UNIVERSIDAD TECNICA DEL NORTE

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TEMA:

"PROCESO ENSEÑANZA - APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA DE LOS OCTAVOS, NOVENOS Y DÉCIMOS AÑOS DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO TÉCNICO "ALFREDO ALBORNOZ SÁNCHEZ", EN EL AÑO LECTIVO 2010 - 2011."

Trabajo de grado previo a la obtención del título de Licenciados en Ciencias de la Educación, Especialidad Físico – Matemático.

AUTORES:

Borja Guevara Víctor Hugo
Narváez Franco Sonia Marilsa

DIRECTOR:

Doctor: Galo Álvarez

Ibarra, 2010

ACEPTACION DEL DIRECTOR DE TESIS

Yo, Doctor Galo Álvarez, docente de la Facultad de Educación Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte;

CERTIFICO

Qué; una vez que se ha realizado el análisis y seguimiento a la tesis titulada **"PROCESO ENSEÑANZA - APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA DE LOS OCTAVOS, NOVENOS Y DÉCIMOS AÑOS DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO TÉCNICO "ALFREDO ALBORNOZ SÁNCHEZ", EN EL AÑO LECTIVO 2010 - 2011."**, de los Egresados Borja Guevara Víctor Hugo y Narváez Franco Sonia Marilsa en la especialidad de Físico y Matemática, considero que el siguiente informe final de investigación reúne todos los requisitos científicos y técnicos para ser evaluado por el Tribunal calificador que el Consejo Directivo que la Facultad designó.

Ibarra, 03 de diciembre del 2010

Dr. Galo Álvarez

DEDICATORIA

VICTOR:

Al esfuerzo tesonero de mi MADRE, que sin su apoyo moral, no hubiese culminado con éxito mi carrera y por ende mi futuro profesional.

SONIA:

A mis PADRES, que supieron guiarme ofreciéndome toda su comprensión y apoyo para seguir adelante y finalizar con éxito mi profesión tan anhelada y esperada.

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Técnica del Norte, a sus autoridades por acogernos durante todo el transcurso de preparación y en especial al Doctor Galo Álvarez por habernos guiado en el desarrollo de esta investigación.

Al Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez” por haber brindado todas las facilidades para poder realizar este trabajo de investigación y aplicarlo con la juventud de tan prestigiosa institución y a todas las personas que directa e indirectamente hicieron posible la culminación de este trabajo científico tecnológico.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN

La presente investigación tiene por objeto solventar la falta de una guía didáctica en la asignatura de matemática de acuerdo a los planes y programas de los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica. La falta de una guía teórico práctica ha hecho que los estudiantes de la especialidad de Física y Matemáticas de la Universidad Técnica de Norte no tengan este material indispensable para poder impartir el aprendizaje de la matemática básica. En esta investigación se utilizó distintos métodos para el diagnóstico como son los cuestionarios, los cuales contienen un listado de preguntas, realizados a los sujetos de estudio y poder determinar las dificultades que se presentan día a día en el desarrollo en esta asignatura; por estos detalles se trata de una investigación de campo, a la vez también es una investigación bibliográfica, porque se utilizó la recolección de datos tanto de Internet como de otras fuentes de información; es a la vez una investigación propositiva, por cuanto se presenta una propuesta alternativa para dar solución al problema diagnosticado; además, es una investigación descriptiva, porque se analiza y describe la realidad del problema a través de la observación y las encuestas para la obtención de la información. Con esta investigación el equipo investigador pretende dar una alternativa de solución valedera, para que los estudiantes de los colegios tengan un mecanismo de aprendizaje significativo sobre los temas propuestos, ya que se imparte los conocimientos con la utilización de una nueva metodología apoyándose en los avances de la ciencia y la tecnología actual, es por eso que se utiliza audiovisuales para impartir los conocimientos facilitando el proceso enseñanza - aprendizaje a todos y cada uno de los que manipulen esta guía didáctica. Se espera que el presente trabajo de investigación quede a criterio de todos los que utilicen para uso de los estudiantes, para que sea aprovechado de una manera práctica y objetiva.

SUMMARY

The present investigation has for object to pay the lack of a didactic guide in mathematics subject according to the plans and programs of the eighth, ninth and tenth years of Basic Education. The lack of a guide theoretical practice has made that the students of the specialty of Physics and Mathematics of the Technical University of North don't have this indispensable material to be able to impart the basic mathematics learning. In this investigation it was used different methods for the diagnosis as they are the questions, which contain a listing of questions, carried out to those subject of study and to be able to determine the difficulties that are present day by day in the development in this subject; for these details it is a field investigation, at the same time also it is a bibliographical investigation, because the so much gathering of data of internet was used like of other sources of information; it is at the same time an investigation propositiva, since an alternative proposal is present to give solution to the diagnosed problem; also, it is a descriptive investigation, because it is analyzed and it describes the reality of the problem through the observation and the surveys for the obtaining of the information. With this investigation the investigating team seeks to give an alternative of valid solution, so that the students of the schools have a mechanism of significant learning on the proposed topics, since it is imparted the knowledge with the use of a new methodology leaning on in the advances of the science and the current technology, it is for that reason that it is used audiovisual to impart the knowledge facilitating the process teaching - learning to all and each one of those that manipulate this didactic guide. It is expected that the present investigation work is to approach of all those that use for the students' use, so that it is taken advantage of in a practical and objective way.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación está dirigida a maestros y estudiantes, con ganas de superarse y continuar con sus estudios o para utilizar a diario dándole el uso adecuado y aprovecharlo como un auxiliar en la compleja tarea de aprender y enseñar los secretos de álgebra facilitando dichos procesos.

Esta investigación puede utilizar cualquier persona; no supone habilidad o destreza alguna de matemática básica, ya que está diseñada para que el aprendizaje sea significativo con la ayuda de audiovisuales en su proceso.

La finalidad principal es lograr la unificación de la enseñanza en esta asignatura siendo la oportunidad para que los alumnos de los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica adquieran o reafirmen sus conocimientos en el desarrollo de problemas de la vida cotidiana.

El presente trabajo tiene como objetivo, no sólo brindar conocimientos, sino conseguir que la práctica de esta asignatura sea de fácil acceso y propiciar en el estudiante hábitos de agilidad mental y precisión en el manejo de operaciones algebraicas.

Se pretende que la presente investigación constituya una poderosa fuente de motivación para el proceso enseñanza-aprendizaje, ya que los contenidos han sido cuidadosamente revisados y diseñados para lograr un aprendizaje significativo e innovador para todas las personas que lo utilicen, a las cuales se les agradece por anticipado las observaciones y comentarios que este trabajo de investigación les merezca.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Antecedentes:

La Historia de la Matemática es un área de estudio que abarca las investigaciones sobre los orígenes de los descubrimientos en matemáticas y en menor grado, de los métodos matemáticos y la notación.

Antes de la edad moderna y la difusión del conocimiento a lo largo del mundo, los ejemplos escritos de nuevos desarrollos matemáticos salían a la luz sólo en unos pocos escenarios. Los textos matemáticos más antiguos disponibles son el (Matemáticas en Egipto c. 1650 a. C.), y el *Shulba Sutras* (Matemáticas en la India c. 800 a. C.); éstos textos tratan sobre el teorema de Pitágoras, que parece ser el más antiguo y extendido desarrollo matemático después de la aritmética básica y la geometría.

Tradicionalmente se ha considerado que la matemática, como ciencia, surgió con el fin de hacer los cálculos en el comercio, para medir la Tierra y para predecir los acontecimientos astronómicos. Estas tres necesidades pueden ser relacionadas en cierta forma a la subdivisión amplia de la matemática en el estudio de la estructura, el espacio y el cambio.

La crisis social en el país está afectada por la influencia de avances científicos y tecnológicos que son mal utilizados, a esto se suma la crisis política en la que se vive día a día, donde los medios de comunicación bombardean con información de noticias demasiado negativas, de esta manera también se incrementa la falta de fuentes de trabajo, por ende sus ingresos económicos son bastante bajos, de ahí nace la idea de trabajar la pareja, quedando abandonado el hogar y descuidando la educación de la niñez y la juventud, encargándole esta ardua labor solamente a los maestros, brindando amistad, confianza, seguridad a los señores estudiantes, para que tomen conciencia, amor y dedicación por el estudio, siendo así una motivación en el proceso enseñanza – aprendizaje, en la asignatura de matemática de los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez", en el año lectivo 2010 – 2011, de la Provincia del Carchi, Cantón Bolívar, Ciudad de Bolívar; esto se logra a través de diálogos, charlas y conferencias con los señores estudiantes, padres de familia y compañeros maestros, concientizándoles de que la falta de recursos económicos, no sea la causa principal para que puedan superarse y se dejen llevar por la influencia negativa de algún grupo o secta, ya que éste no es un justificativo para que la juventud abandone sus estudios.

La dificultad de la matemática viene desde tiempos muy remotos ya que se la ha considerado como un tabú; en la cual la dominaban únicamente un grupo de personas privilegiadas, conforme trascurre el tiempo se la ha difundido a toda la población, pero ésta siempre ha presentado dificultad en la niñez, adolescencia y juventud; con la igualdad de género y con la promulgación de nuevas leyes siendo gratuidad y obligatoriedad de la educación ya que es una necesidad en la actualidad.

1.2. Planteamiento del Problema:

Una de las actividades dentro del área educativa es de gran importancia la exigencia, responsabilidad y la relación con las estrategias metodológicas que se cumplen en las instituciones escolares. Es necesario que estas sean revisadas cuidadosamente, para lograr un mejor rendimiento en el aprendizaje en los estudiantes.

En los actuales momentos se reconoce la importancia y necesidad de revisar esas estrategias metodológicas para lograr así que los estudiantes se sientan altamente motivados y comprometidos con el aprendizaje, permitiendo así que sean capaces de asumir su responsabilidad con claro conocimiento de su misión como es el de mejorar su rendimiento académico durante y al final de sus estudios.

El propósito general del equipo investigador es determinar cómo influyen las estrategias metodológicas en el aprendizaje de los alumnos y realizar un estudio a través de las calificaciones obtenidas por ellos, haciendo una estadística, se realizó una interpretación para determinar cuál o cuáles son las causas.

Dada la problemática del bajo rendimiento académico de los estudiantes y definiendo el aprendizaje alcanzado por los estudiantes durante y al final de la instrucción, se estima que en parte el origen de tales resultados pudieran ser el empleo de estrategias inefectivas.

Esta situación se debe a diversas causas, como son el empleo de estrategias instruccionales inadecuadas, así como el desconocimiento por parte de los docentes. Los conocimientos previos que tienen los estudiantes y un conjunto de factores como lo relacionado con el currículo, el docente, el estudiante, las tareas académicas requeridas como de aprendizaje.

La complejidad de esta problemática lleva a la necesidad de plantear alternativas que contribuyan a mejorar los procesos de la enseñanza - aprendizaje; en tal sentido, se diseñó herramientas orientadas hacia el logro de objetivos que permitan mejorar el proceso educativo.

En la actualidad se observa que uno de los factores que inciden para el ingreso en el bachillerato, es el manejo de algunas informaciones previas en el área de matemática, notándose un grave déficit en los conocimientos básicos de ésta, por lo que se hace necesario enfatizar en la enseñanza de dicha asignatura, partiendo de estrategias metodológicas y el desarrollo de la inteligencia que los docentes deben aplicar para lograr un mejor rendimiento.

Tomando en cuenta que la matemática constituye una de las ciencias de gran relevancia en el proceso educativo debido a la interrelación que existe entre ella y las demás asignaturas, por su ayuda al pensamiento lógico y sistemático, se consideró conveniente la revisión del rendimiento académico para así estudiar y analizar las diferentes estrategias de las cuales se valen los docentes para hacer más efectivo el aprendizaje.

De no realizarse este trabajo de investigación, los señores estudiantes, pueden perder el año y por ende se produce la deserción escolar; luego serán muchachos de la calle sin ningún porvenir, desocupados y futuros delincuentes, que consumirán drogas y serán considerados como una enfermedad crónica dentro de la sociedad.

1.3. Formulación del problema:

De lo expuesto anteriormente, se puede formular el problema de la siguiente manera:

¿Cómo mejorar los procesos de enseñanza - aprendizaje de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica en el Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez”?.

1.4. Delimitación del problema:

1.4.1. Unidades de observación

Esta investigación se la aplicó con el respectivo permiso de las autoridades del Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez”, ya que en años anteriores se sugirió por parte de los señores estudiantes se debe cambiar de metodología para llegar a entender y comprender la asignatura de matemática.

1.4.2. Delimitación espacial

El tema de investigación se lo realizó con los señores estudiantes de octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez” de la ciudad de Bolívar, se encuentra ubicado en la provincia del Carchi, cantón Bolívar, ciudad de Bolívar, sector rural, barrio Cuarantum, calle Olmedo.

1.4.3. Delimitación temporal

La presente investigación e información se desarrolló durante el año lectivo 2010 – 2011.

1.5. Objetivos:

1.5.1. Objetivo general de la investigación

Mejorar el proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez", de la Provincia del Carchi, Cantón Bolívar, Ciudad de Bolívar.

1.5.2. Objetivos específicos de la propuesta

- Diagnosticar cómo es el proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez"

- Recopilar metodologías didácticas activas utilizadas en el proceso enseñanza - aprendizaje de la matemática.

- Elaborar una guía didáctica de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica.

- Socializar a los compañeros docentes del área la guía didáctica

1.6. Justificación

Esta investigación tiene como fin mejorar el proceso enseñanza - aprendizaje para que los jóvenes lo conviertan en un aprendizaje significativo y no sea una de las causas el fracaso en las evaluaciones por ende mejora el rendimiento académico.

Con esta investigación se beneficiaron 176 estudiantes y se la realizó en el lectivo 2010- 2011, la cual ayudó a mejorar el rendimiento de los estudiantes de los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez", y se la socializó en las demás instituciones de la parroquia, ya que tienen las mismas dificultades, éste documento puede ser utilizado como base para futuras investigaciones.

Los instrumentos pueden ser mejorados en futuras investigaciones con el fin de que se beneficie toda la juventud con ganas de superarse y continuar sus estudios superiores, ya que éste modelo nace de la creatividad e iniciativa de los investigadores, para ayudar a la comprensión y entendimiento de la matemática.

Concientizar a los compañeros docentes en el cambio de estrategias metodológicas para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje.

Coparticipar con los señores padres de familia en ésta dura y difícil tarea del quehacer educativo.

Estos resultados ayudaron a mejorar el proceso enseñanza - aprendizaje convirtiéndose en un modelo para poder aplicar en todas las instituciones de la parroquia, cantón, provincia y país

La presente investigación sirve a los investigadores para la obtención del título de Licenciatura en Ciencias de la Educación Especialidad Física – Matemática.

Los aportes sirven a presentes y futuras generaciones ya que la propuesta es que la enseñanza de la matemática se la realice con la ayuda de audiovisuales para un mejor entendimiento de la asignatura.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEORICO

2.1. Fundamentación teórica:

2.1.1. Teorías de enseñanza de matemáticas

“Por Godino y Batanero (1994), reconocen un papel fundamental a las situaciones problema y a las acciones de las personas e instituciones en la construcción del conocimiento matemático. En dicha teorización se propone una reconceptualización de algunos conceptos básicos como la noción de objeto matemático, significado y comprensión, así como el estudio de sus relaciones mutuas. Así mismo, se distinguen para dichos constructos dos dimensiones interdependientes, personales e institucionales. Ampliándose actualmente al conjunto de nociones teóricas que configuran “un enfoque anto-semiótico de la cognición e instrucción matemática, por el papel central que asignan al lenguaje, a los procesos de comunicación e interpretación y a la variedad de objetos intervinientes" (Godino, Font, Contreras, Wilhelmi, 2005).

2.1.2. Proceso enseñanza- aprendizaje

En esta línea, es fundamental que en las actuales circunstancias, el sistema educativo establezca distintos puentes, tanto con el sistema científico-tecnológico como con el sistema productivo, privilegiando tres aspectos de modo interactivo, la retención de la población el tiempo suficiente para que complete la Educación Básica; la integración en el aprendizaje de elementos científicos - tecnológicos que permitan la comprensión y la incorporación de un mundo en permanente cambio y el afianzamiento de una cultura del trabajo productivo, vinculada con el entorno y sus potencialidades, proclive al aprendizaje tecnológico, a la audacia en el diseño de estrategias y a la creatividad.

La reformulación de contenidos y métodos es prioritaria, ya que ellos definen el acto educativo en el plano del aprendizaje, se trata de un proceso en el que inciden múltiples factores, las necesidades y los valores de las sociedades; el desarrollo de los medios de comunicación; la incorporación de los avances científicos y las nuevas tecnologías; pero a pesar de esa complejidad, urge tomar iniciativas que permitan enfrentar los desafíos del desarrollo socio-económico.

El objetivo general de este programa fue actualizar los contenidos y metodología de la enseñanza de la matemática, desarrollando actividades de investigación, formación, elaboración de materiales didácticos y de apoyo docente y de movilización y participación de profesores y estudiantes, a fin de generar y difundir una cultura proclive al aprendizaje tecnológico, a la audacia en el diseño de estrategias económicas y a la creatividad para combinar factores productivos.

El proceso enseñanza - aprendizaje en la asignatura de matemática, se lo realizó con tecnología de punta para poder satisfacer las necesidades y exigencias de los educandos.

Se cambió la forma de impartir los conocimientos en los procesos de enseñanza - aprendizaje de matemática, mediante la utilización de audiovisuales.

La participación de los actores fue relevante para poder lograr los objetivos planteados, formando grupos de trabajo, motivándolos mediante charlas para elevar la autoestima y en lo posible la transferencia de conocimiento fue mediante juegos matemáticos.

Es importante conversar con todos y cada uno de los educandos brindándoles así confianza y amistad dándoles a conocer tanto a estudiantes como a padres de familia sobre los avances que se lograron en el proceso.

Las evaluaciones se realizaron en una forma permanente, y se verifico los objetivos propuestos.

2.1.3. Enseñanza de matemáticas

El objetivo al enseñar matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática, comprensión de los conceptos y procedimientos, están en capacidad de ver y creer que la asignatura es útil para maestros y estudiantes, reconocen que la habilidad matemática es parte normal de la destreza mental de todas las personas, no solamente de unos pocos dotados.

Se ofreció experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas, la comunicación, se alentó a los estudiantes a formular, resolver problemas relacionados con su entorno para que puedan ver estructuras matemáticas en cada aspecto de sus vidas; experiencias, conceptos que ofrecen las bases para entender y construir significados.

Los estudiantes crearon su propia forma de interpretar una idea, relacionarla con su propia experiencia de la vida, ver cómo encaja con lo que ellos ya saben y qué piensan de otras ideas relacionadas.

Los maestros llegaron a entender a los estudiantes, se dedican a asignarles trabajos prácticos de cálculo, realizan actividades que promueven la participación activa, en la aplicación a situaciones reales, esos maestros regularmente utilizan la manipulación de materiales concretos para construir conocimientos; hacen a los estudiantes preguntas que promuevan la exploración, la discusión, el cuestionamiento y las explicaciones; los jóvenes aprendieron mejores métodos para determinar cuándo y cómo utilizar una gama amplia de técnicas computacionales tales como aritmética mental, estimaciones y calculadoras, o procedimientos con lápiz y papel.

2.1.4. Dificultades en el proceso enseñanza - aprendizaje

Las dificultades de aprendizaje que manifestaron los estudiantes a lo largo de su proceso educativo, han sido analizadas desde múltiples perspectivas y han generado marcos conceptuales y modelos explicativos diversos, el concepto de problemas o retrasos de aprendizaje es muy amplio. Su significado abarca cualquier dificultad notable que un estudiante encuentra para seguir el ritmo de aprendizaje de sus compañeros de edad, cualquiera que fuera el factor determinante de este. Los que presentan deficiencias sensoriales y aquellos que presentan falencias en un campo concreto, como la lectura, las matemáticas, entrarían en este colectivo, aunque no lo agotarían.

En la situación de aprendizaje intervino un amplio número de factores de forma interactiva cuya específica confluencia determina el rendimiento del que aprende: las actividades de aprendizaje, las características personales; la naturaleza de los materiales, la tarea y su criterio para reconocer, recordar y transferir.

2.1.5. Guías

En términos generales, se entiende por guía aquello o a aquel que tiene por objetivo y fin el conducir, encaminar y dirigir algo para que se llegue a buen puerto en la cuestión de lo que se trate.

Esta función es materializada tanto en una persona como en algún elemento específico que es de uso muy corriente y recurrente para la mayoría de las personas.

2.1.6. Contenido de las guías

La eficacia de esta guía como estrategia de enseñanza-aprendizaje mejoró a las condiciones motivacionales, personales y actitudinales del estudiante, así como la adquisición de nuevos conocimientos.

Con el fin de contrastar la validez y la utilidad de dicha herramienta, se realizó un estudio de diseño experimental con los octavos, novenos y decimos años de Educación Básica control con pretest y postest y en relación al área de las matemáticas, el grupo experimental lo formaron 176 estudiantes; los resultados que se obtuvieron, nos indicaron las dificultades que los estudiantes experimentan, evidencian en mayor o menor habilidad para seleccionar, organizar e integrar las ideas de un texto así como un mayor dominio de los conocimientos de la materia.

2.1.7. Contenidos teóricos de matemática

De acuerdo a las diferentes posiciones teóricas los investigadores están de acuerdo con el aprendizaje significativo mediante el constructivismo en donde el estudiante es el gestor de su aprendizaje.

"La formalización de la teoría del constructivismo se atribuye generalmente a Jean Piaget , que articuló los mecanismos por los cuales el conocimiento es internalizado por los educandos. Sugirió que a través de procesos de acomodación y asimilación, los individuos construyen nuevos conocimientos de sus experiencias. Cuando los individuos se asimilan, incorporan la nueva experiencia en un marco ya existente, sin cambiar el marco, esto puede ocurrir cuando las experiencias de los individuos se alinean con su representación interna del mundo, pero también puede ocurrir como un fracaso para cambiar una mala comprensión."

Es importante señalar que el constructivismo no es una particular pedagogía. De hecho, el constructivismo es una teoría que describe cómo el aprendizaje sucede, sin importar si los estudiantes utilizan sus experiencias para entender una conferencia o siguiendo las instrucciones para la construcción de un modelo de un avión. En ambos casos, la teoría del constructivismo sugiere que los estudiantes construyen el conocimiento de sus experiencias. Sin embargo, el constructivismo se asocia a menudo con enfoques pedagógicos que promuevan, el aprender haciendo.

"El constructivismo social*,* las opiniones de cada estudiante como un único individuo con necesidades únicas. El alumno también se ve tan complejo y multidimensional. El constructivismo social no sólo reconoce la singularidad y la complejidad del alumno, sino que fomenta de hecho, utiliza las recompensas como una parte integral del proceso de aprendizaje (Wertsch 1997)".

El constructivismo social anima al estudiante a llegar a su versión de la verdad, influido por sus antecedentes, la cultura o la visión del mundo, la evolución histórica y los sistemas de símbolos, como el lenguaje, la lógica y los sistemas matemáticos, son heredados por el estudiante como miembro de una cultura particular y estos se aprende durante toda la vida.

Los jóvenes al desarrollar sus habilidades de pensamiento mediante la interacción con otros jóvenes, adultos y el mundo físico, ayuda a dar forma al conocimiento y la verdad que el estudiante crea, descubre y alcanza en el proceso de aprendizaje (Wertsch, 1997).

El constructivismo social, fuertemente está influenciado por el trabajo de Vygotsky desde (1978), sugiere que el conocimiento es primero construido en un contexto social y luego apropiados por los individuos (Bruning etc. al., 1999; M. Cole, 1991; Eggan y Kauchak, 2004). De acuerdo con los constructivistas sociales, el proceso de compartir perspectivas *de* colaboración llamado elaboración-individual (medidor y Stevens, 2000) los resultados en los estudiantes la construcción de la comprensión juntos que no sería posible solo (Greeno et al., 1996)

Constructivista social estudiosos ven el aprendizaje como un proceso activo donde los estudiantes deben aprender a descubrir principios, conceptos y hechos por sí mismos, de ahí la importancia de alentar las conjeturas y pensamiento intuitivo de los alumnos (Brown et al.1989; Ackerman, 1996). De hecho, para el constructivismo social, la realidad no es algo que podemos descubrir, ya que no preexiste antes de nuestra invención social de la misma. Kukla (2000) argumenta que la realidad es construida por nuestras propias actividades y que las personas, así como miembros de una sociedad, inventaron las propiedades del mundo.

Otros estudiosos constructivistas de acuerdo con esto y hacer hincapié en que los individuos toman significados a través de las interacciones entre sí y con el entorno en el que vivimos, pues, un conocimiento es producto de los seres humanos y es social y culturalmente construido (Ernest 1991; PrawatFloden y 1994). McMahon (1997) está de acuerdo en que el aprendizaje es un proceso social, declara además que el aprendizaje no es un proceso que sólo tiene lugar dentro de nuestras mentes, ni es un desarrollo pasivo de nuestros comportamientos que tiene la forma de fuerzas externas y que el aprendizaje significativo ocurre cuando los individuos se dedican a actividades sociales.

2.2. Posicionamiento teórico personal

Esta investigación se basa en la teoría del constructivismo ya que los jóvenes para desarrollar sus habilidades, destrezas de pensamiento se interrelacionan con otros jóvenes, adultos y el mundo físico; es por eso la importancia de tener en cuenta los antecedentes y la cultura de cada uno de ellos; Esto también ayuda a dar forma al conocimiento y la verdad que el estudiante crea, descubre y alcanza en el proceso activo en donde aplica principios, conceptos y hechos por sí mismo argumentando que la realidad es construida por sus propias actividades personales, ya que el aprendizaje es un acontecimiento que tiene lugar dentro de la mente y con el desarrollo activo del comportamiento, en el aula es cuando se desarrolla el lenguaje y la actividad práctica construyendo un aprendizaje a nivel intrapersonal.

2.3. Glosario de términos:

Adecuado.- Es lo correcto.
Agilidad.- Destreza en la asignatura.
Alteración.- Cambio de estado de ánimo hacia los demás.
Asimilación.- Efecto de hacerlo suyo algo
Asumir.- Responsabilizarse de lo encomendado.

Autoestima.- Cambio de actitud en los estudiantes.

Cognición.- Capacidad de entender, razonar, resolver problemas.

C**omplejidad.-** Grado de dificultad.

Concientizar.- Hacer conciencia de algo.

Conjetura.- Juicio que se forma de una cosa.

Constructos.- Forma de comportarse ante los conocimientos.

Convergencia.- Unión de dos o más cosas que unen en un mismo punto.

Déficit.- Saldo negativo.

Definición.- Proposición que expone con claridad y exactitud los caracteres genéricos y diferenciales de algo material o inmaterial.

Descentralización.- Forma de gobernabilidad.

Disminuir.- concentrar algo.

Efectivo.- Saldo positivo.

Eficaz.- Capacidad de realizar algo.

E**levar.-** Multiplicar una cantidad o expresión por sí misma un determinado número de veces, indicado por el exponente.

Encajar.- Realizar una idea.

Enfatizar.- Ponerle énfasis a la comunicación o expresión**.**

Estimación.-Valores numéricos a los parámetros de una distribución

Estrategias.- Metas propuestas que orientaran el proceso educativo para alcanzar los objetivos a los que se desea llegar.

Exigencia.- Propuesta para cumplir algo.

Éxito.- Conseguir los objetivos planteados.

Horizonte.- Metas propuestas.

Inadecuados.- No es lo correcto a las situaciones del momento,

Influyente.- Participación con todos.

Ingenio.- Habilidad de cada individuo.

Iniciativo.- Cualidad ignata de cada persona.

Instrucción.- Forma o manera de llegar hacia los demás.

Integrante.- Participante de un todo.

Integrar.- Incluirse para formar parte de un todo.

Intrapersonal.- Forma de asimilar los conocimientos y hacerla suya.

Invención.- Crear algo con ideas y argumentos para resolver alguna necesidad.

Liderazgo.- Forma de guiar un grupo.

Luchar.- Conseguir los propósitos

Material.- Documento de apoyo para resolver un trabajo.

Modelo.- Plantilla teórica.

Opuesto.- Estrictamente diferente.

Perspectiva.- Forma de analizar un asunto.

Porvenir.- Experiencia que alguien posee de un procedimiento útil en cualquier asignatura.

Viable.- Factible de realizar con éxito.

2.4. Interrogantes de investigación:

¿Qué metodología utilizan los docentes de matemática?.

¿Qué dificultades tienen los señores estudiantes en el aprendizaje de matemática?.

¿Qué mecanismos de control aplican los señores de padres de familia en las tareas extracurriculares de matemática?.

¿Qué tipos de evaluación aplican los profesores de matemática?.

2.5. Matriz categorial

CONCEPTO	CATEGORIAS	DIMENSIÓN	INDICADOR
La enseñanza.- es el desarrollo de técnicas y métodos de variado estilo que tienen como objetivo el pasaje de conocimiento, información, valores y actitudes desde un individuo hacia otro. **El aprendizaje**.- es el cambio relativamente estable de la conducta de un individuo como resultado de la experiencia producido tras el establecimiento de asociaciones entre estímulos y respuestas. **Tecnología de punta.-** es el conjunto de los instrumentos, procedimientos y técnicas que permiten el aprovechamiento práctico del conocimiento.	Enseñanza aprendizaje Tecnología de punta	Metodología Motivación Guiar Sala de audiovisual	Participativa Interrelación Juegos Diálogo Charlas Razonamiento Creatividad Precisión Computador Infocus Evaluación

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación por sus objetivos y contenidos propuestos, tiene la única finalidad de cambiar la metodología en los procesos de enseñanza - aprendizaje de matemática, mediante la utilización de audiovisuales de acuerdo con los avances de la tecnología y estos recursos aplicarlos en el aula.

3.1. Tipos de investigación:

Este trabajo se desarrolló en base al modelo combinado:

3.1.2. Descriptivo:

Mediante la observación de los hechos que se suscitaron en esta institución se nos permitieron la recolección y tabulación de datos, para realizar una interpretación y análisis imparcial de los mismos.

3.1.2.1. Documental.- Ya que se recopiló todos los datos en la respectiva institución, en vista de que se cuenta con la ayuda de las autoridades de la misma.

3.1.2.2. De campo.- Se obtuvo datos en una forma directa, ya que los investigadores son parte de la institución y permitieron especificar objetivamente los niveles de participación de los educandos del Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez”.

3.1.2.3. Factible.- Ya que se consiguió la colaboración de todos y cada uno de los actores en el proceso enseñanza - aprendizaje de la matemática en la institución mencionada.

3.1.2. Propositivo:

Porque sobre la base de los resultados de la investigación se propuso una alternativa pertinente y viable, direccionada a integrar a los estudiantes, padres de familia y maestros.

3.2. Métodos:

Los métodos que se utilizó para el desarrollo de este trabajo fueron los siguientes: científico, inductivo-deductivo, dialéctico, analítico, sintético y matemático.

3.2.1. Método científico

Porque éste método permite un estudio sistemático de la naturaleza del problema incluyendo técnicas de observación reglas para el razonamiento y la predicción y los modos de comunicar los resultados.

Método inductivo - deductivo

Ya que permite buscar el conocimiento real de los acontecimientos de una forma particular y llegar a lo general, nos ayudó a analizar los casos, y fenómenos en forma particular, llegando a descubrir la causa de problema.

3.2.2. Método dialéctico

Mediante el diálogo con los actores del proceso se logra alcanzar con seguridad y eficacia los objetivos planteados en la presente.

3.2.3. Método Analítico

Los actores fueron capaces de analizar todos y cada uno de los resultados y compararlos con la realidad.

3.2.4. Método Sintético

Este método ayudó a que los estudiantes sean capaces de lo expuesto en forma teórica lo realicen una forma gráfica.

3.2.5. Método Matemático

Porque se aplicaron habilidades y destrezas en la realización de operaciones.

3.3. Técnicas e instrumentos

3.3.1. Encuesta:

Se aplicó la técnica de la encuesta que estuvo conformada como instrumento de un cuestionario de 15 preguntas de tipo cerrado tanto para estudiantes como para maestros del Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez”.

3.4. Población:

En este caso, la población está referida a los estudiantes de octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez”, el universo de estudio está constituido por 176 estudiantes, 5 docentes por lo que se puede deducir que es una población de tipo finita porque permite ser medida.

3.5. Muestra:

Por ser la población una cantidad pequeña los investigadores decidieron realizar con todos los elementos, docentes e integrantes de los octavos, novenos y décimos años de Educación del Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez”.

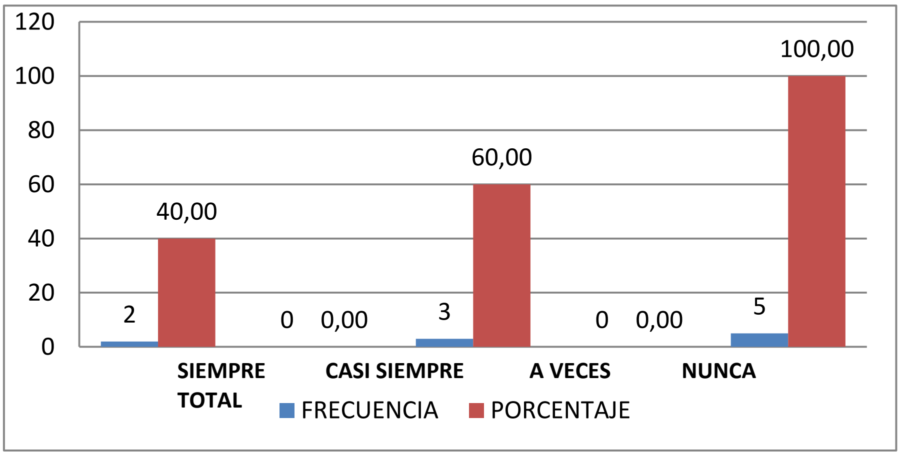
CAPÍTULO IV

4. ANALISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS

Encuesta dirigido a docentes:

1. ¿Prepara clases con anterioridad?

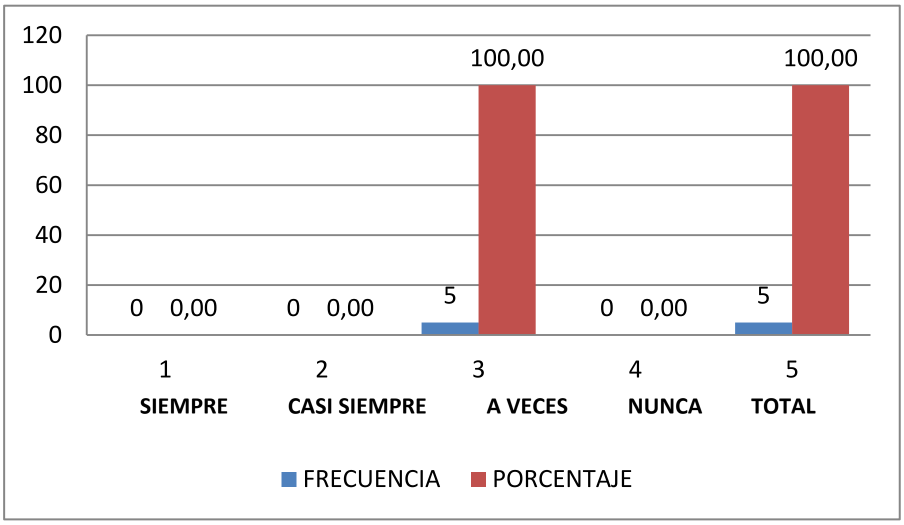
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	2	40,00
Casi Siempre	0	0,00
A veces	3	60,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En cuanto a la preparación de clases con anterioridad, el 40% de los encuestados manifiestan que preparan siempre y el 60% a veces; por lo que se observa en su mayoría de profesores no preparan clase con anterioridad.

2. ¿En el momento de impartir su clase tiene problemas con su metodología.?

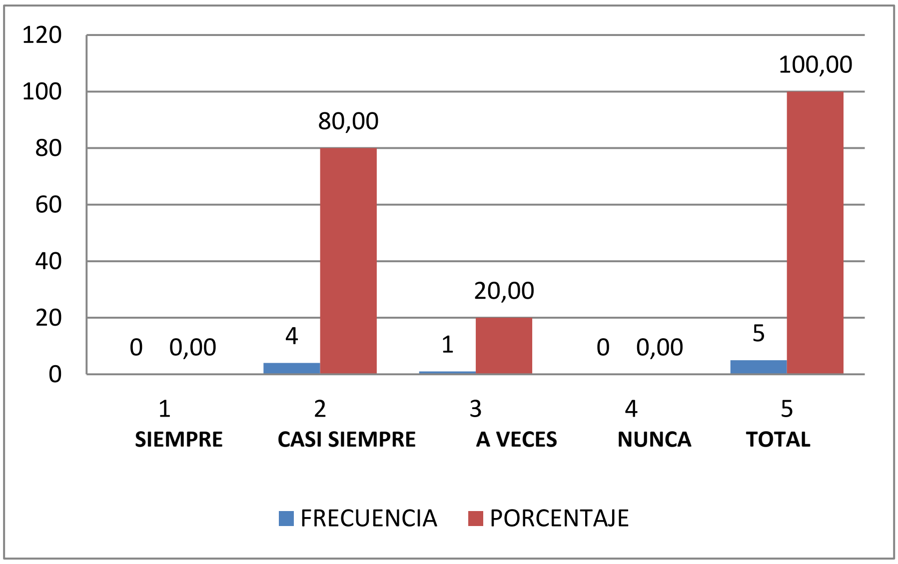
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0,00
Casi Siempre	0	0,00
A veces	5	100,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En el momento de impartir su clase el 100% tiene problemas con su metodología a veces; lo que quiere decir que todos los profesores tienen dificultad con la metodología que están utilizando en el proceso enseñanza - aprendizaje.

3. ¿El estudiante queda satisfecho con su explicación?

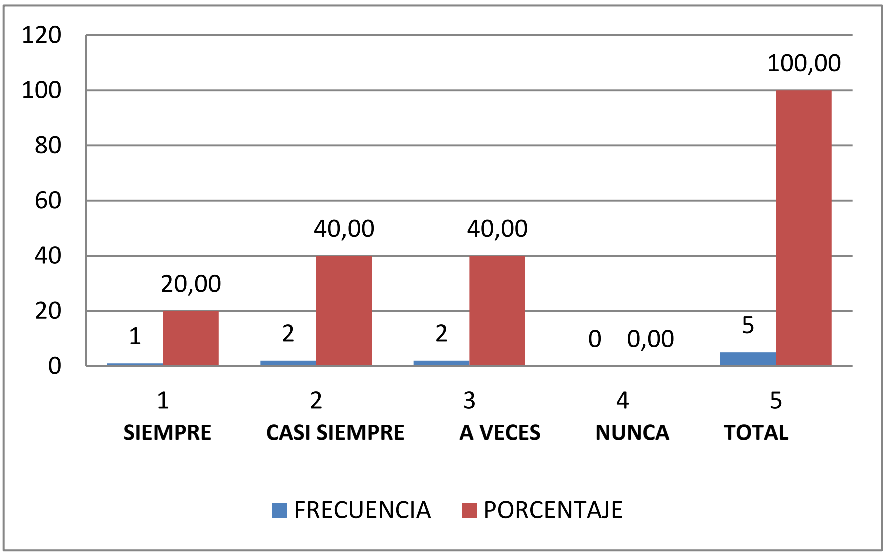
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0,00
Casi Siempre	4	80,00
A veces	1	20,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En lo que se refiere así el estudiante queda satisfecho con su explicación el 80% casi siempre y el 20% de estudiantes a veces; los maestros reconocen que no todos los estudiantes están de acuerdo con la explicación que imparte.

4. ¿Ud., como maestro se capacita en su asignatura?

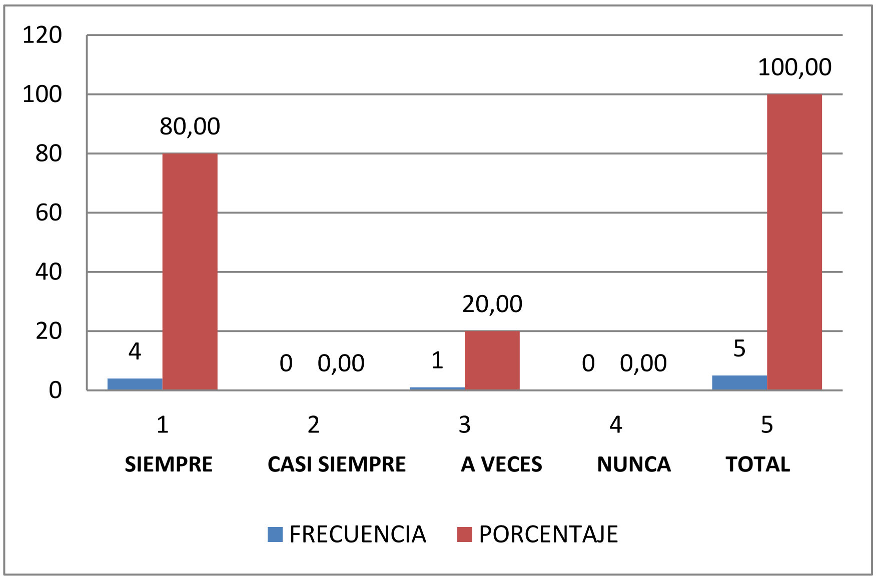
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	20,00
Casi Siempre	2	40,00
A veces	2	40,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En lo que se refiere a la capacitación de los maestros en la asignatura sólo el 20%, está en una constante capacitación, mientras que el 40% lo hace casi siempre y el 40% restante a veces, es decir que debe haber una concientización por capacitarse.

5. ¿Utiliza textos de ediciones actualizadas?

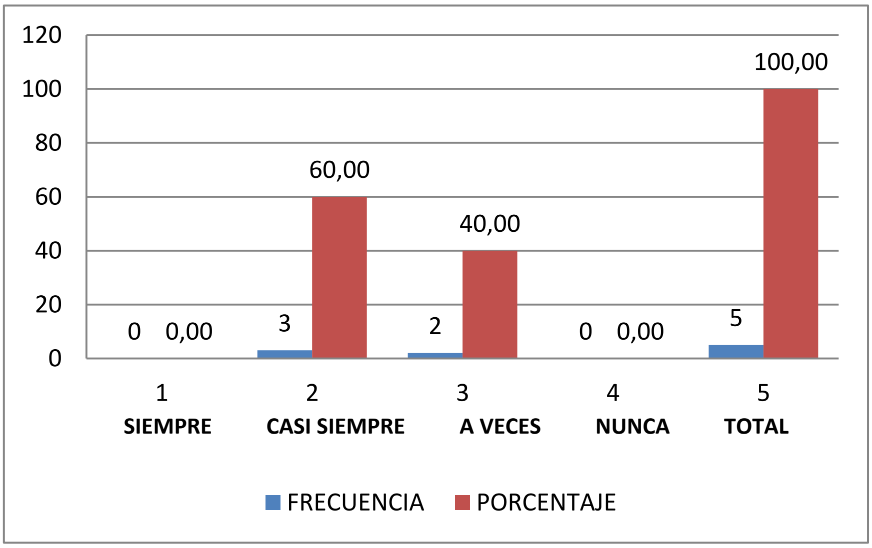
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	4	80,00
Casi Siempre	0	0,00
A veces	1	20,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En lo referente a la utilización de textos actualizados el 80% de maestros siempre lo hacen, mientras que el 20% a veces lo hacen; como vemos todavía hay compañeros que trabajan con libros anteriores.

6. ¿Explica solamente temas de los textos.?

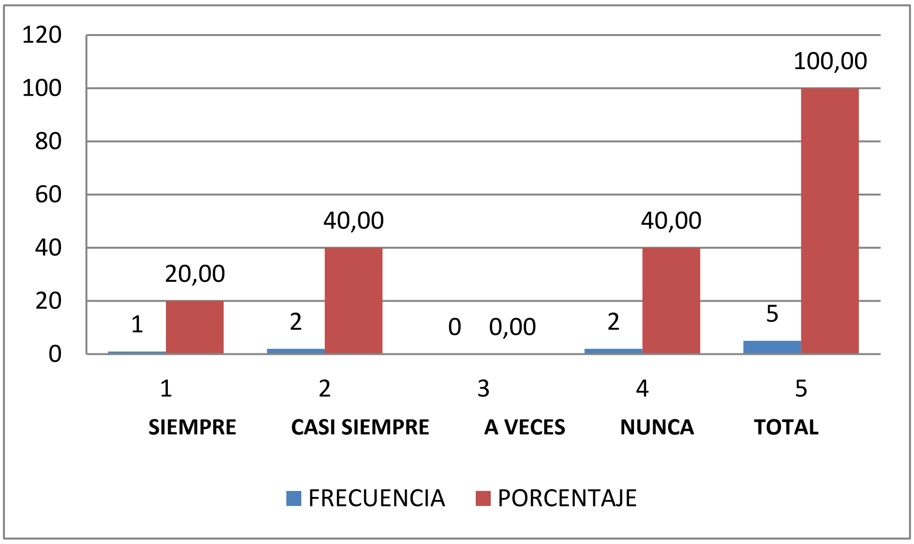
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0,00
Casi Siempre	3	60,00
A veces	2	40,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En lo que respecta a temas de los textos el 60% casi siempre, mientras que a veces el 40%, explica solo lo de los planes y programas para impartir los conocimientos, sin tomar en cuenta casos de la vida cotidiana.

7. ¿Las evaluaciones contienen teoría.?

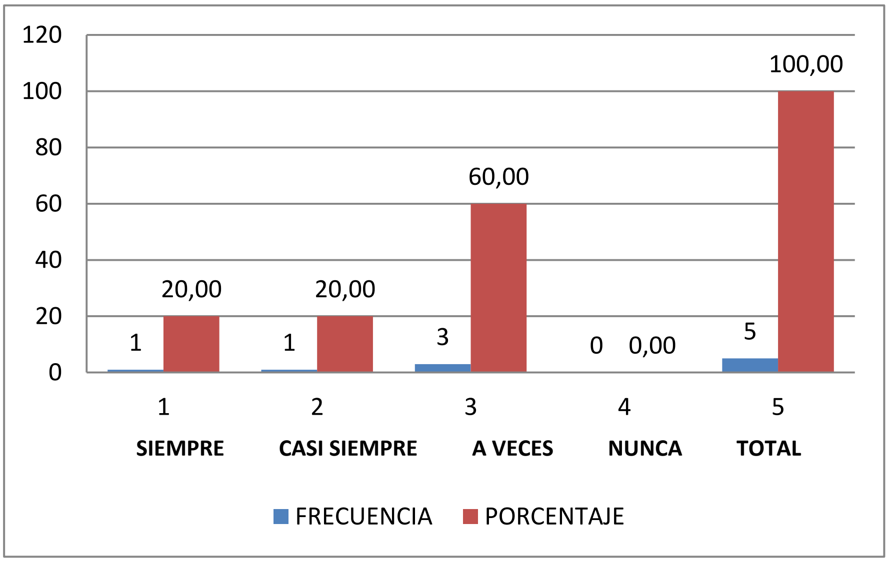
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	20,00
Casi Siempre	2	40,00
A veces	0	0,00
Nunca	2	40,00
Total	**5**	**100,00**



En cuanto a las evaluaciones sólo el 20% toma en cuenta la teoría, mientras que el 40% lo hace casi siempre y el 40% nunca plantea pruebas de teóricas; no se toma en cuenta los diferentes tipos de evaluación

8. ¿Participan los estudiantes en el desarrollo de la clase.?

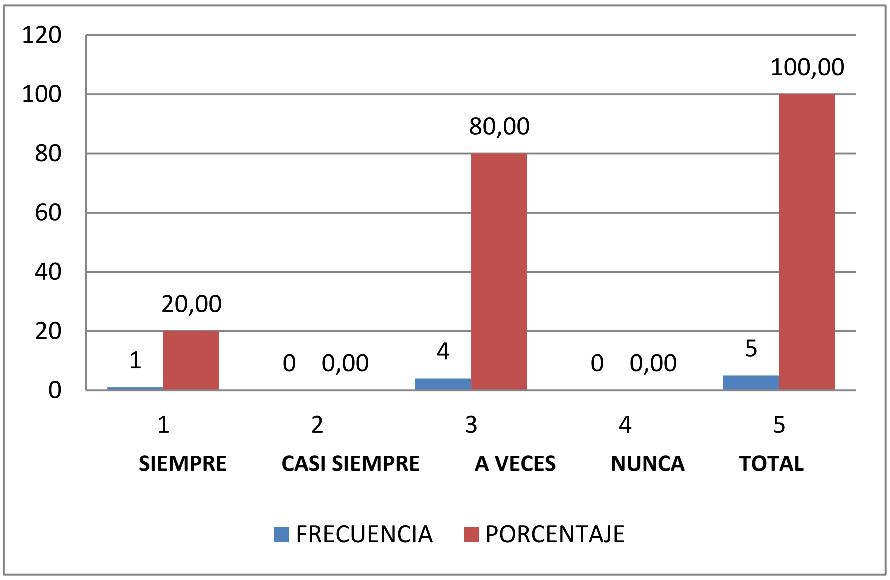
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	20,00
Casi Siempre	1	20,00
A veces	3	60,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En cuanto a la participación de los estudiantes el 20% lo hace siempre, mientras que 20% lo realiza casi siempre y el 60% a veces, la participación de los jóvenes es muy escasa en el desarrollo de la clase.

9. **¿Ud., cree que el bajo rendimiento depende del maestro.?**

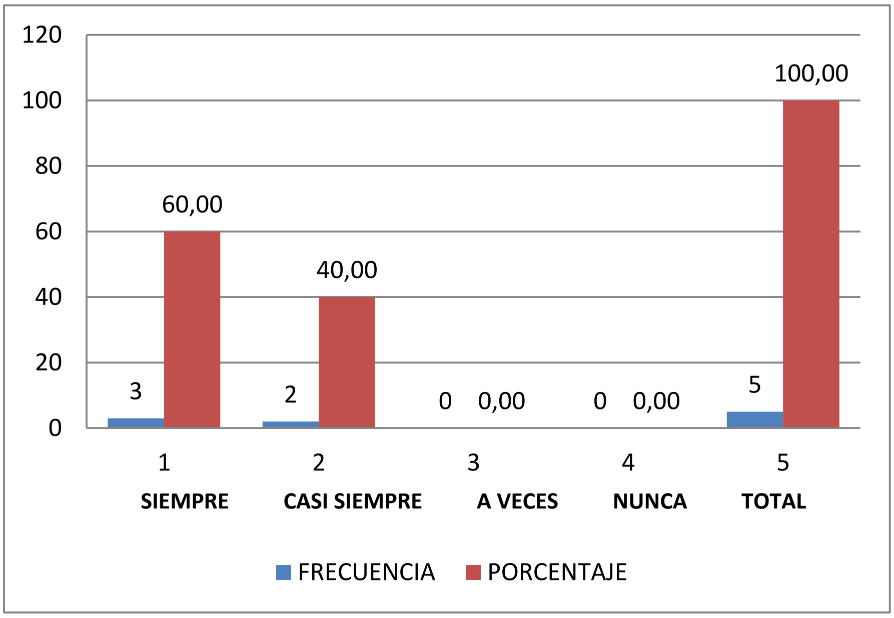
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	20,00
Casi Siempre	0	0,00
A veces	4	80,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En cuanto a si el bajo rendimiento depende del maestro el 20% contesta que siempre y el 80% a veces; como se observa el bajo rendimiento no siempre depende del maestro, si no de la preparación de los educandos.

10. ¿Ud., ha detectado problemas con las operaciones fundamentales.?

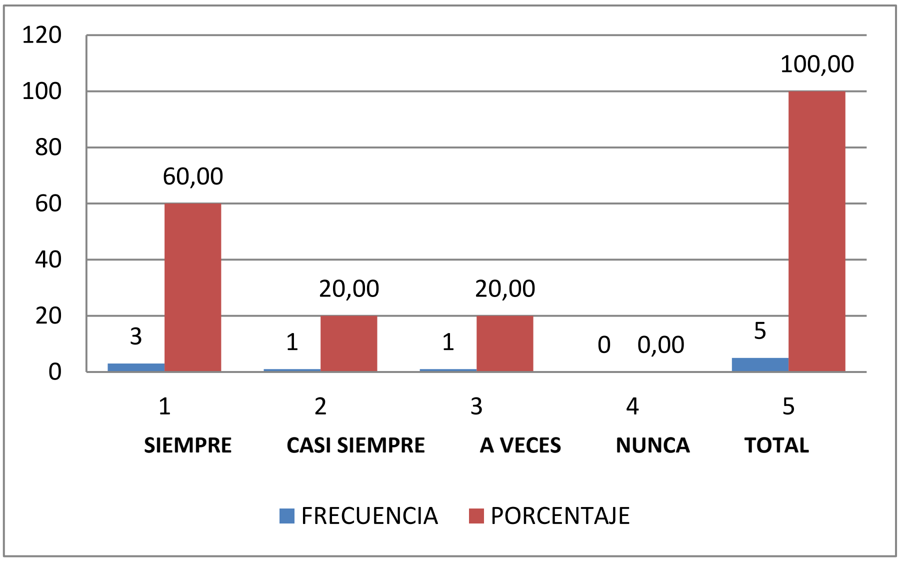
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	3	60,00
Casi Siempre	2	40,00
A veces	0	0,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En lo que se refiere a operaciones fundamentales se obtiene que el 60% siempre, mientras que el 40% casi siempre, como podemos ver la mayoría presenta dificultades en cálculo.

11. ¿Los trabajos que envía de refuerzo son revisados y calificados.?

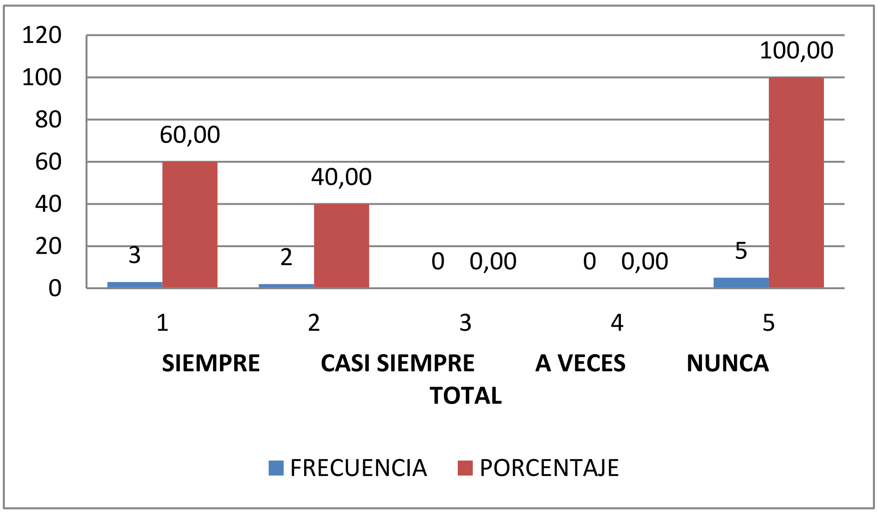
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	3	60,00
Casi Siempre	1	20,00
A veces	1	20,00
Nunca	0	40,00
Total	**5**	**100,00**



En lo referente a revisión y calificación de deberes el 60% siempre; el 20% casi siempre y el 20% a veces; aquí nos indica que la mayoría de docentes si revisan tareas a diario.

12. ¿Realiza trabajos de refuerzo en clase.?

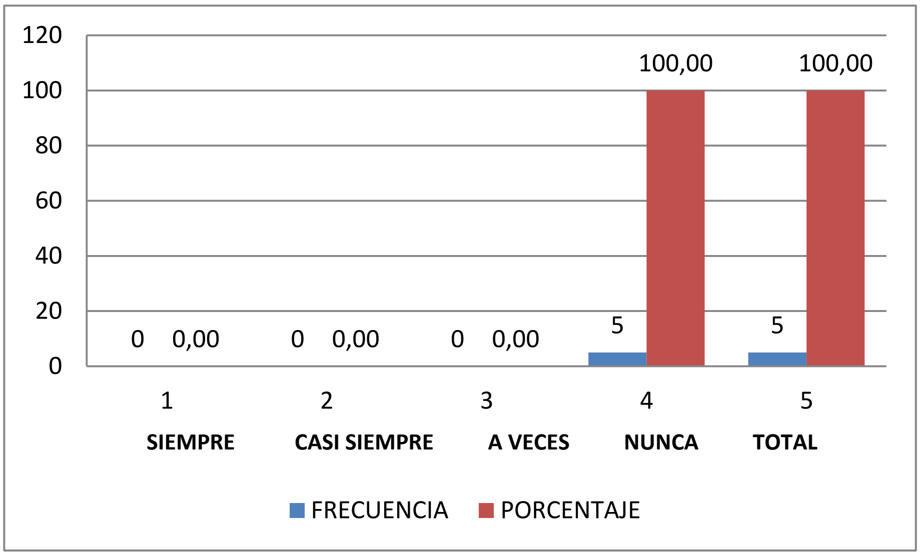
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	3	60,00
Casi Siempre	2	40,00
A veces	0	0,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En lo que respecta a trabajos de refuerzo en clase el 60% lo hace siempre y el 40% casi siempre; como indica el gráfico se realizan actividades de refuerzo después de impartir los conocimientos.

13. ¿Utiliza audiovisuales para impartir sus clases?

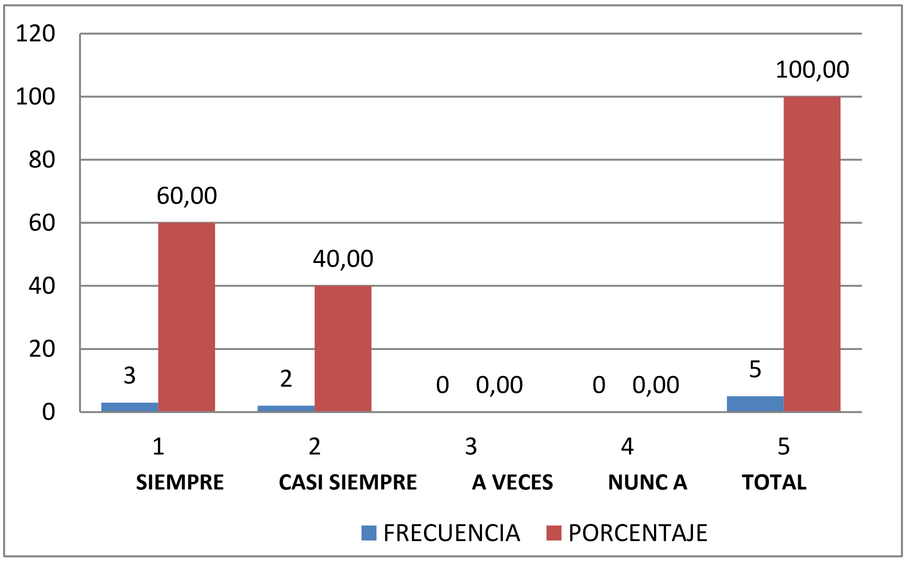
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0,00
Casi Siempre	0	0,00
A veces	1	0,00
Nunca	5	100,00
Total	**5**	**100,00**



En lo que respecta a la utilización de audiovisuales para impartir los conocimientos el 100% dice que nunca; como vemos ninguno de los profesores imparte clases con la ayuda y utilización de audiovisuales.

14. ¿Le gustaría cambiar de metodología.?

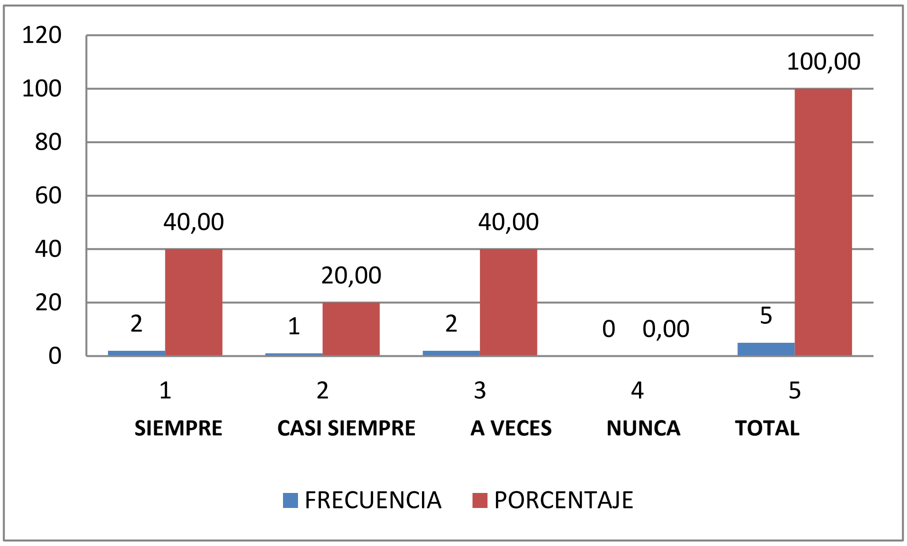
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	3	60,00
Casi Siempre	2	40,00
A veces	0	0,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**



En lo que se refiere a metodología el 60% siempre y el 40% casi siempre; por lo que vemos su mayoría están dispuestos a cambiar su forma de impartir las clases.

15. ¿Sus explicaciones las relaciona con ejercicios de la vida real.?

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	2	40,00
Casi Siempre	1	20,00
A veces	2	40,00
Nunca	0	0,00
Total	**5**	**100,00**

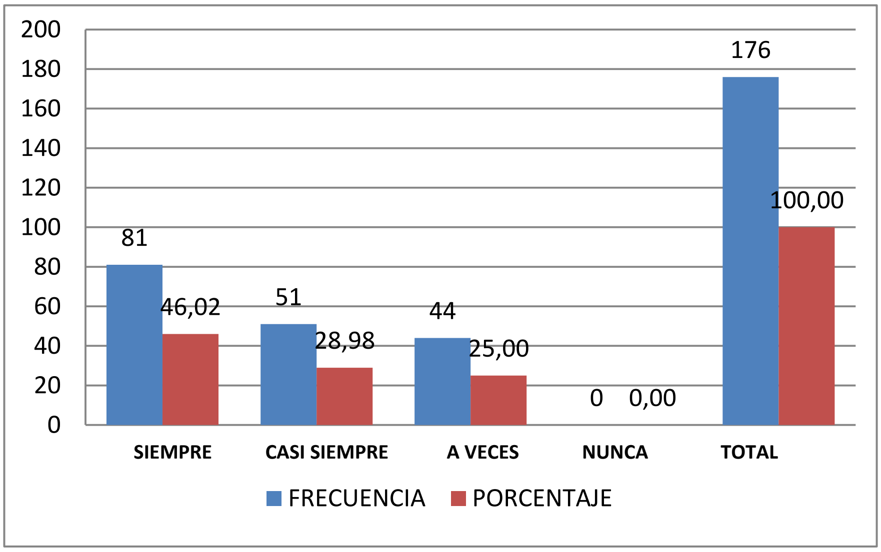


En relación a ejercicios de la vida real se obtiene que el 40% siempre; el 20% casi siempre y el 40% a veces; como observamos muy poco se toma en cuenta problemas de la vida real para el desarrollo de los conocimientos.

Encuesta dirigida a Estudiantes

1. **¿Presenta sus deberes a tiempo?**

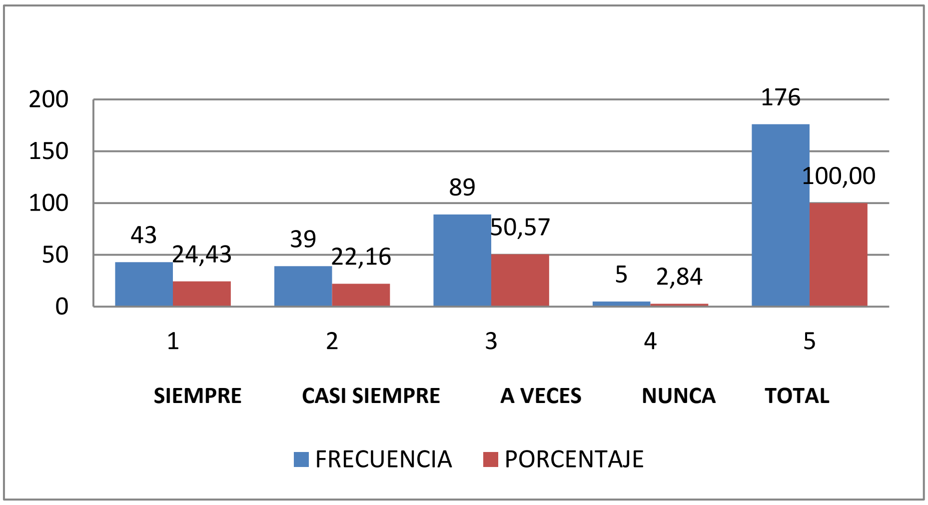
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	81	46,02
Casi Siempre	51	28,98
A veces	44	25,00
Nunca	0	0,00
Total	**176**	**100,00**



En cuanto a la presentación de deberes a tiempo, el 46,02% de los encuestados manifiestan que presentan siempre, casi siempre el 28,98% y a veces el 25%; como se observa los resultados los señores estudiantes no presentan los deberes a tiempo.

2. **¿Le entiende la asignatura con la metodología que utiliza su maestro?**

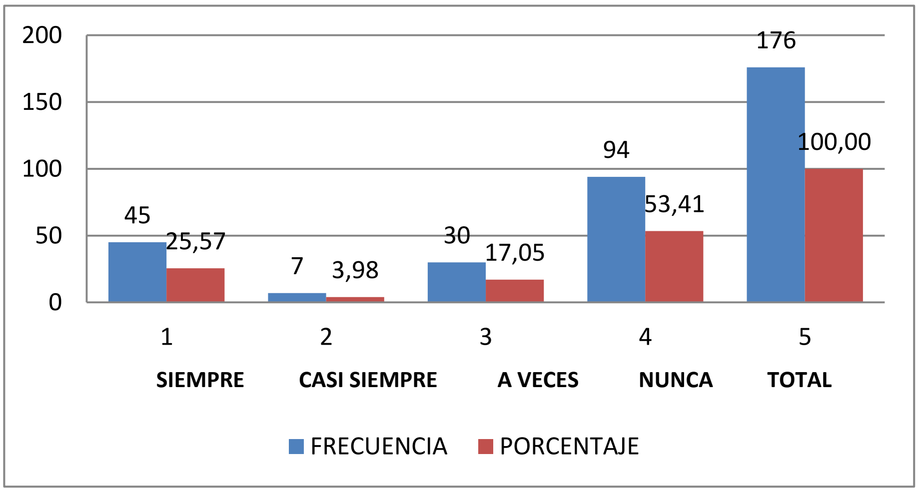
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	43	24,43
Casi Siempre	39	22,16
A veces	89	50,57
Nunca	5	2,84
Total	**176**	**100,00**



La metodología que utiliza el maestro presenta los siguientes resultados el 24,43% siempre, el 22,16% casi siempre, el 50,57% a veces y el 2,84% nunca; nos damos cuenta que hay una inconformidad con la metodología que está utilizando el maestro.

3. ¿Su profesor improvisa las clases?

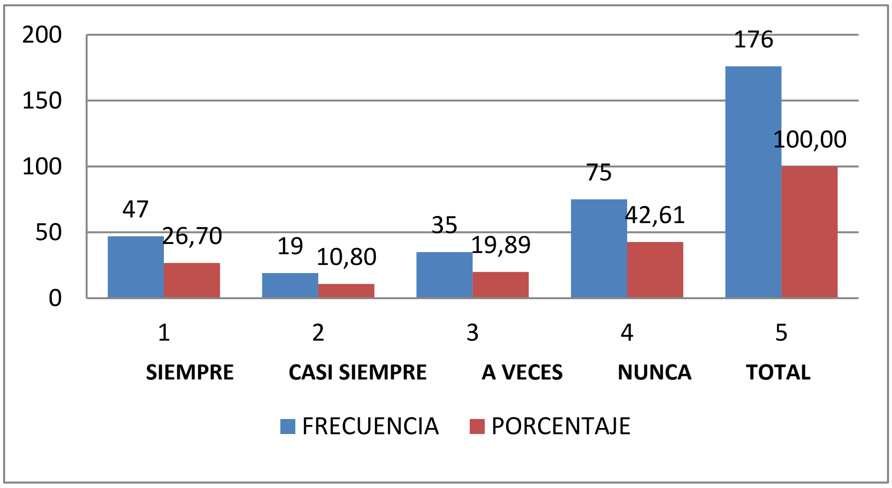
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	45	25,57
Casi Siempre	7	3,98
A veces	30	17,05
Nunca	94	53,41
Total	**176**	**100,00**



En cuanto a la improvisación los resultados siempre el 25,57%, casi siempre 3,98%, a veces 17,05% y nunca el 53,41%; los resultados nos revelan que un alto porcentaje de maestros improvisan sus clases.

4. ¿Su maestro utiliza técnicas innovadoras?

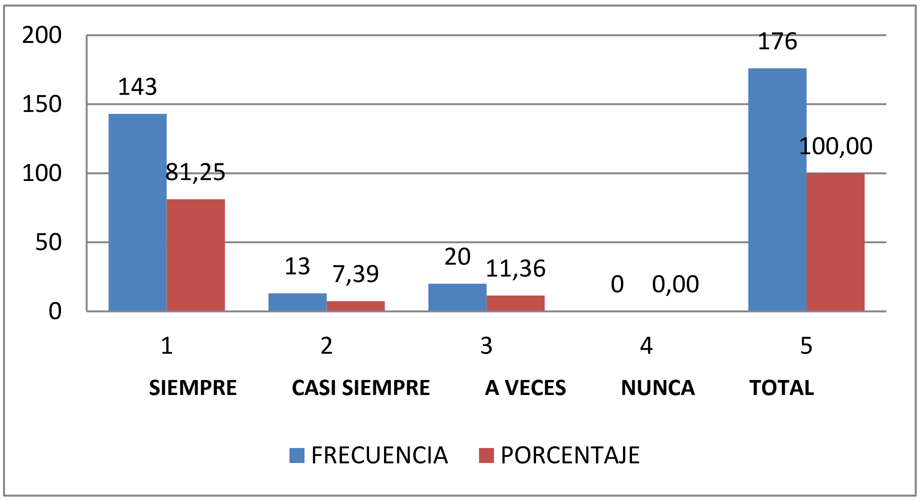
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	47	26,70
Casi Siempre	19	10,80
A veces	35	19,89
Nunca	75	42,61
Total	**176**	**100,00**



En lo que se refiere a técnica innovadoras los resultados siempre el 26,70%, casi siempre el 10,80%, a veces el 19,89% y nunca el 42,61%; por lo que se ve, se sigue con los métodos tradicionales para impartir el conocimiento.

5. ¿Trabaja con textos actualizados

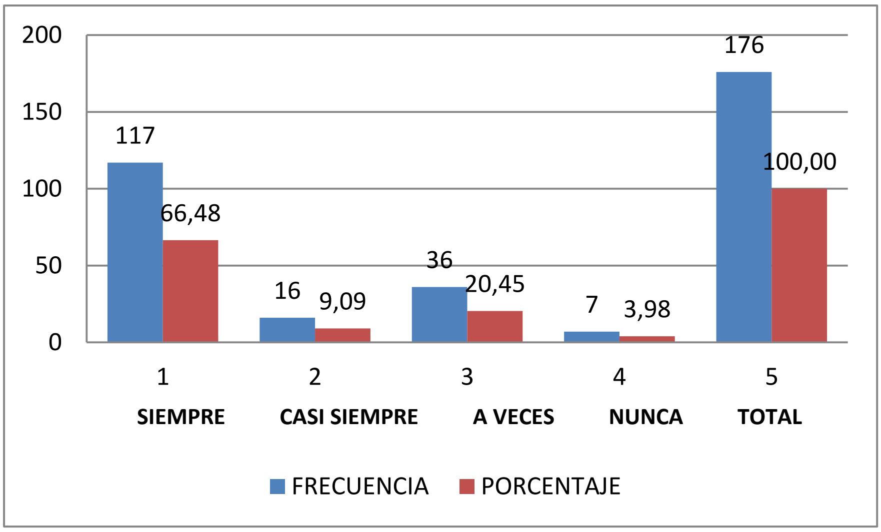
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	143	81,25
Casi Siempre	13	7,39
A veces	20	11,36
Nunca	0	0,00
Total	**176**	**100,00**



En lo referente a los textos siempre obtiene el 81,25%, casi siempre 7,39 y a veces 11,36 %; lo relacionado a los textos se obtiene que la mayoría de maestros si se preocupan de trabajar con libros actualizados.

6. ¿Su profesor explica sólo temas de determinados textos?

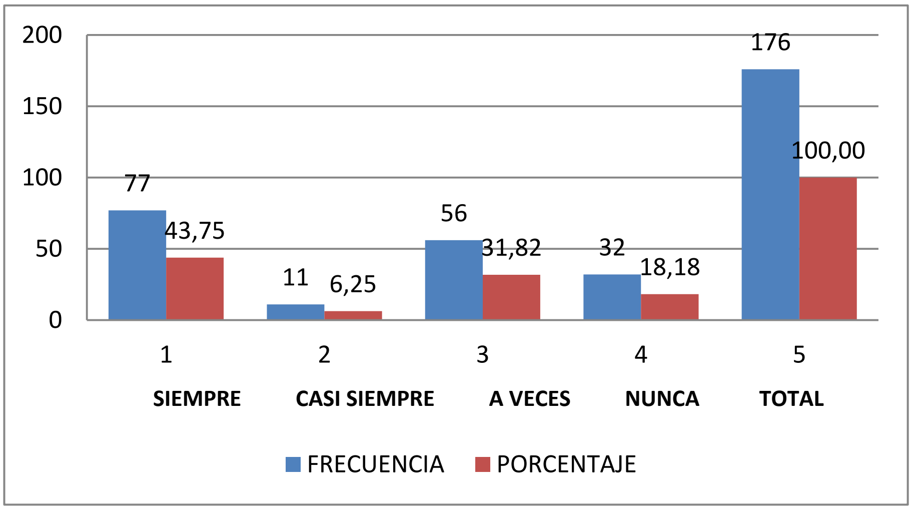
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	117	66,48
Casi Siempre	16	9,09
A veces	36	20,45
Nunca	7	3,98
Total	**176**	**100,00**



En lo que se refiere a los temas determinados se obtiene que siempre el 66,48%, casi siempre el 9,09%, a veces 20,45% y nunca el 3,98%; los resultados nos indican que su mayoría se explica sólo los temas predeterminados en las planificaciones.

7. ¿Le gustaría que las evaluaciones contengan teoría?

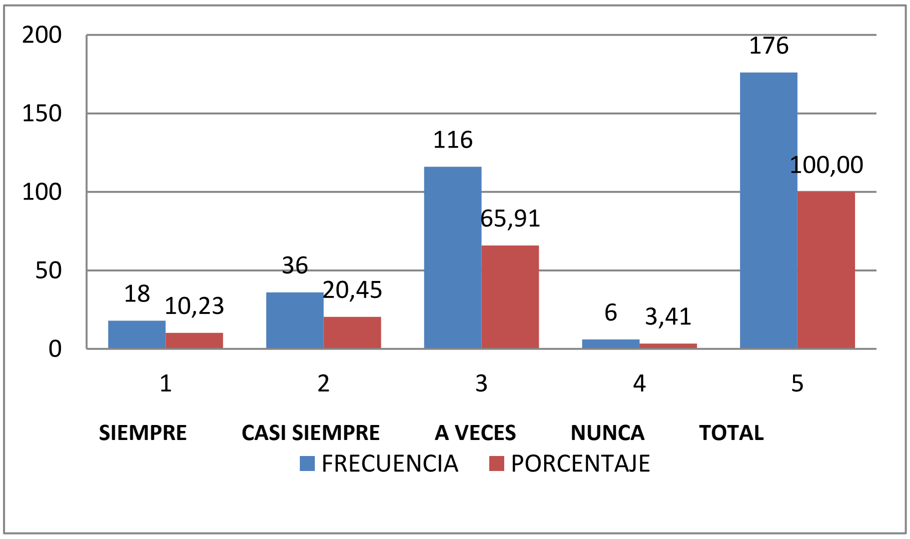
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	77	43,75
Casi Siempre	11	6,25
A veces	56	31,82
Nunca	32	18,18
Total	**176**	**100,00**



En lo que se refiere a las evaluaciones contengan teoría responden siempre el 43,75%, casi siempre el 6,25%, a veces 31,32% y nunca 18,18%; la mitad de los encuestados manifiestan que las evaluaciones deben contener preguntas sobre teoría, mientras que los demás están inconformes.

8. ¿Su participación es activa en clases?

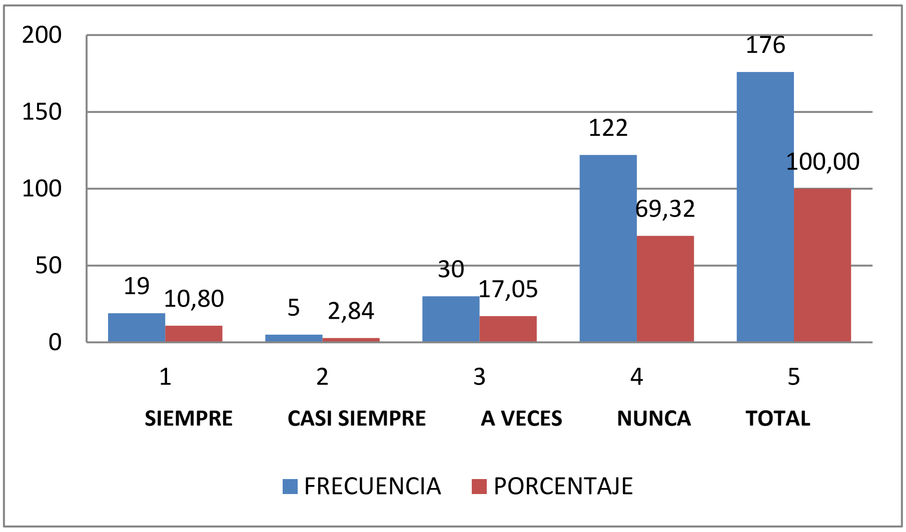
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	18	10,23
Casi Siempre	36	20,45
A veces	116	65,91
Nunca	6	3,41
Total	**176**	**100,00**



En cuanto a la participación responden siempre el 10,23%, casi siempre el 20,45%, a veces el 65,91% y nunca 3,41%; cómo podemos observar se manifiesta que son muy pocos los estudiantes que participan en clase.

9. ¿Cuándo su rendimiento es bajo, depende del maestro?

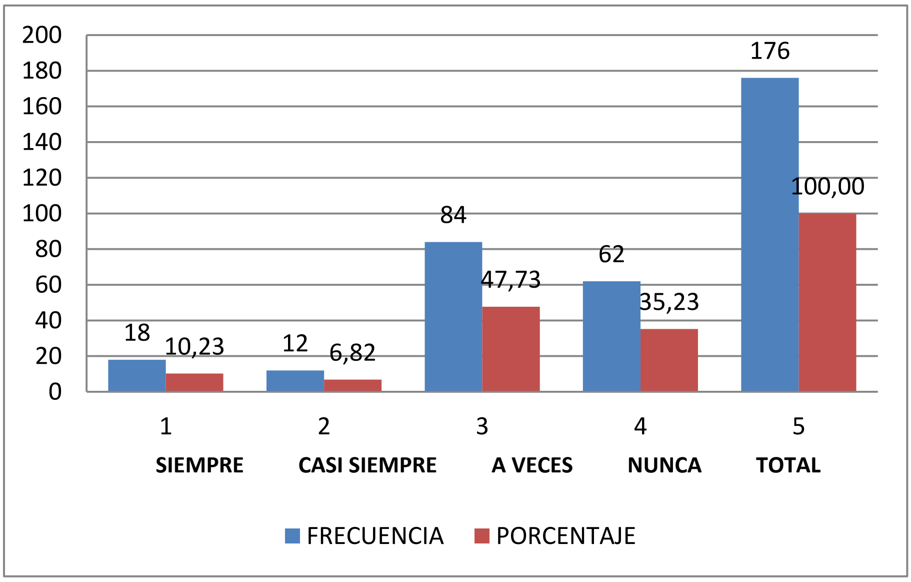
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	19	10,80
Casi Siempre	5	2,84
A veces	30	17,05
Nunca	122	69,32
Total	**176**	**100,00**



Con lo que respecta al rendimiento se tabula que siempre 10,80%, casi siempre 2,84%, a veces 17,05% y nunca 69,32%; con lo que respecta al bajo rendimiento los estudiantes manifiestan que no depende del maestro.

10. ¿Tiene problemas con las operaciones fundamentales?

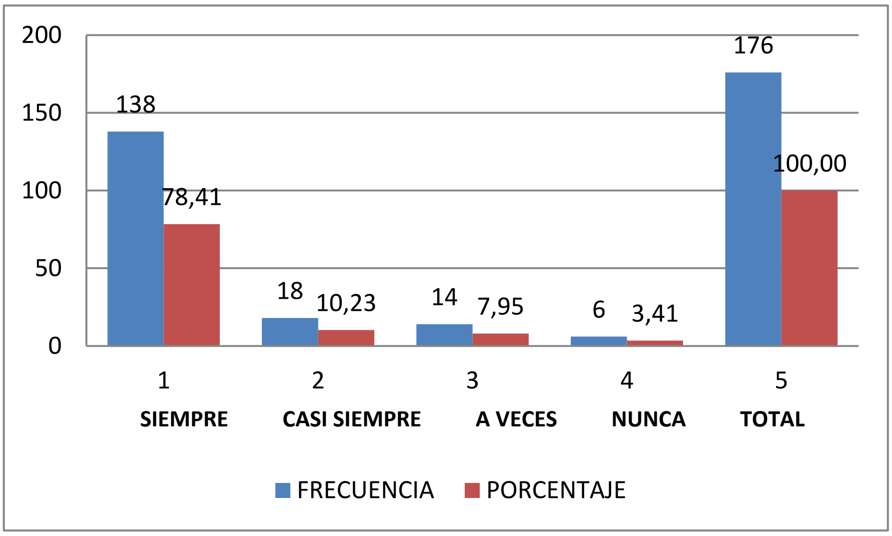
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	18	10,23
Casi Siempre	12	6,82
A veces	84	47,73
Nunca	62	35,23
Total	**176**	**100,00**



En lo que se refiere a operaciones fundamentales se obtiene que siempre con 10,23%, casi siempre 6,82%, a veces 47,73% y nunca 35,23%; cómo podemos darnos cuenta que una gran mayoría de estudiantes tienen dificultades con operaciones fundamentales.

11. ¿El profesor le califica los deberes?

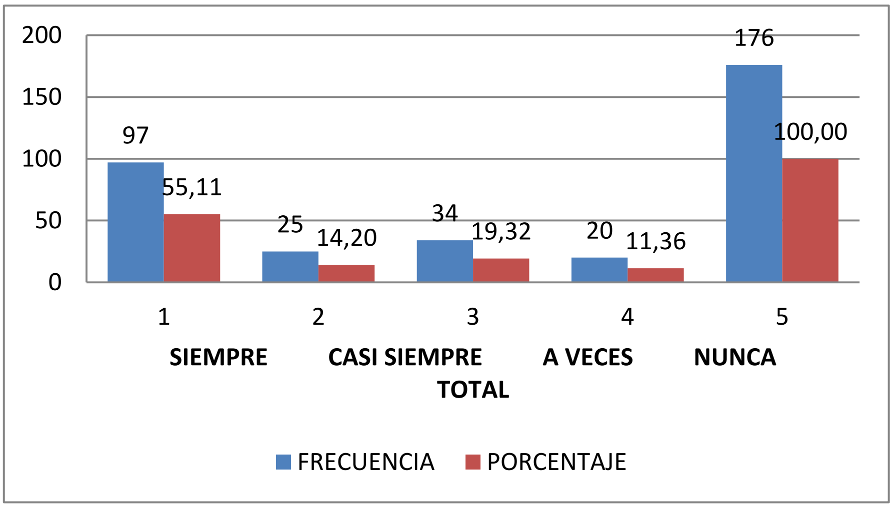
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	138	78,41
Casi Siempre	18	10,23
A veces	14	7,95
Nunca	6	3,41
Total	**176**	**100,00**



En lo que se refiere a calificación de deberes siempre tiene el 78,41%, casi siempre el 10,23%, a veces el 7,95% y nunca el 3,41%; manifiesta la mayoría que si se califica los deberes por parte del maestro.

12. ¿Realiza actividades de refuerzo con el profesor?

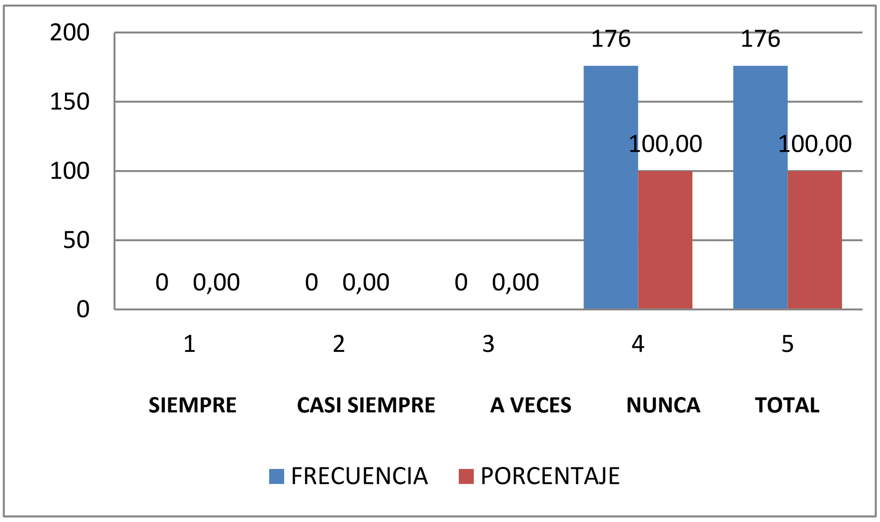
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	97	55,11
Casi Siempre	25	14,20
A veces	34	19,32
Nunca	20	11,36
Total	**176**	**100,00**



En la participación en el desarrollo de la materia se obtiene que siempre el 38,07%, casi siempre el 12,50%, a veces 40,34% y nunca el 9,09%; los estudiantes manifiestan que si se realizan actividades de refuerzo por parte de sus maestros.

13. ¿Su profesor utiliza audiovisuales para impartir los conocimientos?

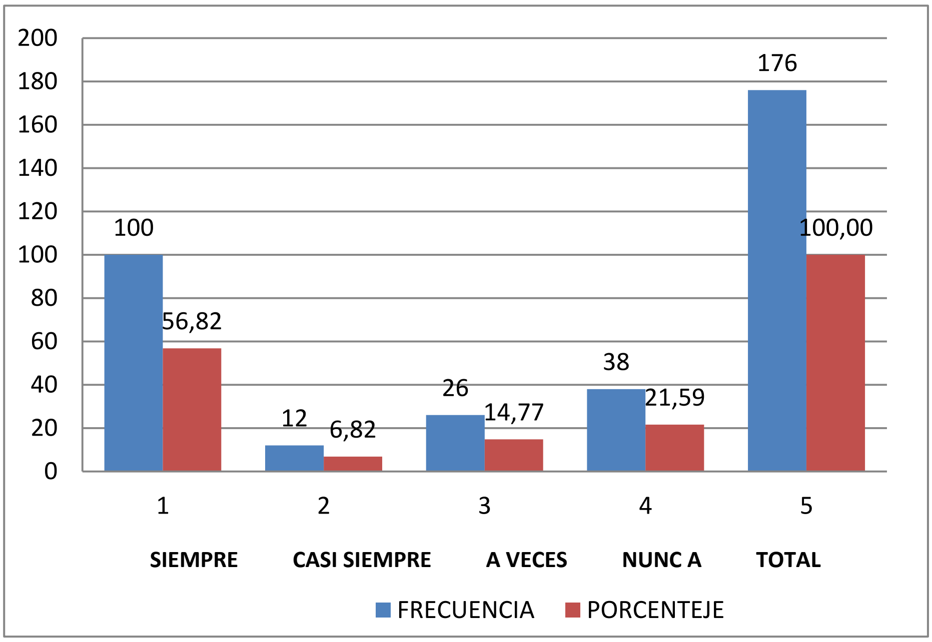
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	0	0,00
Casi Siempre	0	0,00
A veces	0	0,00
Nunca	176	100,00
Total	**176**	**100,00**



En la utilización de audiovisuales para impartir los conocimientos se obtiene el 100% nunca; todos los estudiantes encuestados comunican que nunca reciben clases con la utilización de audiovisuales.

14. ¿Le gustaría que su profesor cambie de método?

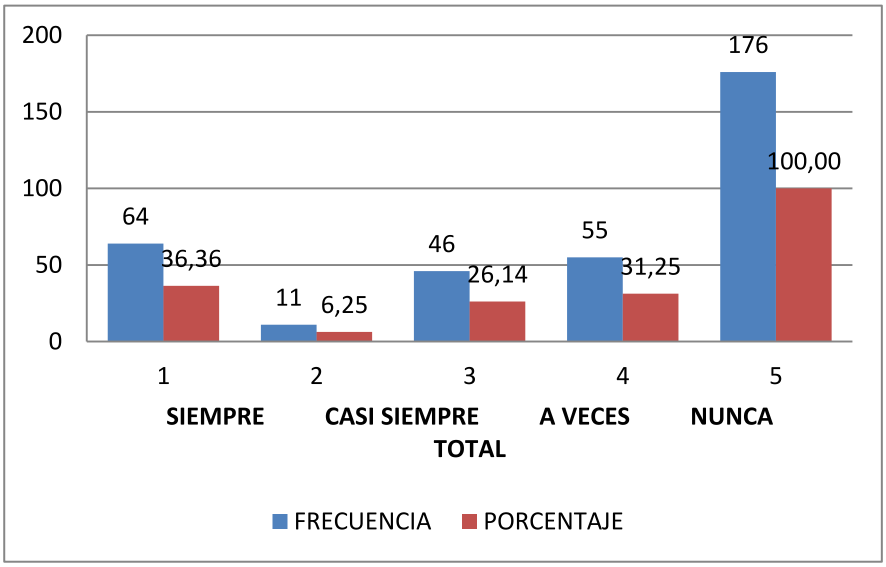
Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	100	56,82
Casi Siempre	12	6,82
A veces	26	14,77
Nunca	38	21,59
Total	**176**	**100,00**



En el cambio de metodología siempre obtiene el 56,82%, casi siempre el 6,82, a veces 14,77% y nunca 21,59%; la mayoría de estudiantes se pronuncian que sus maestros de la asignatura de matemáticas deben cambiar su metodología.

15. ¿Su profesor relaciona la matemática con ejercicios de la vida real?

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	64	36,36
Casi Siempre	11	6,25
A veces	46	26,14
Nunca	55	31,25
Total	**176**	**100,00**



En lo que se relaciona a la matemática con la vida real se obtiene el 36,36%, casi siempre el 6,25%, a veces 26,14, nunca 31,25%; podemos darnos cuenta que no siempre se relaciona los contenidos con ejercicios de la vida real.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

Luego de haber realizado el análisis e interpretación de los resultados obtenidos se puede extraer las siguientes conclusiones:

AUTORIDADES:

- Si existió una apertura y colaboración por parte de las autoridades del establecimiento para desarrollar el presente trabajo de investigación.

- No se exige la presentación de planes, programas y cuestionarios.

- No se realizan cursos de actualización pedagógica en la matemática.

DOCENTES:

- La mayoría de profesores tienen dificultad con la metodología que están utilizando, ya que no es suficiente trabajar con textos actualizados, sino estar en una constante capacitación.

- Los maestros no entregan las planificaciones a tiempo, las evaluaciones no son elaboradas con anterioridad y están formadas sólo con problemas propuestos.

- Se trabaja con los métodos tradicionales, no se toma en cuenta problemas de la vida real y no se realiza actividades de refuerzos para impartir los conocimientos.

- No se está utilizando los avances que brinda la ciencia y la tecnología en el proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática.

- Comunicar acerca de la presentación de trabajos, deberes y del rendimiento en una forma oportuna.

ESTUDIANTES:

- En su mayoría los estudiantes no presentan los deberes a tiempo, esto influye en el rendimiento educativo.

- Tienen temor a participar en clase ya que presentan dificultad en el desarrollo de operaciones fundamentales.

PADRES DE FAMILIA:

- No se revisa tareas, trabajos y lecciones en forma permanente.

- No existe motivación hacia el estudio.

5.2. RECOMENDACIONES

De las conclusiones anteriormente mencionadas se puede recomendar lo siguiente:

AUTORIDADES:

- Continuar brindando la apertura y colaboración a todas las personas que soliciten.

- Capacitarse en forma permanente, cambiar de actitud y metodología por parte de los docentes, para lograr un aprendizaje significativo.

- Cumplir y hacer cumplir con la presentación de planes, programas y cuestionarios.

- Realizar cursos de actualización en la asignatura de matemática.

DOCENTES:

- Capacitarse permanentemente para cambiar la metodología de la enseñanza – aprendizaje de la matemática.

- Presentar los planes, programas y evaluaciones a tiempo.

- Cambiar de metodología mediante la utilización de ejercicios prácticos de la vida real y realizando actividades de refuerzo con la finalidad de facilitar el estudio de la asignatura.

- Utilizar los avances tecnológicos como son la aplicación de audiovisuales, para impartir los conocimientos matemáticos.

- Informar oportuna y constantemente sobre el cumplimiento y rendimiento de la matemática.

ESTUDIANTES:

- Presentar trabajos, deberes y ejercicios de refuerzo a tiempo, para mejorar el rendimiento académico.

- Reforzar operaciones fundamentales y participar activamente en el desarrollo de las clases.

- Distribuir el tiempo

PADRES DE FAMILIA:

- Dedicarles más tiempo a sus hijos y revisarles las tareas extracurriculares.

- Concientizar a sus hijos que mediante el estudio es la única manera de sobresalir intelectual, social y económicamente.

CAPÍTULO VI

6. PROPUESTA ALTERNATIVA

6.1. Título de la propuesta

GUIA DIDACTICA DE MATEMATICA PARA LOS OCTAVOS, NOVENOS Y DÉCIMOS AÑOS DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO TÉCNICO “ALFREDO ALBORNOZ SANCHEZ”.

6.2. Justificación e importancia

Para mejorar el rendimiento académico de los señores estudiantes, nosotros estamos convencidos de que un cambio de actitud en los maestros en la forma de impartir conocimientos se lograrán los objetivos planteados.

6.3. Fundamentación

La importancia de la asignatura tiene que ver en algunos aspectos en lo social casi todas las actividades que se realiza son a través de la matemática se puede comprender con facilidad la realidad socio económica local.

La matemática se encarga de desarrollar el pensamiento lógico y la mayoría de operaciones mentales, desarrollando la creatividad, la reflexión, las cuales se aplican en la resolución de problemas de la vida cotidiana y tiene una estrecha relación con las demás asignaturas.

La tecnología nos da la oportunidad de facilitar los procesos de enseñanza – aprendizaje por eso debemos poner a disposición de todos los estudiantes que quieran superarse para ser entes productivos dentro de la comunidad.

Sin dejar de tomar en cuenta la formación integral de los estudiantes con el fin de orientar un trabajo integral con los demás compañeros que emplee esta guía, aquí se sugiere la utilización de audiovisuales para facilitar el proceso de inter-aprendizaje de la asignatura; se pone a consideración la presente investigación, esperando que nuestros criterios y experiencias le sean útiles para un fructífero ejercicio docente.

Objetivos de la propuesta

6.3.1. Objetivo general

Proponer estrategias metodológicas que permitan el mejoramiento del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en los estudiantes de octavo, noveno y décimo años de Educación Básica del Colegio Técnico “Alfredo Albornoz Sánchez”

6.4.2. Objetivos específicos

- Innovar la metodología en el proceso enseñanza - aprendizaje de matemática para que los señores estudiantes aprendan con facilidad.

- Realizar tareas dirigidas en el aula para lograr un aprendizaje significativo.

- Evaluar continuamente, utilizando los diferentes tipos de ítems para mejorar el rendimiento académico en la asignatura de matemática.

6.4. Ubicación sectorial y física

El Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez", se encuentra ubicado en la provincia del Carchi, cantón Bolívar, ciudad de Bolívar, sector rural, barrio Cuarantum, calle Olmedo, teléfono Nro. 2287-146, 2287-381, sus aulas están elaboradas con estructura mixta, cuenta con dos especialidades: Bachiller Técnico Industrial, especialidad Electromecánica Automotriz, Contador Bachiller en Ciencias de Comercio y Administración siendo un establecimiento mixto, tiene canchas deportivas y espacios verdes lo suficiente necesarios para recrear, no dispone de cerramiento completo.

6.5. Desarrollo de la propuesta

SUMA DE NÚMEROS NATURALES

Prerrequisitos

- Enunciar los números naturales

- N = {   }
- Represente los números naturales y el cero (0) en la recta numérica, ubicando a distancia iguales cada numeral.

- Realizar operaciones fundamentales con números naturales.

Ejemplos: Jorge gana en una semana de trabajo 52 dólares; en la segunda le pagan 35 dólares, ¿cuánto recibe en total?

$$\begin{array}{r} 52 \\ \underline{+35} \end{array}$$

En octavo año “A” hay 29 estudiantes y en octavo “B” son 28, ¿Cuántos estudiantes hay en los dos paralelos?

$$29+28=$$

A Jordan su mamá le colabora 3 dólares y su papá 5, representar en la recta numérica la operación que corresponde.

Sustracción o resta.

Estiven tenía 12 dólares, compra un libro en 7 dólares, ¿Cuánto le sobró?

$$12-7=$$

Carla tiene 8 dólares se va la papelería a comprar sus útiles y le cuesta 17 dólares, realice la operación.

$$8-17=$$

Cuando el minuendo es menor que el sustraendo no podemos la realizar la operación en el conjunto de números naturales. Esta es la razón para introducir en el estudio a los números con signo negativo, lo cual da origen a los números enteros.

Así el haber se designa con signo + y las deudas con signo - .
Los grados sobre el cero del termómetro se designan con el signo más (+) y los grados bajo cero con el signo menos (-).

El tiempo transcurrido después de Cristo es + y antes de Cristo se considera menos (-).

Si anteponemos un signo + o - delante de los números naturales y el cero pasan a formar otro conjunto de números llamado números enteros y lo simbolizamos con la letra Z.

$Z^{+} = \{+1,+2,+3,+4,\ldots\}$

$Z^{-} = \{\ldots,-4,-3,-2,-1\}$

$\{ 0 \}$

$Z = Z^{+} \cup \{ 0 \} \cup Z^{-}$

ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Prerrequisitos:

1. Ordenar en forma descendente los números enteros
   -15, +19, -21, 15, 0, -18, +14 y 3

2. Ordenar en forma ascendente los números enteros
   -53, -21, -7, 6, -11, 18, -25, -12 y 32

Destrezas:

- Distinguir los sub conjuntos de números de los que están formados los números enteros Z.

- Representar gráficamente en la recta numérica la adición de números enteros.

Conceptos:

La suma de dos números enteros de mismo signo es otro entero, cuyo valor absoluto es la suma de los valores absolutos de los sumandos y su signo es igual al signo de los sumandos.

Ejemplos:

- Después de caminar 58 m. a la derecha del punto O recorro 67m. en el mismo sentido. ¿A qué distancia me encuentro desde que partí?

Sumar $(+58)+(+67)$

Primero hallamos los valores absolutos $|+58|=58$ y $|+67|=67$

La suma de los valores absolutos es 125

Entonces: $(+58)+(+67)=+125\,m.$

- Un automóvil recorre del punto A 32 m a la izquierda y luego retrocede 47 m en la misma dirección. ¿A qué distancia se halla del inicio?

Determinar la suma $(-32)+(-47)$

Primero hallamos los valores absolutos $|-32|=32$ y $|-47|=47$

La suma de los valores absolutos es 79

Entonces: $(-32)+(-47)=-79$

La suma de dos números enteros de signos diferentes se restan y se conserva el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplos:

- Un poste de 12 m de longitud se introduce 3 m. en el suelo. ¿Exprese la parte que sobresale?

Determinar la suma $(+12)+(-3)$

Primero hallamos los valores absolutos $|+12| = 12$ y $|-3| = 3$

La diferencia de los valores absolutos es 9

Entonces: $(+12)+(-3)=9$

- En el cerro Cayambe a la madrugada se registra – 8 grados de temperatura, así al medio día aumenta 25 grados. Exprese su temperatura.
-

Determinar la suma $(-7)+(+25)$

Primero hallamos los valores absolutos $|-7| = 7$ y $|+25| = 25$

La diferencia de los valores absolutos es 18

Entonces: $(-7)+(+25)=18$

Propiedades de la Adición de Números Enteros

Prerrequisitos:

Encuentre el valor en las sumas propuestas:

a. $(+65)+(+34)=$

b. $(+54)+(-26)=$

c. $(-86)+(-33)=$

d. $(-45)+(+12)=$

Destrezas:

- Identificar en los ejemplos propuestos las distintas propiedades que se cumplen en la adición de números enteros.

Propiedad Clausurativa

La suma de dos números enteros es otro número entero;

$Si\ a, b \in Z, entonces\ (a+b) \in Z$

Ejemplo: $(-14)+(+37)=+23$

Propiedad Conmutativa

Si se cambia el orden de los sumandos, la suma es la misma.

$Si\ a, b \in Z, entonces\ (a+b)=(b+a)$

Ejemplo: $(-9)+(-5)=-14 \quad y\ (-5)+(-9)=-14$

Propiedad Asociativa

Como quiera que se asocien tres o más números enteros la suma es la misma.

$Si\ a,b,c \in Z, entonces\ (a+b)+c=a+(b+c)$

Ejemplo: $[(-5)+(+2)]+(-11)=$
$(-3)+(-11)=-14$

Propiedad Modulativa

El cero es el elemento neutro de la adición de números enteros

$Si\ a \in Z, entonces\ \ a+0=a$

Ejemplo: $(-14)+0=-14$

Propiedad del Opuesto

La suma de dos números enteros opuestos es cero.

$Si\ a, -a \in Z, entonces\ a+(-a)=0$

Ejemplo: $(+37)+(-37)=0$

Propiedad Uniforme

Si a los dos miembros de una misma igualdad se adiciona el mismo número entero, se obtiene otra igualdad.

$Si\ a=b\ entonces\ a+c=b+c$

Ejemplo:
$$\begin{aligned}-9+3&=8-14\\(-9+3)+4&=(8-14)+4\\-6+4&=-6+4\\-2&=-2\end{aligned}$$

Adición de números enteros de distintos signos

Destreza:

- Aplicar las propiedades de la adición de números enteros

Para sumar varios números enteros se aplica la propiedad asociativa y se realiza mediante dos procesos.

Primer proceso:

Se suma los dos primeros sumandos, el resultado con el tercer sumando, el nuevo resultado con el cuarto sumando y así sucesivamente.

Ejemplo:

Hallemos la suma de:

$$(-12)+(-26)+(+18)+(+23)+(-16)=-13$$
$$-38 \quad -20 \quad +3 \quad -13$$

Segundo proceso:

Se suma los términos positivos (suma parcial) y los sumandos negativos finalmente, se adicionan algebraicamente los resultados parciales.

Ejemplo: $(-17)+(-24)+(+38)+(+7)+(-26)$

Positivos $(+38)+(+7)=+45$

Negativos $(-17)+(-24)+(-26)=-67$

Suma parcial $(+45)+(-67)=$

Suma total -22

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Prerrequisitos

- Calcular el valor de las siguientes sumas algebraicas de números enteros

  $(+41)+(-12)=$

  $(-32)+(-51)=$

- Aplique cualquier proceso y sume los siguientes enteros

  $23+(-71)+(-42)+(-12)+(-17)+(-62)=$

- Emparejar con líneas los ejemplos de acuerdo a las propiedades.

$(+51)+(-101)=(-101)+(51)$	clausurativa
$(-82)+(-24)=-106$	conmutativa
$(+257)+0=9257$	asociativa
$[(+21)+(-5)]+41=(+21)+[(-5)+41]$	modulativa

Destrezas:

- Diferenciar los conceptos de suma y resta de enteros.

- Verificar las propiedades que cumple la resta de números enteros.
- Aplicar procesos matemáticos en la sustracción de números enteros.

Concepto

La diferencia entre dos números enteros es otro número entero.

$a - b = c \ \ tal \quad que \quad c + b = a$

En la práctica, para sustraer números enteros, se adiciona al minuendo el opuesto del sustraendo.

Ejemplo: $(-31)-(-19)=(-31)+(+19)=-12$

En el conjunto de números enteros, siempre es posible efectuar una sustracción, situación que no sucedía en el conjunto de los números naturales.

Supresión de Signos de Agrupación

Prerrequisitos

- Interpretar el siguiente enunciado, al multiplicar signos iguales el resultado es positivo (+); al multiplicar signos contrarios el resultado es negativo (-).

  $+(+)= \quad ; \quad -[-]= \quad ; \quad +\{-\}= \quad ; \quad -\overline{+}=$

Destrezas:

- Aplicar los procesos matemáticos aprendidos anteriormente para la supresión de signos de agrupación.

Procedimiento:

Para suprimir signos de agrupación se destruye los signos de adentro hacia afuera;

$+\{\quad +[+(+Z\ )\quad]\quad \}$

$+\{\quad +[+Z\ ]\quad \}$

$+\{+z\}$

$+z$

Ejemplo:

$23+[-10+2-(-5+9)-3]=$

$23+[-10+2+5-9-3]=$

$23-10+2+5-9-3=$

$23+2+5=30$

$-10-9-3=-22$

$30-22=8$

Regla 1: Todo signo de agrupación precedido del signo más (+) puede suprimirse, escribiendo cada número con su propio signo.

Regla 2: Todo signo de agrupación precedido del signo menos (-) puede suprimirse, escribiendo cada número con signo diferente.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Prerrequisitos

- Complete la tabla en la que se aplica ley de signos.

+	x	+	=	
-	x		=	+
-	x	+	=	
+	x		=	-

Destrezas:

- Aplicar la regla de los signos en la multiplicación de número enteros
- Resolver ejercicios propuestos dentro en la multiplicación de números enteros.
- Completar la tabla de doble entrada para reforzar la ley de signos.

Concepto:

El producto de dos números enteros es otro número entero.
Se multiplica los signos y a continuación los coeficientes numéricos.
Ejemplo: Jaime trabaja 21 días en la plantación, ganando 8 dólares diarios, cuanto recibe al final del mes?
$(+21)\times(+8)=+168$

Primer caso.- El producto de dos números enteros con el mismo signo es positivo.
Ejemplos: $(+5)\times(+8)=+40$; $(-16)(-10)=+160$

Segundo Caso.- El producto de dos números enteros de signo diferente es negativo.
Ejemplos: $(+15)(-10)=-150$; $(-16)+(+3)=-48$

Tabla de doble entrada

Se multiplica los términos de la columna por cada uno de los términos de cada fila, aplicando la ley de signos respectiva
Ejemplo.

X	-5	+6	-7
+2	-10	+12	-14
-3	+15	-18	+21

Para multiplicar números enteros diferentes de cero, si el número de factores negativos es par, el producto es positivo.

Ejemplo: $(-4)\times(+7)\times(-2)=+56$

Cuando el número de factores negativos es impar el producto es negativo.

Ejemplo: $(+5)\times(-3)\times(+4)\times(-6)\times[-2]=-720$

Propiedades de la Multiplicación de Enteros

Prerrequisitos:

- Resolver los siguientes productos:
  $(2)\times(+4)\times(-1)\times(-3)\times(-5)=$
- Complete la siguiente tabla utilizando la multiplicación de números enteros.

X	+7	-8	+9
-4		+32	
+5			

Destrezas:

- Relacionar las propiedades de la suma que se cumple en la multiplicación.
- Aplicar las propiedades en la multiplicación de números enteros.

Propiedad Clausurativa

El producto de dos o más números enteros es otro número entero

$Si\ a, b \in Z, entonces\ \ a\,.\,b \in Z$

Ejemplo:

$6.7 = +42 \quad ; \quad (-8)(-9) = +72 \quad ; \quad (-11)6 = -66 \quad ; \quad 5(-25) = -125$

$2(-3)4 \times 5(-6)7(-8) = -40320$

Propiedad Conmutativa

El orden de los factores no altera el producto

$Si\ a, b \in Z, entonces\ a.b = b.a$

Ejemplo: $16(-3) = -48 \quad ; \quad (-3)16 = -48$

Propiedad Asociativa

Se puede agrupar tres o más factores y el producto es el mismo $Si\ a, b, c \in Z, entonces\ (a.b).c = a(b.c)$

Ejemplo: $[(-9)\times(-4)](-6) = -216 \quad ; \quad (-9)[(-4)\times(-6)] = -216$

$36(-6) = -216 \quad ; \quad (-9)24 = -216$

Propiedad Modulativa

El elemento neutro en la multiplicación de números enteros es la unidad.

$Si\ a \in Z, entonces\ a.1 = 1.a = a$

Ejemplo: $33.1 = 33 \quad ; \quad (-45)1 = -45$

Propiedad Distributiva

La multiplicación de números enteros es distributiva con respecto a un polinomio aritmético, por la derecha e izquierda.

$Si\ a, b, c \in Z, entonces\ a.(b+c) = a.b + a.c$

Ejemplos:

$$\begin{aligned}(3)(5-4+2) &= (3)(5)+(3)(-4)+(3)(2)\\ &= 15-12+6\\ &= 9\end{aligned}$$

$$\left(-6-7+8\right)\left(-9\right)=\left(-6\right)\left(-9\right)+\left(-7\right)\left(-9\right)+\left(+8\right)\left(-9\right)$$
$$= +54+63-56$$
$$= 61$$

Producto de dos Polinomios Aritméticos

Prerrequisito

- Utilizando la propiedad distributiva encuentre el producto de:

$$\left(9+5-8-1\right)-7=$$
$$-6\left(3-2+8-5\right)=$$

Destreza:

- Aplicar la ley de signos y la propiedad distributiva en la multiplicación de dos polinomios aritméticos.

Al multiplicar dos polinomios aritméticos se adicionan, los productos de cada uno de los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio.

Ejemplo:

$$\left(3-5\right)\left(4-3+2\right)=\left(3\right)\left(4\right)+\left(3\right)\left(-3\right)+\left(3\right)\left(2\right)+\left(-5\right)\left(4\right)+\left(-5\right)\left(-3\right)+\left(-5\right)\left(2\right)$$
$$= +12-9+6-20+15-10$$
$$= -6$$

Comprobación: $\left(3-5\right)\left(4-3+2\right)=\left(-2\right)\left(3\right)=-6$

DIVISIÓN EXACTA DE NÚMEROS ENTEROS

Prerrequisitos:

- Resuelva los siguientes productos.

$3\times 5=$; $\left(-6\right)\left(-7\right)=$

$\left(-8\right)9=$; $10\left(-11\right)=$

Destrezas:

- Resolver problemas con la división de números enteros

Concepto:

El cociente de dos números enteros es otro número entero, cuyo valor absoluto es el cociente de los valores absolutos de los enteros dados y su signo es positivo o negativo, de acuerdo a la regla de los signos.

El cociente de dos enteros de igual signo es positivo, y el cociente de dos enteros de diferente signo es negativo.

Para que el cociente de números enteros sea otro número entero, es necesario que el dividendo sea múltiplo del divisor.

Ejemplo: $\frac{-125}{+25} = -5 \quad porque \quad -5 \times 25 = -125$

El cero como dividendo tenemos un cociente de cero, en cambio el cero como divisor es imposible porque no hay número que multiplicado por cero nos da el dividendo.

Ejemplos: $0 \div 42 = 0 \quad ; \quad 50 \div 0 = imposible$

Propiedad Distributiva y Signos de Supresión

Prerrequisitos

- Aplica la propiedad distributiva en el siguiente ejercicio.

  $9(7+4-3)=$

- Encuentre el cociente de

  $184 \div (-8) =$

Destrezas:

- Aplicar la propiedad distributiva en la supresión de signos de agrupación
- Resolver ejercicios con la división de números enteros

Concepto:

La división de números enteros es distributiva con respecto a un polinomio aritmético.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(-15+27-6)\div(-3) &= (-15)\div(-3)+(+27)\div(-3)+(-6)\div(-3)\\ &= 5-9+2\\ &= -2\end{aligned}$$

Comprobación

$(-15+27-6)\div(-3)=(+6)\div(-3)=-2$

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Prerrequisitos

- Multiplique los siguientes factores

  $(-3)(-3)(-3)=$

  $(+7)(+7)(+7)(+7)=$

  $(-9)(-9)(-9)(-9)(-9)=$

Destrezas:

- Relacionar el origen de potenciación a partir de la multiplicación.
- Identificar y construir los conceptos de la potenciación y la multiplicación.

Concepto:

La potencia enésima de un número entero m, es el producto de **n** factores iguales a m.

$Si\ m, n\ \in Z, entonces\ m^n = m.m.m... = o$

En la potenciación, el exponente indica el número de veces que debe multiplicarse por sí mismo la base.

Ejemplos:
$$4^5 = 4.4.4.4.4 = 1024$$
$$(-9)^3 = (-9)(-9)(-9) = -729$$
$$(-6)^2 = (-6)(-6) = 36$$

Regla: La potencia de exponente par lleva signo positivo, en cambio la potencia con exponente impar lleva signo negativo.

El cero elevado a cualquier exponente es igual a cero, en cambio cualquier número elevado al exponente cero es igual a la unidad.

Ejemplos: $0^4 = 0.0.0.0 = 0 \quad ; \quad (28)^0 = 1$

Producto de Potencias de Igual Base

Concepto:

El producto de potencias de igual base, es igual a la misma base sumado los exponentes.

Ejemplo: $6^2 \times 6 = 6^{2+1} = 6^3 = 6.6.6 = 216$

Cuando la base no tiene exponente se sobre entiende que el exponente es la unidad.

Cociente de Potencias de Igual Base

Concepto:

La división de potencias de igual base, es igual a la base restados sus exponentes.

$Si\ a, m, n \in Z, entonces\ \ a^m \div a^n = a^{m-n}$

Ejemplo: $4^4 \div 4^3 = 4^{4-3} = 4$

Potencia de Potencia

Concepto:

La potencia de potencia, es otra potencia de igual base y exponente igual al producto de los exponentes.

$Si\ a, m, n \in Z, entonces\ \ a^{m\times n} = a$

Ejemplo: $\left[(-5)^2\right]^3 = (-5)^{2\times 3} = (-5)^6 = 15625$

Propiedad distributiva

Concepto:

La potenciación es distributiva para la multiplicación y para la división.

$Si\ a, b, m \in Z, entonces\ \ (a\times b)^m = a^m \times b^m \quad ; \quad (a \div b)^m = a^m \div b^m$

Ejemplo:

$$(-3\times 4)^3 = (-3)^3 \times 4^3 = 27 \times 64 = 1728$$

$$[(-12)\div(-6)]^2 = (-12)^2 \div (-6)^2 = 144 \div 36 = 4$$

RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Prerrequisitos:

Determinar el valor de:

$(9)^2 =$

$(-6)^2 =$

$(-5)^3 =$

Destrezas:

- Aplicar los conceptos de la radicación y la potenciación.
- Determinar las reglas de los signos en la radicación.

Concepto:

Primeramente recordemos los términos o elementos de la radicación

$\sqrt[n]{a} = b \quad de \quad donde: \quad n = índice, \quad \sqrt{\ } = radical, \quad a = radicando\ y \quad b = raíz$

La raíz enésima de un número entero llamado radicando, es otro entero que elevado a la potencia enésima, es igual al mismo radicando. La radicación es una operación inversa a la potenciación, esta situación la planteamos en los siguientes ejemplos:

$\sqrt{9} = 3 \quad la\ operación\ inversa\ es\ 3^2 = 9$

$\sqrt[3]{64} = 4 \quad la\ operación\ inversa\ es\ 4^3 = 64$

Regla General de los Signos

1. Si el índice es impar, la raíz tiene el mismo signo del radicando Ejemplo:

   $\sqrt[5]{32} = 2 \quad ; \quad \sqrt[5]{-32} = -2$

2. Si el índice de la raíz es par, y el radicando es positivo las raíces son dos números opuestos. Ejemplo:

   $\sqrt[4]{81} = \pm 3$

3. Si el índice de la raíz es par y el radicando es negativo, la raíz no es posible en el conjunto de los números enteros. Ejemplo:

   $\sqrt[4]{-81} = No \;\; es \;\; posible$

Propiedad Distributiva

Prerrequisitos:

- Hallar la raíz de:

  $\sqrt{64} = \quad ; \quad \sqrt[3]{125} = \quad ; \quad \sqrt[5]{32} = \quad ; \quad \sqrt[2]{-100} =$

Destrezas:

- Usar procesos matemáticos apropiados de la propiedad distributiva, en la radicación de números enteros.

Concepto:

La radicación de números enteros es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división.

$$Si\ a, b, n \in Z, entonces\ \sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b} \quad ; \quad \sqrt[n]{a \div b} = \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b}$$

Ejemplo:

$$\sqrt{(36)\times(49)\times(81)} = \sqrt{36} \times \sqrt{49} \times \sqrt{81} = 6 \times 7 \times 9 = 378$$

$$\sqrt{(256)\div(64)} = \sqrt{256} \div \sqrt{64} = 16 \times 8 = 128$$

NUMEROS RACIONALES

ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

Prerrequisitos:

- Escriba los siguientes conjuntos de números.

  Números dígitos A = { }

  Números naturales B = { }

  Números enteros C = { }

- Transforma las fracciones dadas a otras equivalentes con mínimo común denominador igual.

  $\frac{1}{3};\frac{2}{9};\frac{4}{6}$

Destrezas:

- Describir con sus propias palabras a los números racionales,

Concepto:

Está formado por los números que pueden representarse como el cociente de números enteros.

Este conjunto de números se lo representa con la letra Q.

$$Q=\left\{x/x=\frac{a}{b};\, donde\ a,b\in Z\ \ y\ b\neq o\right\}$$

Los números racionales se los conoce con el nombre de fraccionarios o quebrados, también se los puede representar mediante una expresión decimal.

Ejemplos:

Felipe tiene ochenta centavos de dólar

$\frac{8}{10}$ *lo podemos escribir* 0,8

Fracciones Propias

Concepto:

Son las que el denominador representa el número de partes en la que se divide la unidad y el numerador las partes que se toman.

Ejemplo: $\frac{5}{8}$

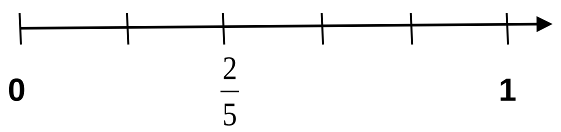
Fracciones impropias

Concepto:

Cuando el numerador es mayor que el denominador

Ejemplo: $\frac{9}{4}$

También podemos graficar éstas fracciones $\frac{2}{5}$



Fracciones equivalentes

Concepto:

Si al numerador y denominador se lo multiplica o divide (múltiplo) por un mismo número, se obtiene una fracción equivalente.

Ejemplo: $\frac{1}{6} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{18}$; $\frac{15}{60} \div \frac{15}{15} = \frac{1}{4}$

Transformación de fracciones a mínimo común denominador

Prerrequisitos

- Amplificar las siguientes fracciones

  $\frac{2}{5} =$; $\frac{3}{4} =$

- Simplificar las siguientes fracciones.

  $\frac{20}{60} =$; $\frac{25}{100} =$

Destrezas:

- Transformar correctamente fracciones dadas a otras con mínimo común denominador.
- Realizar cálculos con fracciones

Concepto

Hallar el mínimo común múltiplo de todas las fracciones, el cual se divide por el denominador de cada fracción obteniéndose y se lo multiplica por el numerador.

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5} =$

2	3	5	2
1	3	5	3
	1	1	5

2.3.5 = 30 m.c.m.

$$\frac{15}{30} \quad ; \quad \frac{20}{30} \quad ; \quad \frac{18}{30} =$$

Fracciones homogéneas

La suma de dos o más fracciones homogéneas que tienen igual denominador es otra fracción cuyo numerador es la suma aritmética de los numeradores y se conserva el mismo denominador.

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{1}{5}+\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2+3-1+4-2}{5}=\frac{6}{5}$$

Cuando las fracciones tienen distinto denominador se llaman fracciones heterogéneas, siendo necesario transformarlas a un denominador común.

Ejemplo: $\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{5}{8}$

En este caso seleccionamos el común denominador siendo el número 8 el cual contienes al 4 y 2; éste mínimo (8) dividimos para cada denominador y el resultado multiplicamos por el numerador.

Ejemplo: $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+\frac{5}{8}=\frac{4-2-12+5}{8}=-\frac{5}{8}$

$$\frac{3}{12}-\frac{1}{8}-\frac{3}{4}+\frac{7}{20}-\frac{1}{2}=$$

Cuando los denominadores no se contienen entre sí debemos descomponer en sus factores primos, hasta encontrar el común denominador, luego se aplica el proceso anterior.

12	8	4	20	2	
6	4	2	10	1	2
3	2	1	5		2
1	1		1		2
					3
					5

x 120

$$\frac{3}{12}-\frac{1}{8}-\frac{3}{4}+\frac{7}{20}-\frac{1}{2}=\frac{30-15-90+42-60}{120}=-\frac{31}{40}$$

Propiedades de la Adición de Números Racionales

Prerrequisitos:

- Une mediante líneas el ejemplo de la izquierda con su respectiva propiedad de la adición de los números enteros.

Ejemplos	**Propiedades**
$24+(-7)=17$	Del elemento neutro
$[13+5]+(-13)=13+[5+(-13)]$	Asociativa
$-10+(-7)=-7+(-10)$	Conmutativa
$-30+0=-30$	Clausurativa

Destrezas:

- Aplicar las propiedades en la adición de números racionales.
- Realizar cálculos matemáticos en la adición de números racionales.

Propiedad Clausurativa

La suma de dos números racionales es otro número racional

$$Si\ \frac{a}{b},\frac{c}{d}\in Q,\ entonces\ \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\in Q$$

Ejemplo: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$

Propiedad Conmutativa

Si se cambia el orden de los sumandos, la suma es la misma.

$Si\ \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q, entonces\ \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

Ejemplo: $-\frac{4}{7} + \frac{8}{7} = \frac{4}{7}$; $-\frac{8}{7} + \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$

Propiedad Asociativa

Como quiera que se asocien dos o más números racionales la suma es la misma.

$Si\ \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in Q, entonces\ \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$

Ejemplo: $\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\right] + \frac{5}{2} = \frac{2}{2} + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$

Propiedad Modulativa

El cero es el elemento neutro de la adición de números racionales

$Si\ \frac{a}{b} \in Q, entonces\ \frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

Ejemplo: $\left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{0}{5} = \frac{4}{5}$

Propiedad del Opuesto

La suma de dos números racionales opuestos es cero.

$Si\ \frac{a}{b} \in Q, existe\ -\frac{a}{b} \in Q, tal\ que\ \frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = -\frac{a}{b} + \frac{a}{b}$

Ejemplo: $\frac{15}{4}+\left(-\frac{15}{4}\right)=0$

Propiedad Uniforme

Si a los dos miembros de una misma igualdad se adiciona el mismo número racional, se obtiene otra igualdad.

$Si\ a=b\ entonces\ a+c=b+c$

Partamos de una igualdad cualquiera, por ejemplo:

Ejemplo: $-\frac{5}{6}+\frac{4}{6}=\frac{2}{6}-\frac{3}{6}$

Adicionamos a los dos miembros la siguiente fracción:

$$-\frac{5}{6}+\frac{4}{6}+\frac{2}{6}=\frac{2}{6}-\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Prerrequisitos

- Aplicar la regla práctica y realice la adición.

$$\frac{1}{2},\frac{2}{3}y\frac{3}{4}=$$

$$\frac{5}{8},\frac{1}{3}y\frac{2}{5}=$$

Destrezas:

- Aplicar los procesos matemáticos para la sustracción de números racionales.

La diferencia de un número racional **a/b**, con otro número racional **c/d**es otro número racional **b/n** tal que sumando a **c/d** es igual a **a/b.**

Simbólicamente:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{m}{n}\ tal\ que\ \frac{m}{n}+\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$$

En la práctica, para sustraer números, basta sumarle el opuesto al sustraendo.

Ejemplo:

$$De\frac{5}{6}restar-\frac{3}{6}$$

$$\frac{5}{6}-\left(-\frac{3}{6}\right)=\frac{5}{6}+\frac{3}{6}=\frac{8}{6}=1\frac{1}{3}$$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Prerrequisitos:

- Utilizar la ley de signos

Destrezas:

- Aplicar los procesos apropiados para la multiplicación de números racionales.
- Resolver problemas con la multiplicación de números racionales.

Concepto:

El producto de dos números racionales es otro número racional, ya que se multiplica numeradores y denominadores entre sí, simplificando si es posible.

Ejemplos: $\frac{3}{2}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times 5}{2\times 7}=\frac{15}{14}=1\frac{1}{14}$

En la multiplicación de fracciones, por conveniencia se acostumbra a simplificar los factores del numerador con otros del denominador indistintamente.

$$\frac{3}{15}\times\frac{10}{9}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\times\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{15}}\times\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{1\times 2}{3\times 3}=\frac{2}{9}$$

Propiedad Distributiva

Prerrequisitos:

- Multiplique los siguientes números racionales.

$$\frac{5}{3}\times\left(-\frac{6}{15}\right)\times\frac{10}{2}=$$

$$-\frac{15}{12}\times\frac{18}{20}\times\frac{10}{5}=$$

Destrezas:

- Aplicar las leyes de los signos y la propiedad distributiva en la multiplicación de dos polinomios aritméticos.
- Resolver problemas.

Concepto:

La multiplicación de números racionales es distributiva respecto a un polinomio aritmético.

Ejemplo: $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{3}-\frac{2}{7}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{7}\right)$

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{7}=\frac{21+56-12}{84}=\frac{65}{84}$$

Producto de dos polinomios

Se adiciona los productos de cada uno de los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio.

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}-\frac{2}{1}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{1}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{2}{1}\right)$$

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{3}-1-\frac{1}{2}+\frac{2}{9}+\frac{2}{3}=\frac{27-12-36-18+8+24}{36}$$

$$\frac{59-66}{36}=-\frac{7}{36}$$

DIVISIÓN EXACTA DE NÚMEROS RACIONALES

Prerrequisitos:

- Multiplique los siguientes números racionales.

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{9}\times\frac{8}{3}=$$

$$0{,}5\times\frac{10}{9}\times\frac{18}{25}=$$

$$2\frac{3}{4}\times\frac{12}{5}\times\frac{15}{11}\times\frac{2}{3}=$$

Destreza:

- Divida números racionales.

Concepto:

Para dividir dos números racionales se invierte el divisor y se simplifica o multiplica las fracciones.

Se observa que la división de racionales también se la denomina fracción compleja que para encontrar el valor se multiplican los extremos (numerador) y medios con medios (denominador).

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Ejemplo: $-\frac{9}{4} \div \left(-\frac{5}{16}\right) = -\frac{9}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \left(-\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{5}\right) = \frac{36}{5}$

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Prerrequisitos

- Multiplicar las siguientes fracciones:

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} =$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) =$$

Destrezas:

- Aplicar procesos matemáticos apropiados en el desarrollo de potencias.

- Aplicar las leyes de los signos en la potenciación de números racionales.

Concepto:

Si a un número racional se lo eleva a una potencia ésta es igual a multiplicar la base las veces que indica el exponente.

$$Si\ \frac{a}{b} \in Q \quad y \quad n \in Z, entonces \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right).....\frac{a^n}{b^n}$$

Regla: La potencia de exponente par lleva signo positivo, en cambio la potencia con exponente impar lleva signo negativo el mismo de la base.

Ejemplo: $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$

Potencia con exponente Negativo:

Es igual al inverso del número racional, elevado al exponente con signo positivo.

$$Si\ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo: $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(-\frac{4}{3}\right)^{+3} = \left(-\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{64}{27}$

RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Prerrequisitos:

- Escriba el desarrollo y halle las potencias:

$\left(\frac{1}{5}\right)^2 =$

$\left(-\frac{3}{4}\right)^4 =$

$\left(-\frac{5}{6}\right)^3 =$

$\left(\frac{4}{5}\right)^3 =$

Destrezas:

- Aplicar procesos matemáticos apropiados para la radicación de números racionales.

Concepto:

La raíz enésima de un número racional llamado radicando, es otro racional llamado raíz que, elevado a la potencia enésima, es igual al radicando.

Regla General de los Signos

1. Si el índice es impar, la raíz tiene el mismo signo del radicando Ejemplo:

   $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = +\frac{1}{2}$; $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2}$

2. Si el índice es par, y el radicando es positivo las raíces son dos números opuestos. Ejemplo:

   $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = +\frac{1}{2} \; ó -\frac{1}{2}$

3. Si el índice es par y el radicando es negativo, la raíz no es posible en el conjunto de los números racionales, es una cantidad imaginaria.

   Ejemplo:

   $$\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = No \ \ es \ \ posible$$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Prerrequisitos:

- Escriba el nombre de la propiedad respectiva

$x.y = y.x \quad \rightarrow \quad propiedad$ ....

$x.1 = x \quad \rightarrow \quad propiedad$ ....

$x + y = y + x \quad \rightarrow \quad propiedad$ ....

$(x + y) + z = x + (y + z) \quad \rightarrow \quad propiedad$ ....

$x + 0 = x \quad \rightarrow \quad propiedad$ ....

$(x.y)z = x(y.z) \quad \rightarrow \quad propiedad$ ....

Destrezas:

- Conceptualizar, interpretar, analizar e integrar conceptos algebraicos, aritméticos y geométricos.
- Plantear e identificar lo que es un término, sus elementos, grado y su clasificación.
- Traducir del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa.

Concepto.

Cualquier agrupación de números y letras, a través de una o varias operaciones matemáticas se denomina expresión algebraica.

Término:

Se denomina término (monomio), a un número específico, a una letra o, al producto o cociente de letras y números.

Ejemplo: $2x^4 \,;\, 9axyz$

Grado de un término

Si el término tiene una sola letra, el grado esta dado por su exponente.

$2x^3 es\ un\ tér\min o\ de\ tercer\ grado$

Si el término tiene más de una letra, su grado esta dado por la suma de todos sus exponentes.

$2x^2y^3z\ es\ un\ tér\min o\ de\ sexto\ grado$

Clases de términos

1. **Término entero.-** Cuando la expresión es entera. Ejemplos: $2x\,;\,3x$
2. **Término fraccionario.-** Cuando la expresión tiene denominadores. Ejemplos: $\frac{3x}{4}\,;\,\frac{5y^3}{6}$
3. **Término Racional.-** Cuando la expresión no tiene literales dentro de radicales. Ejemplos: $\sqrt{6x^2}\,;\,\frac{\sqrt{5b}}{14}\,;\,\frac{\sqrt{7x}}{21}$
4. **Término Irracional.-** Cuando la expresión tiene literales dentro de radicales. Ejemplos: $\sqrt{a^3}\,;\,\frac{\sqrt{x}}{2}\,;\,\frac{\sqrt{x^5}}{10}$

Monomios

Prerrequisitos:

- Complete el siguiente cuadro:

<table>
<tr><td rowspan="2">TÉRMINO</td><td colspan="2">ELEMENTOS</td><td rowspan="2">GRADO DEL TÉRMINO</td><td rowspan="2">CLASE DE TÉRMINO</td></tr>
<tr><td>COEFICIENTE NUMERICO</td><td>PARTE LITERAL</td></tr>
<tr><td>$5x^3y^3z$
m^2p^3
$\frac{1}{5}xy^5$
$\frac{3}{2}x^4y^4$
$a^6b^7c^4$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Destrezas:

- Ejemplificar los diferentes tipos de polinomios.
- Identificar el nombre específico, grado, clasificación y ordenamiento de los polinomios.

Concepto:

Las expresiones que contienen un solo término, se denominan monomios Ejemplo: $340\,x^4y^3z^6$

Polinomios

Concepto:

Las expresiones que contienen más de un término, se denominan polinomios. Ejemplo: $6x^4 - x + 1$

Los polinomios se clasifican en:

Binomio.- consta de dos términos Ejemplo: $x-y$

Trinomio.- consta de tres términos Ejemplo: $a^2+2ab+b^2$

Tetranomio.- consta de cuatro términos Ejemplo: x^3+x^2+x+1

Pentanomio.- consta de cinco términos Ejemplo: $x^4+3x^3-5x^2+2x-6$

Grado de un polinomio

El grado de un polinomio está dado por el término de mayor grado.

Ejemplos:

$x^3-2x+3 \quad \rightarrow \quad es\ de\ tercer\ grado$

$x^4-x^3y^3+y^2 \quad \rightarrow \quad es\ de\ sexto\ grado$

Clases o tipos especiales de polinomios

1. **Entero.-** Cuando todos los términos son enteros. Ejemplos: $5x-4y+6$
2. **Fraccionario.-** Cuando por lo menos unos de los términos son fraccionarios. Ejemplos: $x-\frac{y}{3}+y^2; x^3-x^2-\frac{x}{2}$
3. **Racional.-** Cuando todos los términos son expresiones racionales. Ejemplos: $2x-\frac{1}{2}x^3-6x^4-0{,}3x^2$
4. **Irracional.-** Cuando por lo menos uno de los términos es una expresión irracional. Ejemplos: $3\sqrt{x}-y^3$; $\frac{4x}{y}-6x^4$
5. **Homogéneo.-** Cuando todos los términos tienen el mismo grado. Ejemplos: $x^4y-x^3y^2+x^5$; $xz-xy+yz$
6. **Heterogéneo.-** Cuando todos los términos son de diferente grado. Ejemplos: $x^4-3x^3+2x^2+x-4$; $3a^3-2a^2+4$

7. **Completo.-** Cuando contienen todos los exponentes sucesivos de una variable. Ejemplos: $4+y+3y^2-y^3+y^4+y^5$
8. **Incompleto.-** Cuando no contienen todos los exponentes sucesivos de una variable. Ejemplos: x^3-x+2 ; $z+z^3-z^2-z^5$

Signos de agrupación:

Prerrequisitos:

- Ordene los polinomios en forma decreciente

$3x^2+x^4+2x-1 \quad \rightarrow$ ....

$3+x^3-5x+2x^2 \quad \rightarrow$ ....

$7-y^4-3y+2y^2 \quad \rightarrow$ ....

Destrezas:

- Realizar la introducción y supresión de los signos de agrupación.

Concepto:

Cuando se introduce términos dentro de un signo de agrupación precedido del signo + éstos ingresan con su propio signo, en cambio cuándo está precedido del signo - los términos que ingresan cambian de signo.

Introducir los tres últimos términos dentro de un paréntesis precedido de un signo +

Ejemplo:

$$6+3a-5a^2-4a^2-2+10a$$

$$6+3a-5a^2+\left(-4a^2-2+10a\right)$$

Introducir los tres últimos términos dentro de un paréntesis precedido de un signo –

$$x^4+3x^3-5x^2-4x+2$$
$$x^4+3x^3-\left(5x^2+4x-2\right)$$

Destrezas:

- Aplicar los procesos matemáticos aprendidos anteriormente para la supresión de signos de agrupación.

Procedimiento:

Para suprimir signos de agrupación se destruye los signos de adentro hacia afuera.

Ejemplo:

$$-3\{-[+(-a+b)]\}-4\{-[-(-a-b)]\}$$
$$-3\{-[-a+b]\}-4\{-[+a+b]\}$$
$$-3\{+a-b\}-4\{-a-b\}$$
$$-3\{+a-b\}-4\{-a-b\}$$
$$-3a+3b+4a+4b$$
$$a+7b$$

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Prerrequisitos:

- Suprima los signos de agrupación

$$7y^3+\{-[-(2y+9y^2)+3x-1]+5x^2\}-10=$$

Destrezas:

- Aplicar de los procesos en la reducción de términos semejantes.
- Reducción de términos semejantes.

Concepto:

Dos o más términos son semejantes cuando contienen las mismas variables (letras), elevadas a los mismos exponentes.

Ejemplos: $25x^3 \;\; y \;\; 3x^3 \quad ; \quad ab^2 \quad y - 4ab^2$

Reducir términos semejantes significa escribir un término equivalente a la suma algebraica de dos o más términos semejantes dados.

Reducción de términos semejantes con el mismo signo:

Para reducir términos semejantes con el mismo signo, se suman los coeficientes numéricos, se mantiene el signo y se acompaña de la parte literal.

Ejemplos:
$$8a + 9a + 10a = (8 + 9 + 10)a = 27a$$
$$-12y - 3y = [(-12) + (-3)]y = -15y$$

Reducción de términos semejantes con signo diferente:

Para reducir términos semejantes con diferente signo, se suma algebraicamente y se acompaña de la parte literal.

Ejemplo.
$$6x - 12x - 5x + 4x = (6 - 12 - 5 + 4)x = -7x$$
$$-4b + 25a^2 - 10b + 30b - 17a^2 = (-4b - 10b + 30b) + (25a^2 - 17a^2)$$
$$= (-4 - 10 + 30)b + (25 - 17)a^2 = 16b - 8a^2$$

Se denomina polinomio reducido al que no tiene términos semejantes.

Ejemplo: $x^3 - 3x^2 + 2x - 3$

FUNCIÓN POLINOMIAL Y VALOR NUMÉRICO

Prerrequisitos:

- Reducir términos semejantes en los siguientes polinomios.

$$xy^2+3xy^2+12x^2y+x^2y-5xy^2-2x^2y+6xy^2 =$$

$$x^2+4xy+2x^2-3x+6xy-10x=$$

Destrezas:

- Aplicar operaciones fundamentales para hallar el valor numérico de expresiones algebraicas.

Función Polinomial:

Cuando los polinomios emplean una sola letra (variable), pueden escribirse también en la notación de función y se habla de una función polinomial.

Ejemplo: Determinar el valor numérico del polinomio.

$$f(x)=x^2-3x+2,\ si\ x=-2$$
$$f(-2)=(-2)^2-3(-2)+2$$
$$f(-2)=4+6+2$$
$$f(-2)=12$$

Ejemplo: Calcular el valor numérico de:

$$f(x)=\frac{3}{2}x^4+\frac{6}{5}x^3-\frac{3}{45},\ si\ x=-\frac{1}{3}$$
$$f\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^4+\frac{6}{5}\left(-\frac{1}{3}\right)^3-\frac{3}{45}$$
$$f\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{81}\right)+\frac{6}{5}\left(-\frac{1}{27}\right)-\frac{3}{45}$$
$$f\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{54}-\frac{2}{45}-\frac{3}{45}=$$

$$\frac{-5-12-18}{155}=-\frac{35}{155}=-\frac{7}{31}$$

ADICIÓN DE POLINOMIOS

Prerrequisitos

- Reducir los siguientes polinomios

$7x-12y+4x-5y8x+3y+2x-9y=$

$2a-7a+5b-3a+10b+6a-14b=$

Destrezas:

- Aplicar procesos matemáticos apropiados para la suma de polinomios.
- Razonar deductivamente en la adición de polinomios.

Definición

Sumar dos o más polinomios en encontrar un nuevo polinomio llamado suma.

Para sumar polinomios debemos ordenar en forma descendente, aplicando un proceso horizontal o vertical.

Ejemplos:

Proceso Horizontal

$(3a+2b+5c)+(2a+3b+8c)+(7a-4b-5c)+(-7a+4b-6c)=$

$3a+2b+5c+2a+3b+8c+7a-4b-5c-7a+4b-6c=$

$3a+2a+7a-7a=5a$

$2b+3b-4b+4b=5b$

$5c+8c-5c-6c=2c$

$5a+5b+2c$

Proceso vertical

$$(3a+2b+5c)+(\ 2a+3b+8c)+(7a-4b-5c)\ +(-7a+4b-6c)=$$

$$\begin{array}{l} +3a+2b+5c \\ +2a+3b+8c \\ +7a-4b-5c \\ \underline{-7a+4b-6c} \\ +5a\ \ +5b-2c \end{array}$$

SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

Prerrequisitos

- Suprimir los signos de agrupación y reducir términos semejantes

$$7m+9n-(12m-6n)-[4m+7n]-\{-2m+5n\}=$$

Destrezas:

- Reconocer y generar ejemplos de la sustracción de polinomios
- Aplicar procesos matemáticos pertinentes para la sustracción de polinomios.

Definición

Sustraer dos polinomios es encontrar un tercer polinomio llamado diferencia.

Para sustraer dos polinomios al minuendo se lo escribe con sus propios signos, en cambio al sustraendo se cambia de signos a todos los términos y se aplica el proceso de suma de polinomios.

Ejemplo:

Proceso Horizontal

$De\,15p+11q-9r \quad restar\ -25p+18q-14r$

$15p+11q-9r-(-25p+18q-14r)$

$15p+11q-9r \quad +25p-18q+14r$

$40p-7q+5r$

Proceso Vertical

$De\,15p+11q-9r \quad restar\ -25p+18q-14r$

$$\begin{array}{l} 15p+11q-9r \\ \underline{25p-18q+14r} \\ 40p-7q+5r \end{array}$$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS POR MONOMIOS

Prerrequisitos

- Hallar el valor de.

a. $\frac{6}{5}\left(\frac{8}{7}+\frac{7}{2}+5\right)$

b. $(4)^2.(4)^3.(4)^0 =$

Destrezas:

- Describir con sus propias palabras el proceso para multiplicar monomios por monomios por polinomios.
- Aplicar la regla del producto de potencias con la misma base y la propiedad distributiva en la multiplicación de monomios por polinomios.

Multiplicar monomios es formar otro monomio llamado producto.

Ejemplo:
$$\left(-2ab^2\right)\left(-3b^3c\right)\left(-4c^2d\right)$$
$$(-2)(-3)(-4)=-24$$
$$a.b^2.b^3.c.c^2.d=ab^5c^3d$$
$$-24ab^5c^3d$$

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS POR POLINOMIOS

Se multiplica el monomio por cada uno términos del polinomio, es decir se aplica la propiedad distributiva.

Ejemplo:
$$\left(7pq^2\right)\left(3pqr+5p^2q^2r^2-4p^3q^3r^3\right)$$
$$\left(7pq^2\right)(3pqr)+\left(7pq^2\right)\left(5p^2q^2r^2\right)-\left(7pq^2\right)\left(4p^3q^3r^3\right)$$
$$21p^2q^3r+35p^3q^4r^2-28p^4q^5r^3$$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS

Prerrequisitos

- Encuentre el siguiente producto aplicando la propiedad distributiva

$(2ab)\left(a^2-ab+b^2\right)=$

Destrezas:

- Resolver multiplicaciones de polinomios.
- Aplicar la propiedad distributiva, ya sea por la izquierda o derecha.

Regla:

Para multiplicar polinomios se aplica la propiedad distributiva, esto es el proceso horizontal; en el vertical procedemos a ordenar en forma descendente cada uno de los polinomios, se multiplica de izquierda a derecha cada uno de los términos multiplicador por cada uno de los del multiplicador y se reducen términos semejantes.

Ejemplos:

$$\left(a^2 - b^2 + 3ab - 2\right)\left(b + a\right) =$$
$$a^2 b + a^2.a - b^2.b - b^2.a + 3ab.b + 3ab.a - 2.b - 2.a$$
$$a^2 b + a^3 - b^3 - ab^2 + 3ab^2 + 3a^2 b - 2b - 2a$$
$$4a^2 b + a^3 - b^3 + 2ab^2 - 2b - 2a$$
$$a^3 + 4a^2 b + 2ab^2 - 2a - 2b - b^3$$

$$\left(2 + p^2 - 3p\right)\left(p - 4\right) =$$
$$\begin{array}{l} p^2 - 3p + 2 \\ \underline{p - 4 \qquad\quad} \\ p^3 - 3p^2 + 2p \\ \underline{\qquad - 4p^2 + 12p - 8} \\ p^3 - 7p^2 + 14p - 8 \end{array}$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

DIVISIÓN ENTRE MONOMIOS

Prerrequisitos

- Simplificar

$$\frac{120}{12} =$$

- Dividir

$$4^{-3} \div 4^{-5} =$$

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} =$$

Destrezas:

- Describa el proceso para dividir monomios
- Plantear y desarrollar ejemplos de división entre monomios

Concepto

Dividimos los signos, luego coeficientes numéricos y a continuación aplicamos la regla de potencias de igual base.

Ejemplo:

$$16x^4y^5z^3 \div 4x^2y^3z = 4x^{4-2}y^{5-3}z^{3-1} = 4x^2y^2z^2$$

$$\frac{14a^6b^3}{7a^2b^3} = 2a^{6-2}b^{3-3} = 2a^4b^0 = 2a^4.1 = 2a^4$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS ENTRE MONOMIOS

Prerrequisitos

- Aplique la propiedad distributiva en el desarrollo de los cocientes.

$$(18+36-54-81)\div 9 =$$

$$\frac{51-85+119-68}{17} =$$

Concepto

Se aplica la propiedad distributiva de la división, ubicando el divisor en cada término del polinomio y procedemos como en el caso anterior.

Ejemplo:

$$\left(8a^2b^4 - 4a^3b^7 + 2a^2b^6\right) \div 2a^2b^4$$

$$\frac{8a^2b^4}{2a^2b^4} - \frac{4a^3b^7}{2a^2b^4} + \frac{2a^2b^6}{2a^2b^4} =$$

$$4 - 2ab^3 + b^2$$

DIVISION DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS

Prerrequisitos

- Determinar el cociente:

  $$\left(6x^4 - 4x^3 + 2x^2\right) \div 2x^2 =$$

  $$\frac{21a^3b^3 - 14a^2b^2 + 35ab}{7ab} =$$

Destreza

- Describir con sus propias palabras el proceso para dividir polinomios
- Plantear ejemplos de división de polinomios y resolverlos
- Aplicar procedimientos para la división entre polinomios

Concepto

Se ordenan los polinomios en forma descendente de acuerdo a una variable, se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor, aplicando la ley de signos, éste valor es el primer término del cociente multiplicamos éste término del cociente por todos los términos del divisor, dichos productos cambiados de signos, los alineamos debajo de los términos semejantes del dividendo y luego reducimos términos semejantes, bajamos el nuevo término y repetimos este proceso las veces que sea necesario, hasta que el residuo sea cero o de menor grado al del divisor.

Ejemplo:

$$\begin{array}{rl} 28x^2 - 11xy - 30y^2 & \underline{|\ 4x - 5y} \\ \underline{-28x^2 + 35xy} \qquad\quad & 7x + 6y \\ 24xy - 30y^2 & \\ \underline{-24xy - 30y^2} & \\ 0 \qquad 0 \quad & \end{array}$$

DIVISIÓN SINTÉTICA O REGLA DE RUFFINI

Prerrequisitos

- Realizar la siguiente división
  $\left(2x^4 - x^3 + 26x^2 + 5x - 4\right) \div (2x - 1) =$

Destrezas:

- Seguir los procesos correctos para aplicar en la división sintética o regla de ruffini.
- Desarrollar ejercicios de división sintética.

Concepto

Se ordena en forma descendente el dividendo y se coloca en una primera línea los coeficientes ordenados, del divisor se escribe únicamente el término independiente cambiado de signo. Si en el dividendo faltan términos se completan con ceros, trazamos una recta horizontal escribimos el primer coeficiente del dividendo el mismo que se convierte en el coeficiente del primer término del cociente éste lo multiplicamos por el divisor y se escribe su producto bajo del segundo coeficiente del dividendo, realizamos la suma algebraica y encontramos el segundo coeficiente del cociente, a partir de este procedemos al igual que en el paso anterior.

El cociente estará formado por los términos encontrados como cocientes; el primer término de la respuesta se forma disminuyendo en una unidad el exponente del dividendo y los otros términos aparecen ordenados sucesivamente. El último número será el resto o residuo.

Ejemplo:

$a^3-5a^2+8a-4 \quad entre \quad x-2$

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & -5 & +8 & -4 & +2 \\ & +2 & -6 & +4 & \\ \hline 1 & -3 & +2 & 0 & \end{array}$$

PRODUCTOS Y COCIENTES NOTABLES

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN (x+a)(x+b)

Prerrequisitos:

- Mediante líneas une el ejemplo con la respectiva expresión

$x+8$	*polinomio*
x^2-4+x	*monomio*
$3x$	*binomio*
$2+x^4+x\ \ +x$	*trinomio*

- Aplica la propiedad distributiva y reduce términos semejantes

$(x+5)(x+9)=$
$(x-4)(x+8)=$

Destrezas:

- Aplicar los procesos matemáticos apropiados para hallar el producto de dos binomios con un término común.

Regla:

Es igual al cuadrado del término común, más la suma algebraica de los términos no comunes por el término común y más el producto de los términos no comunes.

Ejemplos: $(z+10)(z-8)=z^2+2z-80$; $(v-9)(v-12)=v^2-21v+108$

CUADRADO DE UN BINOMIO

Prerrequisitos

- Escriba directamente el resultado, aplicando el producto de dos binomios con un término común.

$(x+8)(x-7)=$
$(y-7)(y+6)=$
$(z-9)(z+7)=$

- Los siguientes enunciados escriba en forma simbólica

Enunciado	Simbólicamente
El cuadrado de u El producto de v por w El doble producto de v por w El doble producto de 3 por z	

Destrezas:

- Conceptualizar la regla del cuadrado de un binomio.
- Aplicar los procesos aprendidos anteriormente y encuentre el valor del producto notable del cuadrado de un binomio.

Regla:

$(1 \pm 2)^2 = \quad (1)^2 \pm 2(1.2) + (2)^2$

Es igual al cuadrado del primer término, más o menos el doble producto del primer término por el segundo y más el cuadrado del segundo término.

Ejemplos:

$(2u + 5v)^2 = 4u^2 + 20uv + 25v^2 \quad ; \quad (4m^2 - 3n)^2 = 16m^4 - 24m^2n + 9n^2$

CUADRADO DE UN TRINOMIO

Prerrequisitos

- Expresa la potencia $(x + y + z)^2$ como el producto de dos factores

  $(x + y + z)^2 =$
- Aplique el cuadrado de un binomio y determine su valor: $(x + 4)^2 =$

Destrezas:

- Conceptualizar gráficamente, la regla del cuadrado de un trinomio.
- Aplicar los procesos matemáticos apropiados para resolver ejercicios propuestos de cuadrado de un trinomio.

Regla

El cuadrado de un trinomio es igual a la suma de los cuadrados de los tres términos, más el doble producto del primero por el segundo, más el doble producto del primero por el tercero, y más el doble producto del segundo por el tercero.

Ejemplo:

$$\left(3x^2-\frac{2}{3}y-\frac{1}{2}z^4\right)^2=\left(3x^2\right)^2+\left(\frac{2}{3}y\right)^2+\left(\frac{1}{2}z^4\right)^2+2\left(3x^2\right)\left(-\frac{2}{3}y\right)+2\left(3x^2\right)\left(-\frac{1}{2}z^4\right)+2\left(-\frac{2}{3}y\right)\left(-\frac{1}{2}z^4\right)$$

$$=9x^4+\frac{4}{9}y^2+\frac{1}{4}z^8+4x^2y-3x^2z^4+\frac{2}{3}yz^4$$

SUMA POR LA DIFERENCIA

Prerrequisitos

- Aplique la propiedad distributiva y determine el valor.

  $(x+4)(x-4)=$

  $\left(a+\frac{2}{3}\right)\left(a-\frac{2}{3}\right)=$

Destrezas:

- Conceptualizar mediante un mapa conceptual la regla de la suma por la diferencia de dos términos.

- Aplicar los procesos matemáticas apropiados para la suma por la diferencia de dos términos.

Regla

La suma por la diferencia de dos monomios es igual a la diferencia de los cuadrados de los mismos. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Ejemplo: $(y^{2k}+8)(y^{2k}-8)=y^{4k}-64$

CUBO DE UN BINOMIO

Prerrequisitos.

- Determinar la siguiente potencia

  $4^3=$
- Expresa la potencia como el producto de factores

  $(c+d)^2=$
- Aplica la propiedad distributiva y reduce términos semejantes

  $(x+3)(x-2)(x-4)=$

- En el lenguaje simbólico

Lenguaje coloquial	Lenguaje Simbólico
El cubo de x El triple de y El triple producto de x por y El triple producto del cuadrado de x por y	

Destrezas:

- Conceptualizar la regla para resolver ejercicios que contienen el cubo de un binomio.
- Aplicar los procesos matemáticos apropiados para el cubo de un binomio.

Ejemplos:

Regla

$$(1+2)^3 = (1)^3 \pm 3(1)^2(2) + 3(1)(2)^2 + (2)^3$$

El cubo de un binomio es igual al cubo del primer término, más o menos el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo y más o menos el cubo del segundo término.

$$(m \pm n)^3 = (m)^3 \pm 3(m)^2(n) + 3(m)(n)^2 \pm (n)^3$$

$$(2x^3 + y^2)^3 = (2x^3)^3 + 3(2x^3)^2(y^2) + 3(2x^3)(y^2)^2 + (y^2)^3$$

Ejemplo:

$$= 8x^6 + 12x^6y^2 + 6x^3y^4 + y^6$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS DIVIDIDO ENTRE SUS RAÍCES CUADRADAS

Prerrequisitos

- $Dividir\ x^2 + 2x - 1\ \ entre\ \ x - 1$

- Aplique el producto notable y escriba directamente el resultado.

  $(a+6)(a-6)=$

  $(b^2+7)(b^2+7)=$

Destrezas:

- Aplicar los procesos matemáticos del cociente notable, de diferencia de cuadrados dividido entre sus raíces cúbicas.

Es igual a la diferencia de dichas raíces; y la diferencia de cuadrados dividido entre la diferencia de sus raíces cuadradas es igual a la suma de dichas raíces.

$$\frac{x^2-y^2}{x+y}=x-y \quad ; \quad \frac{x^2-y^2}{x-y}=x+y$$

Ejemplos: $\frac{25-x^4y^4}{5+x^2y^2}=5- \quad ; \quad \frac{x^2-4y^6}{x-2y^3}=x+2y^3$

SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS DIVIDIDO ENTRE SUS RAÍCES CÚBICAS

Prerrequisitos

- Cuál es la operación que se evita a través de la aplicación de los cocientes notables.

- $Divide\ m^3 + n^3\ entre\ m + n$

Destrezas:

- Aplicar los procesos matemáticos del cociente notable, suma o diferencia de cubos divido entre sus raíces cúbicas.

$$\frac{a^3+b^3}{a+b} = a^2 - ab + b^2 \quad ; \quad \frac{a^3-b^3}{a-b} = a^2 + ab + b^2$$

Regla

Es igual al cuadrado de la primera raíz más ó menos el producto de la primera por la segunda y más el cuadrado de la segunda raíz.

Ejemplos: $\frac{125a^3+27b^3}{5a+3b} = 25a^2 - 15ab + 9b^2 \quad ; \quad \frac{64a^3-8b^3}{4a-2b} = 16a^2 + 8ab + 4b^2$

FACTORIZACIÓN

Es un proceso en el cual dado un polinomio reducible, utilizando técnicas específicas se lo expresa como el producto de dos o más factores primos.

FACTOR COMÚN SIMPLE

Prerrequisitos

1. Escriba los factores primos de los siguientes números

   $24 =$ $100 =$ $54 =$

2. Encontrar el producto del ejemplo propuesto

$$3m^2\left(\frac{1}{3}m-4n^3+5m^2n^4\right)=$$

3. Del siguiente polinomio, escriba los elementos se repiten

$$9pqr^3-9p^2qr+9p^4qr^5=$$

Destreza

- Aplicar la propiedad recolectiva en el desarrollo del factor común simple

Proceso

Descomponer los números naturales en sus factores primos y se los expresa como el producto de factores primos, escritos en forma de potencias, determinamos los factores primos con su menor exponente y se encuentra el producto de los factores anteriores.

Ejemplo:

Factorar el polinomio: $48x^4-24x^3+12x^2$

- Encontramos el factor común de los tres términos

48	24	12	2
24	12	6	2
12	6	3	3
4	2	1	

$$48x^4=2^4.3x^4$$
$$24x^3=2^3.3x^3$$
factor común = $12x^2=2^2.3x^2$
$$2^2.3x^2=12x^2$$

- Encontramos el segundo factor, dividiendo el polinomio para el primer factor a cada uno de los términos.

$$48x^4-24x^3+12x^2=\left(\frac{48x^4}{12x^2}-\frac{24x^3}{12x^2}+\frac{12x^2}{12x^2}\right)$$
$$=12x^2\left(4x^2-2x+1\right)$$

FACTOR COMÚN POR AGRUPAMIENTO

Prerrequisitos

- Hallar el factor común simple de los siguientes polinomios.

  $15a^3 + 25a^4 - 30a =$

Destrezas

- Agrupar o aplicar la propiedad recolectiva

Proceso

Encontrar el máximo factor común de los términos del polinomio éste es el primer factor; dividimos cada uno de los términos del polinomio para el primer factor, con los cocientes anteriores formamos un polinomio que es el segundo factor.

Ejemplo:

Factorar el polinomio. $ax - ay + 5bx - 5by$

- Agrupamos de acuerdo a los coeficientes o parte literal

  $(ax - ay) + (5bx - 5by)$

- Sacamos el factor común en cada grupo

  $a(x - y) + 5b(x - y)$

- Se extrae por segunda vez el factor común

  $(a + 5b)(x - y)$

DIFERENCIA DE CUADRADOS

Prerrequisitos

- Al frente de cada potencia, escriba la raíz cuadrada

  $49u^2 =$; $64v^4 =$; $36w^6 =$

- Mediante el proceso de suma por la diferencia resuelva los problemas siguientes.

$$(a+b)(a-b)=$$
$$(4m+3)(4m-3)=$$
$$(6n^2+9)(6n^2-9=)$$

Destrezas:

- Integrar el producto notable la suma por la diferencia con la diferencia de cuadrados.

$$(a^2-b^2)=(a+b)(a-b)$$

Concepto

Verificar si los dos monomios con cuadrados perfectos, encontramos sus raíces y estructuramos dos binomios, el primero es la suma y el segundo la diferencia de sus raíces.

$$(81m^2-16n^2)=(9m+4n)(9m-4n)$$

Ejemplos: $\left(\frac{9}{25}p^4-\frac{4}{36}q^4\right)=\left(\frac{3}{5}p^2-\frac{2}{6}q^2\right)$

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

Prerrequisitos

- Encontrar la raíz cúbica de

$$\sqrt[3]{625x^3} \quad ; \quad \sqrt[3]{729w^3} \quad ; \quad \sqrt[3]{343z^3}$$

- Resuelva los siguientes cocientes notables

$$\frac{64u^3+27v^3}{4u+3v}= \qquad ; \quad \frac{512w^3-216x^3}{8u-6v}=$$

Destrezas

- Expresar en lenguaje gráfico la suma y diferencia de cubos, dada en lenguaje coloquial.
- Ejecutar las reglas apropiadas para la suma y diferencia de cubos.

Regla

Es igual al producto de dos factores, el primer factor es la suma o diferencia de sus raíces cúbicas, mientras que el segundo factor que es igual al cuadrado de la primera raíz, más o menos el producto de las dos raíces cúbicas y más el cuadrado de la segunda raíz cúbica.

$$\left(m^3+n^3\right)=(m+n)\left(m^2-mn+n^2\right)$$

Ejemplos:

$$\left(64m^3+27n^3\right)=(4m+3n)\left(16m^2-12mn+9n^2\right)$$

$$\left(\frac{1}{8}p^3+\frac{1}{125}q^3\right)=\left(\frac{1}{2}p+\frac{1}{5}q\right)\left(\frac{1}{4}p^2-\frac{1}{10}pq+\frac{1}{25}q^2\right)$$

SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS CON EXPONENTE IMPAR

Prerrequisitos

- Indicar el producto de dos factores

  $\left(8a^3+9b^3\right)=$

- Escribe dos potencias con exponente impar

Destreza:

- Plantear procesos matemáticos para factorizar la suma de potencias con exponente impar.

Regla

Verificar si las potencias tienen exponentes impares iguales, en algunos casos se realizan transformaciones determinando las bases de las potencias; estructurar con las bases una suma o diferencia, con lo que se obtiene el primer factor; mientras que el segundo factor se escribe un polinomio descendente de grado menor en una unidad, con respecto a la primera base multiplicando por la segunda base en forma ascendente.
$a^n \pm b^n = (a \pm b)(a^{n-1} \pm a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 \pm a^{n-4}b^3 ....)$

Ejemplos:

$$32a^5 + 1$$
$$2^5 a^5 + 1 = (2a+1)\left[(2a)^4 - (2a)^3.1 + (2a)^2.1^2 - (2a).1^3 + 1^4\right]$$
$$= (2a+1)\left[16a^4 - 8a^3 + 4a^2 - 2a + 1\right]$$

$$243x^5 - 1024y^5$$
$$3x^5 - 4y^5 = (3x-4y)\left[(3x)^4 + (3x)^3(4y) + (3x)^2(4y)^2 + (3x)(4y)^3 + (4y)^4\right]$$
$$= (3x-4y)\left[81x^4 + 27x^3(4y) + 9x^2.16y^2 + 3x.64y^3 + 256\right]$$
$$= (3x-4y)\left[81x^4 + 108x^3y + 144x^2y^2 + 192xy^3 + 256\right]$$

SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS CON EXPONENTE PAR

Prerrequisitos

- Las potencias pares transformar a potencias impares

  $a^6 =$; $b^{10} =$; c^{12} ; $d^{18} =$

Destrezas:

- Aplicar procesos matemáticos para factorizar la suma de potencias con exponente par.

Regla

La suma de potencias con exponente par, puede descomponerse únicamente cuando estos binomios pueden expresarse como suma de potencias con exponente impar.

Ejemplo:

$$\left(a^{12}+729^{12}\right)=\left[(a)^{4}\right]^{3}+\left[(9)^{4}\right]^{3}=$$

$$\left(a^{4}+3\right)\left(a^{8}-3a^{4}+9\right)=$$

Prerrequisitos

- Descomponer en factores las diferencias de cuadrados
  a. $400a^{4}-b^{4}=$
  b. $81p^{6}-16q^{6}=$
  c. $9x^{2}-25y^{2}=$

Destrezas:

- Plantear procesos matemáticos para factorizar la diferencia de potencias con exponente par.

Regla

La diferencia de potencias con exponente par se factora, por medio de una diferencia de cuadrado y luego se factora las potencias impares.

Ejemplos:

$$x^6 - 64y^6 = (x^3)^2 - (2y^3)^2$$

$$= (x^3 + 2y^3)(x^3 - 2y^3)$$

$$= (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$$

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Prerrequisitos

- Desarrollar los problemas aplicando el cuadrado de un binomio.
  a. $(9u + 7v)^2 =$
  b. $(12w + 3x)^2 =$
  c. $(4a - 5b)^2 =$

Destrezas:

- Relacionar los conceptos del cuadrado del binomio, con el trinomio cuadrado perfecto.

Regla

Se denomina trinomio cuadrado perfecto por tener dos características:

- El primero y el último término deben tener el signo positivo y ser cuadrado perfectos.

- El segundo término es positivo o negativo e igual al doble producto de las raíces cuadradas del primero por el tercer término. $\left(a^2 \pm 2ab + b^2\right) =$

  Ejemplos: $81p^2 + 144pq + 64q^2 =$

Regla

- Extraer la raíz del primer y tercer término respectivamente $9p\,;8q$
- Verificar si el segundo término es igual al doble producto de sus raíces. $2(9p)(8q) = 2.9.8.p.q = 144pq$
- Se toma en cuenta el signo del segundo término, formando un binomio elevado al cuadrado es decir: $81p^2 + 144pq + 64q^2 = (9p + 8q)^2$

TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

Prerrequisitos

- Al frente de cada ejemplo, resuelva los trinomios que sean cuadrados perfectos.
  a. $a^2 - 2ab - b^2$
  b. $x^2 - 2x + 1$
  c. $-9 + 5a + 25$
  d. $x^2 + 10x + 25$

Destreza:

- Aplicar los conceptos del producto notable $(x + a)(x + b)$

Regla

Es igual al producto de dos binomios, como primer término de los binomios se ubican la raíz cuadrada del primer término del trinomio, se conserva el signo del segundo término para el primer binomio y el producto de los signos segundo y tercero para el segundo binomio, a continuación se busca dos números que multiplicamos me de cómo resultado el tercer término y sumados algebraicamente se obtiene el segundo término.

Verificar si el trinomio tienen las características del trinomio de la forma x^2+bx+c; encontrar el primer término de los binomios, calculando la raíz cuadrada al primer término del trinomio, conservado el signo del segundo término para el primer binomio y el producto de signos para el segundo binomio, a continuación se busca dos números que multiplicamos me de cómo resultado el tercer término, sumados algebraicamente no da el segundo término.

Ejemplos:

$x^2-9x+20=(x-5)(x-4)$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ \hline 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -20-1=-21 \\ -10-2=-12 \\ \underline{-5-4=-9} \end{array}$$

$m^2+8m-180=(m+18)(m-10)$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ \hline 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l} +36-5=31 \\ +30-6=24 \\ +15-12=3 \\ +20-9=11 \\ +45-4=41 \\ \underline{+18-10=8} \end{array}$$

TRINOMIO DE LA FORMA ax^2+bx+c

Prerrequisitos

- De los siguientes trinomios subraye el que pertenece a la forma x^2+bx+c y resolver.
  a. $2x^2+8x-10$
  b. $-m^2-20m-300$
  c. $a^3-24ab+9b^2$
  d. $c^2+24c+135$

Destrezas:

- Aplicar los conceptos del producto notable $(mx+a)(px+b)$

Regla

Se los reconoce porque el primer término está acompañado de un coeficiente numérico y no siempre el coeficiente literal es cuadrado perfecto. se multiplica y divide el trinomio por el coeficiente del primer término, luego aplicamos el procedimiento para factorar trinomio de la forma x^2+bx+c, para lo cual los binomios tendrán como primer término de la expresión el coeficiente numérico igual al del ejercicio y acompañado de la raíz cuadrada del coeficiente literal (ax)

$$6a^2x^2+14ax-12=2(ax+3)(3ax-2)$$

Ejemplos: $\dfrac{(6ax+18)(6ax-4)}{6}=\dfrac{\overset{1}{\cancel{6}}(ax+3)2(3ax-2)}{\underset{1}{\cancel{6}}}$

$$2(3ax-2)(ax+3)$$

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$+8-9=-1$$
$$+4-11=-7$$
$$+6-12=-6$$
$$+24-3=+21$$
$$\underline{+18-4=+14}$$

$$6m^2-13am-15a^2$$

Segundo método:

Para determinar el producto de binomios se aplica el método cruz, descomponiendo al primer y tercer término en sus factores primos, se realiza el producto cruz para verificar el segundo término del trinomio; y éstos valores horizontales se escriben en dos binomios.

$$6m^2-13am-15a^2=(6m+5a)(m-3a)$$

$$\begin{array}{lcl} 6m & \times & 5a \\ m & & -3a \end{array}$$

$$-18am+5am=-13am$$

$$-20a^2+27ab-9b^2$$

Tercer método:

Se separa el término medio en dos sumandos de modo que el polinomio resultante pueda descomponerse por agrupación.

Ejemplo:

$$6x^2+5x-4$$
$$6x^2+8x-3x-4$$
$$\left(6x^2+8x\right)-(3x-4)$$
$$2x(3x+4)-(3x+4)$$
$$(3x+4)(2x-1)$$

TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS INCOMPLETOS
(por adición y sustracción)

Prerrequisitos

- Reconocer y resolver si los ejemplos propuestos de trinomios cuadrados perfectos o diferencia de cuadrados respectivamente.

  a. $64-48z+9z^2$
  b. $9a^4-12a^2b^2+4b^4$
  c. $36m^2-25b^2$
  d. $121p^2-144q^2$

Destrezas:

- Aplicar procesos matemáticos apropiados para la factorización de trinomios cuadrados incompletos y diferencia de cuadrados.

Regla

Se ordena el trinomio verificando si el primero y tercer término son cuadrados y si existen variable éstas son potencias cuartas; el segundo término no es el doble producto de las raíces para factorar lo debemos convertirlo mediante la ley del opuesto sumando y restando el término adecuado, siendo este cuadrado aplicamos los dos casos de factorización trinomio cuadrado perfecto y diferencia de cuadrados.

Ejemplos:

$$16a^4 + 8a^2b^2 + 9b^4$$
$$4a^2 \qquad\qquad 3b^2$$
$$2.4a^2.3b^2 = 24a^2b^2$$
$$24a^2b^2 - 8a^2b^2 = 16a^2b^2$$

$$\begin{array}{l} 16a^4 + 8a^2b^2 + 9b^4 \\ \hline \qquad\quad + 16a^2b^2 + 9b^4 - 16a^2b^2 \\ 16a^4 + 24a^2b^2 + 9b^4 - 16a^2b^2 \end{array}$$

$$(4a^2 + 3b^2)^2 - (4ab)^2$$
$$[(4a^2 + 3b^2) + 4ab][(4a^2 + 3b^2) - 4ab]$$
$$(4a^2 + 4ab + 3b^2)(4a^2 - 4ab + 3b^2)$$

6.6. **Impactos**

Con este trabajo se pretende mejorar el rendimiento escolar de todos los jóvenes que cursan los octanos, novenos y décimos años de Educación Básica o para quién desee adquirir las habilidades y destrezas en la asignatura; además cambiar de actitud por parte de los maestros en la forma de impartir los conocimientos de una manera más sencilla logrando un aprendizaje significativo y mejorando el rendimiento académico.

6.7. Difusión

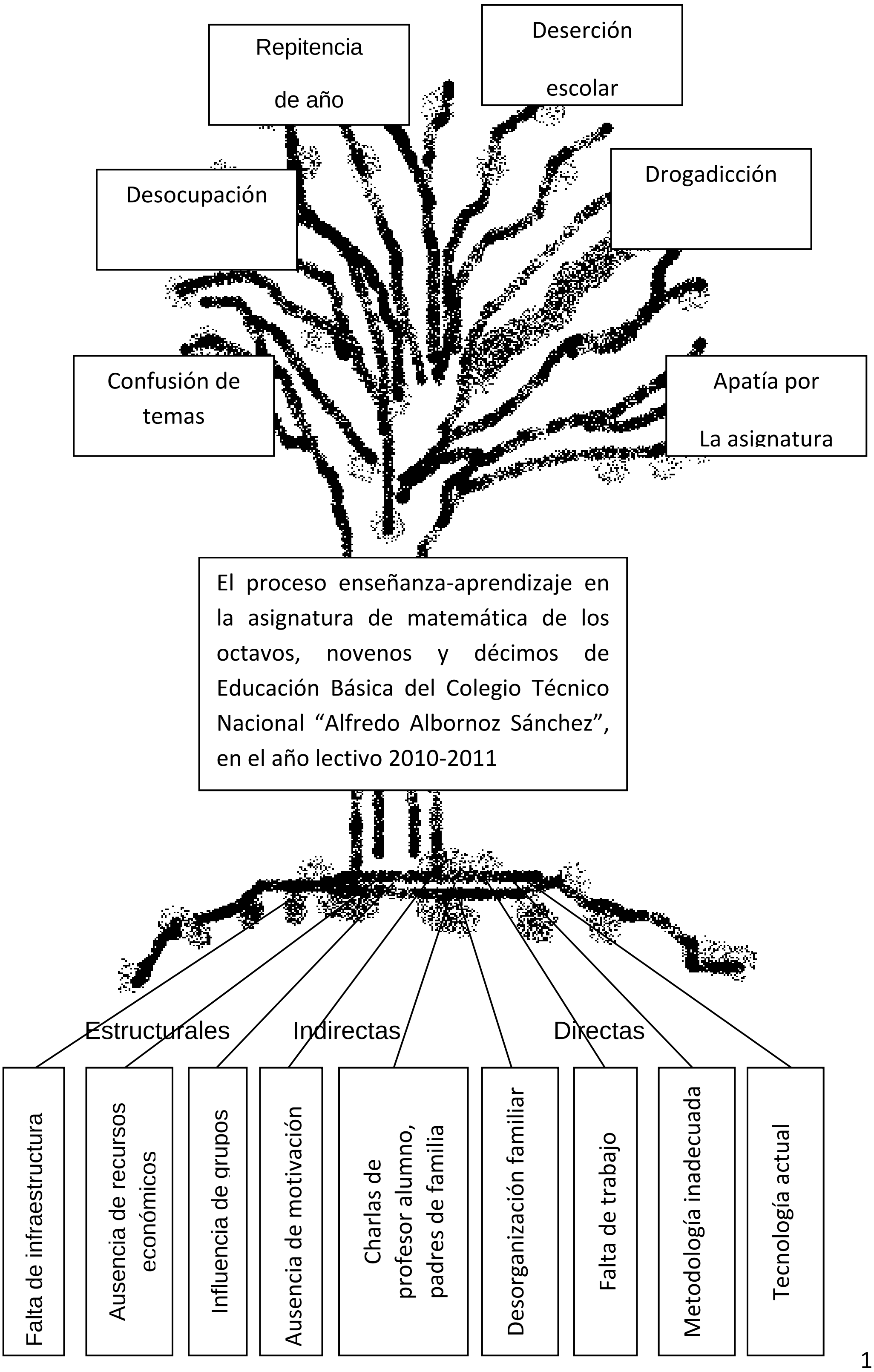
La presente guía será dada a conocer en las instituciones educativas de la ciudad de Bolívar que tenga octavo, noveno y décimo año de Educación Básica, tomando en cuenta que la asignatura de matemáticas siempre presenta dificultad es por eso que ponemos a consideración como un documento de apoyo tanto a docentes como a estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

1. ALARCON R, Julio César, (2008). Talleres de Metodología de la Investigación. Ibarra Ecuador.
2. Godino, Font, Contreras, Wilhelmi, 2005).
3. GUERRA Milton, ROSERO Lucía. Matemática Viva Nro 8, 9 y 10, Grupo Editorial, Quito – Ecuador.
4. MENDOZA, Luis Agusto, "Teoría y Práctica de la Investigación". Tomo I y II.
5. POVEDA, Elva. (1994). "Pedagogía de la Evaluación del Rendimiento Intelectual, Moral, Afectivo, Social y Psicomotriz". Segunda Edición, Quito Ecuador.
6. SANCHEZ R, José Edmundo. "Matemática Básica Nro. 8, 9 y 10", Editorial JRL. Loja Ecuador.
7. SANCHÉZ, José. (2007). "Matemática Básica 8, 9 y 10". Editorial JRL., Loja Ecuador.
8. GUERRA M, Milton R. y Rosero C, Lucía "Matemática Viva 10". Editorial Dimensión Aurea., Quito Ecuador.
9. VILLARROEL, Jorge, 1995. "Didáctica General" Ibarra- Ecuador.
10. INTERNET, www.Conflictoescolar.es
11. INTERNET, www.QPR.es
12. Microsof Encarata 2009. 1993-2008 Microsoft Corporatión.

ANEXO Nro. 1

ARBOL DEL PROBLEMA



ANEXO Nro.2

ENCUESTA PARA DOCENTES

Contiene información referente a la encuesta a realizarla a los docentes que dictan la asignatura de matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez".

UNIVERSIDAD TECNICA DEL NORTE
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA
ESPECIALIDAD DE FISICA Y MATEMÁTICA

Compañero, su aporte es de gran importancia para el mejoramiento de la Enseñanza – Aprendizaje de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica, a nivel de colegios y en especial en la vida profesional del estudiante como en el desarrollo de su vida estudiantil.

Instrucciones:

La presente encuesta tiene por objeto recabar información acerca del proceso enseñanza - aprendizaje en la asignatura de matemática de los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica.

Cuestionario:

En cada uno de los paréntesis señale con una x (equis) según corresponda la respuesta, (SI siempre, CS casi siempre AV a veces, NU nunca)

Preguntas:	SI	CS	AV	NU
1. Prepara clases con anterioridad.	( )	( )	( )	( )
2. En el momento de impartir su clase tiene problemas con su metodología.	( )	( )	( )	( )
3. El estudiante queda satisfecho con su explicación.	( )	( )	( )	( )
4. Ud., como maestro se capacita en su Asignatura.	( )	( )	( )	( )
5. Utiliza textos de ediciones actualizadas.	( )	( )	( )	( )
6. Explica solamente temas de los textos.	( )	( )	( )	( )
7. Las evaluaciones contienen teoría.	( )	( )	( )	( )
8. Participan los estudiantes en el desarrollo de la clase.	( )	( )	( )	( )
9. Ud., cree que el bajo rendimiento depende del maestro.	( )	( )	( )	( )
10. Ud., ha detectado problemas con las operaciones fundamentales.?	( )	( )	( )	( )
11. Los trabajos que envía de refuerzo son revisados y calificados.?	( )	( )	( )	( )
12. Realiza trabajos de refuerzo en clase.	( )	( )	( )	( )
13. Utiliza audiovisuales para impartir sus clases.	( )	( )	( )	( )
14. Le gustaría cambiar de metodología.	( )	( )	( )	( )
15. Sus explicaciones las relaciona con ejercicios de la vida real.	( )	( )	( )	( )

ANEXO Nro. 3

ENCUESTA PARA ESTUDIANTES

Contiene información referente a la encuesta a realizarla a los señores estudiantes que reciben clases en la asignatura de matemática de los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez".

UNIVERSIDAD TECNICA DEL NORTE
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA
ESPECIALIDAD DE FISICA Y MATEMÁTICA

Señor estudiante, su aporte con la verdad es indispensable para el engrandecimiento de la educación en éste y en todos los establecimientos que tengan dificultades en la asignatura de matemática.

Instrucciones:

La presente encuesta tiene por objeto recabar información acerca del proceso enseñanza - aprendizaje en la asignatura.

Cuestionario:

En cada uno de los paréntesis señale con una x (equis) según corresponda la respuesta, (SI siempre, CS, casi siempre, AV a veces, NU nunca).

Preguntas:	SI	CS	AV	NU
1. Presenta sus deberes a tiempo.	( )	( )	( )	( )
2. Le entiende la asignatura con la metodología que utiliza su maestro.	( )	( )	( )	( )
3. Su profesor improvisa las clases.	( )	( )	( )	( )
4. Su maestro utiliza técnicas innovadoras.	( )	( )	( )	( )
5. Trabaja con textos actualizados.	( )	( )	( )	( )
6. Su profesor explica sólo los temas de determinados textos.	( )	( )	( )	( )
7. Le gustaría que las evaluaciones contenga teoría.	( )	( )	( )	( )
8. Su participación es activa en clases.	( )	( )	( )	( )
9. Cuando su rendimiento es bajo, depende del maestro.	( )	( )	( )	( )
10. Tiene problemas con las operaciones fundamentales.	( )	( )	( )	( )
11. El profesor le califica los deberes	( )	( )	( )	( )
12. Realiza actividades de refuerzo con el profesor.	( )	( )	( )	( )
13. Su profesor utiliza audiovisuales para impartir los conocimientos?	( )	( )	( )	( )
14. Le gustaría que su profesor cambie de método.	( )	( )	( )	( )
15. Su profesor relaciona la matemática con ejercicios de la vida real.	( )	( )	( )	( )

ANEXO Nro. 4

Bolívar a 7 de septiembre del 2010

Doctor
William Oña Molina
RECTOR COLEGIO TECNICO ALFREDO ALBORNOZ SANCHEZ

De nuestra consideración:

Reciba un atento y cordial saludo de parte la profesora Sonia Narváez y profesor Víctor Hugo Borja, como estudiantes de la Universidad Técnica del Norte especialidad de Física y Matemáticas.

Como es de su conocimiento, previo a la obtención del título de licenciados, es necesario realizar un trabajo de investigación; por lo que, comedidamente solicitamos su autorización para realizar este proyecto con los estudiantes de octavo, noveno y décimo año de educación básica, con el tema: "PROCESO ENSEÑANZA - APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA DE LOS OCTAVOS, NOVENOS Y DÉCIMOS AÑOS DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO TÉCNICO "ALFREDO ALBORNOZ SÁNCHEZ", EN EL AÑO LECTIVO 2010 - 2011."

Por su favorable atención, anticipamos nuestro agradecimiento.

Atentamente,

Prof. Víctor Hugo Borja	Prof. Sonia Narváez
SOLICITANTE	SOLICITANTE

COLEGIO TECNICO

ALFREDO ALBORNOZ SÁNCHEZ

BOLÍVAR – CARCHI

Dr. William Oña M.

RECTOR

CERTIFICA

Que los compañeros profesora Sonia Narváez y Profesor Víctor Hugo Borja; cuentan con la aprobación para desarrollar el trabajo de: "PROCESO ENSEÑANZA - APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA DE LOS OCTAVOS, NOVENOS Y DÉCIMOS AÑOS DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO TÉCNICO "ALFREDO ALBORNOZ SÁNCHEZ", EN EL AÑO LECTIVO 2010 - 2011."

Es todo cuanto puedo certificar, las personas interesadas pueden hacer uso del presente documento según lo estime conveniente menos en trámites judiciales.

Bolívar, septiembre de 2010

Dr. William Oña M.
RECTOR

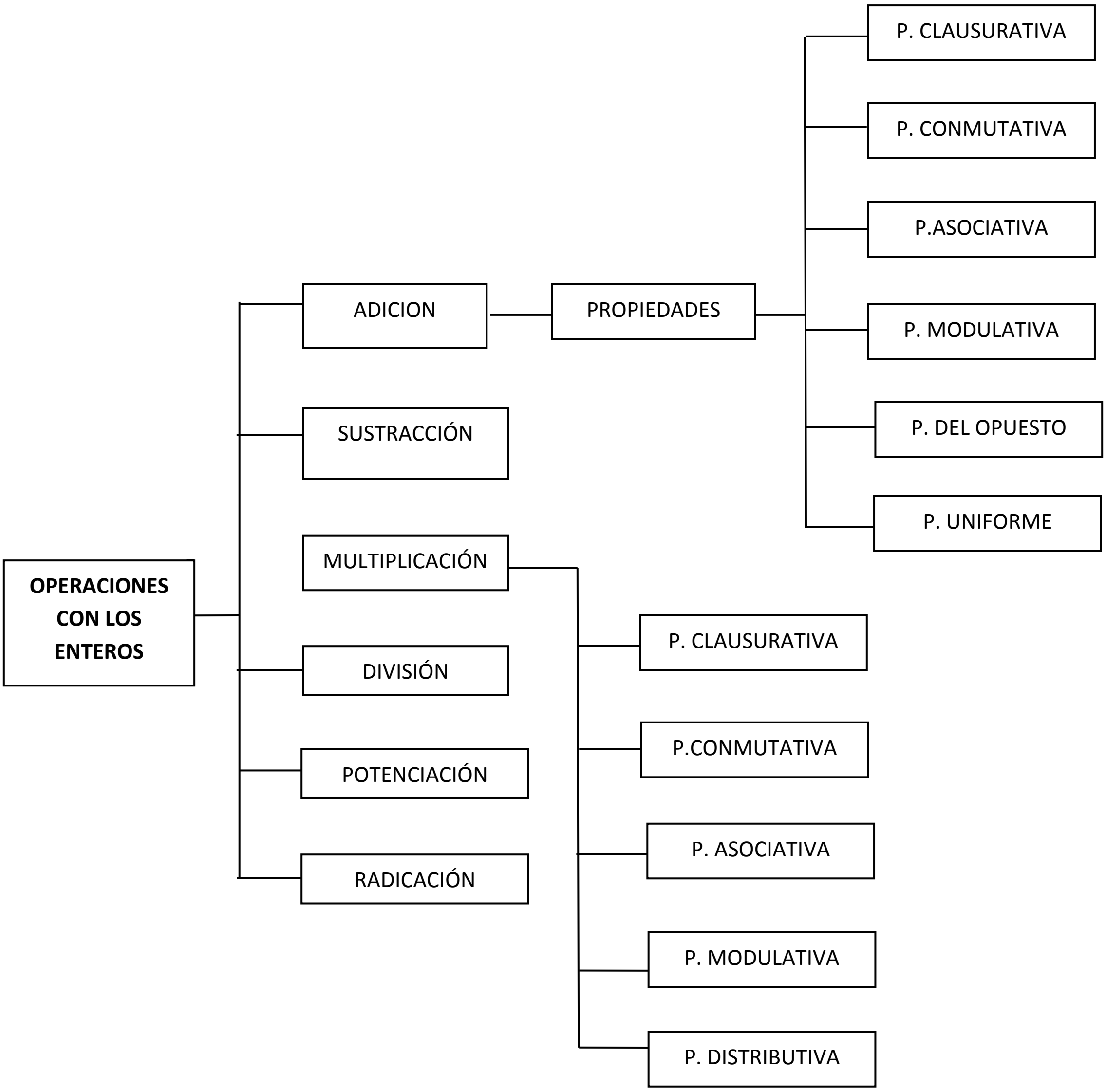
ANEXO Nro. 5

MATRIZ DE COHERENCIA

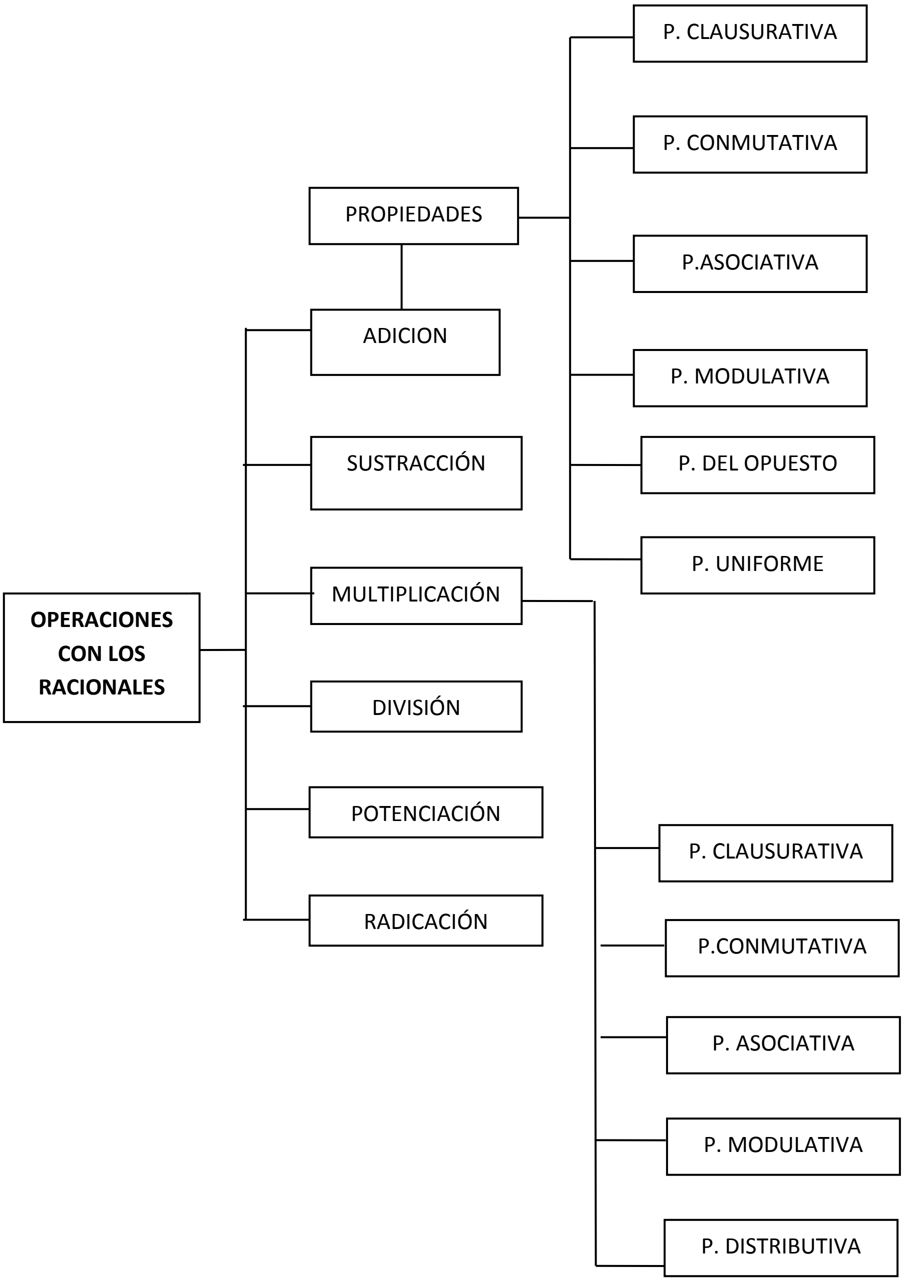
FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVO GENERAL
¿Cómo mejorar los procesos de enseñanza - aprendizaje de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica en el Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez"?.	Mejorar el proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez", de la Provincia del Carchi, Cantón Bolívar, Ciudad de Bolívar.
SUBPROBLEMAS/INTERROGANTES	**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**
¿Qué metodología utilizan los docentes de matemática? ¿Qué dificultades tienen los señores estudiantes en el aprendizaje de matemática? ¿Qué mecanismos de control aplican los señores de padres de familia en las tareas extracurriculares de matemática? ¿Qué tipos de evaluación aplican los profesores de matemática?	• Diagnosticar como es el proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica del Colegio Técnico "Alfredo Albornoz Sánchez" • Recopilar metodologías didácticas activas utilizadas en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática. • Elaborar una guía didáctica de la matemática en los octavos, novenos y décimos años de Educación Básica. • Socializar a los compañeros docentes del área la guía didáctica.

ANEXO Nro. 6

NUMEROS ENTEROS



NUMEROS RACIONALES



ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

- EXPRESIONES ALGEBRAICAS
  - Cualquier agrupación de números y letras, a través de una o varias operaciones matemáticas se denomina expresión algebraica.
    - $9ab^2 - 4xy^2z$
- MONOMIOS
  - Las expresiones que contiene un solo término se denomina monomio
    - $9xyz$
- POLINOMIOS
  - Las expresiones que contienen más de un término, se denominan polinomios
    - $8x, -5ab^2$
- SIGNOS DE AGRUPACIÓN
  - Se clasifican en cuatro clases
    - ( ), [ ], { }, $\overline{}$
- REDUCCIÓN DE TERMINOS SEMEJANTES
  - Reducir términos semejantes significa escribir un término equivalente a la suma algebraica de dos o más términos semejantes dados.
    - 19m-10m+6m = 25m-10m= 15m
- VALOR NUMÉRICO
  - Cuando los polinomios emplean una sola letra (variable), pueden escribirse también en la notación de función y se habla de una función polinomial.
    - $5a^2b^3c;\ para$
    - $a = 1, b = 2, c = 3$
    - $5.1^2.2^3.3 = 120$
- ADICIÓN DE POLINOMIOS
  - Sumar dos o más polinomios en encontrar un nuevo polinomio llamado suma.
    - $3x^2 + x; x^2 - 3x + 2$
    - $3x^2 + x + x^2 - 3x + 2$
    - $4x^2 - 2x + 2$
- SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS
  - Sustraer dos polinomios es encontrar un tercer polinomio llamado diferencia
    - $5x^2 + 3x + 4; (-)2x^2 - 6 + 5x$
    - $5x^2 + 3x + 4 - 2x^2 + 6 - 5x$
    - $3x^2 - 2x + 10$
- SUPRESIÓN DE SIGNOS DE AGRUPACIÓN
  - Aplicamos ley de signos y se destruye de adentro hacia afuera
    - $2x + \left(-5x - \left[-2y + \left\{-x + \overline{y}\right\}\right]\right)$
    - $2x + \left(-5x - \left[-2y + \left\{-x + y\right\}\right]\right)$
    - $2x + \left(-5x - \left[-2y - x + y\right]\right)$
    - $2x + \left(-5x + 2y + x - y\right)$
    - $2x - 5x + 2y + x - y$
    - $-2x + y$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE POLINOMIOS

- MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE POLINOMIOS
  - MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS POR MONOMIOS
    - Multiplicar monomios es formar otro monomio llamado producto
      - $8ab^3c(-3a^2bc^2)=$ $-24a^3b^4c^3$
  - MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS POR POLINOMIOS
    - Se multiplica el monomio por cada uno términos del polinomio, es decir se aplica la propiedad distributiva.
      - $4x^2(3x^2-2x-1)$ $(4x^2)(3x^2)+(4x^2)(-2x)$ $+(4x^2)(-2x)=$ $12x^4-8x^3-4x^2$
  - MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS
    - Para multiplicar polinomios se aplica la propiedad distributiva, esto es el proceso horizontal; en el vertical procedemos a ordenar en forma descendente cada uno de los polinomios, se multiplica de izquierda a derecha cada uno de los términos multiplicador por cada uno de los del multiplicador y se reducen términos semejantes.
      - $(x^2-x+1)(3x^2-x-5)$ $3x^4-x^3-5x^2-3x^3+x^2$ $+5x+3x-x-5=$ $3x^4-4x^3-4x^2+7x-5$
  - DIVISIÓN ENTRE MONOMIOS
    - Dividimos los signos, luego coeficientes numéricos y a continuación aplicamos la regla de potencias de igual base
      - $16x^4y^5z^3\div 4a^2b^3c^4=$ $4a^2b^3c^4x^4y^5z^3$
  - DIVISIÓN DE POLINOMIOS ENTRE MONOMIOS
    - Se aplica la propiedad distributiva de la división, ubicando el divisor en cada término del polinomio y procedemos como en el caso anterior.
      - $(2x^3y^2+2x^2y-3x^3)\div x^2y$ $\frac{2x^3y^2}{x^2y}+\frac{2x^2y}{x^2y}-\frac{3x^3}{x^2y}=$ $2xy+2-\frac{3x}{y}$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS ENTRE POLINOMIOS

Se ordenan los polinomios en forma descendente de acuerdo a una variable, se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor, aplicando la ley de signos, éste valor es el primer término del cociente multiplicamos éste término del cociente por todos los términos del divisor, dichos productos cambiados de signos, los alineamos debajo de los términos semejantes del dividendo y luego reducimos términos semejantes, bajamos el nuevo términos y repetimos este proceso las veces que sea necesario, hasta que el residuo sea cero o de menor grado al del divisor

$$
\begin{array}{l|l}
2x^2 + 10x + 12 & x+3 \\ \cline{2-2}
\underline{-2x^2 - 6x} & 2x+4 \\
0 + 4x + 12 & \\
\underline{-4x + 12} & \\
0 \quad 0 &
\end{array}
$$

DIVISIÓN SINTÉTICA
Ó
REGLA DE RUFFINI

Se utiliza la división por coeficientes separados

$$
\begin{array}{l}
x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \qquad x-2 \\
1 - 5 + \ 8 \ - 4 \qquad \lfloor +2 \\
\underline{+ \ 2 \ - 6 \ + 4} \\
1 - 3 + \ 2 \qquad 0 \\
\textit{La división exacta es:} \\
x^2 - 3x + 2
\end{array}
$$

PRODUCTOS Y COCIENTES NOTABLES

PRODUCTOS Y COCIENTES NOTABLES

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN	Es igual al cuadrado del término común, más la suma algebraica de los términos no comunes por el término común y más el producto de los términos no comunes.	$(x+5)(x-3)=$ $x^2+2x-15$
CUADRADO DE UN BINOMIO	Es igual al cuadrado del primer término, más o menos el doble producto del primer término por el segundo y más el cuadrado del segundo término.	$(4x+7)^2=$ $16x^2+56+49$
CUADRADO DE UN TRINOMIO	El cuadrado de un trinomio es igual a la suma de los cuadrados de los tres términos, más el doble producto del primero por el segundo, más el doble producto del primero por el tercero, y más el doble producto del segundo por el tercero.	$(x+y+z)^2=$ $x^2+y^2+z+2xy+2xz+2yz$
SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS	La suma por la diferencia de dos monomios es igual a la diferencia de los cuadrados de los mismos.	$(x+y)(x-y)=$ x^2-y^2
CUBO DE UN BINOMIO	El cubo de un binomio es igual al cubo del primer término, más o menos el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo y más o menos el cubo del segundo término	$(x+y)^3=$ $x^3+3(x)^2(y)+3(x)(y)^2+y^3$
DIFERENCIA DE CUADRADOS ENTRE SUS RAICES CUADRADAS	Es igual a la diferencia de dichas raíces; y la diferencia de cuadrados dividido entre la diferencia de sus raíces cuadradas es igual a la suma de dichas raíces	$\frac{x^2-y^2}{x+y}=x-y$ $\frac{x^2-y^2}{x-y}=x+y$

SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS DIVIDIDO ENTRE SUS RAICES CÚBICAS

Es igual al cuadrado de la primera raíz más ó menos el producto de la primera por la segunda y más el cuadrado de la segunda raíz

$$\frac{a^3+b^3}{a+b}=a^2-ab+b^2$$

$$\frac{a^3-b^3}{a-b}=a^2+ab+b^2$$

FACTORIZACIÓN

FACTORIZACIÓN

- FACTOR COMÚN
  - FACTOR COMÚN SIMPLE
  - FACTOR COMÚN AGRUPAMIENTO
- BINOMIOS
  - DIFERENCIA DE CUADRADOS
  - SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS
  - SUMA DE POTENCIAS CON EXPONENTE IMPAR
  - DIFERENCIA DE POTENCIAS CON EXPONENTE IMPAR
  - SUMA DE POTENCIAS CON EXPONENTE PAR
  - DIFERENCIA DE POTENCIAS CON EXPONENTE PAR
- TRINOMIOS
  - TRINOMIO CUADRADO PERFECTO
  - TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + px + q$
  - TRINOMIO DE LA FORMA $mx^2 + px + q$
  - TRINOMIO CUADRADO PERFECTO INCOMPLETO
- POLINOMIOS

FACTOR COMÚN

- FACTOR COMÚN SIMPLE
  - Descomponer los números naturales en sus factores primos y se los expresa como el producto de factores primos, escritos en forma de potencias, determinamos los factores primos con su menor exponente y se encuentra el producto de los factores anteriores.
  - $ax + ay + az$
    el factor común es a
    $a(x + y + z)$
- FACTOR COMÚN AGRUPAMIENTO
  - Encontrar el máximo factor común de los términos del polinomio éste es el primer factor; dividimos cada uno de los términos del polinomio para el primer factos, con los cocientes anteriores formamos un polinomio que es el segundo factor.
  - $ax - ay + 5bx - 5by$
    $(ax - ay) + (5bx - 5by)$
    $a(x - y) + 5b(x - y)$
    $(x - y)(a + 5b)$

Verificar si los dos monomios con cuadrados perfectos, encontramos sus raíces y estructuramos dos binomios, el primero es la suma y el segundo la diferencia de sus raíces.

$a^2 - b^2 =$
$(a + b)(a - b)$
$16x^2 - 25 =$
$(4x + 5)(4x - 5)$

BINOMIOS

- DIFERENCIA DE CUADRADOS
  - Verificar si los dos monomios con cuadrados perfectos, encontramos sus raíces y estructuramos dos binomios, el primero es la suma y el segundo la diferencia de sus raíces.
    - $a^2 - b^2 =$
      $(a+b)(a-b)$
      $16x^2 - 25 =$
      $(4x+5)(4x-5)$

- SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS
  - Es igual al producto de dos factores, el primer factor es la suma o diferencia de sus raíces cúbicas, mientras que el segundo factor que es igual al cuadrado de la primera raíz, más o menos el producto de las dos raíces cúbicas y más el cuadrado de la segunda raíz cúbica.
    - $a^3 + b^3 =$
      $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$
      $8x^3 + 27y^3 =$
      $(2x+3y) = (4x^2 - 6xy + 9y^2)$
    - $a^3 - b^3 =$
      $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$
      $8x^3 + 27y^3 =$
      $(2x+3y) = (4x^2 + 6xy + 9y^2)$

- SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS CON EXPONENTE IMPAR
  - Verificar si las potencias tienen exponentes impares iguales, en algunos casos se realizan transformaciones determinando las bases de las potencias; estructurar con las bases una suma o diferencia, con lo que se obtiene el primer factor; mientras que el segundo factor se escribe un polinomio descendente de grado menor en una unidad, con respecto a la primera base multiplicando por la segunda base en forma ascendente.
    - $32a^5 + 1 =$
      $(2a+1)[(2a)^4 - (2a)^3.1 + (2a)^2.1^2 - (2a).1^3$
      $(2a+1)[16a^4 - 8a^3 + 4a^2 - 2a + 1]$
    - $32a^5 - 1 =$
      $(2a-1)[(2a)^4 + (2a)^3.1 + (2a)^2.1^2 + (2a).1^3$
      $(2a+1)[16a^4 + 8a^3 + 4a^2 + 2a + 1]$

- SUMA DE POTENCIAS CON EXPONENTE PAR
  - La suma de potencias con exponente par, puede descomponerse únicamente cuando estos binomios pueden expresarse como suma de potencias con exponente impar.
    - $(a^{12} + 729^{12}) =$
      $[(a)^4]^3 + [(9)^4]^3 =$
      $(a^4 + 3)(a^8 - 3a^4 + 9)$

- DIFERENCIA DE POTENCIAS CON EXPONENTE PAR
  - La diferencia de potencias con exponente par se factora, por medio de una diferencia de cuadrado y luego se factora las potencias impares.
    - $x^6 - 64y^6 = (x^3)^2 - (2y^3)^2$
      $(x^3 + 2y^3)(x^3 - 2y^3)$
      $(x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)(x-2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$

TRINOMIOS

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Se denomina trinomio cuadrado perfecto por tener dos características:

El primero y el último término deben tener el signo positivo y ser cuadrado perfectos.

El segundo término es positivo o negativo e igual al doble producto de las raíces cuadradas del primero por el tercer término. $\left(a^2 \pm 2ab + b^2\right) =$

Extraemos la raíz del primer y tercer término respectivamente $9p\ ;\ 8q$

Verificamos si el segundo término es igual al doble producto de sus raíces.

$2(9p)(8q) = 2.9.8.p.q = 144\ pq$

Se toma en cuenta el signo del segundo término, formando un binomio elevado al cuadrado es decir:

$81p^2 + 144\ pq + 64q^2 = (9p + 8q)^2$

TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + px + q$

Es igual al producto de dos binomios, como primer término de los binomios se ubican la raíz cuadrada del primer término del trinomio, se conserva el signo del segundo término para el primer binomio y el producto de los signos segundo y tercero para el segundo binomio, a continuación se busca dos números que multiplicamos me de cómo resultado el tercer término y sumados algebraicamente se obtiene el segundo término.

Verificar si el trinomio tienen las características del trinomio de la forma $x^2 + bx + c$; encontrar el primer término de los binomios, calculando la raíz cuadrada al primer término del trinomio, conservado el signo del segundo término para el primer binomio y el producto de signos para el segundo binomio, a continuación se busca dos números que multiplicamos me de cómo resultado el tercer término, sumados algebraicamente no da el segundo término.

Ejemplos:

$x^2 - 9x + 20 = (x - 5)(x -$

TRINOMIO DE LA FORMA $mx^2 + px + q$

Se los reconoce porque el primer término está acompañado de un coeficiente numérico y no siempre el coeficiente literal es cuadrado perfecto. se multiplica y divide el trinomio por el coeficiente del primer término, luego aplicamos el procedimiento para factorar trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, para lo cual los binomios tendrán como primer término de la expresión el coeficiente numérico igual al del ejercicio y acompañado de la raíz cuadrada del coeficiente literal (ax)

$6a^2x^2 + 14ax - 12 = 2(ax+3)(3ax-2)$

$$\frac{(6ax+18)(6ax-4)}{6} = \frac{\overset{1}{6}(ax+3)2(3ax-2)}{\underset{1}{6}}$$

$2(3ax-2)(ax+3)$

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO INCOMPLETO

Se ordena el trinomio verificando si el primero y tercer término son cuadrados y si existen variable éstas son potencias cuartas; el segundo término no es el doble producto de las raíces para factorar lo debemos convertirlo mediante la ley del opuesto sumando y restando el término adecuado, siendo este cuadrado aplicamos los dos casos de factorización trinomio cuadrado perfecto y diferencia de cuadrados.

$$16a^4 + 8a^2b^2 + 9b^4$$
$$4a^2 \qquad\qquad 3b^2$$
$$2.4a^2.3b^2 = 24a^2b^2$$
$$24a^2b^2 - 8a^2b^2 = 16a^2b^2$$

$$16a^4 + 8a^2b^2 + 9b^4$$
$$+16a^2b^2 + 9b^4 - 16a^2b^2$$
$$16a^4 + 24a^2b^2 + 9b^4 - 16a^2b^2$$

$$(4a^2 + 3b^2)^2 - (4ab)^2$$
$$[(4a^2 + 3b^2) + 4ab][(4a^2 + 3b^2) - 4ab]$$
$$(4a^2 + 4ab + 3b^2)(4a^2 - 4ab + 3b^2)$$

Correcciones

Pág. i Tesis

Pág. Viii Internet

Pág. 3 ciudad de Bolívar

Pág. 7 ciudad de Bolívar

Pág. 39 Porcentaje

Pág. 62 ciudad de Bolívar

Págs. 61-63 ojo sobre preguntas

Pág. 130 texto doble

Pág. 141 matriz (ciudad de Bolívar)