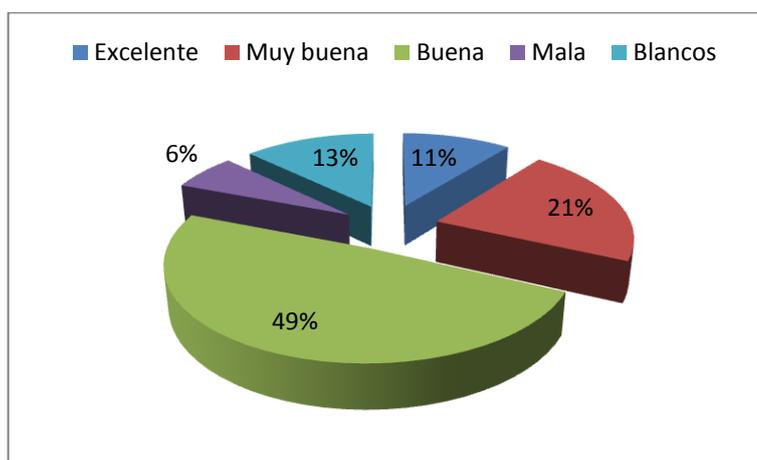


En la recopilación total de datos de las dos instituciones se observa que el 6% de los estudiantes responden que al iniciar un nueva capítulo de clase su profesor realiza un diagnóstico, el 35% responden que su profesor analiza el tema, el 17% responden que va directamente al tema y un 7% son en blanco por la ausencia de los estudiantes en los establecimientos.

8. La comunicación del profesor de matemática con los estudiantes, usted lo califica como:

COLEGIO UNIVERSITARIO

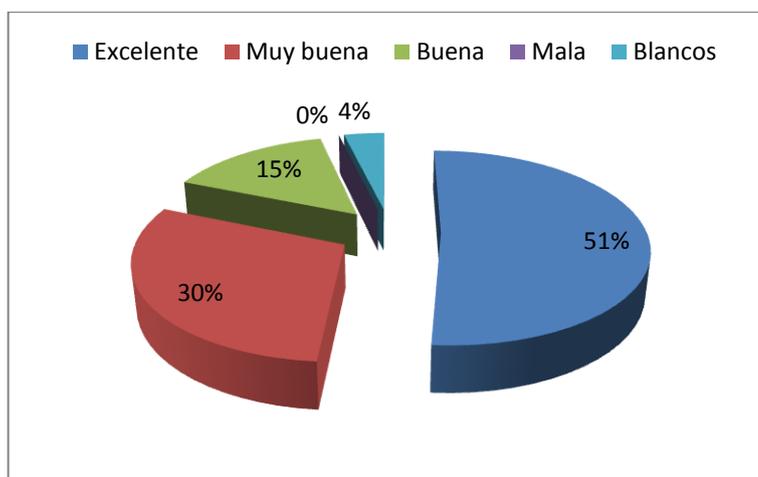
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
EXCELENTE	5	11%
MUY BUENA	10	21%
BUENA	23	49%
MALA	3	6%
BLANCO	6	13%
TOTAL.	47	100



En el estudio realizado a los estudiantes del colegio Universitario representado en este gráfico refleja que el 11% de estudiantes responden que es excelente la comunicación que tienen con su profesor de matemática, el 21% es muy buena, el 49% es buena, el 6% es mala y un 13% son blancos por la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO NACIONAL IBARRA.

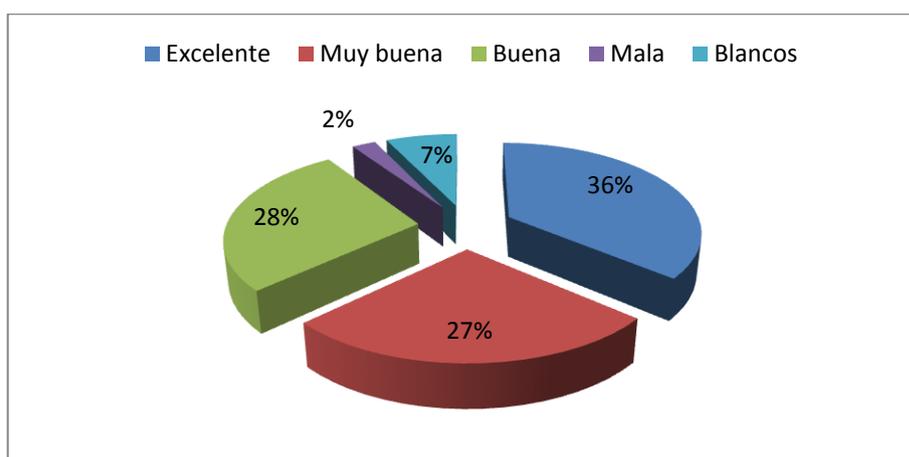
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
EXCELENTE	41	51%
MUY BUENA	24	30%
BUENA	12	15%
MALA	0	0%
BLANCO	3	4%
TOTAL.	80	100



En el estudio realizado a los estudiantes del colegio Nacional Ibarra representado en este gráfico refleja que el 51% de las estudiantes responden que es excelente la comunicación que tienen con su profesor de matemática, el 30% es muy buena, el 15% es buena, el 0% es mala y un 4% son blancos por la ausencia de las estudiantes en el establecimiento.

TOTAL.

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
EXCELENTE	45	36%
MUY BUENA	34	27%
BUENA	36	28%
MALA	3	2%
BLANCO	9	7%
TOTAL.	127	100



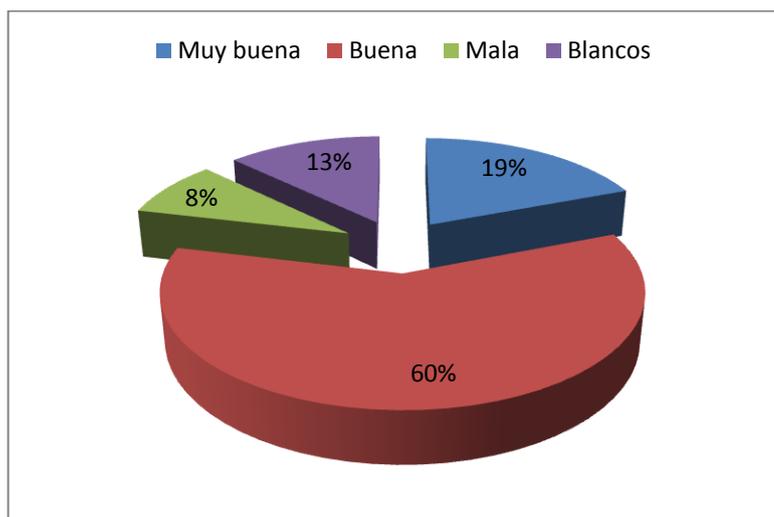
En la recopilación total de los datos de las dos instituciones se observa que el 36% de los estudiantes responden que la relación que tienen con su profesor es excelente, el 27% manifiestan que es muy buena, el 28% responden que es buena, el 2% responden que es mala y el 7% son en blanco debido a que los estudiante no se encontraron en el establecimiento o no respondieron a la pregunta realizada.

En conclusión se determina que la comunicación del profesor con sus estudiantes es excelente talque la relación que establecen es importante para la motivación del estudiante tanto en su estado anímico como académico.

9. La actitud que el profesor de matemática muestra hacia los estudiantes es:

COLEGIO UNIVERSITARIO

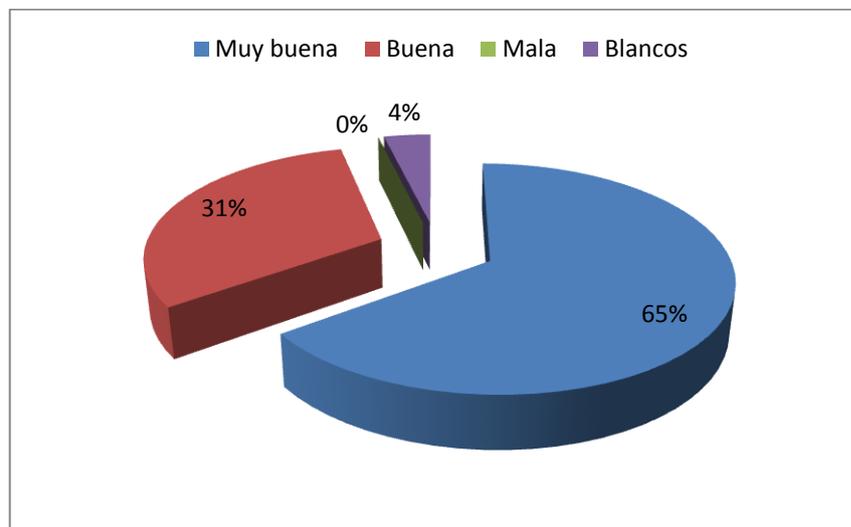
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
MUY BUENA	9	19%
BUENA	28	60%
MALA	4	8%
BLANCO	6	13%
TOTAL.	47	100



En la gráfica ésta pregunta muestra que el 19% de estudiantes del colegio Universitario, responden que la actitud que muestra el profesor de matemática hacia los estudiantes es muy buena, el 60% es buena, el 8% es regular y un 13% son blancos por la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO NACIONAL IBARRA.

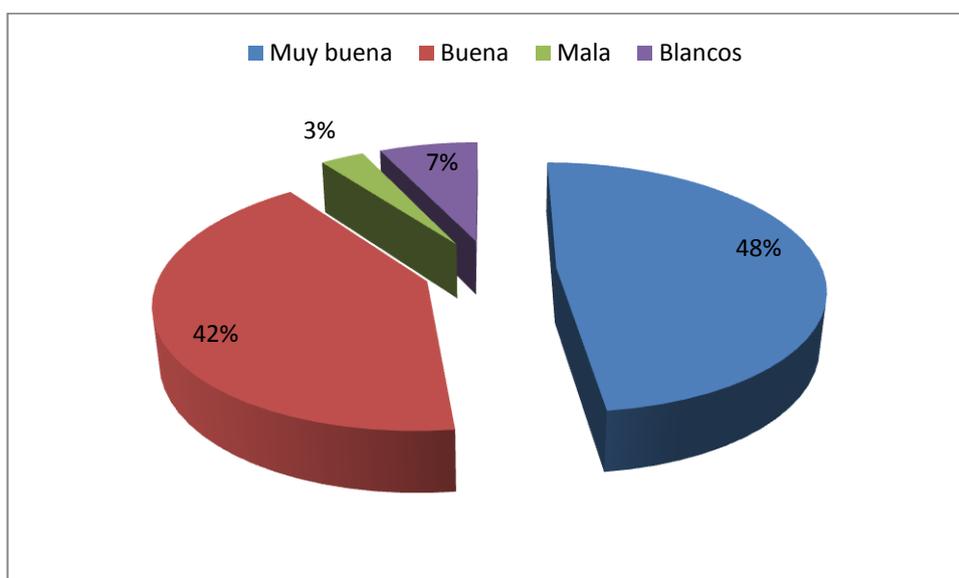
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
MUY BUENA	52	65%
BUENA	25	31%
REGULAR	0	0%
BLANCO	3	4%
TOTAL.	80	100



En la gráfica ésta pregunta muestra que el 65% de estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que la actitud que muestra el profesor de matemática hacia las estudiantes es muy buena, el 31% es buena, el 0% es regular y un 4% son blancos por la ausencia de las estudiantes.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
MUY BUENA	61	48%
BUENA	53	42%
REGULAR	4	3%
BLANCO	9	7%
TOTAL.	127	100



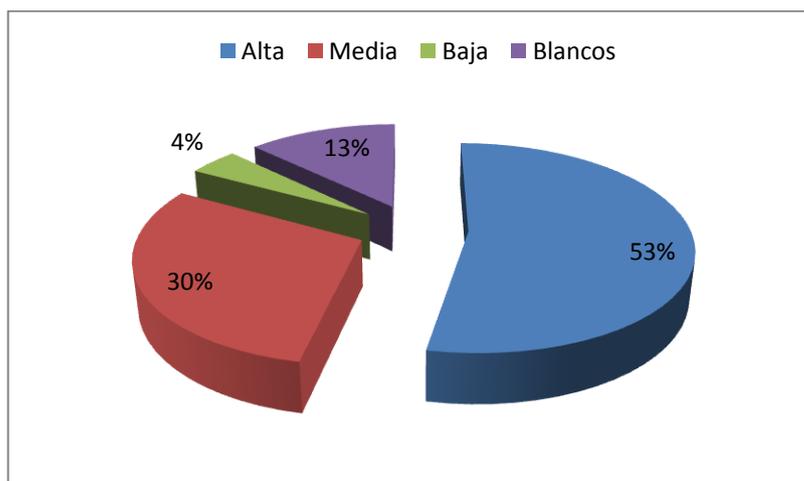
En la recopilación total de los datos de las dos instituciones se observa que el 48% de los estudiantes responden que la actitud que muestra el profesor de matemática hacia sus estudiantes es muy buena, el 42% responden que es buena; el 3% responden que es regular y el 7% son blancos debido a que los estudiante no se encontraron en el establecimiento o no respondieron a la pregunta realizada.

Con éste análisis se determina que la actitud que muestra el profesor de matemática es muy buena siendo la relación de trabajo y amistad entre estudiante y profesor, parte importante del aprendizaje.

10. ¿En qué grado considera usted que su profesor de matemática domina la materia?

COLEGIO UNIVERSITARIO

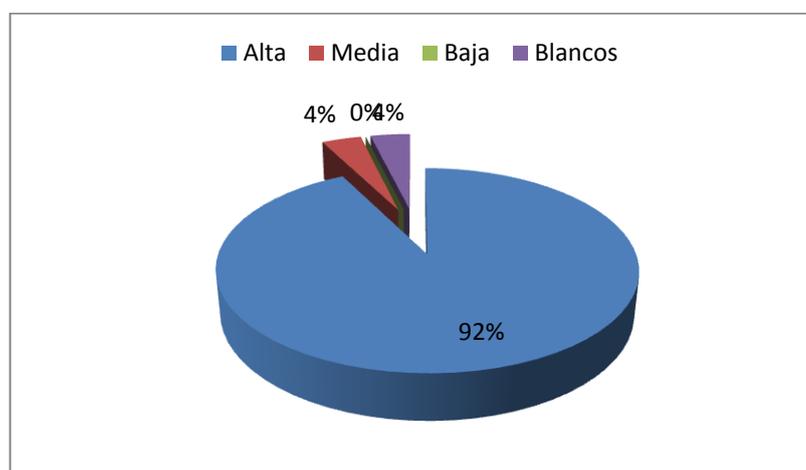
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
ALTO	25	53%
MEDIO	14	30%
BAJO	2	4%
BLANCO	6	13%
TOTAL.	47	100



El 53% de los estudiantes del colegio Universitario responden que el grado de dominio de la materia de matemática por su profesor es alto, el 30% es medio, el 4% es bajo y el 13% son blancos por la ausencia de los estudiantes o por no haber respondido a la pregunta realizada.

COLEGIO NACIONAL IBARRA

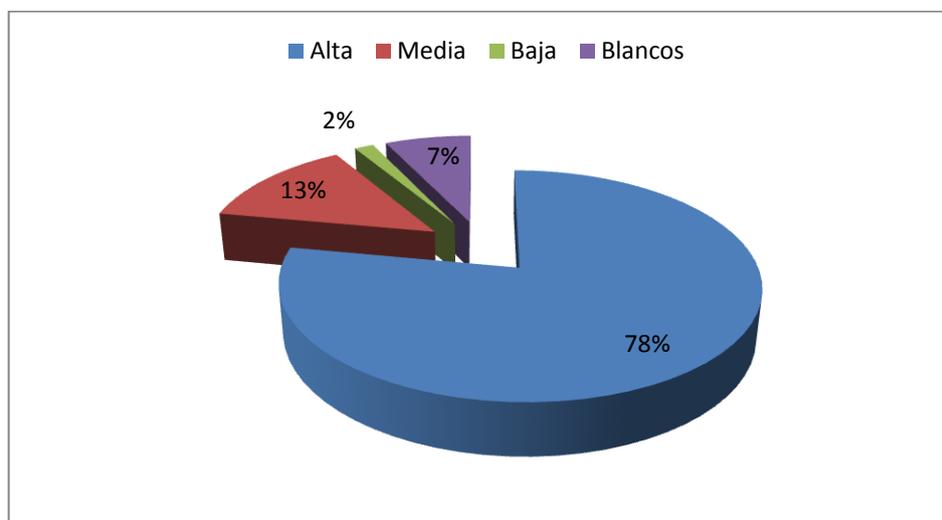
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
ALTO	74	92%
MEDIO	3	4%
BAJO	0	0%
BLANCO	3	4%
TOTAL.	80	100



El 92% de las estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que el grado de dominio de la materia de matemática por su profesor es alto, el 4% es medio, el 0% es bajo y el 4% son blancos por la ausencia de las estudiantes en el establecimiento.

TOTAL.

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
ALTO	99	78%
MEDIO	16	13%
BAJO	3	2%
BLANCO	9	7%
TOTAL.	127	100



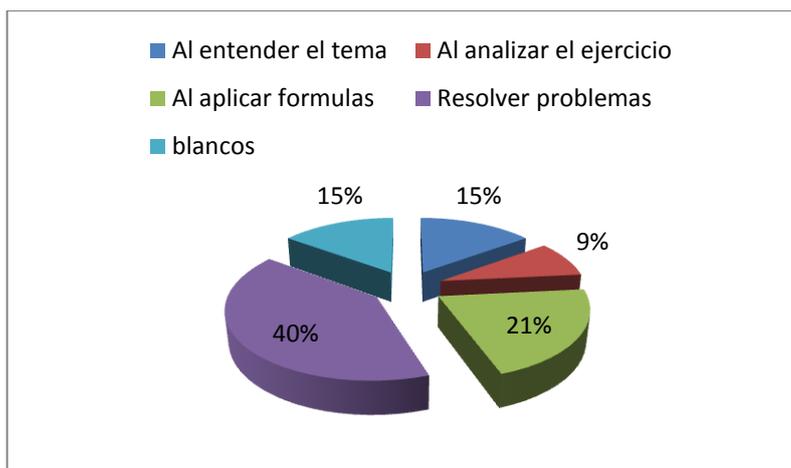
En la recopilación total de datos de las dos instituciones, se observa en la gráfica que el 78% de los estudiantes responden que el grado de dominio de la materia de matemática por su profesor es alto, el 13% responden que es medio, el 2% responden que es bajo y el 7% son en blanco por la ausencia de los estudiantes o por no haber respondido a la pregunta realizada.

Con éste análisis se ha determinado que el dominio que tiene el profesor en la materia es alto y no significa problema para el aprendizaje en los estudiantes.

11. En que presenta usted mayor dificultad

COLEGIO UNIVERSITARIO

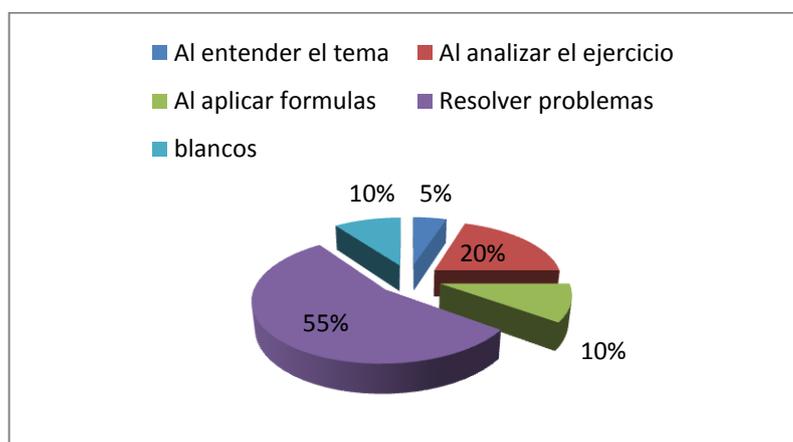
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
AL ENTENDER EL TEMA	7	15%
AL ANALIZAR EL EJERCICIO	4	9%
AL APLICAR LAS FORMULAS	10	21%
RESOLVER PROBLEMAS	19	40%
BLANCOS	7	15%
TOTAL.	47	100



El estudio realizado a los estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Especialidad Físico Matemático del colegio Universitario, representado en éste gráfico refleja que el 15% de los estudiantes al entender el tema presentan mayor dificultad, el 9% presentan problema al analizar el ejercicio, el 21% tienen problema al aplicar las ecuaciones o fórmulas, el 40% al resolver los problemas y el 15% son blancos por la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO NACIONAL IBARRA

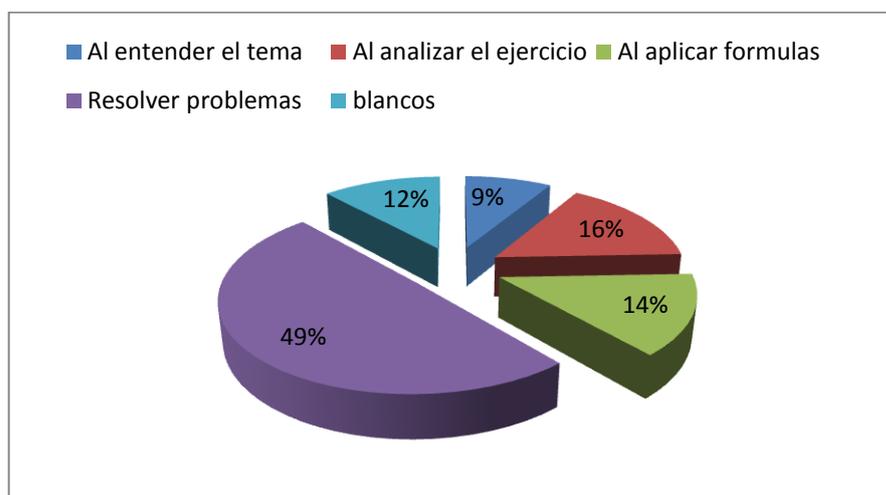
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
AL ENTENDER EL TEMA	4	5%
AL ANALIZAR EL EJERCICIO	16	20%
AL APLICAR LAS FORMULAS	8	10%
RESOLVER PROBLEMAS	44	55%
BLANCOS	8	10%
TOTAL.	80	100



El estudio realizado a los estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Especialidad Físico Matemático del colegio Nacional Ibarra, representado en éste gráfico refleja que el 5% de las estudiantes al entender el tema presentan mayor dificultad, el 20% presentan problema al analizar el ejercicio, el 10% tienen problema al aplicar las ecuaciones o fórmulas, el 55% al resolver los problemas y el 10% son blancos por la ausencia de las estudiantes y por no haber respondió a ésta pregunta.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
AL ENTENDER EL TEMA	11	9%
AL ANALIZAR EL EJERCICIO	20	16%
AL APLICAR LAS FORMULAS	18	14%
RESOLVER PROBLEMAS	63	49%
BLANCOS	15	12%
TOTAL.	127	100



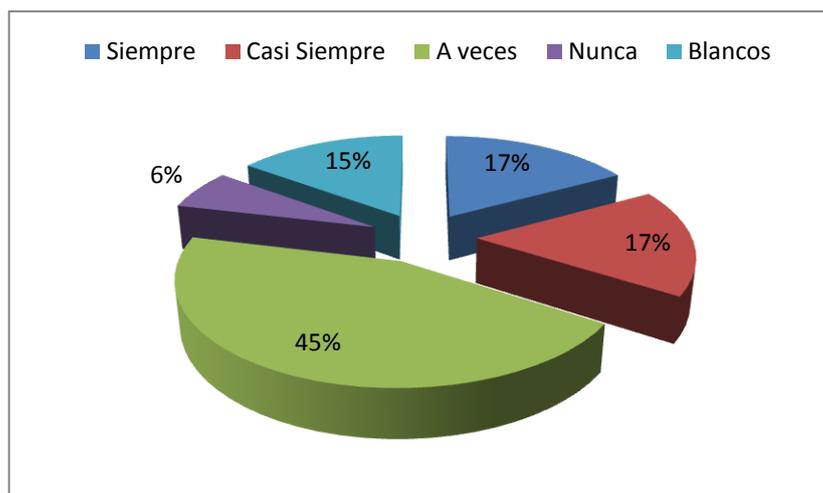
En la recopilación total de datos de las dos instituciones, se observa en la gráfica que el 9% de los estudiantes al entender el tema presentan mayor dificultad, el 16% presentan problema al analizar el ejercicio, el 14% tienen problema al aplicar las ecuaciones o fórmulas, el 49% al resolver los problemas y el 12% son blancos por la ausencia de los estudiantes y por no haber respondió a ésta pregunta.

Con el análisis realizado en la presente gráfica se ha determinado que uno de los problemas en el aprendizaje de la matemática es al momento de analizar y resolver los problemas.

12. Es necesario la presencia de su profesor de matemática para que pueda realizar los ejercicios.

COLEGIO UNIVERSITARIO

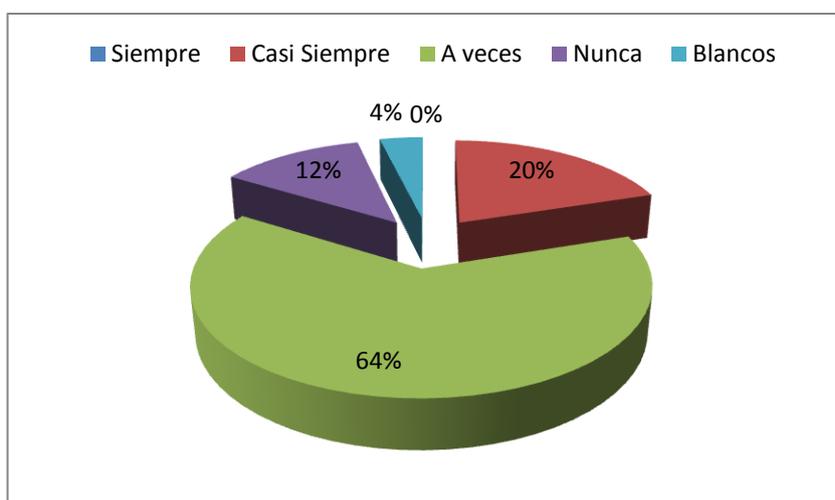
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	8	17%
CASI SIEMPRE	8	17%
A VECES	21	45%
NUNCA	3	6%
BLANCOS	7	15%
TOTAL	47	100



El 17% de los estudiantes del colegio Universitario, responden que siempre será necesario la presencia del profesor de matemática para que pueda realizar los ejercicios, el 17% responden que casi siempre, el 45% a veces, el 6% nunca y el 15% en blanco por la ausencia de los estudiantes.

COLEGIO IBARRA

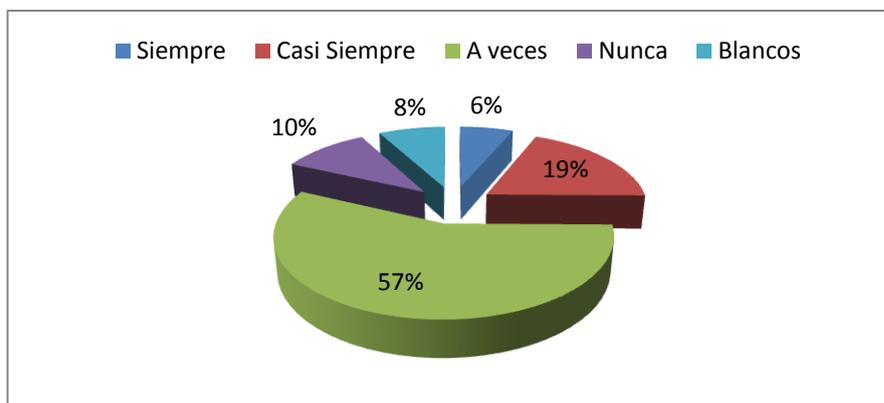
RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	0	0%
CASI SIEMPRE	16	20%
A VECES	51	64%
NUNCA	10	12%
BLANCOS	3	4%
TOTAL	80	100



El 0% de las estudiantes del colegio Nacional Ibarra, responden que siempre será necesario la presencia del profesor de matemática para que pueda realizar los ejercicios, el 20% responden que casi siempre, el 64% a veces, el 12% nunca y el 4% en blanco por la ausencia de las estudiantes.

TOTAL

RESPUESTA	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTEJE
SIEMPRE	8	6%
CASI SIEMPRE	24	19%
A VECES	72	57%
NUNCA	13	10%
BLANCOS	10	8%
TOTAL	127	100



En la recopilación total de datos de las dos instituciones se observa que el 6% de los estudiantes siempre necesitan de la presencia de su profesor de matemática para poder realizar los ejercicios o actividades, el 19% responden que casi siempre necesitan a su profesor para realizar los ejercicios, el 57% de los estudiantes responden que a veces, el 10% responden que nunca y el 8% son en blanco por la ausencia de los estudiantes o por no haber respondido a la pregunta realizada.

Con el análisis realizado en la presente gráfica, se ha demostrado que la seguridad del estudiante no es la suficiente para realizar los ejercicios en forma individual, siendo de ésta manera indispensable la presencia del profesor para que el estudiante pueda realizar con éxito sus tareas.

CAPITULO V

4.1. CONCLUSIONES

- La matemática por ser una materia que necesita de concentración y análisis representa en ciertas ocasiones o a veces problemas y varias dificultades en aspectos como: síntesis y análisis de contenidos, que pueden solucionarse con la práctica y los refuerzos necesarios.
- La metodología y estrategias utilizadas por los profesores de matemática son importantes, le permiten al estudiante desarrollar de mejor manera su aprendizaje, dándole facilidades de estudio y oportunidades de auto aprendizaje.
- El análisis de ejercicios, interpretación de los nuevos temas, ecuaciones y problemas de matemática tratados en el aula, son un problema en el aprendizaje de los estudiantes generando dudas e incomprensión.
- La actitud que tiene el profesor con sus alumnos lleva a crear una relación de amistad y confianza necesaria para que el estudiante se desarrolle tanto en forma personal como intelectual durante su etapa de aprendizaje.
- La influencia que tiene el profesor en sus alumnos es importante ya que transmite seguridad, necesaria para el desarrollo de la independencia cognitiva del estudiante generando en ellos, el auto aprendizaje.

4.2. RECOMENDACIONES

- Se sugiere fomentar en el estudiante la confianza, dándole mayor seguridad y elevando su autoestima, para que desarrolle por sí mismo su aprendizaje y no llegue a depender de otros o de su profesor.

- Se recomienda utilizar actividades que se relacionen con la vida diaria y el entorno, promoviendo el mejor aprendizaje y aplicando lo aprendido en el aula de clase, en el lugar donde se desenvuelven los estudiantes.

- Se sugiere crear espacios o actividades en las que los estudiantes utilicen su razonamiento lógico y logren resolverlos con astucia y agilidad.

- Se recomienda incentivar en los estudiantes la creatividad, para que puedan interpretar o imaginar las situaciones que se presentan en los problemas o ejercicios tratados en el aula de clase.

- Se recomienda mantener actividades en las que participe el profesor con sus estudiantes, actividades que sean creativas, como refuerzo del tema y que llamen la atención, manteniendo la buena relación entre profesor y estudiantes.

CAPITULO VI

5. PROPUESTA ALTERNATIVA

6.1 TEMA

“GUÍA DIDÁCTICA PARA GENERAR UN MEJOR APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO ESPECIALIDAD FÍSICO MATEMÁTICO DE LOS COLEGIOS UNIVERSITARIO “UTN” Y NACIONAL IBARRA, DURANTE EL AÑO LECTIVO 2009-2010”

6.2 JUSTIFICACIÓN

Es importante mencionar que un adecuado aprendizaje de la matemática influye de gran manera en el adolescente, en factores como la actitud y la motivación destacando que en ocasiones una ligera dificultad en el aprendizaje de la matemática acaba afectando al auto concepto, la autoestima, las atribuciones motivacionales, el interés por la tarea, lo que repercute en una disminución de la competencia del estudiante y en un aumento significativo de su dificultad en esta asignatura; por ello, todo profesor, antes de comenzar con la enseñanza de la numeración y las operaciones, deben asegurarse que todos los estudiantes hayan integrado y comprendido estas nociones básicas.

Esta investigación beneficiará a los estudiantes y al cuerpo docente de cada institución, ayudándoles a plantearse de una mejor manera las metodologías que utilizan los profesores, en el momento de iniciar una clase y en el transcurso de la misma; a los estudiantes dándoles nuevas ideas mediante las cuales puedan organizar su tiempo y su estudio,

mediante la práctica de ejercicios y la aplicación de los problemas en el entorno y en su vida diaria.

La presente propuesta se justifica porque en los actuales momentos constituye una necesidad, elaborar recursos didácticos que permitan realizar una enseñanza de la matemática que aporte al desarrollo intelectual de los estudiantes, debido a las evidencias de factibilidad relacionado con el mejoramiento de la calidad de la educación.

Así se expresan los expertos:

RESTREPO B. (1994) que dice: “La calidad del material didáctico en cuanto a su expresión técnica, a su fundamentación teórica y a su contenido y estrategia, dinamiza la innovación potenciando su aporte a la calidad de la educación.”

EB/PRODEC (1996) expone que: “El conocimiento lógico matemático no se puede obtener por la transmisión verbal, lo que mas se puede obtener así es que el estudiante adquiera aspectos mecánicos; saber cómo se hace una suma no significa necesariamente saber sumar.”

Por lo tanto las explicaciones del profesor a toda clase sobre conocimientos matemáticos no son el recurso didáctico idóneo, debido a que el estudiante no siempre tiene la capacidad abstracta suficiente para comprender los conceptos matemáticos a partir solo de las palabras, por lo que el profesor debe emplear recursos didácticos que ayuden a la adquisición de conocimientos y destrezas a los estudiantes.

CALLEJO L. (1998) cuando cita al respecto: “El profesor de matemática necesita disponer, además de recursos para la evaluación, de otros para prestar conceptos y propiedades, para la adquisición de conocimientos y

habilidades por parte de los alumnos, así como para la recuperación y ampliación.”

Desde estos puntos de vista que son muy razonables hemos creído conveniente realizar esta guía que será de gran utilidad para el cambio de las estrategias que utilizan los profesores durante la clase, haciendo más fácil el aprendizaje de la matemática para los estudiantes y dejando a un lado la complejidad de la materia.

6.3 FUNDAMENTACIÓN

6.3.1 Los Conocimientos Matemáticos

Desde el punto de vista educativo, es importante conocer cuáles son las habilidades matemáticas básicas que los estudiantes deben aprender para poder así determinar donde se sitúan las dificultades y planificar su enseñanza. Desde el punto de vista psicológico, interesa estudiar los procesos cognitivos subyacentes a cada uno de estos aprendizajes. Smith y Rivera agrupan en ocho grandes categorías los contenidos que debe cubrir actualmente la enseñanza de las matemáticas elementales a los estudiantes con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas que son las siguientes:

- Numeración
- Habilidad para el cálculo y la ejecución de algoritmos
- Resolución de problemas
- Estimación
- Habilidad para utilizar los instrumentos tecnológicos
- Conocimiento de las fracciones y los decimales
- La medida
- Las nociones geométricas

La perspectiva histórica nos muestra que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua, relacionados con otros conocimientos y con un importante carácter aplicado.

Los diferentes sistemas de numeración evolucionan paralelamente a la necesidad de buscar formas de notación que permitan agilizar los cálculos. Las estadísticas tienen su origen en la elaboración de los primeros censos demográficos.

Los factores de riesgo son una serie de variables que aumentan la probabilidad de que se produzcan dificultades. La vulnerabilidad y el grado de resistencia ante las adversidades y los problemas varían de unos individuos a otros.

6.4 OBJETIVOS

6.4.1. Objetivo General.

Proporcionar a los profesores y estudiantes una herramienta práctica aplicada en el estudio de la matemática, mediante la solución de actividades motivacionales, cuestionarios y ejercicios para que de esta manera el estudiante pueda aplicar lo aprendido en el aula de clase y llegar a ser independiente en las actividades que realice.

6.4.2. Objetivos específicos

- Seleccionar conceptos específicos, características, reglas, actividades motivacionales y cuestionarios relacionados con el desarrollo de cada uno de los temas que contiene la guía, para que puedan ser utilizados en la resolución de ejercicios y problemas.

- Elaborar actividades motivacionales, cuestionarios y ejercicios para que los estudiantes se motiven, desarrollen el razonamiento lógico y apliquen los conocimientos adquiridos en clase.
- Socializar la guía elaborada con los profesores de matemática, para dar a conocer el trabajo realizado.

6.5 UBICACIÓN SECTORIAL Y FÍSICA

La siguiente investigación se la realizará en los colegios UNIVERSITARIO “UTN” ubicado en la Av. Jesús Yerovi y Ulpiano de la Torre y NACIONAL IBARRA situado en la Av. Mariano Acosta 1427, de la ciudad de Ibarra.

6.6 Desarrollo de la propuesta

La propuesta de la elaboración de la presente guía tendrá las siguientes componentes:

TÍTULO O TEMA.

OBJETIVOS

DESARROLLO.

Además se aplicara los siguientes puntos:

Paso 1: ACTIVIDAD MOTIVACIONAL Y PRERREQUISITOS.

Al iniciar cada clase, se debe realizar las dos actividades para que el estudiante ejercite su razonamiento y se ponga en práctica sus conocimientos previos.

Paso 2: CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO.

En este paso se debe escuchar las orientaciones del maestro, quien indicara la metodología de trabajo y las técnicas activas a emplearse.

Paso 3: TALLER DE COEVALUACIÓN.

Este paso es importante porque luego de haber construido el propio conocimiento en los estudiantes se debe desarrollar un taller de coevaluación, apoyándose en sus compañeros y compartiendo criterios en un trabajo grupal.

Paso 4: REFUERZO.

Es una actividad complementaria de cada clase, en la cual se desarrolla ejercicios y problemas propuestos.

Paso 5: EVALUACION.

Este paso permite verificar si los estudiantes aprendieron la forma correcta de aplicación de ejercicios y la solución de ejercicios.

6.7 IMPACTO

Lo que se quiere llegar a alcanzar con los estudiantes es, que ellos mediante la práctica y el ejercicio, mejoren sus capacidades matemáticas, tomando muy en cuenta aquellos aspectos metodológicos que sus maestros utilizan y de esta manera, lograr que los estudiantes mejoren notablemente en el aspecto académico y se sientan con mayor confianza de poder realizar cualesquier tipo de ejercicio y encontrarle una solución al mismo, elevando su estado de ánimo e influyendo en el estudiante mayor confianza, además de que esta guía no solo pueda ser utilizada por el estudiante, sino también por los profesores ya que son ellos quienes infunden en primera instancia el ánimo y le ayudan al desarrollo de las destrezas matemáticas en el estudiante.

6.7 DIFUSIÓN.

Todo trabajo realizado necesita darse a conocer y el dar a conocer la propuesta de guía que puede ayudar al estudiante a mejorar su aprendizaje es importante, ya que de esta manera se recibe opiniones que ayudan y aportan de manera constructiva al mejoramiento y ejecución, tanto en la parte teórica como práctica, así como también se recibe recomendaciones de aquellas personas que llevan mayor tiempo en esta profesión y saben que es lo que necesita el estudiante para desenvolverse y desarrollarse de mejor manera en su aprendizaje.

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE.
FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y
TECNOLOGÍA**

**GUÍA PARA
MEJORAR EL APRENDIZAJE
DE LA
MATEMÁTICA**

PRESENTACIÓN.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, desde siempre ha constituido una tarea poco fácil para los docentes y difícil para los estudiantes. Esto debido a la falta de predisposición que manifiestan los educandos a la asignatura, pues lo consideran muy árida y sin ningún atractivo.

A lo anterior se une problemas como: el hecho de no existir una sistematización en la estructuración de los conceptos matemáticos y por ende el escaso desarrollo de su didáctica; la carencia de material concreto que permita la realización de actividades lúdicas y la utilización de la matemática recreativa. Esto ha llevado a la mecanización de los procesos que nada contribuye al logro de uno de los objetivos de la reforma curricular, el desarrollo de la inteligencia.

El propósito es que el estudio de la matemática, se constituya en una actividad que tenga instantes recreativos que la apropiación de los contenidos por parte del estudiante sea de manera sencilla, elemental y concreta, transformándolos en instrumentos de utilización en su vida diaria y sobre todo, pueda alcanzar un gran desarrollo de la inteligencia y el pensamiento lógico.

Se espera que esta guía aporte significativamente en la labor diaria del maestro y sus alumnos, contribuyendo de esta manera a superar las dificultades del aprendizaje de la matemática en los estudiantes del primer año de bachillerato.

INDICE GENERAL

<u>FUNCIONES Y SUS GRÁFICOS</u>	93
<u>1.1. Relaciones</u>	94
<u>1.2 Definición de Función</u>	103
<u>1.3. Determinación del Dominio y Rango</u>	112
<u>1.4 Modelación mediante Funciones</u>	117
<u>1.5 Construcción de gráficos de Funciones</u>	125
<u>1.6 Simetría de una función</u>	132
<u>1.7 Monotonía de una Función</u>	136
<u>1.8 Descripción de Funciones</u>	141
<u>1.9 Clasificación de las funciones</u>	145
<u>FUNCIONES LINEALES</u>	146
<u>2.1 Función Lineal</u>	146
<u>2.2. Pendiente de una Recta</u>	149
<u>2.3. Intersecciones de una Recta</u>	158
<u>2.4. Diversas formas de la ecuación de la recta</u>	170
<u>2.5. rectas paralelas y perpendiculares</u>	180

RELACIONES, FUNCIONES Y GRÁFICAS

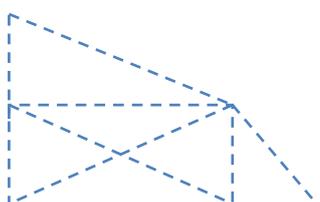


RELACIONES.

OBJETIVO.

Comprender la simbología, los principios, leyes y propiedades de las relaciones, los campos donde se puedan aplicar y las particularidades que tiene la amplia gama de las relaciones.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



OBSERVADOR ESTRATÉGICO.

Observa el gráfico con atención y anota el número de triángulos que puedes encontrar.



PRERREQUISITOS.

1.-Un par ordenado está constituido por:

- () Dos componentes $(x; y)$
- () Cuatro componentes $(v; w; x; y)$
- () Tres componentes $(x; y; z)$

2.-Halle el producto cartesiano $M \times N$, si $M = \{c, d\}$ y $N = \{e, f, g\}$

Simbólicamente:

$$M \times N = \{(;) (;) (;) (;) (;) (;)\}$$

3.-Cuál es el significado de las siguientes simbologías.

/ Significa: -----.

< Significa: -----.

> Significa: -----.

\leq Significa: -----.

\wedge Significa: -----.

RELACIONES.

PAR ORDENADO.

Es una pareja de números $(x; y)$ que guardan un orden estricto, organizados de tal manera que (x) es la primera componente y (y) es la segunda componente del par ordenado.

Cuando se originan dos conjuntos a partir de un criterio general, se genera una **relación o asociación** entre sus elementos.

Ejemplo.

- *Criterio general: Países y sus capitales.*
- *Conjuntos generados :* $A = \{\text{Países}\}$ $B = \{\text{Capitales}\}$

Realicemos una extensión de estos conjuntos restringiéndolos a los países del Pacto Andino, así:

$A = \{\text{Venezuela, Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia}\}$

$B = \{\text{Caracas, Bogotá, Quito, Lima, Sucre}\}$

Al establecer una relación entre el país y su capital, tenemos:

$PC = \left\{ \begin{array}{l} (\text{Venezuela ; Caracas})(\text{Colombia ; Bogotá})(\text{Ecuador ; Quito}) \\ (\text{Perú ; Lima})(\text{Bolivia ; Sucre}) \end{array} \right\}$

De acuerdo con este concepto podemos afirmar que $(x; y) \neq (y; x)$

*Los elementos de un par ordenado representan cantidades numéricas se ha establecido una diagramación a través del **Plano Cartesiano**.*

PLANO CARTECIANO.

Para representar un par ordenado $(x; y)$ se usa un sistema o plano cartesiano que consta de:

- *2 rectas perpendiculares.*

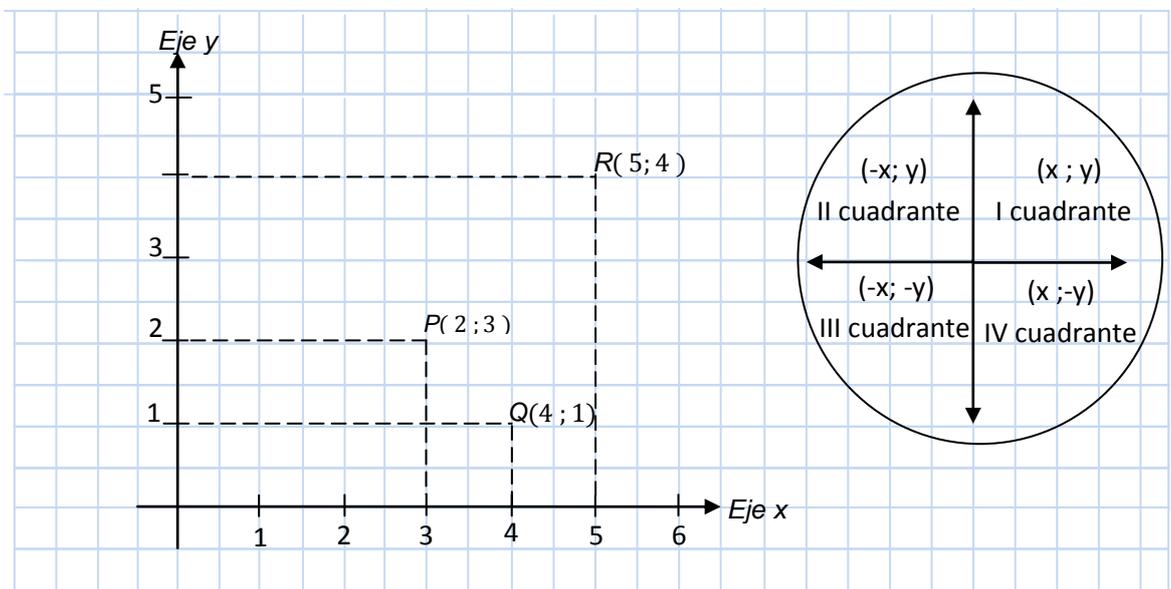
- 1 recta horizontal abscisa o eje X
- 1 recta vertical o eje Y

Para ubicar un par ordenado cualquiera se trazan paralelas a los ejes desde los puntos situados. La intersección de estas rectas corresponden al par $(x; y)$.

Ejemplo:

Representar en un plano cartesiano los siguientes pares ordenados:

$P(2;3)$; $Q(4;1)$; $R(5;4)$



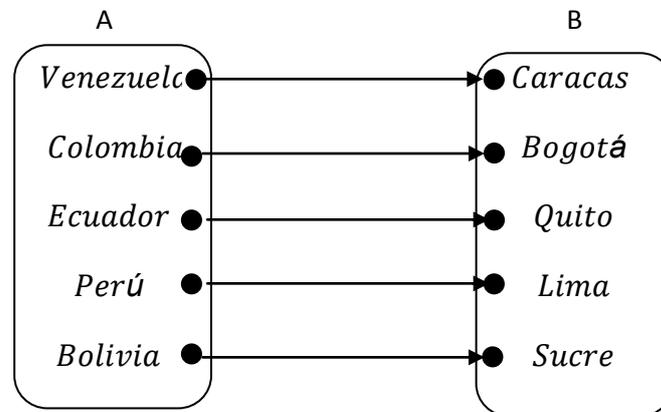
PRODUCTO CARTESIANO.

El producto cartesiano de dos conjuntos es otro conjunto formado por los pares ordenados relacionados a través de un criterio, en donde el primer componente pertenece al primer conjunto y el segundo componente pertenece al segundo conjunto.

Retomemos el ejemplo de la relación o asociación anterior. Se ha planteado un conjunto y como consecuencia de este se ha generado otro, a través de un criterio, así:

$A = \{Venezuela, Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia\}$

$B = \{Caracas, Bogotá, Quito, Lima, Sucre\}$



Al relacionar los elementos del primer conjunto con los elementos del segundo conjunto a través del criterio $f(R)$, obtenemos un tercer conjunto así:

$$A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (Venezuela ; Caracas) (Colombia ; Bogotá) (Ecuador ; Quito) \\ (Perú ; Lima) (Bolivia ; Sucre) \end{array} \right\}$$

No siempre el criterio que relaciona a dos conjuntos y que genera los pares ordenados del producto cartesiano tiene una correspondencia específica, a veces puede suceder que a un elemento del primer conjunto le correspondan dos o más elementos del segundo conjunto.

Ejemplo:

Si $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{a, b, c\}$. Encuentra $A \times B$ y $B \times A$

$$A \times B = \{(1, a)(1, b)(1, c)(2, a)(2, b)(2, c)(3, a)(3, b)(3, c)\}$$

$$B \times A = \{(a, 1)(a, 2)(a, 3)(b, 1)(b, 2)(b, 3)(c, 1)(c, 2)(c, 3)\}$$

PRODUCTO CARTESIANO

Existen algunas formas de representar un producto cartesiano, para el efecto partiremos de un ejemplo, así:

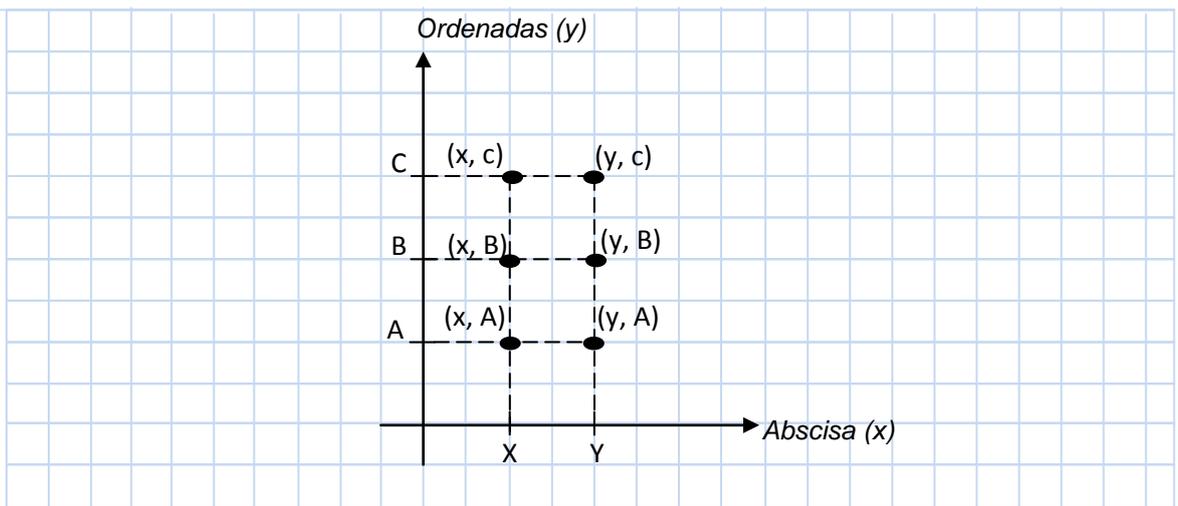
Si $M = \{x, y\}$ y $N = \{A, B, C\}$, hallar $M \times N$ y representar gráficamente.

$$M \times N = \{(x; A)(x; B)(x; C)(y; A)(y; B)(y; C)\}$$

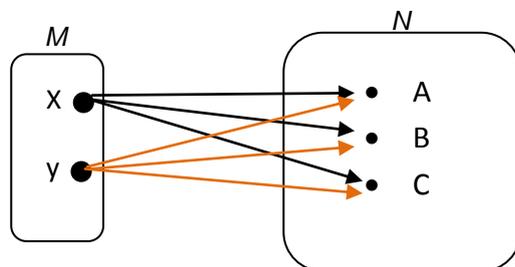
representamos el producto cartesiano de diferentes formas:

1.- PLANO CARTESIANO.

A los elementos de M les asignamos las abscisas y a los elementos de N les asignamos a las ordenadas.



2.- DIAGRAMA DE FLECHAS O SAGITAL.



Es importante comprender que se puede formar un producto cartesiano a partir de un solo conjunto, así:

Sea $V = \{a, e, o\}$, hallar $V \times V$ y representar gráficamente.

$$V \times V = \{(a; a)(a; e)(e; o)(e; a)(e; e)(e; o)(o; a)(o; e)(o; o)\}$$

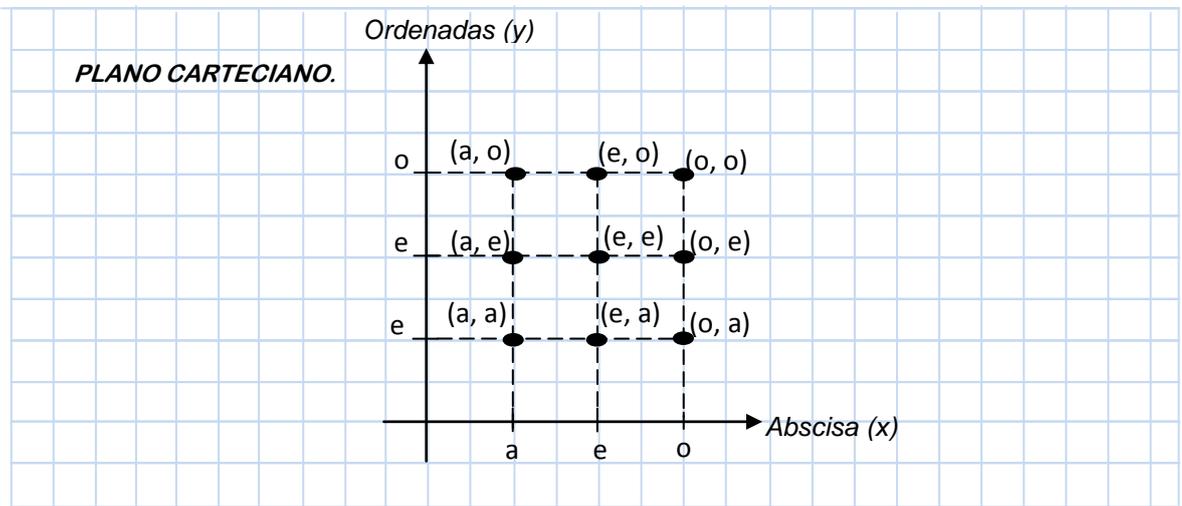
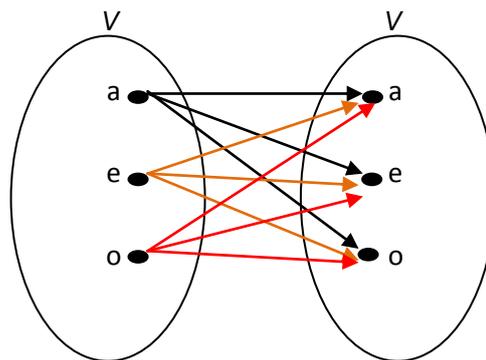


DIAGRAMA DE FLECHAS O SAGITAL.



RELACIONES.

Quando se comparan dos elementos de dos conjuntos a través de un criterio f (R) perfectamente definido, entonces se establece una **relación** de correspondencia

Quando se establece una relación de correspondencia el primer conjunto se llama **conjunto de partida**, el otro conjunto se llama **conjunto de llegada**.

En un conjunto las dos primeras componentes de los pares ordenados se llaman **dominio (D)** y las segundas componentes se llaman **Rango o Codominio**.

Ejemplo 1.

Si $A = (0, 1, 2, 3)$ y $B = (1, 3, 5, 7)$; determina el dominio y el codominio a través de $f(R) = n+1$.

Si determinamos $A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (0; 1)(0; 3)(0; 5)(0; 7)(1; 1)(1; 3)(1; 5)(1; 7) \\ (2; 1)(2; 3)(2; 5)(2; 7)(3; 1)(3; 3)(3; 5)(3; 7) \end{array} \right\}$

Con $f(R) = n+1$: $R = \{(0; 1)(2; 3)\}$

Dominio de $R = \{0, 2\}$

Rango de $R = \{1, 3\}$

Conjunto de partida $A = (0, 1, 2, 3)$

Conjunto de llegada $B = (1, 3, 5, 7)$.

Ejemplo 2.

Si $A = (0, 1, 2, 3)$ y $B = (0, 2, 4, 8)$; determina el dominio y el codominio a través de $f(R) = 2n$.

Si determinamos $A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (0; 0)(0; 2)(0; 4)(0; 8)(1; 0)(1; 2)(1; 4)(1; 8) \\ (2; 0)(2; 2)(2; 4)(2; 8)(3; 0)(3; 2)(3; 4)(3; 8) \end{array} \right\}$

Con $f(R) = 2n$: $R = \{(0; 0)(2; 4)\}$

Dominio de $R = \{0, 2\}$

Rango de $R = \{0, 4\}$

Conjunto de partida $A = (0, 1, 2, 3)$

Conjunto de llegada $B = (0, 2, 4, 8)$.

TALLER DE COEVALUACIÓN

1. Para los conjuntos $A = (2, 4, 6)$ y $B = (1, 3)$, determine el producto cartesiano $A \times B$ y representarlo gráficamente.

2. Halle el producto cartesiano $A \times B$ definido entre los conjuntos: $A = (6, 8, 4)$ y $B = (3, 5)$, determine el dominio y el rango a través de $f(R) = x >$ y componentes del par ordenado.

3. Si $A = (0, 1, 2)$ y $B = (1, 3, 5)$; determina el dominio y el rango a través de $f(R) = 2n+1$.

REFUERZO.

Para los conjuntos $M = (4, 6, 8)$ y $N = (3, 5)$, determina el producto cartesiano determinado por $M \times N$ y representa gráficamente.

Para los conjuntos $P = \{4, 6\}$ y $Q = \{a, e, i, o, u\}$, halla el producto cartesiano indicado.

$P \times Q$ $Q \times P$ $P \times P$ $Q \times Q$

Represente las siguientes relaciones en un sistema cartesiano.

$$A = \{(1; 1)(-2; 1)(3; 5)(-3; 7)(-5; 8)\}$$

$$B = \{(-1; 1)(2; 2)(3; -3)(-4; 4)\}$$

$$C = \{(1; 2)(3; 4)(5; 6)(8; 7)\}$$

$$D = \{(a; b)(c; d)(e; f)(b; a)\}$$

$$E = \left\{ \left(-\frac{1}{2}; 0\right) (0; 0)(3; 4)(-2; -1) \right\}$$

$$F = \left\{ (a; -a)(b; -b)(-c; c) \left(-\frac{d}{2}; d\right) \right\}$$

Representa en un diagrama sagital el producto cartesiano $K \times L$, si $K = \{-4, 1, 3\}$ y $L = \{-2, 0, 2, 4\}$.

Si se tiene el producto cartesiano $P \times Q = \{(0; 3)(0; 5)(3; 3)(3; 5)\}$, halla los conjuntos de los factores P y Q .

Si $A = \{2, 3\}$, $B = \{1, 4, 5\}$ y $C = \{2, 5\}$, halla simbólicamente:

$$A \times B \quad B \times C \quad A \times C \quad A \times (B \times C) \quad B \times (A \times C).$$

Halla el producto cartesiano y representa gráficamente en un sistema de coordenadas $(x; y)$ las relaciones $X R Y$ dadas por las respectivas igualdades. Luego escribe el conjunto del dominio y del rango.

$$y = x - 8; \text{ si } X = \{-4, -3, -2, 0, 3, 4\} \text{ y } Y = \{-2, 2, 4, 8, 15\}$$

$$y = x - 2; \text{ si } X = \{-2, 0, 1, 2\} \text{ y } Y = \{-1, 0, 2, 4, 5\}$$

$$y = x + 1; \text{ si } X = \{4, 8, 10\} \text{ y } Y = \{3, 4, 5, 11\}$$

$$y = x - 2; \text{ si } X = \{-4, 0, 3\} \text{ y } Y = \{-6, -2, 0, 1\}$$

$$y = -x + 2; \text{ si } X = \{-5, 0, 3, 4\} \text{ y } Y = \{-7, 2, -2\}$$

$$y = \frac{6}{x}; \text{ si } X = \{-3, -1, 2\} \text{ y } Y = \{-6, -2, 3\}$$

$$y = \frac{12}{x}; \text{ si } X = \{-4, -2, 1, 3, 6\} \text{ y } Y = \{-3, -2, -1, 2, 4, 12\}$$

FUNCIONES.

OBJETIVO.

Identificar el conjunto de partida, el conjunto de llegada, dominio y rango de una función.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



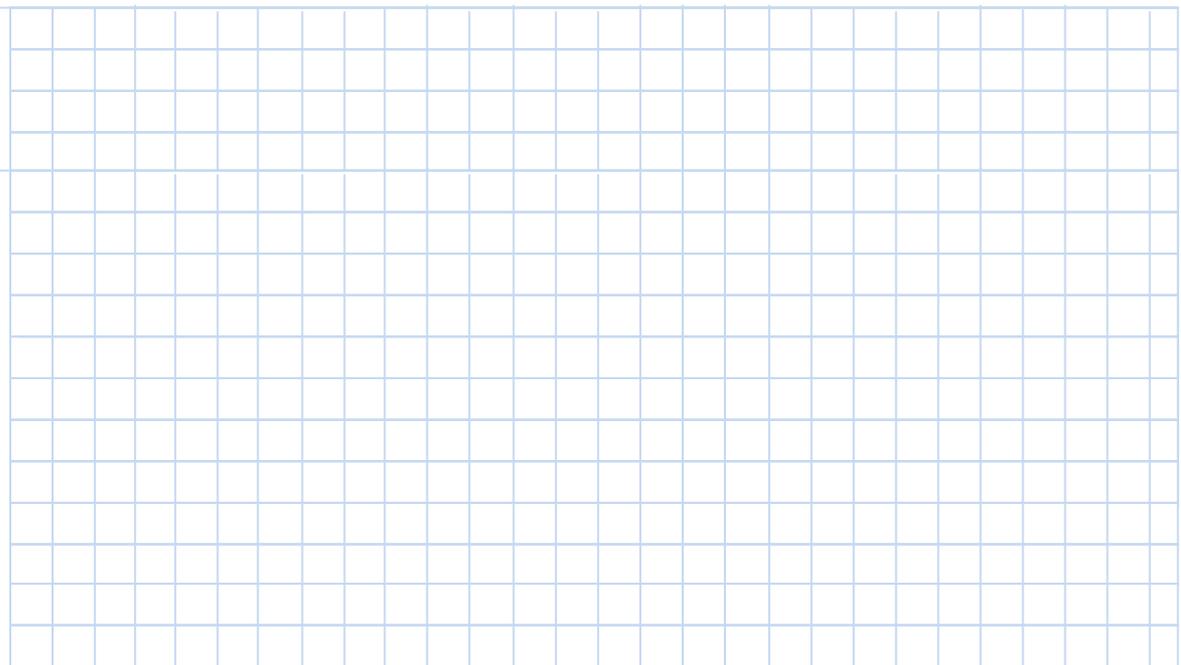
PARA PENSAR

Con cuatro palillos se ha formado una pala como se muestra en la figura, mover dos palillos de tal manera que la basura quede



PRERREQUISITOS.

Par los conjuntos $X = \{2,4,6\}$ y $Y = \{1,2,3,4,5\}$, determina el producto cartesiano y grafica la relación $X R Y$, donde el doble de la primera componente es la es la segunda componente del par ordenado. ($y=2x$).



FUNCIONES.

Cuando se establece una correspondencia entre dos conjuntos definidos a través de $f(R)$ y si a cada elemento del conjunto de partida le corresponde un solo elemento del conjunto de llegada, entonces la relación se llama función.

Podemos entonces afirmar que toda correspondencia unívoca, define a una función.

NOTACIÓN.

Para denotar que un conjunto B está en función de otro conjunto A por medio de una relación definida, usamos:

$$\begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & B \\ f(x) & \longrightarrow & y=x+1 \end{array}$$

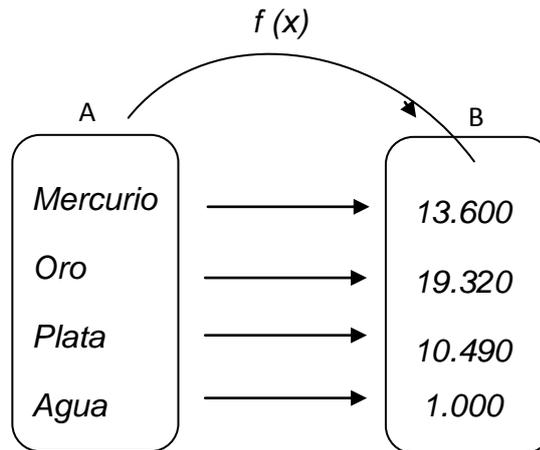
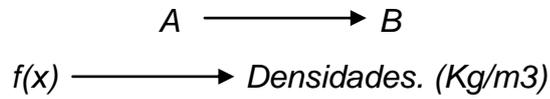
Ejemplo.

A continuación se muestra una tabla que relaciona algunos cuerpos y el valor de su densidad.

CONJUNTO A CUERPOS.	CONJUNTO B DENSIDADES kg/m^3
MERCURIO	13.600
COBRE	8.960
HIERRO	7.870
NÍQUEL	8.900
ORO	19.320
PLATA	10.490
PLOMO	11.340
URANIO	19.100
AGUA	1.000

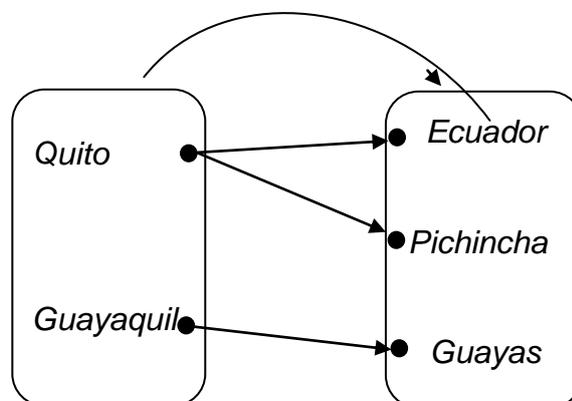
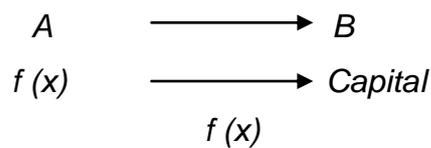
$$\begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & B \\ f(x) & \longrightarrow & \text{Densidades.} \end{array}$$

De esta tabla tomaremos, 4 cuerpos y los relacionaremos con esos valores mediante:



La densidad como otras propiedades de los cuerpos son específicas, por eso como muestra el diagrama sagital, de todos los elementos de A, sale una flecha hacia B.

b) Observa el siguiente diagrama y determina si la relación es una función.



Observe que el elemento “Quito” del conjunto de salida A, le corresponde dos elementos del conjunto de llegada B, definida según la función.

Para este caso la relación de correspondencia no representa una función, ya que no cumple con la condición de tener un solo elemento de la correspondencia o **imagen**.

Todo elemento de una función A en B debe tener una imagen, en caso contrario la correspondencia tampoco es función.

La expresión $A \rightarrow B$ definida por $f(x) \rightarrow x+1$.

Implica una relación matemática que indica que una variable se encuentra en función de otra y que además el conjunto de partida se encuentra restringido a un conjunto A

Para simplificar este proceso adoptaremos la forma $f(x)$ “f de equis” para denotar una función.

Al asignar los valores a la variable independiente (x), se encuentra un valor para $f(x)$ o “y” que también se llama variable dependiente.

Ejemplo.

- Encontrar los pares ordenados que genere $f(x) = x+1$.

Para este efecto construimos una tabla de valores y encontramos los pares ordenados así:

$$f(x) = x+1.$$

$$y = x+1.$$

x	y
-2	-1
-1	0
0	1
1	2
2	3
3	4

→ $y_1 = (-2) + 1 = -1$

→ $y_2 = (-1) + 1 = 0$

→ $y_3 = (0) + 1 = 1$

→ $y_4 = (1) + 1 = 2$

→ $y_5 = (2) + 1 = 3$

→ $y_6 = (3) + 1 = 4$

La función $f(x)$ genera a su vez la relación R_1

$$R_1 = \{(-2, -1)(-1, 0)(0, 1)(1, 2)(2, 3)(3, 4)\}$$

Por tanto:

El dominio de $f(x) = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

El rango de $f(x) = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES.

Una función se puede expresar mediante un texto o una ecuación algebraica.

REPRESENTACIÓN MEDIANTE UN TEXTO.

Es una descripción escrita en la que se indica de manera cualitativa cómo se relacionan dos cantidades.

Ejemplo. La expresión:

“El salario de un obrero es de 15 dólares diarios.”

Es una expresión que relaciona al número de días trabajados y el salario percibido.

REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA.

Una función se puede representar algebraicamente si las magnitudes están relacionadas entre si por una ecuación.

Dicha ecuación contiene las magnitudes y las operaciones aritméticas que se deben realizar para obtener el resultado: suma, resta, productos, divisiones, potencias, etc.

Para expresar una función se debe escribir la regla correspondencia en la forma:

$$y = f(x)$$

Misma que se lee “y en función de x”

X representa la variable independiente, mientras que (y) representa la variable dependiente.

Ejemplo. *“El salario de un obrero es de 15 dólares diarios.”*

$$y = 15x$$

Donde (x) representa el número de días de trabajo.

Donde (y) representa el dinero que el obrero recibirá por trabajar x días.

Si el obrero trabajó 10 días, entonces recibirá $15 \times 10 = 150$ dolares.

NOTA.

La ventaja de esta forma de representar son su brevedad y la posibilidad de calcular valores de la función par cualquier valor de la variable independiente.

EVALUACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

El proceso de evaluación de una función consiste en la sustitución del argumento de la función por un valor numérico o una expresión algebraica y la simplificación de los términos resultantes para hallar la expresión final reducida.

Ejemplo1.

Dada la función $f(x) = -x^2 + 4x + 1$, hallar:

a) $f(2)$ b) $f(t-1)$ c) $f(\sqrt{x})$ d) $f(2-\sqrt{5})$

Solución.

a) Reemplazando X por 2 en $f(x) = -x^2 + 4x + 1$, se obtiene:

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1$$

$$f(2) = -(2)^2 + 4(2) + 1$$

$$f(2) = -4 + 8 + 1$$

$$f(2) = 5$$

b) Reemplazando X por $(t-1)$ en $f(x) = -x^2 + 4x + 1$, se obtiene:

$$f(t-1) = -x^2 + 4x + 1$$

$$f(t-1) = -(t-1)^2 + 4(t-1) + 1$$

$$f(t-1) = -(t^2 - 2t + 1) + 4t - 4 + 1$$

$$f(t-1) = -t^2 + 2t - 1 + 4t - 4 + 1$$

$$f(t-1) = -t^2 + 6t - 4$$

c) Reemplazando X por (\sqrt{x}) en $f(x) = -x^2 + 4x + 1$, se obtiene:

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1$$

$$f(\sqrt{x}) = -(\sqrt{x})^2 + 4(\sqrt{x}) + 1$$

$$f(\sqrt{x}) = -x + 4\sqrt{x} + 1$$

d) Reemplazando X por $(2-\sqrt{5})$ en $f(x) = -x^2 + 4x + 1$, se obtiene:

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1$$

$$f(2-\sqrt{5}) = -(2-\sqrt{5})^2 + 4(2-\sqrt{5}) + 1$$

$$f(2-\sqrt{5}) = -(4 - 4\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2) + 4(2-\sqrt{5}) + 1$$

$$f(2-\sqrt{5}) = -4 + 4\sqrt{5} - 5 + 8 - 4\sqrt{5} + 1$$

$$f(2-\sqrt{5}) = -4 + 4\sqrt{5} - 5 + 8 - 4\sqrt{5} + 1$$

$$f(2-\sqrt{5}) = 0$$

Ejemplo2.

Si $f(x+4) = x^2 + 3x$, hallar $f(a+1)$

Solución.

$$Z = x+4 \longrightarrow x = z - 4.$$

Para definir la función $f(x)$, sustituimos $z = x + 4$; en la igualdad $f(x+4) = x^2 + 3x$ de manera que resulta:

$$f(x+4) = x^2 + 3x$$

$$f(z) = (z - 4)^2 + 3(z - 4)$$

$$f(z) = z^2 - 8z + 16 + 3z - 12$$

$$f(z) = z^2 - 5z + 4$$

Entonces ya tenemos una segunda función $f(x) = x^2 - 5x + 4$, por lo que reemplazamos en la variable independiente por $f(a+1)$

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$f(a+1) = (a+1)^2 - 5(a+1) + 4$$

$$f(a+1) = a^2 + 2a + 1 - 5a - 5 + 4$$

$$f(a+1) = a^2 - 3a$$

TALLER DE COEVALUACIÓN

Encontrar los pares ordenados que genere $f(x)$; determina el rango y el dominio de las siguientes funciones.

$$A \rightarrow B$$

$$f(x) \rightarrow x - 3$$

$$A \rightarrow B$$

$$f(x) \rightarrow x^3 + 2x - 1$$

En la siguiente función, que se puede representar algebraicamente, indique cual es la variable independiente y cual es la variable dependiente.

La renta mensual de un departamento es de 250\$. Usted lo rentó por un año.

En el siguiente ejercicio evalúe la función en los valores de la variable independiente indicada y simplifique.

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$f\left(\frac{2x}{3}\right)$$

Si $f(x+4) = x^2 + 3x$, hallar $f(b-1)$.

REFUERZO.

Mediante un diagrama sagital represente los siguientes pares ordenados, determine si son funciones e identifique el dominio y el rango.

- a) $\{(2,11)(4,15)(5,21)(1,9)\}$
- b) $\{(14,5)(5,5)(1,5)(2,5)\}$
- c) $\{(-7,3)(-2,1)(-2,4)(0,8)\}$
- d) $\{(1,4)(1,5)(1,8)(1,9)\}$
- e) $\{(-2,2)(-1,1)(0,0)(1,1)(2,2)\}$
- f) $\{(5,0)(3,-1)(0,0)(5,-1)(3,-2)\}$

En las siguientes situaciones, que se pueden representar mediante una función, indique cual es la variable independiente y la variable dependiente.

- a) *El costo de producción de 200 tarjetas de crédito es de 4600 dólares, por el equipo son 50 centavos más por unidad.*
- b) *La cantidad de labrado de un tipo de llanta es 15mm. El labrado se gasta uniformemente a una tasa de 1mm cada 300km. Una llanta es inservible cuando el labrado alcanza los 4mm.*
- c) *Una bola cae desde lo alto de un edificio de 120m de altura a razón de 10m por segundo. Se desea determinar la altura que tiene la bola antes de llegar al pavimento.*

En los siguientes ejercicios evalúe la función en los valores de la variable independiente indicada y simplifique.

1.- Para $h(x) = 2x^2 + 5$, determine:

$$h(a) \quad h(b - a) \quad h(\sqrt{c} - 2) \quad h(2 - 5x)$$

2.- Si $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$, escriba en la forma más simple.

$$f(x + 4) \quad f(2 - x) \quad f(x^2) \quad f(2x^2 - 1)$$

3.- considere las funciones $f(x) = 4x^2 + 3x$, y $g(x) = 2x + 1$.

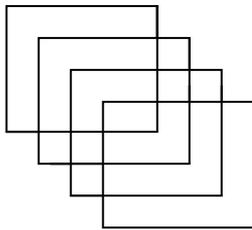
- Muestre que $f(1/2) = g(1/2)$
- Determine $g(3b)$
- Halle $f(c-2) + g(c+2)$

DETERMINACIÓN DEL DOMINIO Y EL RANGO.

OBJETIVO.

Recordar las operaciones y las leyes del sistema de números reales, así como también la solución de ecuaciones e inecuaciones sencillas de primer grado con una variable.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



PARA PENSAR

En la siguiente figura, parece que tiene cuatro cuadrados, pero si observas bien, te darás cuenta que no es así, analiza y luego indica cuantos cuadrados hay fuera de la pala y esta no pierda su forma.



PRERREQUISITOS.

Defina con sus palabras que son el dominio y el rango de una función.

Si $A = \{0,1,16\}$ determine $f(x) = \sqrt{x}$, identifique el dominio y el rango del conjunto de pares ordenados que se forman a partir de la función.

Recuerde las leyes y propiedades y resuelva las siguientes ecuaciones lineales de primer grado con una variable.

$$2x + 3x - 2 + 5 = 8 - 3x + 3.$$

$$12x - 15x = 30x + 11.$$

DETERMINACIÓN DEL DOMINIO.

El dominio de la función es el conjunto de todos los valores que pueden tomar la variable independiente.

El dominio de la función se denota por $\text{Dom. } (f)$. En la determinación del dominio de una función se aplican las siguientes reglas que hay que tomar en cuenta.

1.- Las expresiones polinómicas están definidas para todos los números reales. Por ejemplo $f(x) = x^3 - x^2 + 7$, el $\text{Dom. } f(x) = R$.

2.- Las expresiones que contienen la variable independiente en el denominador no están definidas cuando el denominador se anula.

Por ejemplo si la ley de correspondencia es:

$$y = \frac{x}{x-2} \quad \text{Denominador} = x - 2$$

$$x - 2 \neq 0$$

$$x \neq 2, \text{ por lo que } \text{Dom. } (f) = R \setminus \{2\}.$$

3.- Las raíces cuadradas están definidas únicamente para los números no negativos.

Por ejemplo, si $y = \sqrt{x+1}$, esta función tiene sentido solo si.

$$x + 1 \geq 0$$

$$x \geq -1, \text{ por lo que } \text{Dom. } (f) = [-1, \infty[$$

DETERMINACIÓN DEL DOMINIO.

El rango de una función es el conjunto de todos de los valores que toma la variable dependiente.

El rango de una función se le suele denominar recorrido o imagen de la función.

Para determinar el rango de la función se debe aplicar las siguientes reglas.

1.- El valor absoluto de cualquier número es no negativo.

Por ejemplo: Si $f(x) = |-x^2 + 7|$, el rango $\text{Ran. } (f) = |0, \infty|$.

2.- La raíz cuadrada de cualquier número positivo es positiva.

Por ejemplo, si $y = \sqrt{x + 1}$, el rango es $\text{Ran. } (f) = |0, \infty|$.

EJERCICIOS.

1.- Hallar el rango de $g(x) = -\sqrt{x + 1} - 2$.

Solución.

$$\sqrt{x + 1} \geq 0$$

$$-\sqrt{x + 1} \leq 0$$

$$-\sqrt{x + 1} - 2 \leq 0 - 2$$

$$g(x) \leq -2, \text{ por tanto } \text{Ran. } (g) =]\infty, -2]$$

2.- Hallar el rango de $h(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 4$

Solución.

$$x^2 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 + 1} \geq +1$$

$$\sqrt{x^2 + 1} - 4 \geq +1 - 4$$

$$g(x) \geq -3, \text{ por tanto } \text{Ran. } (g) = [-3, \infty[$$

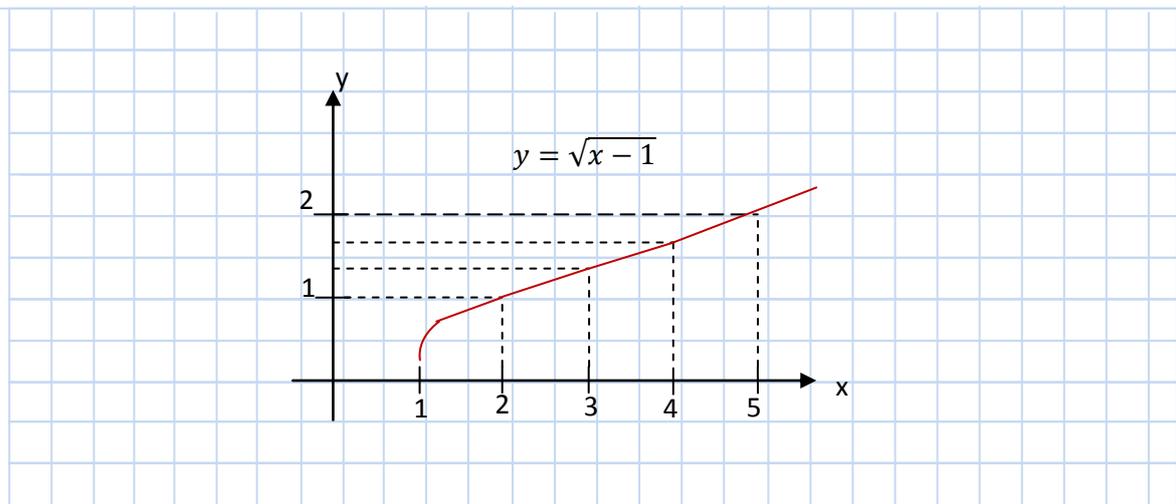
3.- determinar el dominio y la imagen de la función si $y = \sqrt{x-1}$ y dibujar su gráfico.

$$x - 1 \leq 0$$

$$x \leq 1, \text{ por tanto el Dom. } (f) = [1, \infty[$$

La imagen de la función son todos los valores absolutos de los reales.

$$\text{Por tanto el Ran. } (f) = [0, +\infty[$$



TALLER DE COEVALUACIÓN

Determina el dominio el rango y grafica la siguiente función $h(x) = \sqrt{4x-8}$

REFUERZO.

Encuentra el dominio de las siguientes funciones.

$$f = \{(-3,0)(-1,4)(0,2)(2,2)(4,-1)\}$$

$$d(r) = \sqrt[3]{8r}$$

$$g(x) = 3x^2 + 4x - 5$$

$$h(x) = \frac{1}{x+6}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^2$$

$$r(t) = \sqrt{4t-1}$$

$$f(t) = \sqrt{2t+3}$$

$$g(x) = \frac{x-2}{x^2-1}$$

$$r(s) = \frac{s+1}{s-5}$$

$$u(w) = \frac{7w}{w^2+5}$$

Escriba el dominio y el rango de cada función.

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$g(x) = 1 - \sqrt{x}$$

$$h(x) = \sqrt{4x-8}$$

$$f(x) = \frac{1}{x+2}$$

$$p(x) = 2 - |x-6|$$

$$q(t) = -\sqrt{11-t}$$

$$f(x) = |x+3|$$

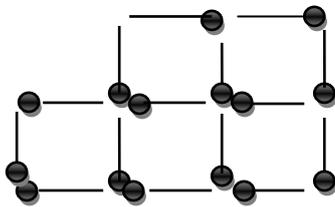
$$g(x) =$$

MODELACIÓN MEDIANTE FUNCIONES.

OBJETIVO.

Recordar y aplicar las leyes, propiedades y representaciones gráficas de las funciones en distintas ecuaciones que relacionan nuestro entorno con la matemática.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



JUEGA CON TU INGENIO

Quitar tres palitos de fósforos del gráfico, de tal manera que queden tres cuadrados exactos.



PRERREQUISITOS.

Marca con una x en la respuesta correcta a cada uno de los literales.

a) La ecuación que determina el área de un cuadrilátero es:

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = b \cdot h$

$A = \pi r^2$

b) La ecuación que determina el perímetro de un cuadrilátero.

$P = l + l + l + l$

$P = 2 \cdot l$

$P =$ Nunguna de las anteriores.

c) La ecuación que determina la longitud de la circunferencia (C).

$C = 2 \pi r$

$C = \frac{\pi \cdot r}{2}$

$C = 2 \pi r^2$

Evalúa la siguiente función.

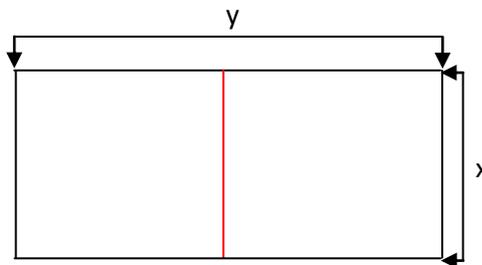
$g(x) = 3x^2 + 4x - 5$; cuando $g(1/2)$.

MODELACIÓN MEDIANTE FUNCIONES.

En las aplicaciones matemáticas, es muy útil obtener una ecuación que defina las relaciones geométricas, físicas, etc. Una vez que se tiene la expresión, se puede elaborar una tabla de valores y su gráfico, misma que nos ofrece más información sobre la función.

Ejemplo1.

En una granja se desea cercar una parcela rectangular y dividirla por la mitad. Si se usan 24km de cerca, expresar el área total cercada en una función de la longitud de uno de sus lados.



Solución.

Sea (x) la longitud de un lado paralelo a la cerca del medio como se muestra en el gráfico y (y) es la longitud del otro lado de la parcela.

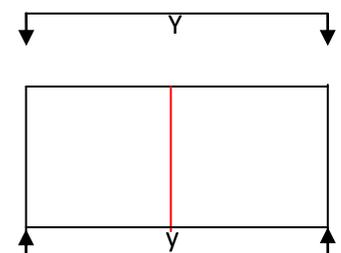
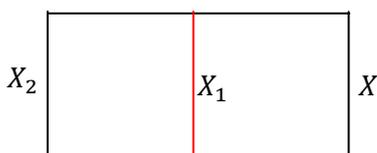
Entonces, como la parcela tiene una forma rectangular, el área de la parcela es $A = b * h$; la base es el ancho de la parcela, y la base es la longitud o el largo de la parcela.

$A = b * h$ (Área del rectángulo)

$A = y * x$

Ancho de la parcela
parcela

Longitud de la



$x = x_1 = x_2$ Simetría de la figura.
figura.

$y = y_1$ Simetría de la

Entonces: $x + x_1 + x_2$

$y + y_1$

$$x + x + x = 3x$$

$$y + y = 2y$$

El ancho de la parcela es de $3x$ es

La longitud de la parcela $2y$

Reemplazamos cada uno de los valores encontrados en la ecuación que representa el área de la parcela.

$$A = y * x$$

$$A = 2y + 3x \quad A = 24 \text{ km}$$

$$24 \text{ km} = 2y + 3x$$

- $x = \frac{24 \text{ km} - 2y}{3}$
- $y = \frac{24 \text{ km} - 3x}{2}$

$$A = y * x$$

Área $A(x) = \left(\frac{24 - 3x}{2} \right) * x$

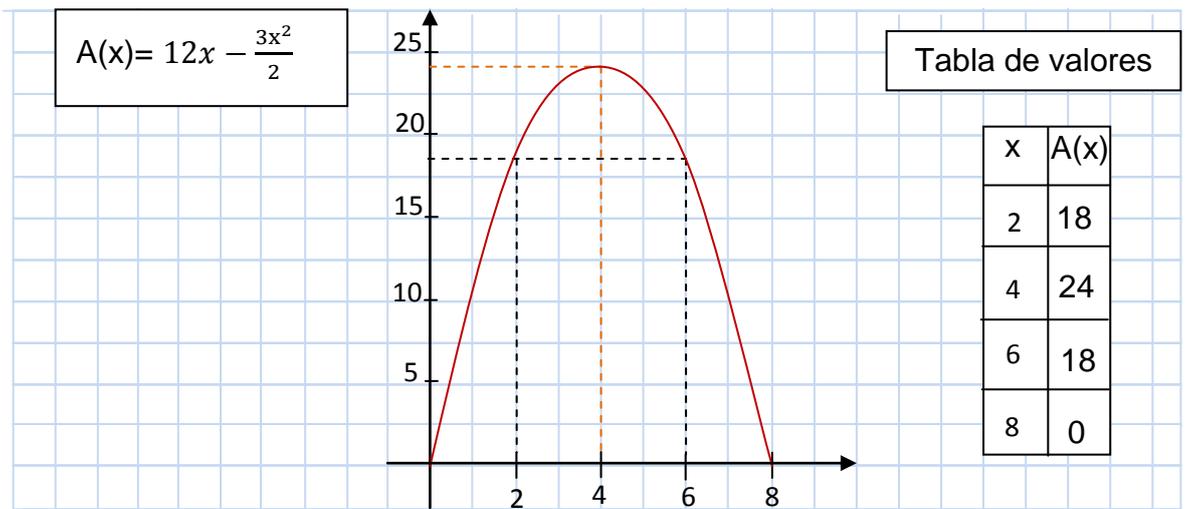
$$A(x) = \left(\frac{24x - 3x^2}{2} \right)$$

$$A(x) = \frac{24x}{2} - \frac{3x^2}{2}$$

$$A(x) = 12x - \frac{3x^2}{2}$$

GRÁFICA DE LA FUNCIÓN.

La imagen de la función se debe restringir a los valores positivos a fin de que sea razonable la interpretación del área. Entonces, el dominio de la función está dado por los valores de x que satisfacen la igualdad $12x - \frac{3x^2}{2} > 0$; es decir $0 < x < 8$



Ejemplo2.

Se desea construir un depósito en forma de cilindro circular recto con capacidad para 5 litros. Expresar su área en función del radio.

Solución.

El volumen del cilindro es $V = \pi r^2 h$ (dm³), en donde:

r Es el radio **h** Es la altura del depósito cilíndrico en decímetros.

Es necesario que conozcamos las áreas de cada una de las figuras que intervienen en la formación del cilindro, así entonces tenemos.

- Área de la circunferencia $A = \pi r^2$.

El cilindro tiene dos figuras circulares que se forman en la parte superior e inferior del cilindro, entonces el área es: $A = 2\pi r^2$

- La superficie del cilindro es igual a: $S = 2\pi r h$

Como resultado obtenemos que el área total del cilindro es:

$A = (\text{Área total de la circunferencia}) (\text{superficie de la circunferencia})$

$A = (2\pi r^2) (2\pi r h)$

Sustituimos el valor de la altura que obtenemos de la ecuación del volumen.

$$h = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$A = (2\pi r^2) + (2\pi r h)$$

$$A = 2\pi r^2 + \left(2\pi r \frac{V}{\pi r^2}\right)$$

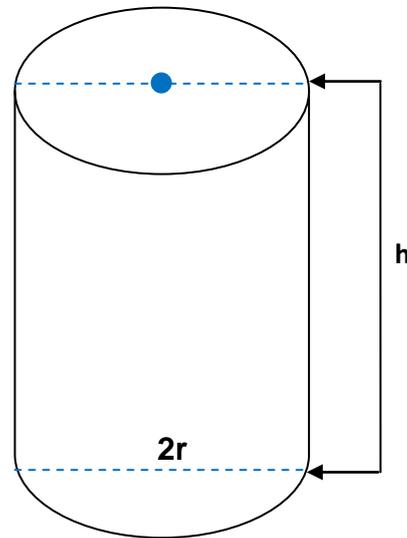
$$A = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

$$A = \frac{r(2\pi r^2) + 2V}{r}$$

$$A = \frac{2\pi r^3 + 2V}{r}$$

$$A = \frac{2(\pi r^3 + V)}{r} \quad v = 5 \text{ Litros}$$

$$A = \frac{2(\pi r^3 + 5)}{r}, \text{ con } r > 0$$



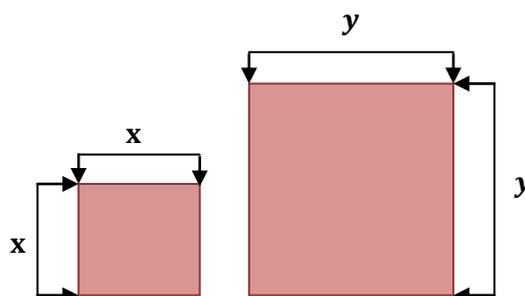
Ejemplo3.

Un trozo de alambre de longitud L se corta en dos partes y cada parte se dobla para formar un cuadrado. Expresar la suma de las áreas de los dos cuadrados en función del lado del cuadrado menor y en función del cuadrado mayor.

Solución.

Sean (x) y (y) las longitudes de los lados del cuadrado mayor y del cuadrado menor respectivamente. La suma de las áreas de los cuadrados es:

$$A = A_1 + A_2; \quad x > 0, y > 0$$



Área del cuadrado menor.
mayor.

$A_1 = \text{Lado al cuadrado.}$
 Lado al cuadrado

$$A_1 = x^2$$

Área del cuadrado

$A_2 =$

$$A_2 = y^2$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = x^2 + y^2$$

Perímetro del cuadrado menor.
mayor.

$P_1 = \text{Suma de sus lados.}$

$$P_1 = x + x + x + x$$

$$P_1 = 4x$$

Perímetro del cuadrado

$P_2 = \text{Suma de sus lados}$

$$P_2 = y + y + y + y$$

$$P_2 = 4y$$

$$L = P_1 + P_2$$

$$L = 4x + 4y$$

De esta ecuación despejamos las variables dependiente e independiente.

$$X = \frac{L-4y}{4}; Y = \frac{L-4x}{4}$$

Reemplazamos los valores de cada uno de los lados en la ecuación de la suma de las áreas.

$$A = x^2 + y^2$$

$$A = \left(\frac{L-4y}{4}\right)^2 + y^2; \text{Área en función del cuadrado mayor.}$$

$$A = x^2 + \left(\frac{L-4x}{4}\right)^2; \text{Área en función del cuadrado menor.}$$

TALLER DE COEVALUACIÓN

Supongamos que el número de horas-hombre requeridas para distribuir una revista en una ciudad al $x\%$ de hogares está dada por $H(x) = \frac{600x}{300-x}$.

- Halle el dominio de H .
- ¿Cuántas horas hombre se requiere para distribuir la revista al primer 50% de los hogares?
- ¿Cuántas horas hombre se requiere para distribuir la revista totalidad de los hogares?
- ¿Qué porcentaje de la comunidad ha recibido la revista luego que ha trabajado 150 horas- hombre?

REFUERZO.

Resuelve los siguientes ejercicios.

1.- Durante un programa de vacunación, a nivel nacional, las autoridades han determinado que el costo de inmunizar al $x\%$ de la población se modela por la función $C(x) = \frac{1800}{200-x}$.

- Cuál es el dominio de C .
- Cuál es el costo de inmunizar al primer 50% de la población.
- Cuál es el costo de inmunizar al segundo 50% de la población.
- ¿Qué porcentaje de la población ha sido vacunada cuando se ha gastado 15 millones de dólares.

2.- En cierto cantón de la provincia del cañar, se ha estimado que la población luego de t años del último censo será $P(t) = \frac{1200}{t+1}$.

- a) Cuál será la población luego de 9 años de realizado el censo.
- b) Cuál es el incremento de la población el noveno año.
- c) Cuál es el dominio de la función.
- d) Qué sucede si t aumenta cada vez más.

3.- Se arrojó una bola desde lo alto de un edificio. Su altura en metros luego de t segundos esta dada por la función $A(t) = -6t^2 + 96$.

- a) A qué altura se encuentra la bola luego de dos segundos.
- b) Qué distancia recorrerá en el tercer segundo.
- c) Qué altura tiene el edificio.
- d) Qué instante llegará la bola al suelo.

4.- En una región de la Amazonía, cuya área es A en km^2 , el número de especies animales es aproximadamente igual a $n(A) = 12\sqrt{A}$.

- a) ¿Qué valores debe tomar A para que tenga sentido el contexto del problema?
- b) En promedio, ¿cuántas especies esperamos encontrar en un área de 16km^2 ?
- c) Si n_1 es el número de especies en una región de $A \text{ km}^2$ y n_2 es el número de especies en una región de 44 km^2 . ¿Qué relación entre n_1 y n_2 ?
- d) ¿De qué área debe ser una región que contiene 84 especies animales?

Una empresa tiene unos gastos mensuales de 1500 dólares y que la producción de artículo cuesta 25 dólares

- a) Escriba la función G que expresa el gasto, total de la empresa para producir n artículos
- b) Determine $G(100)$
- c) Determine $G(400)$
- d) Determine $G(1000)$

Supongamos que el costo total por producir q unidades de cierto producto es $C(q) = 0.02 q^2 + 0.7 q + 2$.

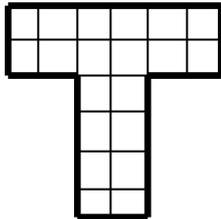
- a) Calcule el costo por producir 12 unidades
- b) Calcule el costo de producción de la duodécima unidad.

CONSTRUCCIÓN DE LOS GRÁFICOS DE FUNCIONES.

OBJETIVO.

Aplicar con suma eficiencia las leyes y propiedades en la construcción de las gráficas de las funciones.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



JUEGA CON TU INGENIO

Dividir la figura en cuatro partes iguales en forma y tamaño



PRERREQUISITOS.

Representa en un sistema cartesiano el siguiente conjunto de pares ordenados.

$$R_1 = \{(0,0)(1,1)(2,8)(3,27)(4,64)\}$$

Determine el dominio y el rango de la función: $f(x) = x^2 + 4$.

CONSTRUCCIÓN DE LOS GRÁFICOS DE FUNCIONES.

Para la construcción de los gráficos de las funciones se debe seguir el siguiente procedimiento.

1. Determinar el dominio y el recorrido.
2. Construir una tabla de valores con referencia a la variable independiente. (x)
3. Sobre un sistema de coordenadas, trazar la curva que representa la función.

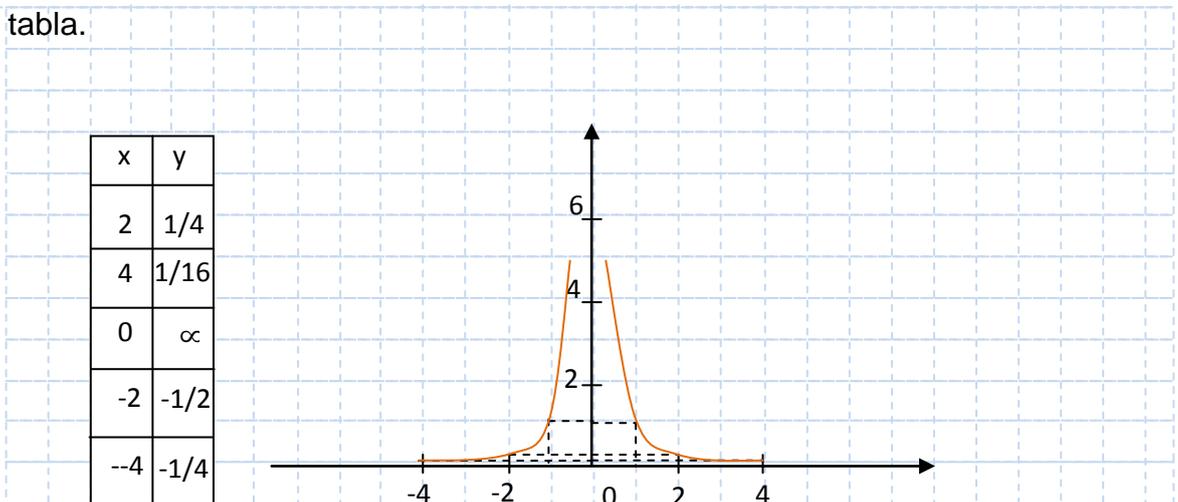
Ejemplo1.

Graficar la función $y = \frac{1}{x^2}$, si $x \neq 0$.

Solución.

El dominio de la función $y = \frac{1}{x^2}$ es el conjunto de los reales, excepto $x=0$; la imagen está dada por los valores de $y > 0$: Dom. $\setminus(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, Ran. $(f) =]0, \infty[$

Algunos valores correspondientes a dicha función se dan en la siguiente tabla.

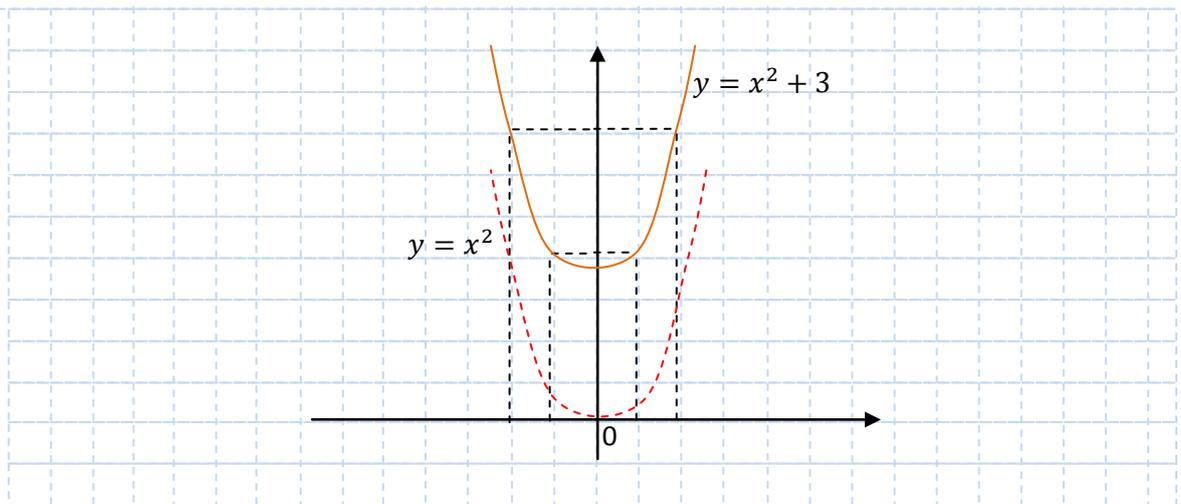


Una vez que se tiene el gráfico de una función f se puede construir los gráficos de otras funciones a partir de este, si se siguen las siguientes reglas.

REGLA 1.

El gráfico de la función $y=f(x)+c$ se obtiene a partir del gráfico de $y=f(x)$ mediante el desplazamiento de ésta a lo largo del eje y , c unidades hacia arriba si $c > 0$ o $|c|$ unidades hacia abajo si $c < 0$.

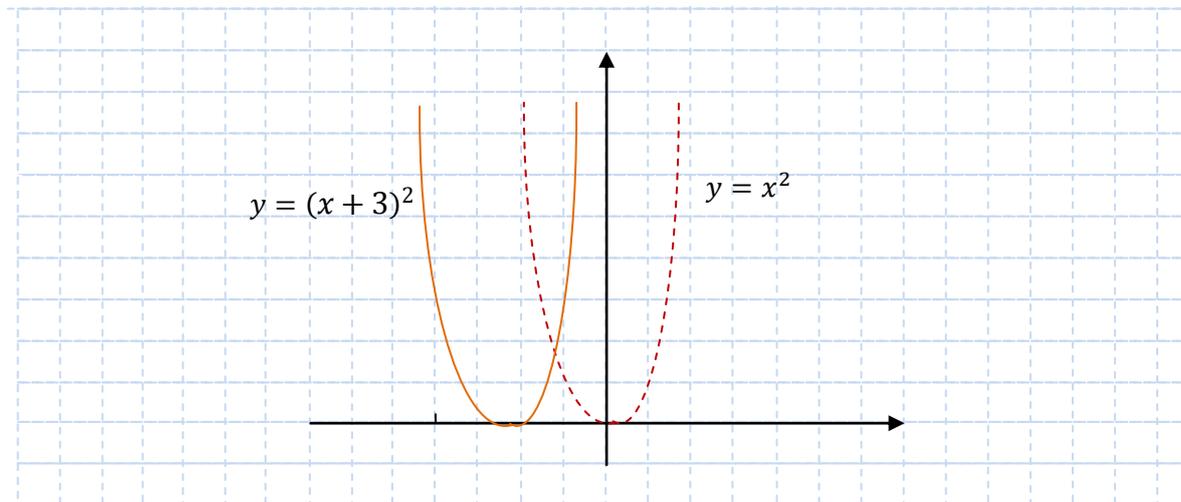
Ejemplo: en la figura se encuentra el gráfico de la función $y = x^2 + 3$



REGLA 2.

El gráfico de la función $y=f(x-a)$ se obtiene a partir del gráfico de $y=f(x)$ desplazando éste a lo largo del eje x (a) unidades hacia la derecha si $a > 0$ o $|a|$ unidades hacia la izquierda si $a < 0$.

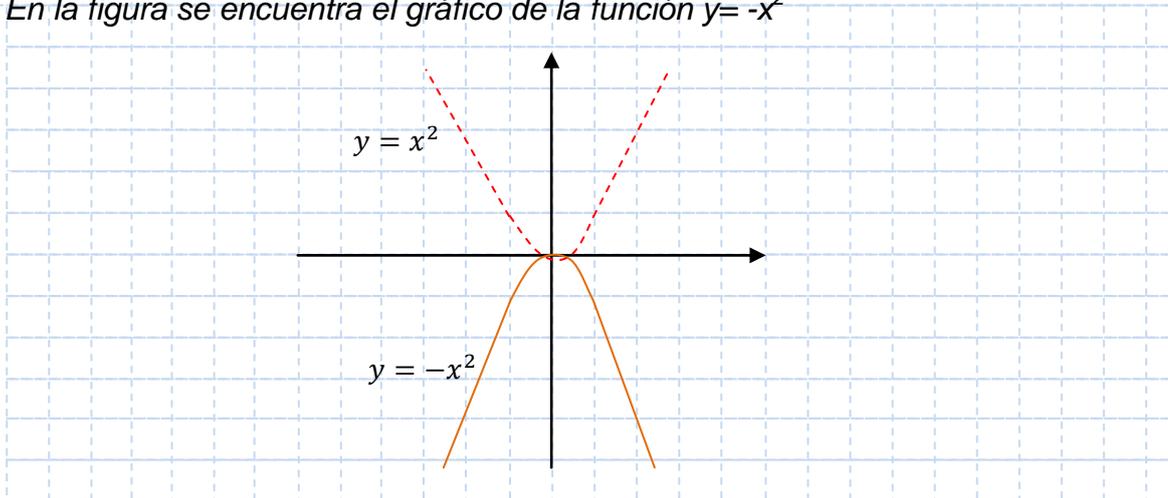
Ejemplo: en la figura se encuentra el gráfico de la función $y = (x + 3)^2$



REGLA 3.

El gráfico de la función $y=-f(x)$ se obtiene a partir del gráfico de $y=f(x)$ mediante la reflexión directa respecto al eje x .

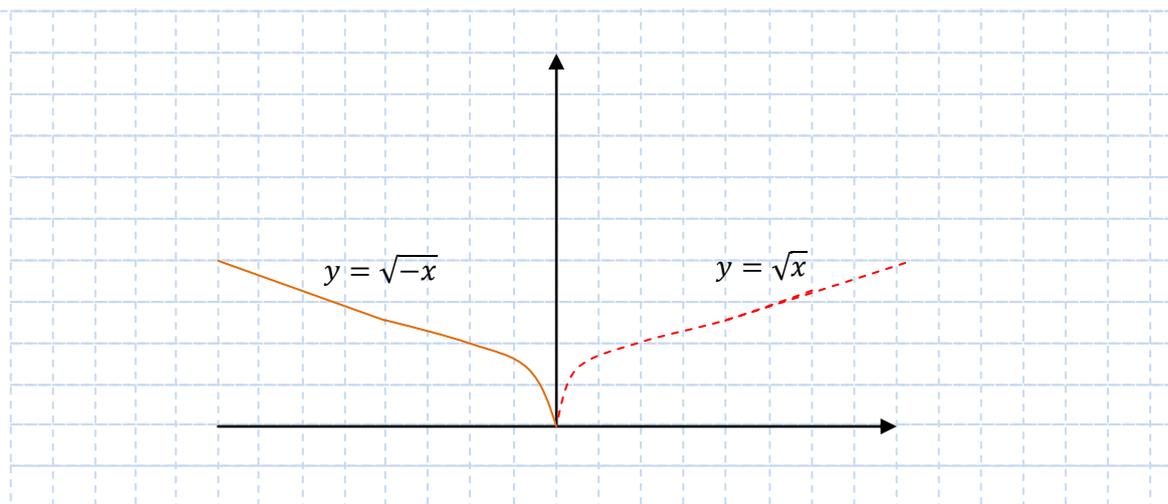
En la figura se encuentra el gráfico de la función $y=-x^2$



REGLA 4.

El gráfico de la función $y=f(-x)$ se obtiene a partir del gráfico de $y=f(x)$ mediante la reflexión directa respecto al eje y .

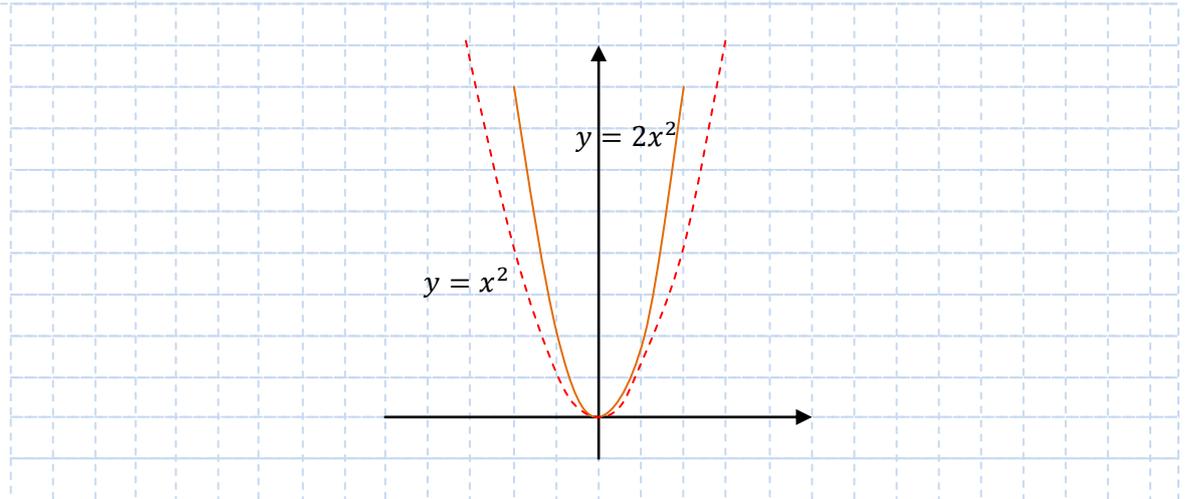
Ejemplo: en la figura se encuentra el gráfico de la función $y=\sqrt{-x}$.



REGLA 5.

El gráfico de la función $y=kf(x)$ se obtiene a partir del gráfico de $y=f(x)$ mediante el estiramiento de éste k veces si $k > 0$ o mediante la contracción de éste k veces hacia el eje x si $0 < k < 1$.

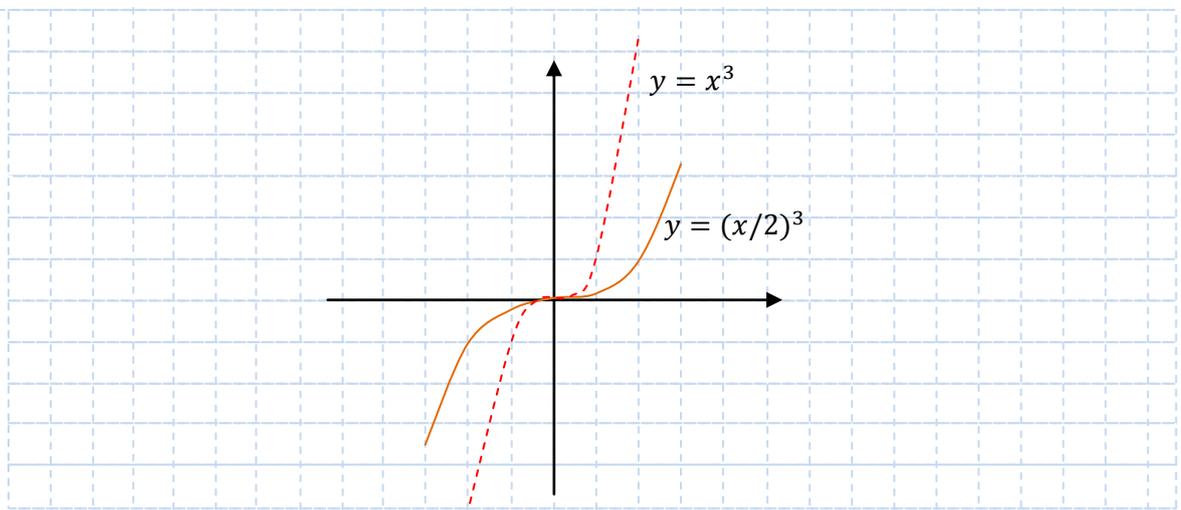
Ejemplo: en la figura se encuentra el gráfico de la función $y=2x^2$



REGLA 6.

El gráfico de la función $y=f(kx)$ se obtiene a partir del gráfico de $y=f(x)$ mediante la contracción de éste en el eje y , $\frac{1}{k}$ veces si $k > 1$ o mediante el estiramiento a partir del eje y , $\frac{1}{k}$ veces si $0 < k < 1$.

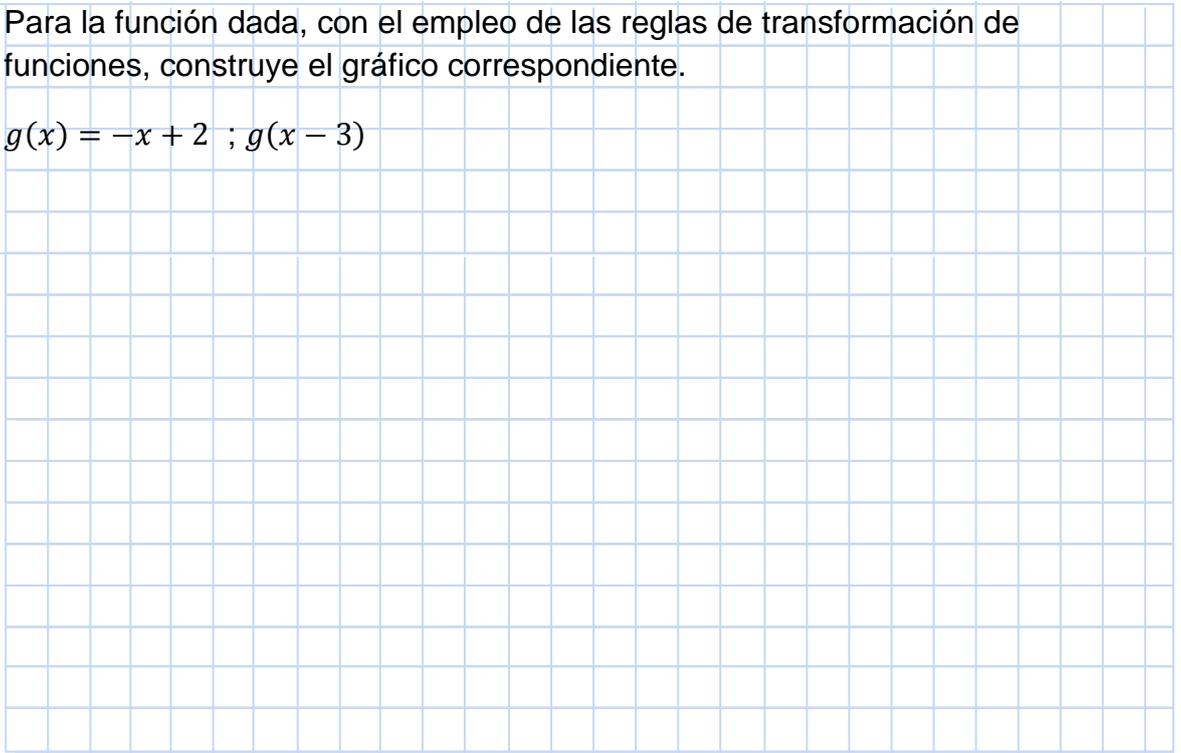
Ejemplo: en la figura se encuentra el gráfico de la función $y = \left(\frac{x}{2}\right)^3$



TALLER DE COEVALUACIÓN

Para la función dada, con el empleo de las reglas de transformación de funciones, construye el gráfico correspondiente.

$$g(x) = -x + 2 ; g(x - 3)$$



REFUERZO.

Construya el gráfico correspondiente de las siguientes funciones.

$$g(x) = 15 - x^2$$

$$g(x) = \frac{3}{4}(x^2) + 1$$

$$g(x) = -x^3 - 7$$

$$g(x) = (x - 1)^3 - 8$$

$$g(x) = 2 - (x - 2)^2$$

$$g(x) = -(x - 1)^3 + 6.$$

Para cada una de las funciones dadas, con el empleo de las reglas de transformación de funciones, construya los gráficos correspondientes.

$$h(x)=x^2+1$$

$$h(2x)$$

$$g(x)= -x+2$$

$$g(x-3)$$

$$f(x)=x$$

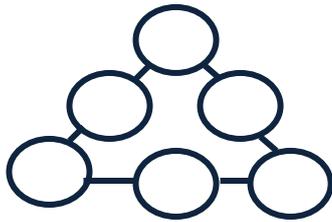
$$f(x-2)$$

SIMETRÍA DE UNA FUNCIÓN.

OBJETIVO.

Utilizar las leyes y conceptos además de las propiedades de la función para poder hacer análisis algebraicos de las funciones.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



JUEGA CON TU INGENIO

Escribir los números impares del 3 al 8 en los círculos del triángulo, de tal manera que la suma por lado sea igual a 18



PRERREQUISITOS.

Determinar el dominio, recorrido y represente gráficamente la siguiente función.

$$y = \frac{x^4}{5} - 4x^2 + 7$$

Determine el dominio y el rango analíticamente la de la función: $f(x) = x^2 + 4$.

SIMETRÍA DE UNA FUNCIÓN.

La simetría de una función está relacionada con los conceptos de función par o impar.

FUNCIONES PARES.

Una función f se denomina par si para todo (x) y $(-x)$ en su dominio se cumple:

$$f(-x) = f(x)$$

Esto quiere decir que al cambiar x por $-x$ en la función, ésta no cambia su forma.

Ejemplo1.

La función $y = \frac{x^4}{5} - 4x^2 + 7$.

Solución.

$$f(-x) = \frac{(-x)^4}{5} - 4(-x)^2 + 7$$

$$f(-x) = \frac{x^4}{5} - 4x^2 + 7 = f(x)$$

La función es par pues $f(x) = f(-x)$.

FUNCIONES IMPARES.

Una función f se denomina impar si para todo x y $-x$ en su dominio se cumple:

$$f(-x) = -f(x)$$

Esto quiere decir que al cambiar x por $-x$ en la función, ésta cambia de signo.

Ejemplo2.

La función $g(x) = x^3 - 15x$.

Solución.

$$g(-x) = (-x)^3 - 15(-x)$$

$$g(-x) = -x^3 + 15x$$

$$g(-x) = -(x^3 - 15x) = -g(x)$$

La función es impar pues $g(-x)=-g(x)$.

También existen funciones que no son ni parea, ni impares.

Ejemplo3.

La función $y = x^2 + 2x$

Solución.

Si $h(x)=(-x)^2+2(-x)$

$h(x)=x^2-2x$.

Como $h(-x) \neq h(x)$ y $h(-x) = -h(x)$, la función no es par ni impar.

TALLER DE COEVALUACIÓN

Determine si la función es impar, par o ninguna de las dos; construya la gráfica de la función.

$f(x)1 + 4x^2 + x^4$

REFUERZO.

Determine si cada una de las funciones es impar, par o ninguna de ellas.

$$f(x) = x^3 - x$$

$$f(x) = x^3 - 5x$$

$$f(x) = 1 + 4x^2 - x^4$$

$$g(x) = x^2 - 3$$

$$g(x) = x\sqrt{1-x^2}$$

$$g(x) = 2 - x^2 + x$$

$$h(x) = x^3 - 1$$

$$h(x) = x^6 - 3x^2 + 1$$

$$h(x) = 5x^5 + 3x$$

$$p(t) = 3$$

$$r(y) = y^3 - 13$$

$$f(x) = 2x^2 + x^4 - 7x$$

$$q(t) = t^2 - 2t - 3$$

$$s(t) = t\sqrt{t^2 + 8}$$

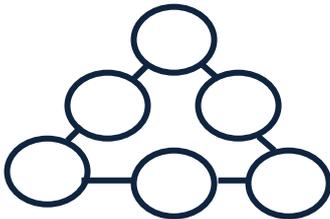
$$g(x) = \frac{x}{x^2+2}$$

MONOTONÍA DE UNA FUNCIÓN

OBJETIVO.

Utilizar las leyes y conceptos además de las propiedades de la función para poder hacer análisis algebraicos de las funciones.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



JUEGA CON TU INGENIO

Escribir los números impares del 3 al 8 en los círculos del triángulo, de tal manera que la suma por lado sea igual a 18



PRERREQUISITOS.

Definir los siguientes conceptos.

Creciente.

Decreciente.

Ubique simbólicamente lo siguiente.

Mayor que:

Menor que.

Diferente.

Igual.

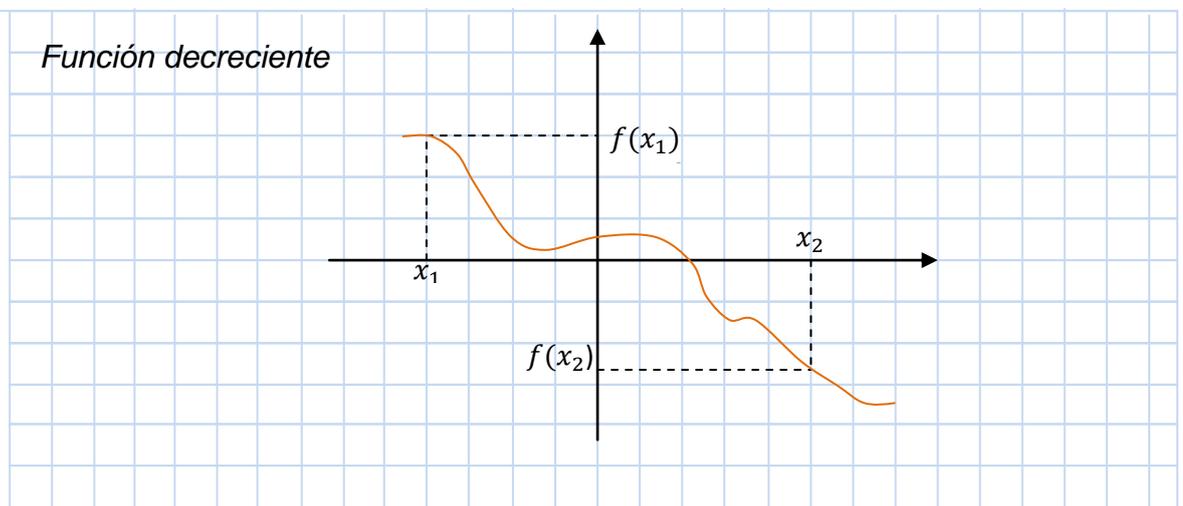
MONOTONÍA DE UNA FUNCIÓN

Una función se considera monótona si es creciente o decreciente en todo su dominio.

FUNCIÓN DECRECIENTE.

Una función f es decreciente en un intervalo I de su dominio para cada par de elementos x_1, x_2 de I con $x_1 \leq x_2$ se tiene $f(x_1) \geq f(x_2)$.

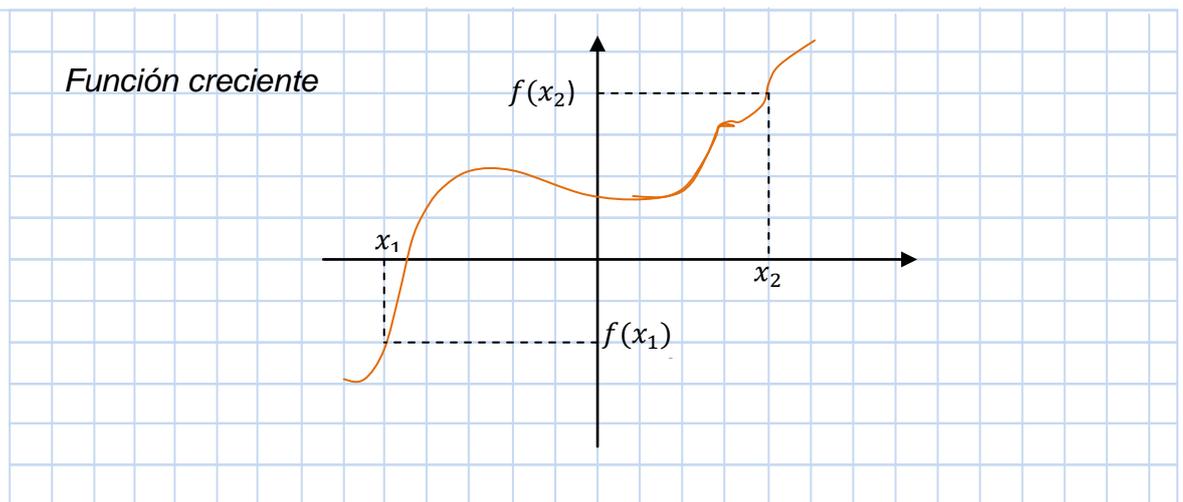
En caso de que la desigualdad sea estricta, la función se denomina estrictamente decreciente.



FUNCIÓN CRECIENTE

Una función f es creciente en un intervalo I de su dominio para cada par de elementos x_1, x_2 de I con $x_1 \leq x_2$ se tiene $f(x_1) \leq f(x_2)$.

En el caso que la desigualdad sea estricta, la función se denomina estrictamente creciente.



Ejemplo.

Cuál de las funciones que se dan a continuación son crecientes y decrecientes y cuáles no los son.

1. La función $g(x) = -x^3$, x elemento de los reales.

Solución.

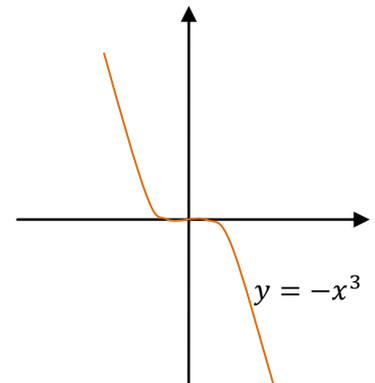
Da los números x_1 y x_2 que cumplen $x_1 < x_2$; entonces,

$$x_1^3 < x_2^3$$

$$-x_1^3 > -x_2^3$$

$$g(x_1) > g(x_2)$$

La función es decreciente.



2. La función $g(x) = 4 - x^2$, $x \in]-\infty, 0[$.

Solución.

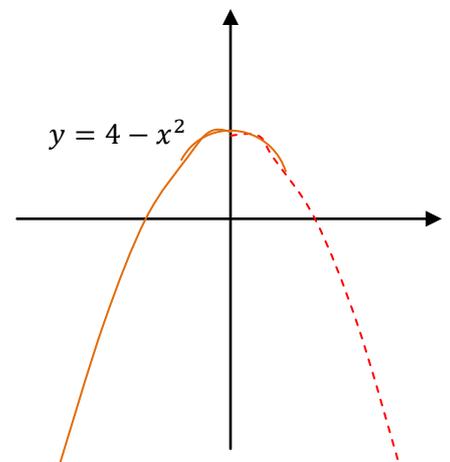
Si x_1 y x_2 son tales que $x_1 < x_2 < 0$; entonces,

$$x_1^2 > x_2^2 > 0$$

$$4 - x_1^2 < 4 - x_2^2$$

$$g(x_1) < g(x_2).$$

La función es creciente en $]-\infty, 0[$.



3. La función $g(x) = -x^4$, $x \in \mathbb{R}$

Solución.

Si x_1 y x_2 son tales que $x_1 < x_2$, no podemos afirmar de manera unívoca si

$$x_1^4 < x_2^4 \text{ o si } x_1^4 > x_2^4.$$

Por ejemplo,

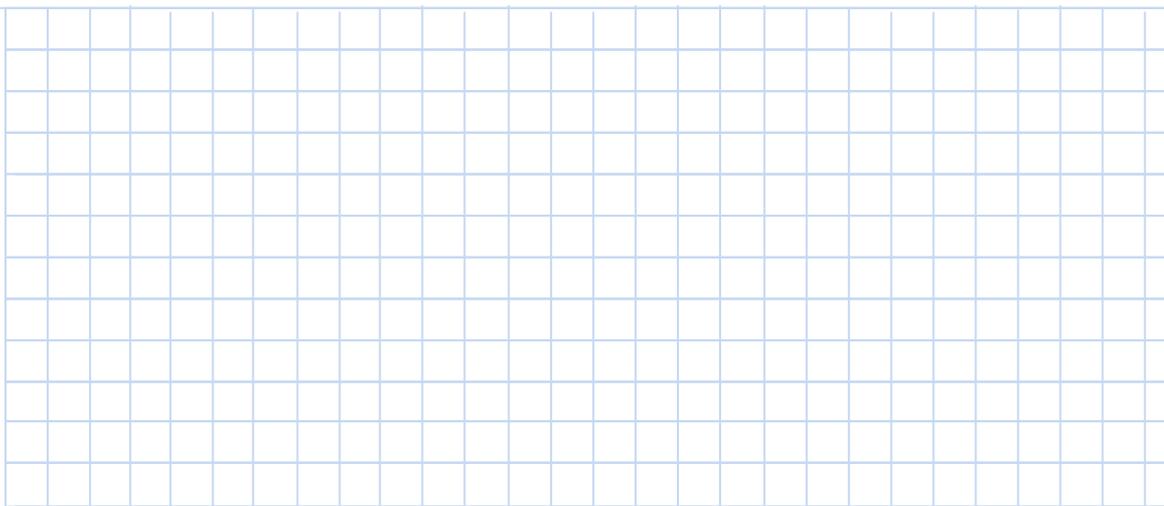
$$0 < 1 \quad \text{entonces} \quad 0^4 < 1^4$$

$$-1 < 0 \text{ Entonces } (-1)^4 > 0^4$$

Como el sentido de las desigualdades de los valores particulares que toman x_1 y x_2 . Entonces la función no es creciente ni decreciente sobre los R.

TALLER DE COEVALUACIÓN

Demuestre que la función $y = -4x + 7$ es creciente; construye la gráfica de la función.



REFUERZO.

En las siguientes funciones:

1.- Demuestre que la función $y = 2x - 5$ es creciente.

2.- Demuestre que la función $y = -7x + 12$ es decreciente.

3.- Muestre que la función $f(x) = \frac{2}{3-x}$ es creciente.

4.- Muestre que la función $g(x) = \sqrt{2x^3 - 5}$ es creciente.

Para cada una de las funciones determine los intervalos donde son crecientes o decrecientes.

$$f(x) = -\frac{3x}{2} + \frac{1}{5}$$

$$f(x) = x^2 - 4x$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$h(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$$

$$f(x) = -(x - 3)^2 - 4x$$

$$g(x) = -\sqrt{x + 2}$$

DESCRIPCIÓN DE LAS FUNCIONES.

OBJETIVO.

Utilizar todo el conocimiento adquirido con respeto de las funciones y aplicarlo para describir a una función de la manera correcta.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.

27	+		=	55
-		+		+
23	-		=	
+		-		-
33	+		=	51
=		=		=
	-		=	16

ENCONTRANDO NÚMEROS

Escribir en los casilleros en blanco los números que faltan, de manera que se cumplan las igualdades señaladas.

PRERREQUISITOS.

De la siguiente función determina el rango, el dominio, construye su representación gráfica, determina si la función es par o impar, si es creciente o decreciente. $f(x) = 8x - 5$

DESCRIPCIÓN DE LAS FUNCIONES.

La descripción de una función consiste en que a partir de la ecuación $y = f(x)$, se halla las características de la función, identificando su dominio, su rango, su simetría, su monotonía y se realiza una representación gráfica.

Ejemplo.

Describir la función $f(x) = 2x - 3$.

Solución.

DOMINIO. Como f es una función polinómica de primer grado, x puede tomar cualquier valor real:

Dom. $(f) = \mathbb{R}$.

RANGO. Como $y = 2x - 3$, despejamos x :

$(x) = \frac{2y+3}{2}$; Entonces y puede tomar cualquier valor real

Ran. $(f) = \mathbb{R}$.

SIMETRÍA. Como $f(x) = 2x - 3$

$$-f(x) = 2(-x) - 3$$

$$f(-x) = -2x - 3$$

$$f(-x) = -(2x + 3).$$

MONOTONÍA. Consideramos dos números reales, x_1 y x_2 , con $x_1 \leq x_2$; tenemos.

$$x_1 \leq x_2$$

$$2x_1 \leq 2x_2$$

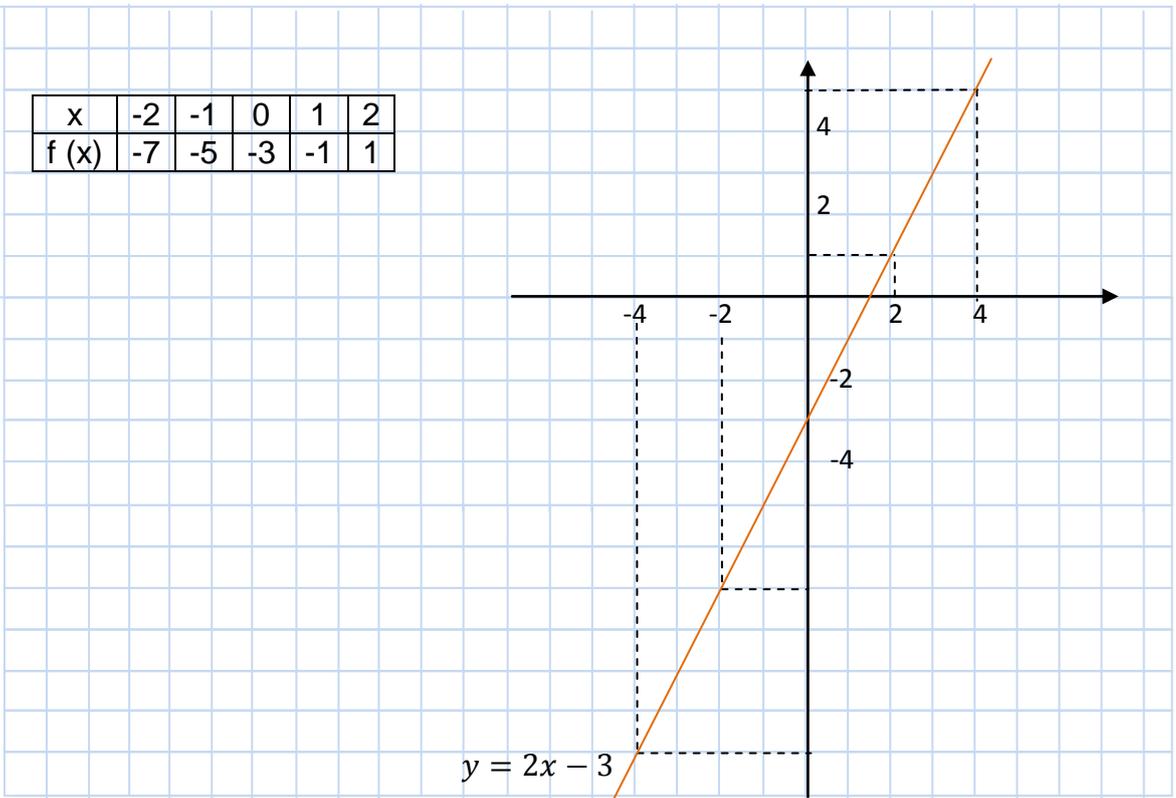
$$2x_1 - 3 \leq 2x_2 - 3$$

$$f(x_1) = f(x_2)$$

Como hemos llegado a que $f(x_1) \leq f(x_2)$, la función es creciente.

GRÁFICO

Primero formamos una tabla que contiene varios valores que toma la función y luego trazamos una curva que una tales puntos.



TALLER DE COEVALUACIÓN

Realice una descripción de las funciones.

$$g(x) = -\sqrt{x}$$

$$h(x) = x$$

REFUERZO.

Describe las siguientes funciones.

$$f(x) = 8x - 5$$

$$g(x) = -2x + 6$$

$$h(x) = -x^5$$

$$k(x) = 2 - (x - 4)^2$$

$$h(x) = x$$

$$g(x) = x^2$$

$$f(x) = -x^2$$

$$y = -2x^3$$

$$y = 4 - x^2$$

$$y = -x$$

CLASIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES.

Por convención las funciones se clasifican en: especiales, algebraicas y trascendentes.

FUNCIONES ALGEBRAICAS.- Son funciones formadas por un número finito de operaciones algebraicas de la función identidad y la función constante.

- Lineales
- Cúbicas
- Racionales
- Cuadráticas
- Polinómicas
- Radicales.

FUNCIONES TRASCENDENTES.- A toda función que no es algebraica se denomina trascendente.

- Exponenciales.
- Logarítmicas.
- Trigonométricas.
- Hiperbólicas.

FUNCIONES ESPECIALES.- Son funciones algebraicas cuya definición no es compleja y sus características muy particulares y fáciles de describir.

- Constante.
- Idéntica.
- Valor absoluto.
- Parte entera.
- Definida por partes.

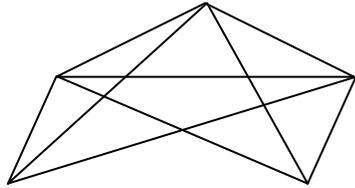
TALLER DE COEVALUACIÓN
Enuncie la definición de una función
Una fórmula siempre define a una función
Enuncie la definición del dominio y del recorrido de una función.
Cómo se clasifican las funciones.

FUNCIÓN LINEAL

OBJETIVO

Identificar las condiciones, los patrones numéricos y los problemas que se pueden modelar mediante funciones lineales.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



CONCENTRACIÓN

Halle el número máximo de triángulos en la siguiente figura

PRERREQUISITOS

¿Cuándo decimos que una función es monótona en un intervalo?

Como se clasifican las funciones.

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

FUNCIÓN LINEAL

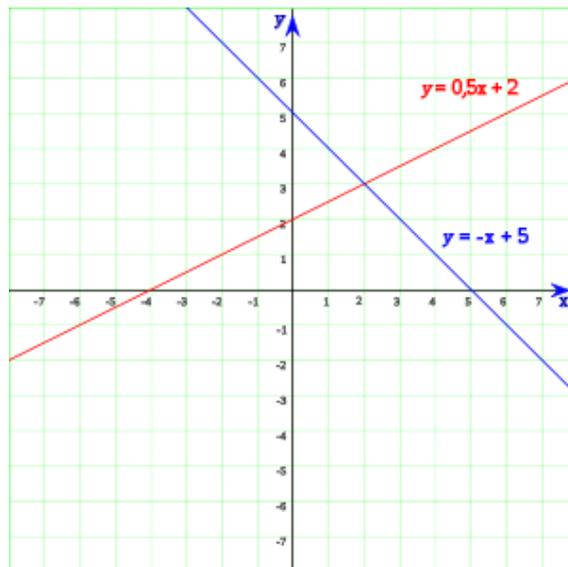
Una función lineal es una función polinómica de primer grado. Es decir, una función que se representa en el plano cartesiano como una línea recta.

Esta función se puede escribir como

$$f(x) = mx + b$$

Donde m y b son constantes reales y x es una variable real. La constante m es la pendiente de la recta, y b es el punto de corte de la recta con el eje y . Cuando cambiamos m modificamos la inclinación de la recta y cuando cambiamos b desplazamos la línea arriba o abajo.

Una *función lineal* según la primera definición dada anteriormente representa una aplicación lineal si y sólo si $b = 0$. Así, algunos autores llaman *función lineal* a aquella de la forma $f(x) = mx$ mientras que llaman **función afín** a la que tiene la forma $f(x) = mx + b$ cuando b es distinto de cero.



EJEMPLOS:

1. Las siguientes son funciones lineales:

a) $f(x) = 3x - 1$; b) $f(x) = -5x + 2$ c) $f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{8}$

2. ¿Pertenece el punto (-3,1) al gráfico de $2x-3y = -9$?

Solución:

El punto (-3,1) está en gráfico de la ecuación $2x-3y = -9$ si al sustituir los valores de $x = -3$ y $y = 1$ en la ecuación, se obtiene una igualdad evidente:

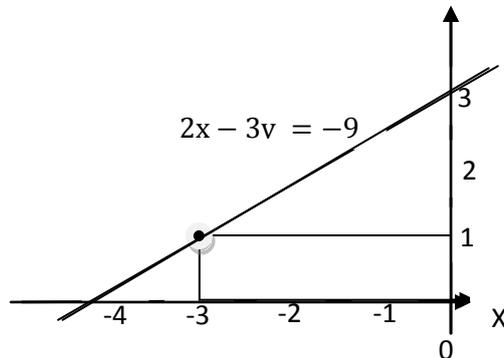
Y

$$2x - 3y = -9$$

$$2(-3) - 3(1) = -9$$

$$-6 - 3 = -9$$

$$-9 = -9$$



Como $-9 = -9$ es una verdad, el punto si está sobre la recta $2x - 3y = -9$

3. ¿Pertenece el punto (2,4) al gráfico de $x + 4y = 12$?

Solución:

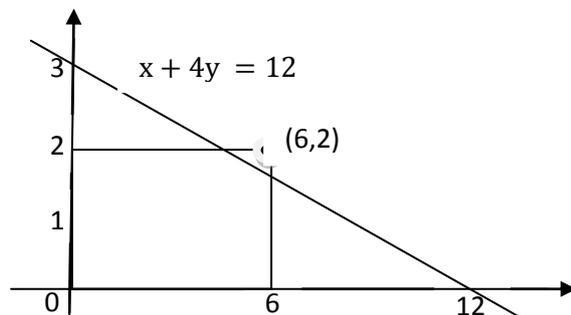
Sustituamos los valores $x = 6$ y $y = 2$ en la ecuación $x + 4y = 12$

$$x + 4y = 12$$

$$6 + 4(2) = 12$$

$$6 + 8 = 12$$

$$14 \neq 12$$



El punto (6,2) no pertenece al gráfico de $x + 4y = 12$

4. ¿Cuál es el valor de a si (a, 5) se encuentra en la recta $2x + y = 9$?

Solución:

Las coordenadas (a, 5) deben satisfacer la ecuación $2x + y = 9$

Sean $x = a$ y $y = 5$; entonces,

$$2a + 5 = 9$$

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

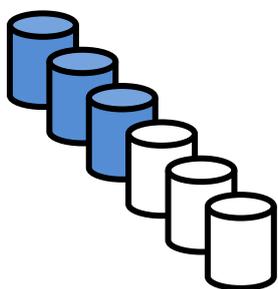
PENDIENTE DE UNA RECTA

OBJETIVO.

Aplicar las leyes y propiedades de las funciones que relacione a la recta y su ángulo de inclinación.

DESARROLLO

Actividad Motivacional.



LA PINTURA.

En una mesa se hallan ubicados en fila seis tarros de pintura. Los tres primeros están llenos y los tres siguientes están vacíos. Manipulando un tarro trata que los tarros vacíos se alternen con los llenos.

Prerrequisitos

1. Establezca la definición de función lineal y dibuje su gráfico
2. Señale cual es la propiedad básica de las funciones lineales

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

PENDIENTE DE UNA RECTA

Es el grado (medida) de inclinación de una recta, la razón de cambio en y con respecto al cambio en x .

Si una recta pasa por dos puntos distintos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , entonces su **pendiente (m)** está dada por:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ donde } x_1 \neq x_2.$$

Esto es,

$$m = \frac{\text{cambio vertical (elevacion)}}{\text{cambio horizontal (desplazamiento)}}.$$

Ejemplos

Calcular la pendiente de la recta que conecta los puntos (2,1) y (7,4)

$$m = \frac{4 - 1}{7 - 2} = \frac{3}{5}$$

Si cambiamos el orden de los puntos, tenemos

$$m = \frac{1 - 4}{2 - 7} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$

Observamos que el resultado de ambos cálculos es el mismo.

Cuando se calcula la pendiente de una recta determinada por dos puntos, no importa cual punto es considerado el primer punto y cuál el segundo.

Tengamos en cuenta

Procedimiento para el cálculo de la pendiente de una recta

1. Seleccionar dos puntos sobre la línea
2. Encontrar el cambio vertical; es decir, el cambio en los valores de y , sustrayendo las coordenadas de y en cualquier orden.
3. Encontrar el cambio horizontal; es decir, el cambio en los valores de x , sustrayendo las coordenadas de x en el mismo orden que se hizo con las coordenadas de y .
4. Escribir el cociente del cambio vertical sobre el cambio horizontal.

Ejemplos

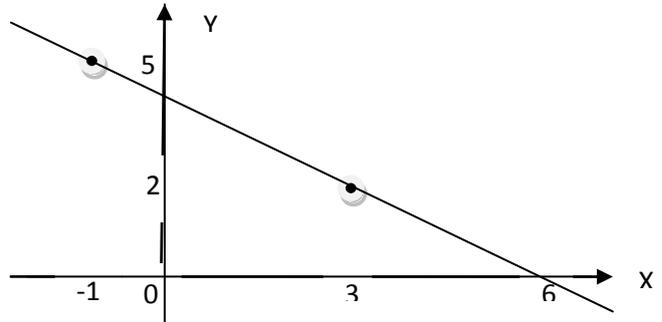
Graficar la línea que pasa por cada par de puntos y calcular su pendiente m :

1. $A(-1, 5)$, $B(3, 2)$

Solución

$$m = \frac{5 - 2}{-1 - 3}$$

$$m = -\frac{3}{4}$$

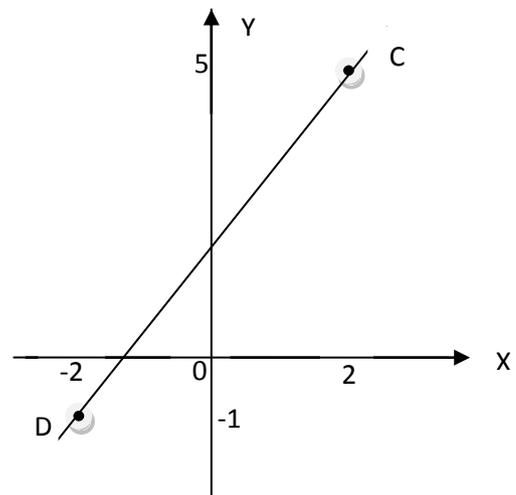


2. $C(2, 5)$, $D(-2, -1)$

SOLUCIÓN:

$$m = \frac{-1 - 5}{-2 - 2}$$

$$m = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$

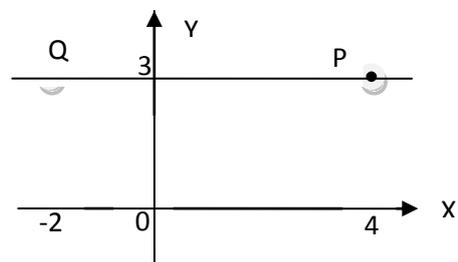


3. $P(2, 5)$, $Q(-2, 3)$

SOLUCIÓN:

$$m = \frac{3 - 3}{-2 - 4}$$

$$m = \frac{0}{-6} = 0$$

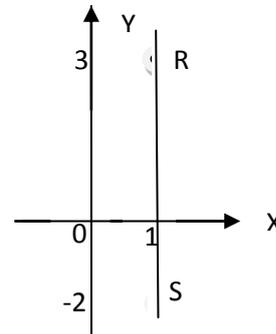


4. $R(1, 3)$, $S(1, -2)$

SOLUCIÓN:

$$m = \frac{3 - (-2)}{-1 - 1} = \frac{5}{0}$$

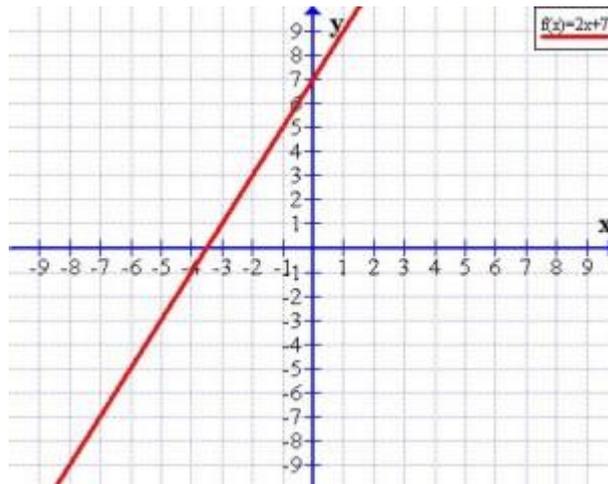
La pendiente no está definida



Grado de inclinación

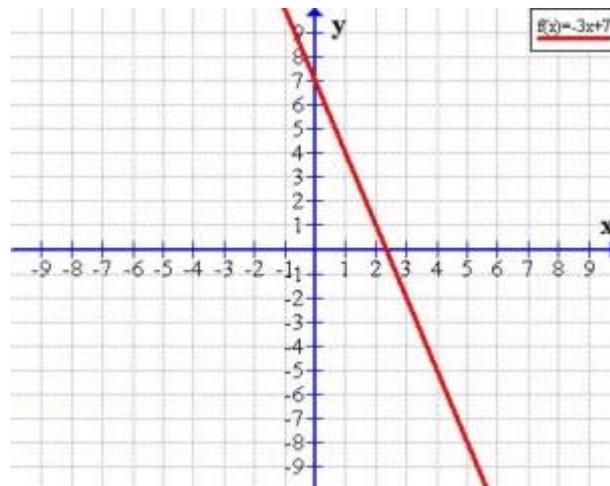
Dada una recta, gráficamente su pendiente nos da su grado de inclinación

Pendiente positiva



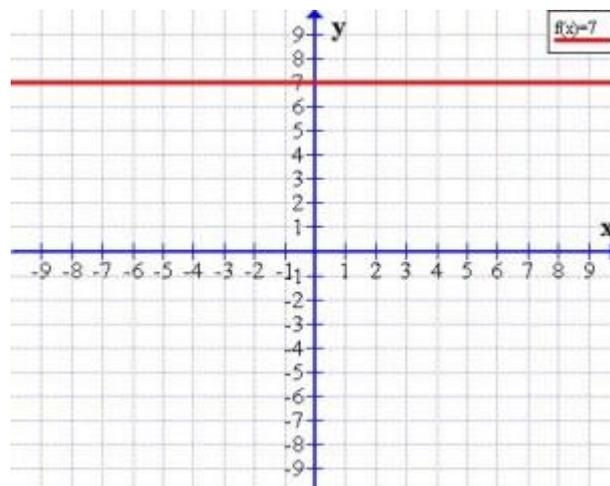
Cuando la recta es creciente (al aumentar los valores de x aumentan los de y), su pendiente es positiva, en la expresión analítica $m > 0$

Pendiente negativa



Cuando la recta es decreciente (al aumentar los valores de x disminuyen los de y), su pendiente es negativa, en la expresión analítica $m < 0$

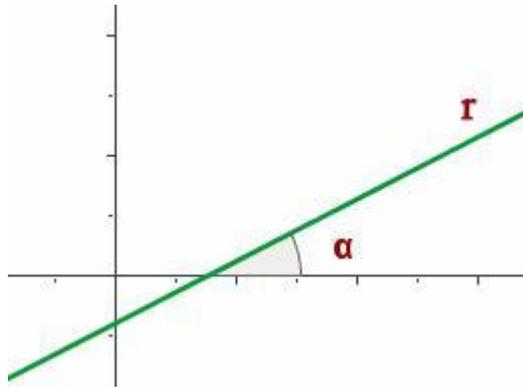
Pendiente nula o cero



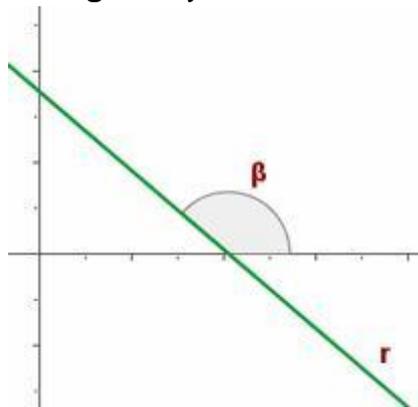
Cuando la recta es constante se dice que tiene pendiente nula, en la expresión analítica $m = 0$

Visualmente, también podemos definir si la pendiente es positiva o negativa:

Si el **ángulo** que forma la recta con la parte positiva del eje OX es **agudo**, la **pendiente** es **positiva** y crece al crecer el ángulo.



Si el **ángulo** que forma la recta con la parte positiva del eje OX es **obtuso**, la **pendiente** es **negativa** y decrece al crecer el ángulo.



Con los ejemplos discutidos podemos observar la interpretación geométrica de la pendiente de una recta:

Pendiente	Tipo de recta
positiva	recta ascendente
negativa	recta descendente
cero	recta horizontal
no definida	recta vertical

Interpretación de la Pendiente

En un mundo real, la pendiente es una proporción o una tasa. Cuando las variables x y y tienen la misma unidad de medida, la pendiente presenta una proporción, ya que ella no tiene ninguna unidad de medida. Sin embargo, cuando las variables x y y tienen diferentes unidades de medida, la pendiente presenta una tasa y tiene una unidad de medida. En ambos casos, la pendiente presenta una tasa y tiene una unidad de medida. En ambos casos, la pendiente representa una proporción o tasa constante de cambio.

Ejemplos

1. las siguientes son las pendientes de rectas que presentan las ventas diarias, y , respecto al tiempo, x , para varios productos, durante un año.

- a) $m = 20$; b) $m = 5$; c) $m = -8$; d)
 $m = 0$.

Interprete el significado de las pendientes si las ventas están dadas en miles de dólares y el tiempo está en meses.

Solución:

Las pendientes representan la variación de las ventas por mes:

- a) incrementos de 20 000 dólares cada mes
b) incremento de 5000 dólares cada mes
c) incremento de 8000 dólares cada mes
d) las ventas permanecen constantes.

2. una carretera tiene una pendiente de $\frac{1}{5}$: interprete el valor de la pendiente

Solución: si ponemos dimensiones a la pendiente, tenemos

$$m = \frac{1m}{5m}$$

Lo que quiere decir que por cada 5 metros en desplazamiento horizontal, la carretera se eleva 5 metros. También tenemos

$$m = \frac{1}{5} = \frac{20m}{100m}$$

Que significa que por cada 100 metros de desplazamiento horizontal, la carretera se eleva 20 metros.

Taller de Coevaluación

1. Halle la pendiente de las rectas que pasan por cada par de puntos:

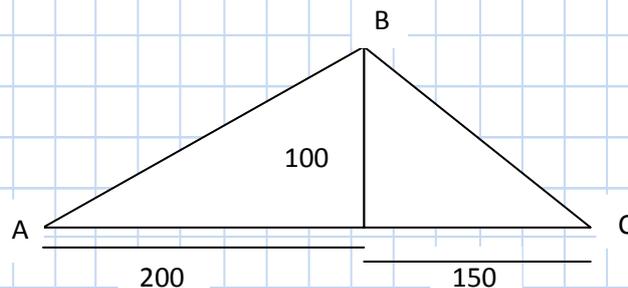
a) $(-2,0)$ y $(3,1)$

b) $(-1,2)$ y $(2,2)$

c) $(0,4)$ y $(1,-1)$

d) $(0,-7)$ y $(-4,0)$

2. Un camino en una colina sube verticalmente 100 metros cuando se recorre 200 metros horizontalmente; luego, desciende 100 metros cuando se recorre horizontalmente 150 metros.



- a) Halle la pendiente del camino cuando se sube la colina desde A hasta B;
- b) Halle la pendiente del camino cuando se desciende la colina desde B hasta C
- c) ¿Cuál es la unidad de medida de la tasa de cambio del punto A al punto B?
- d) ¿Cuál es la unidad de medida de la tasa de cambio del punto B al punto C?

REFUERZO

1. Halle la pendiente de las rectas que pasan por cada par de puntos:

- a) (3,5) y (3,12)
- b) (-3, -2) y (1,6)
- c) (2,8) y (8, -8)
- d) (-6, -1) y (-6,4)

2. el triángulo tiene vértices en los puntos $A(1,3)$, $B(7,3)$ y $C(4,0)$. Halle las pendientes de cada lado del triángulo A, B, C

3. La empresa telefónica cobra por su servicio de acuerdo a la ecuación $C = \$5,80 + \$0,02t$ donde C representa el cobro total mensual y t es el tiempo de uso de teléfono, en minutos. Explique el significado de la pendiente en términos de la información suministrada.

4. un camino se eleva verticalmente 8 metros por cada 100 metros horizontales.

- a) halle la pendiente del camino
- b) explique el significado de la pendiente en el contexto de problema;
- c) si usted se desplaza horizontalmente una distancia de 200 metros por este camino. ¿Cuánto se desplazo verticalmente?

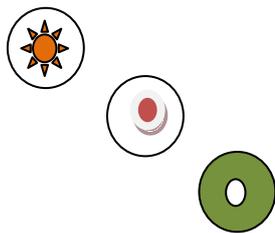
INTERSECCIONES DE UNA RECTA

OBJETIVO.

Construir rectas que se intercepten mediante conceptos y propiedades de la recta.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.

LAS BOLAS DE BILLAR



Una bolsa contiene 27 bolas de billar que parecen idénticas. Sin embargo nos han asegurado que hay una defectuosa que pesa más que las otras. Disponemos de una balanza, pero no un juego de pesas, de manera que lo único que podemos hacer es comparar pesos. Demuestra que se puede localizarla bola defectuosa con solo tres pesadas.

PRERREQUISITOS

¿Qué es una pendiente?

¿Cuáles son los valores de una pendiente?

¿Cómo se interpreta una pendiente?

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

INTERSECCIONES DE UNA RECTA

El grafico de una línea recta no siempre es paralelo a uno de los ejes de coordenadas; sino que intersecan a ambos ejes. El punto donde el grafico corta al eje y es un punto donde su coordenada en x es 0. La coordenada y de este punto se denomina la y -intercepción de la recta.

Por ejemplo, para la ecuación $y = 6 - 2x$, hacemos $x = 0$:

$$\begin{aligned}y &= 6 - 2x \\y &= 6 - 2(0) = 6\end{aligned}$$

El gráfico de la función $y = 6 - 2x$ interseca al eje y en el punto (0,6) y la y -intercepción es 6

El punto donde le grafico corta al eje x es un punto donde su coordenada en y es 0. La coordenada x de este punto se denomina la x -intercepción de la recta.

Por ejemplo, para la ecuación $y = 6 - 2x$, hacemos $y = 0$:

$$\begin{aligned}y &= 6 - 2x \\0 &= 6 - 2x \\2x &= 3 \\x &= 3\end{aligned}$$

El grafico de la función $y = 6 - 2x$ interseca al eje x en (3,0) y la x -intercepción es 3. Ahora transformamos a la igualdad $y = 6 - 2x$ de la siguiente manera:

1. ponemos a un lado todos los términos con variables y en el otro dejamos a la constante. Es decir, ponemos en la forma $y = 6 - 2x$

2. Dividimos los dos términos por el término constante. Tenemos:

$$\frac{y}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{6}{6}$$

$$\frac{y}{6} + \frac{x}{3} = 1$$

Así, x está dividido por el x -intercepto 3, y y está dividido por el y -intercepto, 6

Entonces, para hallar las intersecciones de la recta que representa la función lineal $f(x) = mx + b$, se deberá ponerla en la forma $y = mx + b$ y luego, escribir como

$$y - mx = b$$

$$\frac{y}{b} + \frac{x}{(-m/b)} = 1$$

La recta se interseca con los ejes en los puntos $(0, b)$ y $-\frac{m}{b}, 0$

Forma simplificada de la ecuación de la recta

Si se conoce la pendiente m , y el punto donde la recta corta al eje de ordenadas es $(0, b)$, podemos deducir, partiendo de la ecuación general de la recta, $y - y_1 = m(x - x_1)$:

$$y - b = m(x - 0)$$

$$y - b = mx$$

$$\boxed{y = mx + b}$$

Esta es la segunda forma de la ecuación de la recta y se utiliza cuando se conoce la pendiente y la ordenada al origen, que llamaremos b . También se puede utilizar esta ecuación para conocer la pendiente y la ordenada al origen a partir de una ecuación dada.

Ejemplos:

1. Hallar los interceptos del gráfico de la recta cuya ecuación es $7x + 3y = 9$

Solución:

Para hallar la x - <i>intercepción</i> , hagamos $y = 0$	Para hallar la y - <i>intercepción</i> , hagamos $x = 0$
$\begin{aligned}7x + 3y &= 9 \\7x + 3(0) &= 9 \\7x + 0 &= 9 \\7x &= 9 \\x &= \frac{9}{7}\end{aligned}$	$\begin{aligned}7x + 3y &= 9 \\7(0) + 3y &= 9 \\0 + 3y &= 9 \\3y &= 9 \\y &= \frac{9}{3} \\y &= 3\end{aligned}$

El x - *intercepto* es $\frac{9}{7}$, el y - *intercepto* es 3 y la ecuación de la recta se puede escribir como

$$y = 3 - \frac{7}{3}x$$

2. Hallar la pendiente y la y - *intercepción* de la recta que es el gráfico de la ecuación $4x + 2y = 12$

Solución: ¿Cómo proceder?

a) Resuelva la ecuación dada respecto a y para obtener una ecuación equivalente de la forma $y = mx + b$

$$4x + 2y = 12$$

$$2y = 12 - 4x$$

$$y = 6 - 2x$$

b) El cociente de x es la pendiente :

$$\text{Pendiente: } m = -2$$

c) El termino constante es la *y – intercepción*:

$$y - \text{intercepción: } b = 6$$

Gráfico de la función lineal empleando las intersecciones

La gráfica de la función lineal $f(x) = mx + b$ Forma de función o $y = mx + b$ Forma de ecuación es una recta con pendiente m y intersección en y igual a b.

Con frecuencia es posible utilizar los intercepto para trazar el grafico de una función lineal. Para esto, se realiza el siguiente procedimiento:

Encontrar la intersección en y. hacer $x = 0$, en su ecuación y despeje y se obtiene el punto $(0, b)$

Encontrar la intersección en x. Hacer $y = 0$ en su ecuación y despeje x se obtiene el punto $(-\frac{m}{b}, 0)$

Graficar. En un sistema de coordenadas ubicar los dos puntos antes obtenidos y unirlos mediante una línea recta.

Ejemplo: graficar la función $f(x) = \frac{2}{5}x + 1$:

Para hallar la <i>x – intercepción</i> , hagamos $y = 0$	Para hallar la <i>y – intercepción</i> , hagamos $x = 0$
$y = \frac{2}{5}x + 1$ $0 = \frac{2}{5}x + 1$ $\frac{2}{5}x = -1$ $x = -\frac{2}{5}$	$y = \frac{2}{5}x + 1$ $y = \frac{2}{5}(0) + 1$ $y = 0 + 1$ $y = 1$

Ubiquemos los puntos $(-\frac{5}{2}, 0)$ y $(0, 1)$ sobre un sistema de coordenadas cartesianas y tracemos la recta que los une.

Raíces de la función lineal y ecuaciones de primer grado

1. Definición (de cero de una función) los valores numéricos para los cuales $f(x) = 0$ se llama raíces o ceros de la función f .

Para la función lineal, se puede encontrar los ceros resolviendo la ecuación $mx + b = 0$

- Si $m \neq 0$, entonces $x = -\frac{b}{m}$ es la única raíz de la función
- Si $m = 0$, la función es constante, $y = b$
- Cuando $b \neq 0$ no tiene raíces; y, cuando $b = 0$, todo valor de x es raíz.

Ejemplos:

1. hallar los ceros de la función $f(x) = 8x + 11$

Solución: para encontrar la raíz de f debemos hacer $f(x) = 0$ y resolver la ecuación para x :

$$8x + 11 = 0$$

$$8x = -11$$

$$x = -\frac{11}{8}$$

El cero de la función es $x = -\frac{11}{8}$

2. hallar los ceros de la función $f(x) = \frac{3}{2}$

Solución: como $m = 0$ y $b = \frac{3}{2}$, esta función es constante. Por tanto, no tiene ceros.

Ecuaciones de primer grado

Definición (de ecuación).- se denomina ecuación a toda igualdad que solo se satisface para determinados valores numéricos de ciertas letras que aparecen en ella.

Las letras que representan los números desconocidos se denominan incógnitas y a los números o letras que acompañan a las incógnitas se les llama coeficientes.

Por ejemplo, en la ecuación $3x - 1 = 0$, la incógnita es el valor de x y el coeficiente de x es 3

Para resolver una ecuación en una variable, se debe hallar todos los valores de la variable que hacen que la ecuación sea verdadera. Cada uno de estos números es la solución o raíz de la ecuación.

Algunos ejemplos de ecuaciones en una variable son

$$3x + 4 = 7, \quad 2(x - 7) = 8x - 1, \quad x^2 - 5x + 6 = 0, \quad \frac{x-2}{x+1} = 5$$

Las dos primeras ecuaciones son ecuaciones lineales o de primer grado.

Definición de ecuación de primer grado.- Una ecuación que es equivalente a una expresión de la forma $mx + b = 0$, donde m y b son números reales fijos con $m \neq 0$ y x representa un número real a determinarse, se denomina ecuación de primer grado con incógnita x .

A las ecuaciones polinómicas de primer grado también se les conoce como ecuaciones lineales.

La solución de la ecuación de primer grado $mx + b = 0$ es $x = \frac{-b}{m}$

Las ecuaciones que tienen el mismo conjunto solución se denominan ecuaciones equivalentes. Por ejemplo $3x + 4 = 7$ y $2x + 1 = 3$ son ecuaciones equivalentes porque $x = 1$ es la solución de ambas ecuaciones.

Sin embargo, $x^2 - 3x + 2 = 0$ y $3x + 4 = 7$ no son ecuaciones equivalentes, ya que $x = 1$ y $x = 2$ son soluciones de $x^2 - 3x + 2 = 0$ pero $x = 2$ no es solución de $3x + 4 = 7$

Ejemplos:

1. resolver la ecuación $8x + 7 = 3x - 6$

Solución

$$8x + 7 = 3x - 6$$

$$8x + 7 + (-3x) = 3x - 6 + (-3x) \quad \text{Añadimos } (-3x) \text{ a ambos lados}$$

$$5x + 7 = 0 - 6$$

$$5x + 7 - 7 = -6 - 7$$

Restamos 7 a ambos lados

$$5x = -13$$

$$\frac{5x}{5} = -\frac{13}{5}$$

Dividimos para 5 a ambos lados

$$x = -\frac{13}{5}$$

La raíz es $x = -\frac{13}{5}$

Verificación

$$8x + 7 = 3x - 6$$

$$8\left(-\frac{13}{5}\right) + 7 = 3\left(-\frac{13}{5}\right) - 6$$

$$-\frac{69}{5} = -\frac{69}{5}$$

2. resolver $4x - 2(2x - 1) = 2 - x + 3(x - 4)$

Solución: paso a paso, tenemos

$$4x - 2(2x - 1) = 2 - x + 3(x - 4)$$

$$4x - 4x + 2 = 2 - x + 3x - 12$$

$$2 = 2x - 10$$

$$12 = 2x$$

$$\frac{12}{2} = x$$

$$6 = x$$

La raíz es $x = 6$

Verificación

$$4x - 2(2x - 1) = 2 - x + 3(x - 4)$$

$$4x - 4x + 2 = 2 - x + 3x - 12$$

$$4(6) - 4(6) + 2 = 2 - (6) + 3(6) - 12$$

$$+2 = 2 - 6 + 18 - 12$$

$$2 = 2$$

Taller de Coevaluación

1. en cada caso, halle las intersecciones con los ejes de las rectas cuyos gráficos representan las siguientes ecuaciones.

a) $y = 3x + 1$

b) $y = 3 - x$

c) $y = -2x$

2. Grafique las rectas del ejercicio anterior, utilizando las intersecciones con los ejes

3. encuentre los ceros de cada función. Si no existe, escriba «ninguno». Además, grafique la función.

a) $f(x) = 8x + 4$

b) $f(x) = 5x - 11$

c) $f(x) = 3,5x$

4. resuelva las siguientes ecuaciones lineales y compruebe la respuesta obtenida:

a) $4x = 144$

b) $-3x + 4 = 19$

$$c) 4 - 2x = 18$$

$$d) 3x - 4(x - 1) = 3(x - 9) - 5x$$

Refuerzo

1. en cada caso, halle las intersecciones con los ejes de las rectas cuyos gráficos representan las siguientes ecuaciones.

a) $y = x$

e) $y - 3x = 7$

i) $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}y$

b) $y = -7$

f) $2x + y = 5$

j) $4x - 3y = 0$

c) $x = 5$

g) $3y = 6x + 9$

k) $2x = 5y - 10$

d) $y = -\frac{3}{4}x + 6$

h) $2y = 5x - 5$

l) $\frac{4}{5}x - 2y = 1$

2. un taxista cobra 0.35 \$ mas 1,25\$ por cada quilómetro recorrido

a) escriba una función lineal que relacione el precio a pagar con la distancia recorrida;

b) ¿Qué representan los números 0.35 y 1.25?

c) ¿Cuál es el costo de un viaje de 4Km?

3. un medico tuvo un salario anual de 30 500 dólares su primer año de trabajo y de 34 900 dólares su quinto año de trabajo. Si, en este periodo, el salario tuvo un crecimiento lineal.

a) forme la ecuación que modela el salario anual del medico

b) identifique las intercepciones con los ejes

c) si el crecimiento del salario sigue el mismo patrón, ¿Cuánto ganara el médico el octavo año?

4. resuelva las siguientes ecuaciones lineales y compruebe la respuesta obtenida:

a) $\frac{x}{4} = -7$

b) $\frac{3}{2x} = 9$

c) $3w - 2(w - 1) = 2w - 3(w - 4)$

d) $2(5m + 7) - 3(3m + 2) = 4m$

e) $4(5t + 2) - 5(3t + 1) = 2(t - 1)$

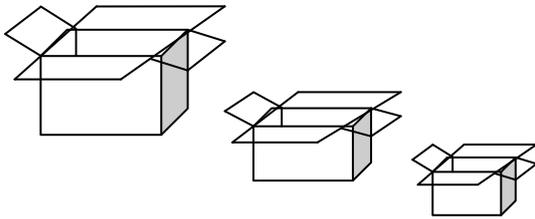
f) $30 - 3(r + 7) = -3(2r + 27)$

DIVERSAS FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA

OBJETIVO.

Aplicar conceptos y propiedades que determinan a una recta.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.



LOS CARTONES

Dentro de un cartón café hay 9 catones verdes y dentro de un cartón verde hay siete cartones azules ¿Cuántos cartones hay en total?

PRERREQUISITOS

1. ¿Qué tiene en común los gráficos de las siguientes funciones?

a) $y = 3x$

b) $y = 3x + 2$

c) $y = 3x - 5$

2. 1. ¿Qué tiene en común los gráficos de las siguientes funciones?

a) $y = -4x + 5$

b) $y = x + 5$

c) $y = 2x + 5$

DIVERSAS FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA

Según la información disponible, hay algunas formas convenientes de escribir las ecuaciones de las rectas no verticales, ellas son:

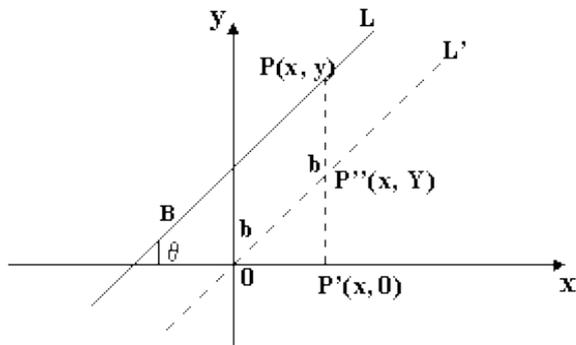
1. forma pendiente - intercepto

La ecuación $y = mx + b$ es la ecuación de la recta en términos de su pendiente m y su intercepto b con el eje y .

$$y = mx + b$$

Se dice que la ecuación de la recta está en la forma pendiente intercepto.

Si $b=0$, la recta pasa por el origen y su ecuación es $y = mx$



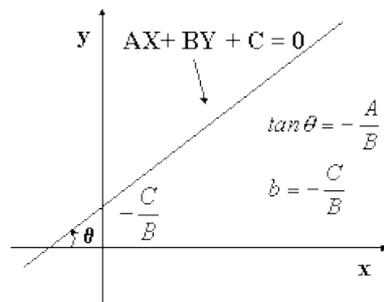
2. Forma general

Toda recta tiene una ecuación que puede escribirse así:

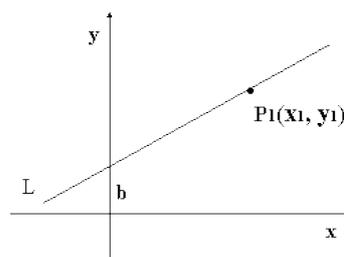
$$Ax + By + C = 0$$

Donde A y B no son simultáneamente iguales a cero

Esta manera de escribir la ecuación se denomina forma general de la ecuación de la recta.



3. Forma punto – pendiente



La ecuación de una recta con pendiente m y que pasa por el punto $M_1(x_1, y_1)$ es

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Esta forma de escribir la ecuación se denomina forma punto pendiente.

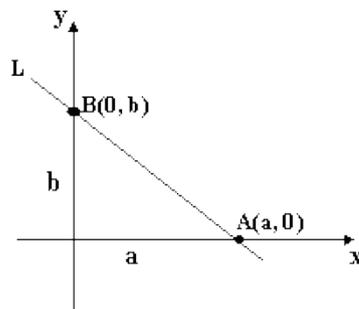
La ecuación recta con pendiente m y cuya intersección con el eje de las x es a , es

$$y = m(x - a)$$

Este es el caso particular del caso anterior, donde $M_1(x_1, y_1) = (0, a)$ si disponemos dos puntos distintos $M_1(x_1, y_1)$ y $M_2(x_2, y_2)$ por donde pasa la recta, primero calculamos su pendiente: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y luego escribimos la ecuación de la forma punto pendiente:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Forma segmentaria



Como l pasa por los puntos $A(a, 0)$ y $B(0, b)$, entonces de acuerdo a la sección la ecuación de l viene dada por:

$$y - 0 = \frac{b - 0}{0 - a} (x - a)$$

Es decir, $y = \frac{-b}{a} (x - a)$ de donde,

$$\frac{b}{a}x + y = b$$

Dividiendo esta última ecuación por b, se obtiene:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Ejercicios:

1. Hallar la ecuación de la recta que pasa por A(4,1) y tenga de pendiente $m = \frac{1}{3}$, trazar la gráfica.

SOLUCIÓN

Sustituimos los valores de $X_1=4$ y $Y_1=1$ y $m = \frac{1}{3}$ en la ecuación de punto pendiente conocida:

$$Y - Y_1 = m(X - X_1)$$

$$\rightarrow Y - 1 = \frac{1}{3}(X - 4) \rightarrow 3(Y - 1) = 1(x - 4) \rightarrow 3Y - 3 = x - 4$$

$$x - 4 - 3Y + 3 = 0 \rightarrow X - 3Y - 1 = 0$$

Para trazar la gráfica calculemos los puntos donde corta a los ejes ordenados de la siguiente manera:

Hacemos $X = 0$ en la ecuación $X - 3Y - 1 = 0$

$$\text{Esto implica } 0 - 3Y - 1 = 0$$

$$-3Y = 1$$

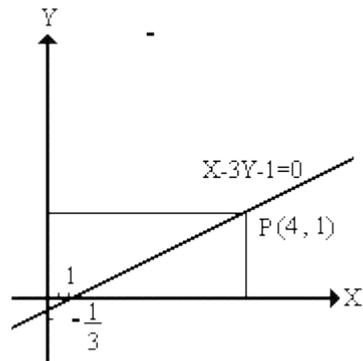
$$Y = -\frac{1}{3}$$

Hacemos $Y = 0$ en la ecuación $X - 3Y - 1 = 0$

$$\text{Esto implica } X - 0 - 1 = 0$$

$$X - 1 = 0$$

$$X = 1$$



Para verificar el punto (4 , 1) debe estar sobre la línea recta lo cual se observa claramente.

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A(-3 , 1) y tenga una pendiente $m = -2$, trazar la gráfica.

SOLUCIÓN

Tenemos $X_1 = -3$, $Y_1 = 1$ sustituyendo en:

$$Y - Y_1 = m (X - X_1)$$

$$Y - 1 = -2 [X - (-3)]$$

$$Y - 1 = -2 (X + 3)$$

$$Y - 1 = -2X - 6$$

$$2X + Y - 1 + 6 = 0$$

$$\mathbf{2X + Y + 5 = 0}$$

Para $X = 0$

$$0 + Y + 5 = 0$$

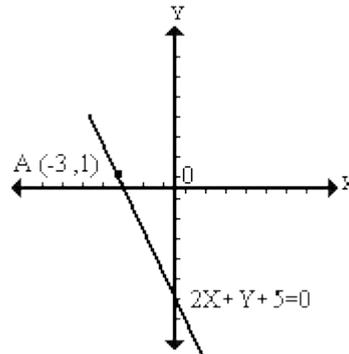
$$Y = -5$$

Para $Y = 0$

$$2X + 0 + 5 = 0$$

$$2X = -5$$

$$X = \frac{-5}{2}$$



3. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(7 , 6) y B(4 , -6). Trazar la gráfica.

SOLUCIÓN

Se tiene $X_1 = 7$, $Y_1 = 6$ y $X_2 = 4$, $Y_2 = -6$

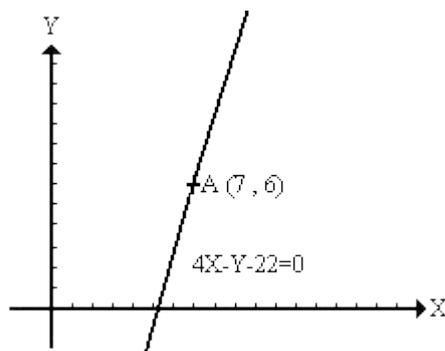
Sustituimos los valores en la ecuación de la recta en función de dos puntos conocidos:

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

$$\frac{Y - 6}{-6 - 6} = \frac{X - 7}{4 - 7} \rightarrow \frac{Y - 6}{-12} = \frac{X - 7}{-3} \rightarrow -3(Y - 6) = -12(X - 7)$$

$12X - 3Y - 66 = 0$, dividiendo por 3

$$4X - Y - 22 = 0$$



4. Hallar la pendiente **m** y la ordenada en el origen **b** de la recta $4X + 3Y = 8$

SOLUCIÓN

Le damos la forma de la ecuación de pendiente intersección:

$$Y = mX + b$$

$$3Y = -4X + 8$$

$$Y = \frac{-4X+8}{3}, Y = \frac{-4X}{3} + \frac{8}{3}$$

Por lo tanto $m = \frac{-4}{3}$ pendiente y $b = \frac{8}{3}$ ordenada al origen.

Para graficar:

$$4X + 3Y - 8 = 0$$

$$X = 0$$

$$0 + 3Y - 8 = 0$$

$$3Y = 8$$

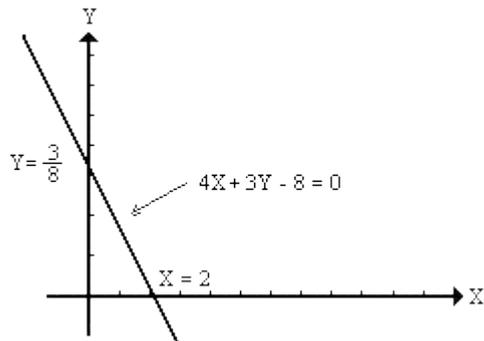
$$Y = \frac{8}{3}$$

$$Y = 0$$

$$4X + 0 - 8 = 0$$

$$4X = 8$$

$$X = 2$$



Taller de Coevaluación

1. Haga corresponder cada ecuación con su forma

Ecuación

Forma

a) $Ax + By + C = 0$

e) Forma pendiente – intercepto

b) $y = mx + b$

f) Forma punto – pendiente

c) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

g) Forma general

d) $y - y_1 = m(x - x_1)$

h) Forma segmentaria

2. Ponga en forma general la ecuación de la recta que pasa por el par de puntos dados:

a) $(0, -10)$ y $(-4, 0)$

b) $(2, 4)$ y $(5, -4)$

c) $(-6, -1)$ y $(-6, 4)$

d) $(-3, -2)$ y $(6, 1)$

3. use el punto y la pendiente dados para formar la ecuación de la recta correspondiente

a) $(2, 1)$ $m = 0$

b) $(5, 3)$ m no definida

c) $(3, -2)$ $m = 1$

4. entre la pendiente y la y - *intercepción* (si es posible) de las rectas cuyas ecuaciones son:

a) $5x - y + 4 = 0$

b) $2x + 3y - 9 = 0$

c) $5x - 2 = 0$

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

OBJETIVO.

Aplicar las propiedades de paralelismo y perpendicularidad para determinar la ecuación de la recta.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL.

GEMELOS



Pipo y Nino son hermanos gemelos. Uno de los dos –pero no se sabe cuál– miente siempre, mientras que el otro siempre dice la verdad. Me acerco a uno de los gemelos y le pregunto: ¿Mino es el que miente? –Si– me responde.



¿Con cuál de los gemelos hable, con Nino o con Pipo?

PRERREQUISITOS

1. ¿Cuáles son las diversas formas de la ecuación de la recta?
2. Dada la ecuación de la recta $6x - 3y = 4$, expresarla de las distintas formas.

CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

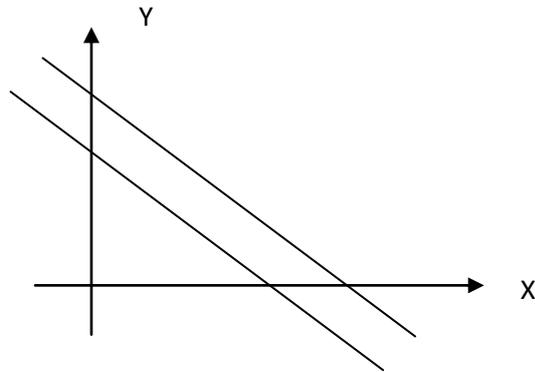
La pendiente de una recta es una herramienta conveniente para determinar si dos rectas son paralelas o perpendiculares.

Rectas paralelas

Dos rectas no verticales en el plano son paralelas si sus pendientes son iguales y no tienen puntos en común; es decir

$$m_1 = m_2$$

Dos verticales siempre son paralelas

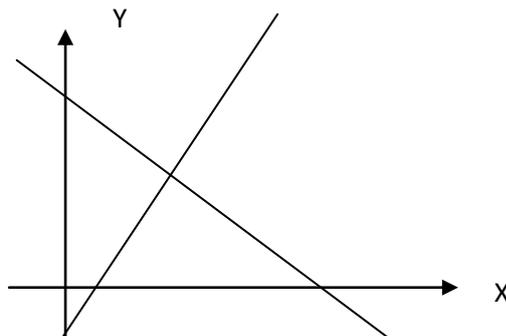


Rectas perpendiculares

Dos rectas no verticales en el plano son perpendiculares si sus pendientes son el recíproco negativo de la otra; es decir

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

Una recta horizontal y una recta vertical siempre son perpendiculares.



Ejemplos

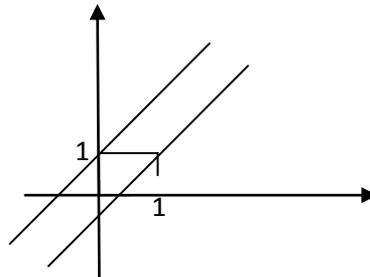
1. Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta $2x - 3y + 5 = 0$ y que pasa por el punto $(1,1)$

Solución: la ecuación de la paralela a la recta dada es de la forma $y = \frac{2}{3}x + b$

Como (1,1) esta sobre la recta, se tiene $1 = \frac{2}{3} + b$, $b = \frac{1}{3}$

Así, la ecuación que buscamos es

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \quad \text{o} \quad 2x - 3y + 1 = 0$$



Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto (3, -1) y es perpendicular a la recta $2x - 3y = 5$

Solución: al escribir la ecuación en la forma pendiente – intercepto:

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}, \text{ determinamos que la pendiente es } m_1 = \frac{2}{3}$$

La recta perpendicular debe tener pendiente $m_2 = -\frac{3}{2}$ (porque $-\frac{3}{2}$ es el reciproco negativo de $\frac{2}{3}$)

La recta que buscamos podemos expresarla en la forma punto- pendiente con $x_1 = 3$ y $y_1 = -1$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-1) = -\frac{3}{2}(x - 3)$$

$$y + 1 = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

TALLER DE COEVALUACIÓN

1. determine si los gráficos de cada pareja de ecuaciones son paralelas, perpendiculares o nada de ello.

a) $y = -6x - 2$, $y = \frac{1}{6}x - 8$

b) $y = 2x - 8$, $4x - 2y - 16 = 0$

c) $y = x - 6$, $x + y + 8 = 0$

2. determine si la recta L_1 y L_2 que pasa por el par de puntos son paralelas, perpendiculares o nada de ello.

a) $L_1: (3,6), (-6,0)$ y $L_2: (0,-1), (5, \frac{7}{3})$

3. encontrar las ecuaciones de las rectas paralelas y perpendiculares a las rectas dadas y que pasan por los puntos indicados

a) punto: $(-3,2)$, recta: $x + y = 7$

b) Punto: $\left(-\frac{2}{3}, \frac{7}{8}\right)$, recta: $3x + 4y = 7$

Refuerzo

1. determine si los gráficos de cada pareja de ecuaciones son paralelas, perpendiculares o nada de ello.

a) $y = 5x - 5$, $5y = 2 - x$

b) $y + 2 = 5x$, $5y + x = -15$

c) $2y + 4x = 8$, $5 + 2x = -y$

d) $2x + 1 = y$, $y + 3x = 4$

2. determine si la recta L_1 y L_2 que pasa por el par de puntos son paralelas, perpendiculares o nada de ello.

a) $L_1: (0, -1), (5, 9)$ y $L_2: (0, 3), (4, 1)$

b) $L_1: (4, 8), (-4, 2)$ y $L_2: (3, -5), \left(-1, \frac{1}{3}\right)$

$L_1: (-2, -1), (1, 5)$ y $L_2: (1, 3), (5, -5)$

3. encontrar las ecuaciones de las rectas paralelas y perpendiculares a las rectas dadas y que pasan por los puntos indicados

a) punto: $(-3, 9)$, $(-1, 4)$, Recta: $6x + 2y = 9$

b) Punto: $(-4, 1)$, recta: $y + 2 = 0$

c) Punto: $(3, -1)$, Recta: $x - 6 = 0$

CONCLUSIONES.

- El desarrollo de los contenidos por etapas permite a los estudiantes un aprendizaje mucho más rápido, aplicando algoritmos y reforzándolos con los conocimientos previos, para luego ser evaluados mediante un taller preparado para cada tema.
- Ésta guía le permite al estudiante desarrollar y ejercitar el razonamiento lógico mediante varias actividades, que necesitan de concentración e imaginación para poder encontrar las soluciones.
- El reforzar cada nuevo tema de clase es importante en el aprendizaje, la práctica y la aplicación de lo aprendido en el aula, hace que los estudiantes desarrollen la agilidad para resolver ejercicios o cualquier tipo de problemas y sean tan independientes que no necesiten de la presencia de su profesor.

RECOMENDACIONES.

- Se recomienda al estudiante resolver o realizar en su totalidad, los ejercicios y actividades de refuerzo que se proponen al final de cada tema.
- Se sugiere a los profesores participar conjuntamente con sus estudiantes, en la solución de las actividades motivacionales.
- Se recomienda a los profesores y estudiantes, realizar y revisar los talleres propuestos, mismos que determinan la medida en la que se desarrolla el aprendizaje en cada uno de los estudiantes.

BIBLIOGRAFIA

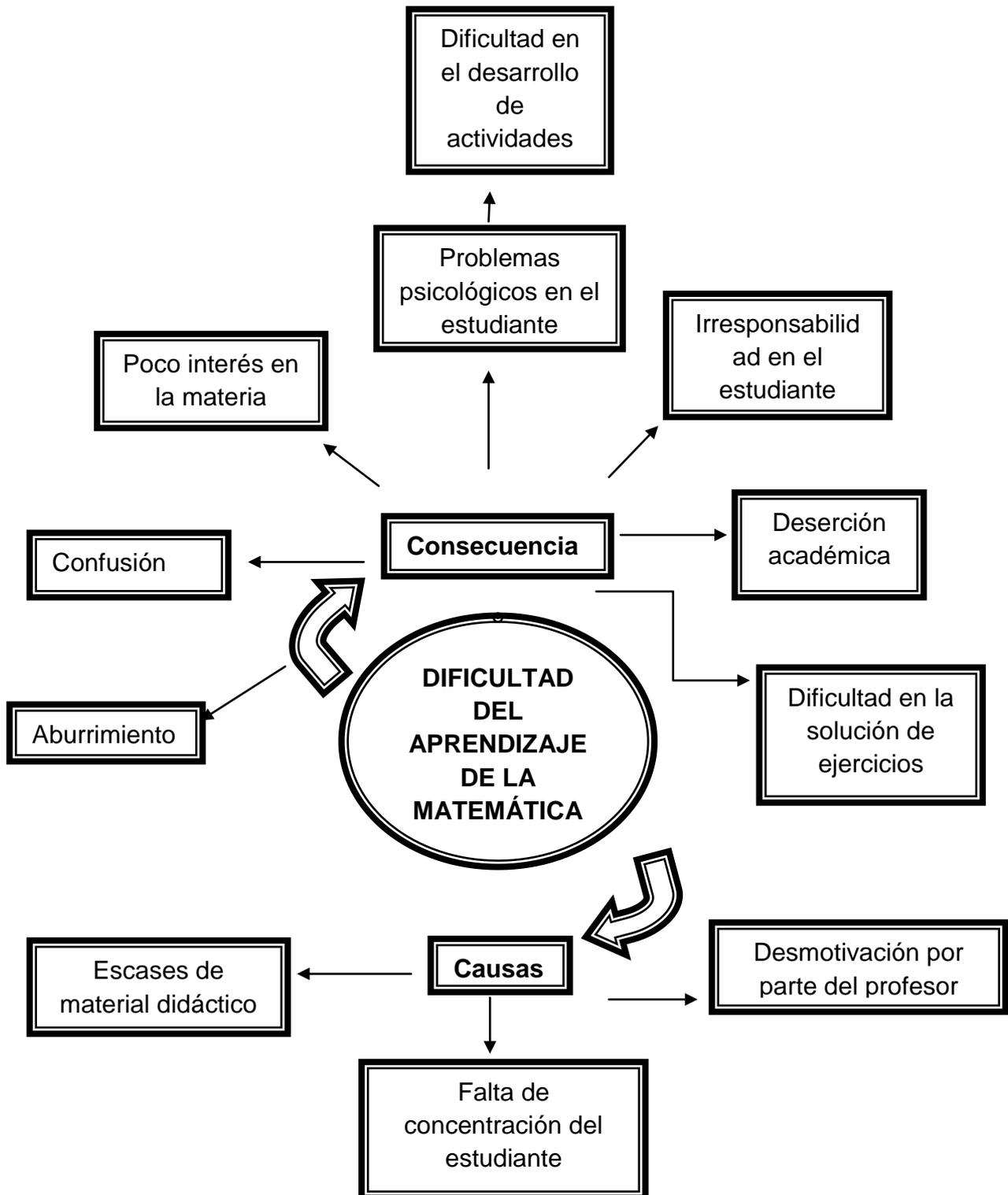
- Dorado Alfonso, (2000) “Enciclopedia Interactiva Estudiantil Siglo XXI”
- Fesquet H.B., Linskens M.E., Repetto C.H, “Aritmética-3”, décima edición, Editorial LIBRESA Quito- Ecuador.
- Gispert, Carlos, (1999). “Mentor Enciclopedia Temática Estudiantil”,
- Gonzales M.O. / Mancil J.D. “Álgebra Elemental Moderna Volumen 1”, décima tercera edición Editorial LIBRESA Quito- Ecuador.
- Gonzales M.O. / Mancil J.D. “Álgebra Elemental Moderna Volumen 2”, décima tercera edición Editorial LIBRESA Quito- Ecuador.
- Guerra Milton R. y Rosero Lucía. “Matemática Viva 9”, primera edición, Editorial Dimensión Aurea. Quito-Ecuador.
- Guerra Milton R. y Rosero Lucía. “Matemática Viva 10”, primera edición, Editorial Dimensión Aurea. Quito-Ecuador.
- Guerra Milton R. y Rosero Lucía. “Matemática Recreativa 8”, Editorial Dimensión Aurea. Quito-Ecuador.
- Guerra Milton R. y Rosero Lucía. “Matemática Recreativa 9”, Editorial Dimensión Aurea. Quito-Ecuador.
- Guerra Milton R. y Rosero Lucía. “Matemática Recreativa 10”, Editorial Dimensión Aurea. Quito-Ecuador.

- Sánchez, Antonio Bonet. (1993) “Gran Enciclopedia Educativa”
- Vidal José Antonio, (1997).“Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano”, volumen 3,

LINCOGRAFÍA.

- www.profesorenlinea.cl/matematica/Ecuaciones_primer_grado.html
- www.galeon.com/damasorojas8/Ecprimergrado.pdf
- www.sectormatematica.cl/media/NM1/NM1_verbales_ec_primer_grado.doc
- www.iescavaleri.com/contenidos/new_mates/files/problemas_ecuaciones_primergrado.pdf
- www.rekursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/sist_ecu_jacm/sist_ecuac.htm
- www.sapiensman.com/matematicas/matematicas33.htm
- www.thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Problemas/09-02-p-SisEcuIPresentacion.html
- www.thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Problemas/09-02-p-SisEcuProblemas.html

ANEXO 1: Árbol de Problemas



ANEXO 2: Matriz de Coherencia

FORMULACION DEL PROBLEMA	OBJETIVO GENERAL
<p>¿Cuáles son las dificultades en el aprendizaje de la matemática de los estudiantes del primer año de bachillerato especialidad físico matemático, de los colegios: UNIVERSITARIO “UTN” y NACIONAL IBARRA, durante el año lectivo 2009-2010?</p>	<p>Mejorar el aprendizaje de la matemática, mediante la utilización de procesos matemáticos apropiados, para facilitar su desenvolvimiento en la solución de ejercicios y problemas.</p>
SUBPROBLEMAS	OBJETIVOS ESPECIFICOS
<p>¿Existe dificultad para aprender matemática? ¿Que metodología utiliza su profesor en la enseñanza de la matemática?</p> <p>¿Cómo se puede mejorar el desarrollo del aprendizaje de la matemática en los estudiantes?</p> <p>¿Por qué el estudio de la matemática resulta ser complejo?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diagnosticar en cada uno de los establecimientos investigados la existencia de dificultad del aprendizaje de la matemática. • Determinar los tipos de métodos y técnicas, que utilizan los profesores de matemática de primero de bachillerato Físico Matemático, para identificar la metodología que ellos utilizan. • Elaborar una guía didáctica, para que los estudiantes practiquen y mejoren sus capacidades matemáticas. • Socializar los resultados obtenidos en la investigación, con los estudiantes y profesores de las instituciones

ANEXO 3: Cuestionario

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA
ESCUELA DE PEDAGOGÍA
ESPECIALIDAD FÍSICO MATEMÁTICO

Datos Informativos:

Colegio:.....Curso:.....Fecha:.....

Estimado estudiante, sírvase a contestar de forma clara las siguientes preguntas, mismas que serán de mucha utilidad para la investigación que se está realizando.

CUESTIONARIO

1. ¿Usted presenta dificultad en el aprendizaje de la matemática?

Siempre Casi siempre A veces Nunca

2. ¿Qué grado de dificultad presenta usted en la asignatura de matemática?

Alto Medio Bajo

3. ¿A qué se debe que usted presente dificultad en el aprendizaje de la matemática?

a. A la metodología utilizada por su profesor

b. A que usted no muestra interés en la clase

c. Porque el estudio de la matemática es complejo

4. La metodología utilizada por su profesor en la enseñanza de la matemática es:

Muy Buena Buena Regular

5. Su profesor utiliza varios procedimientos al realizar los ejercicios en clases

Siempre Casi siempre A veces Nunca

6. Su profesor relaciona los problemas tratados en clase con las de la vida real

Siempre Casi siempre A veces Nunca

7. Al iniciar un nuevo capítulo de clase su profesor realiza:

- a. Diagnósticos
- b. Analiza el tema
- c. Va directamente al tema
- d. Explora conocimientos previos

8. La comunicación del profesor de matemática con los estudiantes, usted lo califica como:

Excelente Muy Buena Buena Mala

9. La actitud que el profesor de matemática muestra hacia los estudiantes es:

Muy Buena Buena Mala

10. En qué grado considera usted que su profesor de matemática domina la materia

Alta Media Baja

11. En que presenta usted mayor dificultad

- a. Al entender el tema
- b. Analizar el ejercicio
- c. Aplicar formulas
- d. Resolver problemas

12. Es necesario la presencia de su profesor de matemática para que pueda realizar los ejercicios.

Siempre Casi siempre A veces Nunca

ANEXO 5: Fotografías

COLEGIO NACIONAL IBARRA



COLEGIO UNIVERSITARIO "UTN"



