



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**



## **INSTITUTO DE POSTGRADO**

# **MAESTRÍA EN PROYECTOS EDUCATIVOS Y SOCIALES**

**“PROCESO DE ENSEÑANZA–APRENDIZAJE DE LA  
MATEMÁTICA EN LOS OCTAVOS AÑOS DE LAS  
ESCUELAS DEL CANTÓN COTACACHI”**

**Trabajo de investigación para optar al grado de Magíster en  
Proyectos Educativos y Sociales**

**AUTOR: Licdo: CARLOS HUGO TULCANAZA**

**TUTOR: Msc. JAIME ALVARADO**

Ibarra, Enero-2016

## **APROBACIÓN DEL TUTOR**

En calidad de tutor de la tesis de Maestría presentada por el Licenciado Carlos Hugo Tulcanaza, para optar al grado de Magister en Proyectos Educativos y Sociales por la Universidad Técnica del Norte, doy fe de que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En la ciudad de Ibarra, a 5 de Enero del 2016

---

**TUTOR:** Msc. Jaime Alvarado  
C.I. 1001354701

## FIRMAS Y NOTAS DEL TRIBUNAL

La tesis de Maestría: “Proceso enseñanza – aprendizaje de Matemática en los octavos años de las escuelas del cantón Cotacachi”, presentada por el Licenciado, Carlos Hugo Tulcanaza, para obtener el grado de Magister en Proyectos Educativos y Sociales, realizada en la Universidad Técnica del Norte, ha sido aprobada con una calificación de \_\_\_\_\_ por el tribunal examinador conformado por:: Msc. Jaime Alvarado, Msc, Marcelo Vacas, Msc. Edu Almeida y Msc Daniel Jaramillo el día 5 de Enero del 2016, en la ciudad de Ibarra.

---

Msc. Jaime Alvarado

C. I : 1001354701

---

Msc. Edu Almeida

C. I: 1000811425

---

Msc. Marcelo Vacas.

C. I. 0980487622

---

Msc. Daniel Jaramillo

C.I. 1001545142

## AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN EN FORMATO DIGITAL

En calidad de tutor de la tesis de Maestría presentada por el Licenciado Carlos Hugo Tulcanaza, para optar al grado de Magister en Proyectos Educativos y Sociales por la Universidad Técnica del Norte, autorizo para que dicho trabajo sea publicado en formato digital.

En la ciudad de Ibarra a 5 de Enero del 2016.



(Firma).....  
Nombre: CARLOS HUGO TULCANAZA  
C.C. 100145988-0

## **AGRADECIMIENTO**

A quienes me guiaron y colaboraron en el presente trabajo de tesis de grado:

- Msc. Jaime Alvarado Tutor de tesis, por su apoyo desinteresado, preocupado siempre en el desarrollo constante del presente proyecto educativo y social.
  
- A.F.E.F.C.E y AL INSTITUTO DE POSGRADO DE LA U.T.N. por haber permitido la colaboración de todos los elementos necesarios en el desarrollo de la presente investigación.
  
- A todos las personas profesionales que brindaron su cooperación intelectual en el desarrollo de la presente investigación, para todos ellos mi reconocimiento de gratitud.

## **DEDICATORIA**

A Dios

A mi Madre

A mi hijo Ismael

A mis maestros catedráticos, quienes me han guiado con su esfuerzo intelectual para llegar a una meta más de la vida estudiantil.

## ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

CERTIFICACIÓN DEL TUTOR .....	ii
DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTO.....	iv
ÍNDICE GENERAL.....	vii
RESUMEN.....	xiv
ABSTRACT.....	xv
INTRODUCCIÓN.....	xvi
<b>CAPÍTULO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.    EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1.    Antecedentes .....	1
1.2.    Planteamiento del Problema.....	10
1.3.    Proyectiva (prognosis).....	10
1.4.    Objetivos.....	11
1.4.1.    General.....	11
1.4.2.    Específicos.....	11
1.5.    Interrogantes de Investigación.....	11
1.6.    Justificación e Importancia.....	12

<b>CAPÍTULO II</b> .....	15
2. <b>MARCO TEÓRICO</b> .....	15
2.1. Proceso de Enseñanza - Aprendizaje.....	15
2.1.1 La Enseñanza.....	19
2.1.2 Modos y Maneras de Enseñar.....	20
2.1.3 Factores de la Enseñanza y Principios Motivacionales..	21
2.1.4 Principios Motivacionales y Enseñanza .....	21
2.1.5 Enseñanza de la Noción.....	23
2.1.6 Enseñanza de la Definición.....	24
2.1.7 Enseñanza – Aprendizaje .....	25
2.1.8 Técnicas de Enseñanza.....	25
2.2 El Aprendizaje .....	26
2.2.1 Nociones Generales del Aprendizaje.....	26
2.2.2 Tipos de Aprendizaje.....	30
2.2.3 Aprendizaje Repetitivo o Memorístico.....	30
2.2.4 Aprendizaje por Descubrimiento.....	31
2.2.5 Aprendizaje Significativo.....	32
2.2.6 Aprendizaje Constructivo.....	33
2.2.7 Teorías del Aprendizaje.....	35
2.2.8 Evolución de las Teorías .....	35

2.2.9	Modelo Constructivista en el Aprendizaje .....	48
2.3	Fases del Aprendizaje de las Ciencias Exactas .....	48
2.3.1	Fase Concreta.....	48
2.3.2	Fase Gráfica.....	49
2.3.3	Fase Simbólica .....	50
2.3.4	Fase Complementaria.....	50
2.4	La Guía Pedagógica.....	50
2.4.1	¿Cómo es la guía docente?.....	50
2.5	Actualización y Fortalecimiento Curricular.....	51
2.6	Glosario de Términos.....	52
<b>CAPÍTULO III .....</b>		<b>54</b>
3.	<b>METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>54</b>
3.1	Tipo de Investigación.....	54
3.2	Diseño de Investigación.....	55
3.3	Población y Muestra.....	55
3.4	Materiales.....	56
3.5	Métodos Utilizados.....	59
3.6	Técnicas e Instrumentos de Investigación.....	60
3.7	Proceso para el desarrollo que se utilizó .....	61
3.8	Proceso para elaborar la propuesta de solución.....	62

3.9	Valor práctico de la Investigación.....	63
<b>CAPÍTULO IV .....</b>		<b>64</b>
4.	<b>Análisis e interpretación de resultados.....</b>	<b>64</b>
4.1	De la encuesta realizada a los estudiantes.....	64
4.2	Análisis e Interpretación de la Entrevista a Docentes.....	74
4.3	Evaluación de diagnóstico.....	76
<b>CAPÍTULO V.....</b>		<b>80</b>
5.	<b>PROPUESTA ALTERNATIVA.....</b>	<b>80</b>
5.1	Título de la Propuesta.....	80
5.2	Antecedentes.....	80
5.3	Justificación.....	81
5.4	Objetivos.....	81
5.4.1	Objetivo General.....	81
5.4.2	Objetivo Específico.....	81
5.5	Desarrollo de la Propuesta.....	82
5.5.1	¿Cómo accionar la Guía Didáctica?.....	89
5.5.3	El taller en el aula como estrategia de la enseñanza.....	91
Conclusiones .....		205
Recomendaciones .....		207

Bibliografía.....	208
Lincografía .....	210

## **ANEXOS**

Anexo 1. Formato de la entrevista docentes .....	211
Anexo 2. Formato de la encuesta dirigida a estudiantes.....	212
Anexo 3. Certificados que validan la propuesta.....	214
Anexo 4 Evaluación de la Propuesta.....	215
Fotografías .....	222

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Ubicación de la Escuela “Leticia Proaño Reyes” .....	2
Figura 2 : Ubicación de la Escuela “Avelino de la Torre” .....	4
Figura 3: Ubicación de la Escuela “Manuela Cañizares” .....	6
Figura 4: Proceso de enseñanza.....	16
Figura 5 : Proceso de aprendizaje.....	17
Figura 6: Proceso de enseñanza - aprendizaje .....	18
Figura 7: Representación plano cartesiano .....	84
Figura 8 : Representación del plano cartesiano expresado .....	85
Figura 9: Representación del plano cartesiano en un taller de clases .	223
Figura 10: Representación del plano cartesiano con ejes ( x, y) .....	223

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Entiende las operaciones de Matemática .....	64
Gráfico 2: Como recibió la explicación de los artificios.....	65
Gráfico 3: Los procesos lógicos de Matemática .....	66
Gráfico 4: Resolución de los problemas de Matemática .....	67
Gráfico 5: Proceso de enseñanza-aprendizaje.....	68
Gráfico 6: Utilización del material didactico .....	69
Gráfico 7: Razonamiento lógico de la Matemática .....	70
Gráfico 8: Aplica la Matemática en la resolución de problemas .....	71
Gráfico 9: Operaciones mentales de Matemática.....	72
Gráfico 10: Problemas para el aprendizaje .....	73

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1:</b> Operacionalización de Dimensiones .....	58
---	----

## ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1 Ciclo Básico “Población Total” .....	55
Cuadro 2 Entiende las operaciones de Matemática.....	64
Cuadro 3: Como recibió la explicación de los artificios .....	65
Cuadro 4: Los procesos lógicos de Matemática .....	66
Cuadro 5: Resolución de los problemas de Matemática.....	67
Cuadro 6: Procesos de enseñanza aprendizaje es mejor.....	68
Cuadro 7: Utilización de material didactico en el proceso enseñanza – aprendizaje de Matemática .....	69
Cuadro 8: Razonamiento lógico de la Matemática.....	70
Cuadro 9: Aplica la matemática en la resolución de problemas.....	71
Cuadro 10: Operaciones mentales en Matemática .....	72
Cuadro 11: Problemas para el aprendizaje.....	73

# **“PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS OCTAVOS AÑOS DE LAS ESCUELAS DEL CANTÓN COTACACHI”**

**AUTOR:** Carlos Hugo Tulcanaza

**TUTOR:** Msc. Jaime Alvarado

**AÑO:** 2016

## **RESUMEN**

La presente investigación va dirigida a los estudiantes de los octavos años, jóvenes adolescentes. Que se desarrolló con el propósito de contextualizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, mediante la elaboración de una guía didáctica para los octavos años de las escuelas de educación básica del cantón Cotacachi. Se hace referencia, al resultado del diagnóstico, para describir la problemática, de las instituciones educativas consideradas objeto del estudio. En lo relacionado a la fundamentación teórica se sustenta en diferentes teorías y enfoques del aprendizaje; así como al currículo, la aplicación de la didáctica, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática con la aplicación de la teoría constructivista. Con respecto a la metodología se consideró el diseño no experimental, porque no hubo manipulación de variables independientes ni dependientes, el estudio tuvo un carácter descriptivo explicativo, con estudios de documentos y hechos relacionados al hacer educativo, además se reforzó con estudios de campo. Se aplicó encuestas y entrevistas a los estamentos respectivos, datos que fueron interpretados, analizados y representados; esta información ayudó a establecer la elaboración de una guía didáctica. En una forma contextualizada Dicha guía consideró el hecho de que facilitaría la implementación mediante talleres con estrategias, métodos y técnicas para alcanzar mejores logros en la educación básica de Matemática. La propuesta de contextualizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números: enteros, racionales, irracionales; sistemas de funciones lineales, estadística y probabilidades, tiene un alto contenido didáctico y pedagógico, tendiente a lograr un aprendizaje significativo de los estudiantes de los octavos años de educación básica de las instituciones, objeto de la presente investigación.

## **ABSTRACT**

This research is aimed at students of the eighth year, young adolescents. That was developed with the purpose of contextualizing the teaching and learning of mathematics process by developing a teaching guide for the knockout years of basic education schools of Cotacachi. Reference is made, the result of diagnosis, to describe the problem, educational institutions deemed under study. In relation to the theoretical foundation it is based on different theories and approaches to learning; as well as the curriculum, the implementation of teaching, the teaching-learning of mathematics with the application of constructivist theory. With respect to the methodology the non-experimental design was considered, because there was no manipulation of independent and dependent variables, the study had explanatory descriptive, studies of documents and facts relating to education do besides were reinforced with field studies. surveys and interviews with respective classes, data were interpreted, analyzed and represented was applied; This information helped establish the development of a tutorial. In a contextualized this guide considered that facilitate implementation through workshops with strategies, methods and techniques to achieve better achievement in basic education of mathematics. The proposal to contextualize the teaching and learning of numbers: integers, rational, irrational; systems of linear functions, statistics and probability, has a high didactic and pedagogical content, aimed at achieving significant learning of students in the eighth year of basic education institutions, the subject of this investigation.

## INTRODUCCIÓN

La presente investigación va dirigida a los estudiantes de los octavos años, jóvenes adolescentes. Que se desarrolló con el propósito de contextualizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, mediante la elaboración de una guía didáctica para los octavos años de las escuelas de educación básica del cantón Cotacachi.

En esta perspectiva la memoria contribuye a contextualizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, y, el aprendizaje significativo mediante talleres con los temas curriculares de los octavos años tendrá acciones a desarrollarse gradualmente, para entender a través de nuevos enfoques, la construcción del conocimiento. Aplicando calidad y calidez en los procesos de la educación, y al mismo tiempo validar y evaluar su aplicación, mediante el acompañamiento, monitoreo y control con el compromiso de todos los involucrados.

Sería muy distinto si las experiencias estudiantiles y profesionales, en la educación Matemática no se haya considerado generalmente como una asignatura abstracta y aburrida, debido en muchas ocasiones a la metodología utilizada por los docentes, como la metodología tradicional escribiendo solo en el pizarrón con tiza líquida por lo que el estudiante pone poco interés en el proceso enseñanza-aprendizaje, por esta razón planteamos una metodología complementaria activa con material didáctico a este nivel de enseñanza de diferentes composiciones como es espuma flex, fomix, cartón, madera. Entre otros materiales. La poca utilización de material didáctico y el escaso uso de las nuevas tecnologías; han dificultado que el aprendizaje de esta ciencia sea más lúdico, atractivo, dinámico e interesante.

Se cree haber sacado hechos mentales, relacionados entre ellos, que llevan a la conclusión de que el éxito escolar de los alumnos en determinadas asignaturas depende de los hábitos de abstracción,

utilizado mucho en el aprendizaje de la educación básica en Matemática, que es posible dominar prácticamente una realidad. En el uso de objetos manipulables para que despierte el interés

Solamente estos hechos mentales de abstracción y las relaciones que los unen provienen de una investigación propiamente subjetiva y son estudiados bajo un punto de vista sobre todo cualitativo.

Los problemas en la educación, particularmente de la Matemática, son de índole pedagógicos y didácticos, por lo que el presente trabajo se enfocó a fortalecer y contextualizar el diagnóstico los procesos de enseñanza-aprendizaje dentro de un marco constructivista, cuyo protagonista será el estudiante de los octavos años como sujeto activo en la construcción de su propio conocimiento en forma representativa, para solucionar los problemas de la vida diaria.

Dentro de los procesos de enseñanza–aprendizaje, el docente debe saber la metodología, la planificación y conducción del proceso educativo, por ello, es indispensable el conocimiento de métodos, técnicas y estrategias en educación en general y en Matemática en particular; que permitan la interacción y la participación activa de los estudiantes con miras a desarrollar en los educandos conocimientos, habilidades y destrezas para que se apropien del conocimiento significativo.

El sistema educativo debe plantearse mecanismos que permitan dar solución a la problemática en cuanto al aprendizaje de todas las asignaturas, en especial de la Matemática.

Este proceso se plasma en acciones de recuperación pedagógica y fortalecimiento de los aprendizajes.

En el ámbito educativo se aplicó el diagnóstico en un número de 74 estudiantes que conforman las tres instituciones investigadas, desglosado de la siguiente forma: 41 estudiantes, Escuela “Manuela. Cañizares,” 14 estudiantes Escuela “Leticia. Proaño Reyes,” y 19 estudiantes Escuela “Avelino de la Torre,” y la entrevista a tres docentes de Matemática en educación Básica, como son Licenciada Sonia Elizabeth Enríquez Guzmán, Licenciado Claudio Guerrón, Licenciado Francisco Flores, para enfocar la problemática del proceso enseñanza–aprendizaje de la Matemática en los octavos años de educación básica.

El objetivo general es contextualizar el proceso de enseñanza-aprendizaje en los octavos años de las escuelas de educación básica “Leticia Proaño Reyes”, E.E.B “Avelino de la Torre” E.E.B. “Manuela Cañizares” mediante el diagnóstico de la parroquia Quiroga cantón Cotacachi para el desarrollo del pensamiento.

## CAPÍTULO I

### 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

#### 1.1. Antecedentes

El cantón Cotacachi está ubicado en la Provincia de Imbabura, es el cantón más extenso de los seis que conforman la Provincia con una superficie de 1809 km<sup>2</sup> aproximadamente. Limita al norte con el Cantón Urcuquí; al sur con el Cantón Otavalo y la Provincia de Pichincha; al este con el Cantón Antonio Ante y al oeste con la Provincia de Esmeraldas.

En el cantón Cotacachi existen alrededor de 10 instituciones educativas de segundo nivel, que albergan a la juventud de este lugar, en el caso específico de la malla curricular, se afirma que en todas las unidades educativas se dicta la asignatura de Matemática, una ciencia muy importante que permite la evolución del pensamiento analítico del alumno; y que se considera como una base dentro del proceso de aprendizaje del mismo.

#### UBICACIÓN GEOGRÁFICA

##### DATOS INFORMATIVOS:

<b>Nombre de la Institución:</b>	<b>Escuela “Leticia Proaño Reyes”</b>
<b>Código AMIE:</b>	10H00379
<b>Ubicación Geográfica:</b>	<b>PROVINCIA: IMBABURA</b>
	<b>CANTÓN: COTACACHI</b>
	<b>NORTE: URCUQUI</b>
	<b>SUR: OTAVALO</b>
	<b>ESTE ANTONIO ANTE</b>
	<b>OESTE: ESMERALDAS</b>

**SUPERFICIE:** 1809Km<sup>2</sup>

**Zona:** UNO

**Distrito:** TRES

**Circuito:** C003

**Tipo de Institución educativa:** Fiscal

**Niveles educativos:  
E.G.B)** 1.- Preparatorio (primer grado  
4° ) 2.-Básica Elemental: (2° , 3° , y  
7° ) 3.- Básica Media: (5° , 6° ,  
10°) 4.- Básica Superior: ( 8° , 9° ,

**Número de estudiantes:** 146 Hombres  
128 Mujeres

**Número de Docentes:** 3 Hombres  
12 Mujeres

**Dirección de la Institución:** Cantón: Cotacachi  
Parroquia: Quiroga  
Localidad: Cuicocha Centro  
Calle: s/n junto al par  
que



Figura N – 1. Ubicación de la Escuela “Leticia Proaño Reyes”

## **UBICACIÓN GEOGRÁFICA**

### **DATOS INFORMATIVOS:**

<b>Nombre de la Institución:</b>	<b>Escuela “Avelino de la Torre”</b>
<b>Código AMIE:</b>	<b>10H00379</b>
<b>Ubicación Geográfica:</b>	<b>PROVINCIA: IMBABURA</b>
	<b>CANTÓN: COTACACHI</b>
	<b>NORTE: URCUQUI</b>
	<b>SUR: OTAVALO</b>
	<b>ESTE ANTONIO ANTE</b>
	<b>OESTE: ESMERALDAS</b>
	<b>SUPERFICIE: 1809Km<sup>2</sup></b>
<b>Zona:</b>	<b>UNO</b>
<b>Distrito:</b>	<b>TRES</b>
<b>Circuito:</b>	<b>C003</b>
<b>Tipo de Institución educativa:</b>	<b>Fiscal</b>

<b>Niveles educativos:</b> 4° )	<b>1.- Básica Elemental:</b> ( 2° , 3° , y
	7° )
	<b>2.- Básica Media:</b> ( 5° , 6° ,
	10°)
	<b>3.- Básica Superior:</b> ( 8° , 9° ,
<b>Número de estudiantes:</b>	196 Hombres
	168 Mujeres
<b>Número de Docentes:</b>	6 Hombres
	12 Mujeres
<b>Dirección de la Institución:</b>	Cantón: Cotacachi
	Parroquia: Quiroga
	Localidad: Cuicocha Centro
	Calle: Fidel Egas y Juan
Montalvo	



Figura N- 2. Ubicación de la Escuela “Avelino de la Torre”

## UBICACIÓN GEOGRÁFICA

### DATOS INFORMATIVOS:

<b>Nombre de la Institución:</b>	<b>Escuela “Manuela Cañizares”</b>
<b>Código AMIE:</b>	10H00379
<b>Ubicación Geográfica:</b>	<b>PROVINCIA: IMBABURA</b> <b>CANTÓN: COTACACHI</b> <b>NORTE: URCUQUI</b> <b>SUR: OTAVALO</b> <b>ESTE ANTONIO ANTE</b> <b>OESTE: ESMERALDAS</b> <b>SUPERFICIE: 1809Km<sup>2</sup></b>
<b>Zona:</b>	<b>UNO</b>
<b>Distrito:</b>	TRES
<b>Circuito:</b>	<b>C003</b>
<b>Tipo de Institución educativa:</b>	Fiscal
<b>Niveles educativos:</b>	<b>1.- Básica Elemental: (2° , 3° , y 4° )</b> <b>2.- Básica Media: (5° , 6° , 7° )</b> <b>3.- Básica Superior: ( 8° , 9° , 10° )</b>
<b>Número de estudiantes:</b>	346 Hombres 228 Mujeres
<b>Número de Docentes:</b>	8 Hombres 22 Mujeres
<b>Dirección de la Institución:</b>	Cantón: Cotacachi Parroquia: Localidad: Cotacachi Calle: Pedro Moncayo y Eloy Alfaro esquina



Figura N- 3. Ubicación de la Escuela “Manuela Cañizares”

Al ser el proceso enseñanza-aprendizaje uno de los aspectos fundamentales en la educación y por ende investigado en varios contextos, se cuenta con una serie de investigaciones realizadas sobre el tema. Según (Salina & Alanís, 2009) en su estudio sobre el cálculo buscan reflexionar, plantear interrogantes y críticas acerca de las experiencias del proceso de enseñanza–aprendizaje del cálculo, tal y como es su aplicación en las aulas. Esto se lo hace partir de cuadros conceptuales y teóricos, para identificar la acción que realizan el estudiante y el docente, uno de los problemas existentes en el actual sistema educativo, es la falta de contextualización.

Esta investigación determina la pauta para cuestionar la pertinencia del orden clásico que presenta un contenido tradicional del Cálculo, en relación con el estudiante que lo verá como objeto de aprendizaje; como

propuesta de contextualizar se plantea el esquema de una encadenamiento de secuencias didácticas que posibilitan esclarecer cambios en los contenidos que se va a enseñar en la asignatura de Cálculo, así como también en las funciones de guía que debe cumplir el profesor y de protagonista del aprendizaje el estudiantes, con la finalidad de que este último puedan apropiarse y dominar los contenidos esenciales del Cálculo. Se concluye en la investigación considerar el carácter *instrumental* que tienen la asignatura de Cálculo en el currículo y la importancia del dominio de los contenidos por parte del estudiante.

Otro antecedente referencial sobre el tema de estudios es el realizado por los Godino J. (2010), investigación que identifica la complicación de los procesos de enseñanza y aprendizaje que nos lleva a ser muy cautelosos y prudentes en la propuesta de normas y reglas para la intervención en el sistema didáctico de la Matemática. Y aunque no existan recetas definidas de cómo enseñar, existen experiencias y conocimientos que permiten tomar disposiciones contextualizadas preferentes.

Además este estudio propone que el aprendizaje de la Matemática implica la apropiación de significados conceptuales por parte de los estudiantes, a través de la participación activa en la comunidad en función de prácticas de aula. Admite la articulación progresiva entre los significados personales iniciales de los estudiantes y los significados que la institución planifica, de acuerdo al currículo referido. Estos significados se entienden en términos de prácticas operativas de aula relacionadas con las necesidades de la vida diaria. Concluyéndose la necesidad de aplicar acciones prácticas y reales para tener aprendizajes auténticos como elementos esenciales del aprendizaje de la Matemática.

Es importante tomar en cuenta el estudio sobre la Matemática efectuado por Casal B. (2011), que busca identificar los problemas de enseñanza aprendizaje que tienen las escuelas; para ello se realiza una investigación de campo en tres instituciones. Identificándose que la metodología de trabajo utilizada es un análisis cuantitativo a través de encuestas y cualitativo con la opinión de los entrevistados sobre los procesos de didácticos.

En este estudio se reconoce la problemática general de los estudiantes en relación a factores como habilidades para el aprendizaje escolar, auto-concepto y autoestima, y principalmente la opinión que ellos tienen con respecto al proceso de enseñanza–aprendizaje que aplican sus maestros en el aula. Otro aspecto concluyente de la investigación es las actividades de planificación que realiza el docente en el aula, el uso de los textos como material didáctico; aspectos que deben tomarse en cuenta en el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática y las demás áreas.

Estas bases investigativas mencionadas sobre la Matemática permiten visualizar que en el Ecuador este proceso enseñanza-aprendizaje en la Matemática está orientado por el docente, que debería permitir la adquisición de conocimientos y destrezas, para el desarrollo de bases conceptuales y actitudinales frente al conocimiento; donde el principal protagonista debería ser el alumno y el profesor cumplir con una función de facilitador. Pero lamentablemente existe una serie de dificultades con este proceso que es mencionada en “la 46° Conferencia internacional de educación de la UNESCO,

Los factores que dificultan el desarrollo de la educación científica como la Matemática y entre ellos el poco interés en las disciplinas científicas por parte de los jóvenes –y especialmente de las jóvenes–

, así como la falta generalizada de profesores de estas disciplinas en todo los niveles de los sistemas educativos. (UNESCO, 2001)

Según Cabrera (2011) “los problemas en la enseñanza-aprendizaje de las Matemática es la aplicación de procesos tradicionalistas por parte del docente, así como una enseñanza rígida e inflexible que lleva al estudiante a tener miedo del docente y de la asignatura”. El maestro tradicionalista en el aula organiza y ordena los contenidos y las actividades que va realizar el estudiante. Las estrategias que más utilizan los docentes son únicamente explicaciones, ejercicios y tareas, además la disciplina, normas y sanción siguen aplicándose constantemente. Estos problemas provocan que el aprendizaje de las Matemática en los niños sea lento, con un desinterés, con falta atención y concentración, lo que afecta el rendimiento en la asignatura.

Estos bajos resultados en el rendimiento de los estudiantes en la Matemática a nivel nacional y provincial, es un referente para establecer que existen problemas en el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática. Estos resultados nacionales también se ven reflejados en las Escuelas de Educación Básica de Cotacachi donde el rendimiento promedio de Matemática de los octavos años en las escuelas “Manuela. Cañizares, “Leticia. Proaño Reyes,” y “Avelino de la Torre”, es el primer quimestre del año 2013-2014 es de 5,81; lo que representa ni siquiera la calificación mínima que debe tener el estudiante para pasar el año.

Por ende la falta de una adecuada metodología del docente, de la aplicación de un aprendizaje significativo, de estrategias metodológicas activas, así como la despreocupación por buscar o crear material didáctico y tecnológico con casos, ejercicios y ejemplos contextualizados, determina un gran problema en el aprendizaje de la Matemática. Además se ratifica la problemática del docente tanto en las bases pedagógicas

como en sus conocimientos, con los resultados de las pruebas aplicadas a los docentes del área de Matemática según el (INEVAL 2014), donde se establece que el rendimiento de los docentes está por debajo del nivel aceptable, es decir que la mayoría de los docentes obtuvo un puntaje menos del 70%.

## **1.2. Planteamiento del Problema**

Inadecuados procesos de enseñanza-aprendizaje en la Matemática utilizados por los docentes, provocan un desinterés, poca atención y bajo rendimiento del estudiante de los octavos años de educación básica de las instituciones del cantón Cotacachi.

## **1.3. Proyectiva (prognosis)**

De no solucionarse el problema, el perjuicio para el estudiante se profundizará en el aprendizaje de la Matemática, develando un bajo rendimiento en las calificaciones de la asignatura en los alumnos del octavo año. Este problema determinará un contexto desmotivador para los estudiantes de no darse una solución práctica al problema, ya que puede desmejorar el proceso de comprensión e inclusive en el futuro pueda existir la deserción estudiantil por causa de la Matemática.

De allí la importancia de realizar la presente investigación proponiendo una alternativa de enseñanza-aprendizaje de la Matemática basándose en aspectos cognitivos que posibiliten la apropiación de los conocimientos en los estudiantes, a través de estrategias metodológicas activas contextualizadas que deriven en el interés de los estudiantes por los conocimientos Matemáticos y el dominio de los contenidos para la aplicación práctica en su vida diaria.

## **1.4. Objetivos**

### **1.4.1. General**

Contextualizar los procesos enseñanza–aprendizaje de la Matemática en los octavos años de las instituciones involucradas en el objeto de estudio del cantón Cotacachi relacionando su incidencia en el rendimiento académico en los estudiantes de esta asignatura.

### **1.4.2. Específicos**

- Fundamentar la investigación con información científica y técnica sobre el tema, que garantice la cientificidad del mismo.
- Diagnosticar los procesos de enseñanza–aprendizaje que utilizan los docentes de las instituciones del objeto de estudio determinando los factores que incide en la asimilación de conocimientos de la Matemática.
- Diseñar una guía didáctica de Matemática como propuesta alternativa, que mejore la comprensión y asimilación de la asignatura, que propicie un aprendizaje significativo y eleve el rendimiento académico de los estudiantes.

## **1.5. Interrogantes de Investigación**

- ¿Existe información científica y técnica sobre el tema que fundamente la aplicación de procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática?.

- ¿Qué diagnóstico en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática incide en la asimilación de conocimiento de la asignatura?.
- ¿Ayudaría una guía didáctica de Matemática que propicie el aprendizaje significativo, al mejoramiento del proceso enseñanza-aprendizaje en las instituciones educativas de Cotacachi?

### 1.6. Justificación e Importancia

Las investigaciones mencionadas en el planteamiento del problema son espacios investigativos que sustentan el presente estudio sobre el Proceso enseñanza–aprendizaje de la Matemática en octavos años de las escuelas del cantón Cotacachi; donde el primer tema **Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa**, determina la necesidad de trabajar en esquemas de encadenamiento de secuencias didácticas que ayuden al estudiante a clarificar los contenidos que le enseñan en la asignatura de Cálculo; considerando además el carácter *instrumental* que tienen esta asignatura en el currículo y su importancia en la formación de los estudiantes.

En la investigación realizada por Godino (2010), se justifica realizar el presente estudio contextualizando el problema de acuerdo a las realidades de la zona de Cotacachi. Esta investigación plantea que para aprender Matemática es necesario apropiarse de significados conceptuales, a través de la participación activa en la comunidad en función de prácticas de aula; por lo que es necesario aplicar acciones de aprendizaje reales que confirman un aprendizaje auténtico.

De acuerdo al estudio de Casal B. (2011), **Reflexiones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la historia en la educación media superior de Morelia, Michoacán**, de Silvana Beatriz Casal, sirve de

base sustentable para identificar los problemas de enseñanza aprendizaje, que radican en conocer la problemática del estudiante con relación a sus habilidades para el aprendizaje escolar, auto-concepto y autoestima, y lo que él piensa sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje que utiliza el maestro, de cómo planifica su trabajo y qué clase de textos y material utiliza.

Las tres investigaciones mencionadas permiten visualizar varias perspectivas del problema así como los planteamientos de solución a los mismos, lo que ayuda a fundamentar la presente investigación y sobre la base de estos planteamientos contextualizar el problema de las escuelas de Cotacachi con relación al proceso enseñanza-aprendizaje en la Matemática y definir acciones de contextualizar.

Por ello la presente tema de investigación es importante porque busca contextualizar los problemas que tienen los estudiantes en la comprensión y asimilación de la asignatura, cuáles son los procesos de enseñanza-aprendizaje que utilizan los docentes de Matemática en el octavo Año de Educación General Básica, porque el docente no busca estrategias de trabajo, no elabora su propio material, planifique contextualizadamente su trabajo ya que es sumamente necesario contextualizar los procesos didácticos en el aula.

El tema es actual porque cada año el Estado a través del MINEDUC evalúa el nivel de rendimiento de los estudiantes y en el área de Matemática los resultados son bajos, de ahí la necesidad de identificar los problemas de enseñanza-aprendizaje dentro del contexto real de las instituciones objeto de estudio y buscar medidas de solución que permitan a nivel didáctico ayudar al maestro a contar con estrategias, ejercicios y ejemplos prácticos e innovadores para mejorar la asimilación y comprensión de la asignatura y con ello elevar la calidad educativa.

La investigación busca contextualizar los procesos de enseñanza-aprendizaje del docente a través de la aplicación metodológica que utiliza para enseñar la Matemática, como la planificación, proceso educativo, conocimiento de métodos, técnicas y estrategias de enseñanza-aprendizaje que permitan la interacción y la participación activa de los estudiantes, con miras a desarrollar en los educandos conocimientos, habilidades y destrezas para un aprendizaje significativo.

El diseño de la propuesta de solución al problema busca la aplicación de estrategias de enseñanza-aprendizaje en una guía didáctica que permita al docente proporcionar aprendizajes significativos en la asignatura de Matemática, lo que constituirá un aporte creativo y activo para mejorar la calidad de la educación de la Matemática en las instituciones educativas del Cantón Cotacachi, ya que proporciona al estudiante material concreto, necesarias para que ellos respondan a sus propios intereses y necesidades.

La investigación es factible de realizarse porque se cuenta con la autorización respectiva de las instituciones educativas del cantón Cotacachi “Manuela. Cañizares, “Leticia. Proaño Reyes,” y “Avelino de la Torre, además de tener acceso a información científica actualizada en las Universidades del sector y en el internet; por otro lado se cuenta con los medios necesarios para el desarrollo de la investigación.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Proceso de Enseñanza-Aprendizaje

Según el proceso enseñanza-aprendizaje dice. El enseñar es un apoyo inicial: enseñar es explicar algún objeto. No es enseñar cualquier objeto; es mostrar lo desconocido.

Lo que relaciona que hay un sujeto que conoce (enseñar un objeto), es el docente y otro que desconoce (aprender un objeto). Es el estudiante donde existe una disposición por parte del estudiante y docente.

A continuación, están los contenidos curriculares esto es, lo que se quiere enseñar o aprender (**Contenidos**) y los medios para enseñar.

**La enseñanza es para alcanzar una meta. Dice** Según ([El proceso de enseñanza-aprendizaje](http://www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm) **2014**)

## ESQUEMA MENTAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA N- 1



**Figura N - 4. Según** ( [El proceso de enseñanza-aprendizaje](http://www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm) [www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm](http://www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm) 2014)

## ESQUEMA MENTAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE N- 2



**Figura N - 5. Según** ( El proceso de enseñanza-aprendizaje [www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm](http://www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm). 2014)

## ESQUEMA DEL PROCESO DEL ENSEÑANZA - APRENDIZAJE N- 3

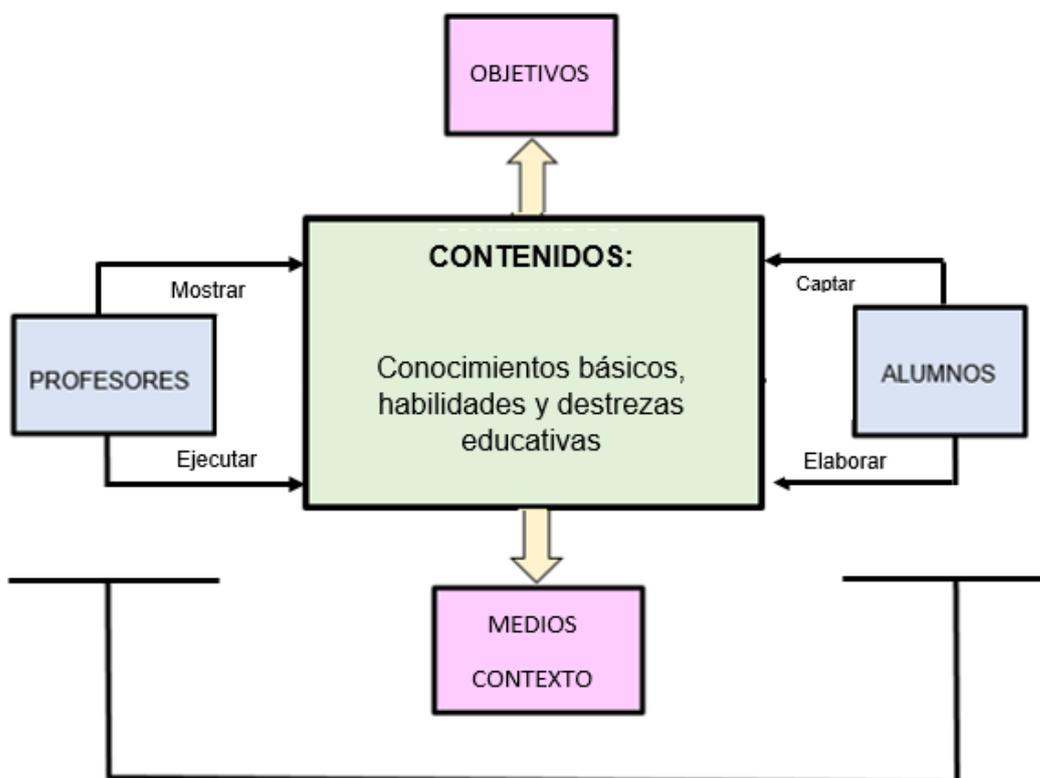


Figura N - 6. Según ( El proceso de enseñanza-aprendizaje  
[www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm](http://www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0014procesoaprendizaje.htm). 2014)

Esquema mental del proceso enseñanza - aprendizaje

1. El inicio lo realiza los profesores frente a los alumnos (Enseñar) los contenidos básicos con métodos, estrategias y material didáctico.
2. La transformación de los contenidos básicos mediante las teorías del aprendizaje, y con la construcción del material concreto por parte del educando en la presente investigación se aplica la teoría del constructivismo (Aprender)
3. Finalmente el alumno se apropia de los conocimientos asimilados y lo expresa con sus propias palabras el entendimiento del tema tratado.

El Proceso Enseñanza-Aprendizaje

Según ( El proceso de enseñanza-aprendizaje

Dice “Este proceso se prepara con los conocimientos del docente que lo induce al educando para su formación mostrando su enseñanza en el desarrollo de la clase, sucediendo actividades, estrategias, técnicas, y métodos de enseñanza con el tema en exposición.

En el segundo paso son los contenidos que se desarrolla durante toda la clase, exponiendo conocimientos, hábitos y habilidades educativas que deben ser asimiladas por los educandos, con el apoyo de medios didácticos y cumpliendo los objetivos propuestos del tema a tratarse.

En el tercer paso está el educando (estudiante) quien recepta, capta, asimila la información de los conocimientos, para ser procesados y elaborados en su codificador de su mente y así tenemos el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática”.

Para detallar el enfoque del docente en el proceso de impartir la materia de Matemática, primero es necesario fijar los conceptos y la terminología básica que se va a emplear a lo largo de este tema. Enseñanza y aprendizaje forman parte de un único proceso que tiene como fin la formación del estudiante.

### **2.1.1. La Enseñanza**

“La enseñanza es el arte de impartir conocimientos a los que necesitan saber alguna cosa de interés para él. El objetivo de la enseñanza es un destino, una meta, una distancia que hay que recorrer con el educando”.

### 2.1.2. Modos y Maneras de Enseñar

(Pérez, 2011, págs. 6-7) Cita a Bach quien denomina “modos” y “maneras” de enseñanza. Los primeros son los que atañen al manejo de los grupos de alumnos y a su ubicación en el aula, estos se clasifican en:

- a) **Enseñanza Frontal**, que se dirige a la clase en su conjunto, de la misma manera y con el mismo objetivo.
- b) **Enseñanza Diferencial**, (por divisiones o por grupos) que agrupar es a los alumnos (dos o tres grupos) para enseñarles de distintas maneras y con objetivos diferentes.
- c) **Enseñanza Individual**, encara la enseñanza individualmente, tomando a cada alumno por separado, tanto en lo que concierne a la manera como a los objetivos.
- d) **Las maneras** son las modalidades de las formas de organización de aprendizaje. Ejemplo: el aislamiento (el alumno trabaja solo, sin depender de sus compañeros) y la división del trabajo, cuyo valor formativo consiste en las ayudas y estímulos mutuos que fomentan la responsabilidad.”

Se puede observar que hay una clasificación de modos y maneras de enseñar, así también hay modos y maneras de aprender, de acuerdo a los diferentes enfoques pedagógicos.

### **2.1.3. Factores de la Enseñanza y Principios Motivacionales**

(Gimeno, y otros, 2009, págs. 126-130), indica que: Los principales factores de la enseñanza y principios motivacionales, que permiten un clima efectivo y motivacional, en el aula son los siguientes:

- La forma de presentar y estructurar la tarea.
- La forma de organizar la actividad en el contexto de la clase.
- Los mensajes que ofrece el docente antes, durante y después de la tarea.
- El modelado de valores y estrategias, así como de las formas de pensar y actuar al enfrentarse a las tareas.
- La forma que adoptará la evaluación del alumno.

Señala que para la enseñanza hay que seguir una estructura lógica, en proceso enseñanza-aprendizaje, realizar la motivación, que permita un estado afectivo. La información relativa de los procesos a seguir en una tarea con el educando.

### **2.1.4. Principios Motivacionales y Enseñanza**

(Pezo Elsa, 2006, pág. 147), dice que: En relación con la forma de presentar y estructurar la tarea.

1. Activar la curiosidad y el interés del alumno en el contenido del tema a tratar o la tarea a realizar.

Para ello pueden utilizarse estrategias como la siguiente:

- Presentar información nueva, sorprendente, incongruente, con los conocimientos previos del alumno.

- Plantear o suscitar problemas que deba resolver el alumno.
- Variar los elementos de la tarea para mantener la atención.

2. Mostrar la relevancia del contenido para el alumno. Como estrategia se sugiere:

- Relacionar el contenido de la tarea, usando lenguaje y ejemplos familiares, con sus experiencias, conocimientos previos y valores.
- Mostrar la meta para la que puede ser relevante lo que se presenta como contenido de la tarea, de ser posible mediante ejemplos relacionadas con la forma de realizar la actividad en el contexto de la clase.

3. Organizar la actividad en grupos cooperativos, la evaluación individual dependerá de los resultados grupales.

4. Dar el máximo de opciones posibles de actuación para facilitar la perfección de autonomía, en relación con los mensajes que da el docente a los alumnos.

5. Orientar la atención de los alumnos hacia la tarea:

- **Antes:** Hacia el proceso de solución más que el resultado.
- **Durante:** Hacia la búsqueda y comprobación de posibles medios para superar las dificultades.
- **Después:** Informar sobre lo correcto o incorrecto del resultado.

6. Promover los siguientes aprendizajes:
  - La concepción de la inteligencia como modificable.
  - Atribución de resultados a causas percibidas como internas.
  - Toma de conciencia de factores motivacionales personales.

En relación con el moldeado que el docente puede hacer de la forma de afrontar las tareas y valorar los resultados.

8. Ejemplificar los comportamientos y valores que se tratan de transmitir en los mensajes.

9. Organizar las evaluaciones a lo largo del curso, de forma que: Los alumnos las consideren como una ocasión para aprender.

- Se evite, en la medida de lo posible, la comparación de unos con otros y se acentúe la propia comparación para maximizar la constatación de los avances.

La autora en síntesis dice: que para la enseñanza hay que seguir una estructura lógica, en proceso enseñanza-aprendizaje, realizar la motivación, que permita un estado afectivo. Orientar a los educandos en las tareas, antes, durante el proceso, y después hacer de manera más detallada, con ejemplos la relación de presentar y estructurar una tarea con secuencia lógica.

#### **2.1.5. Enseñanza de la Noción**

(Pezo Elsa, 2006, pág. 80), respecto indica que: Se trata que el estudiante compare y contraste la noción para que pueda

destacar los atributos que abstraerá. Es menester que el docente provea suficientes ejemplos pertinentes a la noción que se desea formar.

La expresión de ejemplos permite al estudiante formarse la noción que nos interesa. Se puede probar que el estudiante posee la noción si logra identificar correctamente los objetos o hechos, por ejemplo; si logra identificar las sillas y los muebles que son sillas, aunque no puede expresar los criterios en que se basa para efectuar la identificación. En este caso se dice que el estudiante designa la noción con base en información poco elaborada, pues la comparación es con imágenes.

#### **2.1.6. Enseñanza de la Definición**

La autora anterior manifiesta que: “Consiste en comunicar los criterios que permiten identificar si un objeto, hecho o situación pertenece o no al concepto. Mediante éste se expresa las características críticas, esenciales, distintivas de lo definido”.

Al definir una silla como “asiento individual con respaldo y sin brazos”, se presentan las características esenciales de las sillas.”(pág. 80).

Es decir que se permita identificar el objeto de estudio, con todas sus cualidades, características físicas. Se aplica la abstracción de un orden más elevado para la enseñanza del educando en su proceso educativo.

### **2.1.7. Enseñanza-Aprendizaje**

(Urigen Mónica, 1998, pág. 22) Métodos de enseñanza de lectura y escritura “Los procesos de enseñanza aprendizaje y la labor del maestro al hacer uso de éstos, están orientados al servicio social, por eso es difícil decir que otros procesos sean de mayor valor, porque no toda actividad se la desarrolla tan íntegramente al servicio de los demás como sucede con la abnegada labor del maestro.

El buen maestro aplica los procesos de enseñanza-aprendizaje, por lo tanto no es quien da clases. Dar clases es simplemente tratar un tema o asunto sin importar la asimilación del estudiante. Si se produce un cambio en la conciencia crítica del alumno, entonces el proceso de enseñanza-aprendizaje ha surgido efecto y con fines profundos, completos y comprometidos. Enseñar es producir aprendizaje, incluye la lectura reflexiva por parte de los maestros y educandos, la cual se verá reflejada en la calidad de comunicación escrita, oral.

Aquí se indica que se debe seguir un proceso de enseñanza-aprendizaje con los educandos, porque el buen docente no es el que da clases, sino el que aplica los procesos de enseñanza-aprendizaje. Para producir un cambio de conciencia crítica en el educando.

### **2.1.8. Técnicas de Enseñanza**

Según (Paz María, 1999, págs. 124 - 125), Las técnicas de enseñanza que se seguirán en la programación de habilidades sociales. Estas técnicas de enseñanza que se aplicarán en las sesiones de habilidades sociales son:

**a) Instrucción Verbal y Diálogo:** Se utiliza el dialogo, los debates a lo largo de todas las sesiones de las habilidades sociales. Aprendizaje por observación considera el aprendizaje por imitación como una poderosa fuente de aprendizaje.

**b) Rol del Juego:** Es conveniente que las situaciones que se creen para efectuar la observación sean lo más percibidas posibles a la realidad para que favorezca la transferencia de lo aprendido. Durante la dramatización, los jóvenes van ensayando la habilidad.

El rol del Juego ofrece la posibilidad de ensayar en una situación controlada, segura y supervisa las habilidades que posteriormente se van a utilizar en situaciones naturales.”

Se señala que para la enseñanza se aplican técnicas que son instrucción verbal, mediante el diálogo en doble vía, educando y docente, en un plano democrático como indican los objetivos del Buen Vivir, en lo referente a educación.

## **2.2. El Aprendizaje**

### **2.2.1. Nociones Generales del Aprendizaje**

De acuerdo a (Aguilar Floralba, 2003, pág. 13-14): Concepto previos de aprendizaje.- En términos generales es importante señalar que no existe una definición de aprendizaje aceptada por todos los teóricos, investigadores y profesionales de la educación. Partiendo de la visión de Shuell, 1986, deberíamos considerar que aprender es un cambio perdurable de la conducta o es la capacidad de conducirse de manera dada

como resultado de la práctica o de otras formas de experiencia. De esta definición se puede desprender los siguientes criterios para definir el aprendizaje.

**Primer Criterio.-** El aprendizaje es el cambio conductual o el cambio en la capacidad de comportarse. Aprender requiere el desarrollo de nuevas acciones o las modificaciones de las presentes. Desde el ámbito cognoscitivo se puede afirmar que el aprendizaje es inferencial, es decir, que no es factible de ser observado de manera directa, sino a través de sus productos. En otras palabras, que para saber si el sujeto aprendió o no, deberán observar cómo actúa ante una situación, sin discutir ciertos conceptos como pensamientos y emociones, sentimientos porque, estos no son observables. Se evalúa el aprendizaje basado sobre todo en las expresiones verbales, los escritos y las conductas de la gente.

**Segundo Criterio.-** Considera que el cambio conductual (o la capacidad de cambiar) perdura, este aspecto de la definición excluye los cambios conductuales temporales, porque cuando suspendemos la causa, el comportamiento vuelve al estado previo, a la incidencia del factor. El aprendizaje es un proceso interno, destaca cambios en la capacidad, por lo mismo intervienen algunos factores como el pensamiento, el significado, la intención, la emoción y las expectativas del que aprende.

**Tercer Criterio.-** Sostiene que el aprendizaje ocurre por la práctica u otras formas de experiencia, observar a los demás por ejemplo, esto incluye los cambios conductuales que parecen determinados por la constitución genética, como las transformaciones madurativas de los niños (gatear, pararse).

Este criterio da importancia a las experiencias anteriores en la adquisición de nuevos conocimientos y también a la dimensión social del aprendizaje, ya que nuestra naturaleza hace que nos adaptemos e influyamos sobre el entorno para transformarlo.

Como lo señala (Valladares Irma, 2008, pág. 13- 17) en su “Psicología del aprendizaje”, de estos tres criterios acerca del aprendizaje se desprenden también tres enfoques acerca de la enseñanza.

**Primer Enfoque.-** Enseñar es cambiar a la gente, se evalúa la enseñanza por los cambios ocurridos en la conducta del estudiante. Se refiere a la influencia sobre las personas y el hecho de comprobar si el alumno aprendió o no a través de los cambios que se manifiestan en el sujeto y que se observan de manera externa.

**Segundo Enfoque.-** La enseñanza es un arte porque exige del ejercicio del talento y la creatividad, pero eso debería ser una ciencia porque afecta a un repertorio de técnicas, procedimientos y habilidades que pueden ser estudiadas y descritas sistemáticamente y, por tanto, pueden ser transmitidas y mejoradas. Se nota las alusiones a la enseñanza como arte y como ciencia; por ello exige ejercicio del talento, la creatividad, y habilidades en forma sistemática.

**Tercer Enfoque.-** Enseñar es orientar las acciones y participaciones. El profesor es un promotor del cambio de roles, de modelos internacionalizados. Su tarea es observar la dinámica del trabajo y en la interacción social. Luego del análisis precedente, podemos afirmar que el aprendizaje en el contexto de la educación popular no consiste en almacenar conocimientos de manera mecánica, tampoco el enseñar

significa transmitir ideas y depositarlas en las cabezas de los alumnos; al contrario, jamás se debe olvidar que el conocimiento humano parte de la experiencia, de la práctica para así llegar nuevamente a la aplicación práctica.

De allí que, el proceso de aprendizaje se realiza mediante la relación y confrontación con el mundo en que nos encontramos, con las personas, los acontecimientos y fenómenos sociales.

Entonces la educación “es un proceso de aprendizaje permanente, en la medida en que se va descubriendo e interpretando la misma realidad social en la que se halla inmerso el educando. Es una educación que parte de la problemática concreta de los educandos”. Concordando con (Paulo Freire, 1985), reflexión y acción van íntimamente unidos en todo el proceso educativo, que se realiza en y para la praxis, aquí lo más importante no es la memorización, sino la creatividad y la criticidad.

Al respecto (Aguilar Floralba, 2003), dice: El aprendizaje es un cambio perdurable de conducta para obtener resultados en la vida cotidiana. Se observa el aprendizaje cuando hay un cambio en el comportamiento, y desarrollo de nuevas acciones, modificaciones estructurales. Desde el punto de vista cognoscitivo el aprendizaje es una inferencia, con lo que se observa el producto, de lo que el sujeto aprendió, es el que se descubre en la presente investigación se observó mediante el diagnóstico aplicado con el instrumento del cuestionario, a los estudiantes de octavos años de educación básica de las escuelas involucradas como objeto de estudio.

### **2.2.2. Tipos de Aprendizaje**

(Aguilar Floralba, 2003), plantea en el Programa de Capacitación Pedagógica (Plan 50) Metodología del aprendizaje, lo siguiente: “Por ser el humano es un ser incomprensible, no podemos establecer un esquema específico en torno a los tipos de aprendizaje pero debemos tener claro que no existen aprendizajes aislados unos de otros”. Este acápite será abordado siguiendo la perspectiva de Irma Valladares, (2008) así que existen algunas manifestaciones al respecto:

Varios autores como: Pavlov, Watson, Thomdike y Hull, hablan de un solo tipo de aprendizaje; (Tolman, 2008) por su parte distingue seis tipos de aprendizaje y (Gagné, 2008). (Sánchez Hidalgo, 2008), establece los siguientes tipos de aprendizaje: motor, conceptual, asociativo, apreciativo, creador, reflexivo y del ajuste emocional y social. Ausbel (2008) plantea dos distinciones fundamentales en los tipos de aprendizaje que tiene lugar en el aula; distingue entre el aprendizaje receptivo y el aprendizaje por descubrimiento, y, entre el aprendizaje memorístico y aprendizaje significativo.

### **2.2.3. Aprendizaje Repetitivo o Memorístico**

Cuando los nuevos conceptos propuestos no pueden ser asociados o integrados en la estructura cognoscitiva del educando, solo se producirá aprendizaje memorístico. Este material memorizado no acrecienta la comprensión de los alumnos ni sus habilidades para resolver problemas nuevos y distintos.

(Aguilar, Floralba, 2003), “indica que hay la tendencia a considerar que el aprendizaje memorístico se identifica con el método de recepción, y el aprendizaje significativo con el método por descubrimiento”.

Se produce el aprendizaje por recepción cuando se da al alumno el contenido a aprender, para la evaluación de este aprendizaje las respuestas tienen que ser concretas y estar disponibles rápidamente.

Hay algunos que memorizan asociaciones arbitrarias y también las más significativas. Para evitar que los aprendizajes sean arbitrarios, deben apoyar en las siguientes estrategias, de acuerdo a (Aguilar Floralba, 2003, págs. 14-21).

- Proporcionar oportunidades de práctica para que el alumno descubra y practique su propio sistema de asociar o memorizar.
- Usar todos los medios adecuados para que el alumno capte el significado de lo que va aprender.
- Ordenar el material en forma lógica y sistemática.
- Corregir enseguida los errores para evitar que se fijen.

En este aprendizaje, el profesor solicita a los alumnos la repetición de lo aprendido. El aprendizaje es un fenómeno individual, sus leyes son de tipo exógeno y el refuerzo está dado en los premios exteriores que el alumno recibe (la motivación es de tipo externo).

#### **2.2.4. Aprendizaje por Descubrimiento**

El aprendizaje por descubrimiento, significativo, constructivista y por procesamiento de la información se identifica con la teoría cognoscitivista del aprendizaje.

Se plantea en los diferentes tipos de aprendizajes, que deben conocer los estudiantes de las escuelas de educación básica, involucradas en la

presente investigación, para que descubran en qué tipo se está asimilando el conocimiento.

El alumno aprende descubriendo por el mismo a partir de los datos del entorno. El profesor es un orientador, guía, presenta situaciones problemáticas e induce al alumno a resolver activamente. El ser humano selecciona, asimila e interpreta lo que aprende.

Utiliza el método inductivo, que va de lo particular a lo general, de lo simple a lo complejo, de lo sencillo a lo difícil, permitiendo descubrir a los alumnos la estructura y la generalización por sí mismos, utiliza el método científico.

Cómo lo señala (Aguilar Floralba, 2003, págs.16-17), quien manifiesta: “El aprendizaje es un fenómeno individual, el descubre por sí mismo el conocimiento haciéndose relativamente impermeable a la influencia de otras personas”.

**Ventajas:** Incrementa el desarrollo intelectual. La recompensa (refuerzo) está en el descubrimiento mismo, esto lo motiva internamente. El descubrimiento de los conocimientos le permite al alumno aplicarlos en otras situaciones, retiene el conocimiento en la memoria de forma organizada.

### **2.2.5. Aprendizaje Significativo**

La misma autora agrega que: El alumno aprende relacionando los nuevos conocimientos con los conceptos y proposiciones relevantes que ya conoce en forma activa. El profesor ayuda mediante estrategias para que el alumno reestructure sus ideas previas para hacerlas compatibles con las ideas científicas, desarrollando capacidades y contenidos lógicos por él mismo. (págs. 15-16).

El ser humano asimila, selecciona, relaciona, interpreta y valora lo que aprende. Se basa en los métodos Inductivo y Deductivo, utiliza organizadores previos que son materiales introductorios encargados de encadenar aprendizajes anteriores con los nuevos.

**Ventajas:** incrementa el desarrollo intelectual, la recompensa está en la comprensión y significación que tiene para el alumno, lo aprendido, esto lo motiva internamente. Ayuda a retener el conocimiento en forma organizada en la memoria, lo cual lo permite recordar con facilidad. El alumno organiza y pone en juego sus propias estrategias para aprender lo aprendido.

#### **2.2.6. Aprendizaje Constructivista**

En este acápite, (Aguilar F, 2003, pág. 16), plantea que el alumno aprende en forma activa, apoyándose en los procesos de asimilación, acomodación, y adaptación temporal, el profesor es el facilitador del aprendizaje, crea las condiciones óptimas para que se produzca una interacción constructiva entre el alumno y el objeto de conocimientos. El método aplicado es la observación va de lo sencillo a lo complejo, de lo concreto a lo abstracto tomando en cuenta las características de cada periodo evolutivo.

Señala que el aprendizaje es un fenómeno individual, se produce cuando el sujeto acomoda sus esquemas a la realidad y se adapta temporalmente a ella. No lo hace impermeable a la influencia de otras personas. Las relaciones interpersonales dependen del desarrollo cognoscitivo.

**Ventajas:** Incrementa el desarrollo intelectual, la recompensa (refuerzo) está en la construcción del conocimiento por parte del mismo alumno

(adaptación temporal igual equilibrio) lo que lo motiva internamente. Fomenta la construcción de nuevos conocimientos y la aplicación de ellos a nuevas situaciones de su vida. Favorece la relación y el recuerdo.

Para la construcción del conocimiento, según (Piaget, 2003): Un alumno aprende a través de la reconstrucción interna de toda la formación que se le suministra. Para que esta reconstrucción sea efectiva se ha de contar con el apoyo de los métodos y medios pedagógicos. Dentro de la temática abordada y desde una perspectiva similar, también se puede agrupar a los alumnos en teóricos, reflexivos o pragmáticos.

El alumno está interesado en aprender de forma ordenada, fundamentada y modelada con objetivos muy claros, también desea integrar ideas y marcos conceptuales de forma lógica.

El interés se concentra en la observación de una situación o la actuación de otros, desde diferentes perspectivas, existe una gran motivación por el intercambio de ideas entre los distintos alumnos, este tipo de estudiante está interesado en ser más, que en tener, porque llegó a ser reflexivo.

Se trata de poner en práctica ideas o teorías para comprobar que los estudiantes son razonables, al igual que el alumno reflexivo reacciona positivamente si se utilizan métodos pedagógicos activos (caso, juego de roles, juego de empresas).

A través de la reconstrucción interna de toda la formación que se le suministra, el constructivismo es un proceso didáctico centrado en el alumno y en su esquema de pensamiento. El aprendizaje es el proceso

de construcción del conocimiento. Aprender un contenido implica atribuirle un significado, construir una representación o un “modelo mental” del mismo.

La construcción del conocimiento supone un proceso de “elaboración” en el sentido que el alumno selecciona y organiza las informaciones que le llegan por diferentes medios, el facilitador entre otros, estableciendo relaciones entre los mismos.

### **2.2.7. Teorías del Aprendizaje**

Según Lakatos, (1978), Una teoría es superior que otra cuando reúne estas condiciones:

- Logra una resta de contenido empírico con respecto a la teoría anterior, es decir, predice hechos que aquella no predecía.
- Explica igual el existo con todo aquello que la teoría anterior explicaba.
- Logra interpretar los hechos de los contenidos.

Por consiguiente, lo que caracteriza una buena teoría en la terminología, es su capacidad para predecir e incorporar nuevos hechos, frente aquellas otras teorías que se limitan a explorar lo ya conocido.

### **2.2.8. Evolución de las Teorías**

Las investigaciones sobre las teorías del aprendizaje no han continuado en su desarrollo una evolución paralela del aprendizaje. El término aprendizaje como el de teoría resultan

arduos de definir, de ahí que no concuerden los autores en las definiciones de aprendizaje ni en las teorías.

Defiorcitoler, S. (2006), Primeramente no existía preocupación por elaborar teorías sobre el aprendizaje. Hacia 1940 germina una preocupación teórica caracterizada por el esfuerzo en construir aplicaciones sistemáticas que dieran unidad a los fenómenos del aprendizaje y así empezaron a aparecer sistemas y teorías del aprendizaje, aunque el término teoría fue empleado con poco rigor.

A inicios de la década 1950-1960 surge un regateo en los estudios sobre las teorías del aprendizaje, ante el hecho de que gran parte de los sistemas de la etapa anterior no cumplían una de las funciones de toda teoría, la de totalizar y concluir leyes.

El autor dice con el fin de ofrecer una base empírica sólida, que los estudios actuales sobre el aprendizaje se centran, más que en elaborar teorías, en lograr descripciones detalladas de la conducta en situaciones concretas.

(Defiorcitoler, S., 2006), indica: Situación actual de las teorías del aprendizaje

- .
- Teorías asociativas, asociacionistas o del condicionamiento. están basadas en el esquema estímulo-respuesta y refuerzo-contigüidad.
- Teoría funcionalista, conciben el aprendizaje como el proceso adaptativo del organismo al medio mediante una serie de actividades psíquicas o funciones dinámicas.

- Teorías estructuralistas, explican el aprendizaje como una cadena de procesos interrelacionados dirigidos a las formaciones de estructuras mentales
- Teorías psicoanalíticas basadas en la psicología freudiana, han influido en las teorías del aprendizaje, elaboradas por algunos conductistas como la teoría de las presiones innatas.
- Teorías no directivas, centran el aprendizaje en el propio yo y en las experiencias que el individuo posee.
- Teorías matemáticas, estocásticas, se basan fundamentalmente en la utilización de la estadística para el análisis de los diferentes estímulos (principalmente sociales) que intervienen en el aprendizaje, son muy numerosos los estudios en este campo.
- Teorías centradas en los fenómenos o en áreas y clases particulares de comportamiento, tales como curiosidades, refuerzo, castigo, procesos verbales, etc. Esta tendencia junto a las matemáticas ha adquirido un gran impulso en la actualidad.
- Teorías cognitivas.
- Teoría conductista

#### **a) El Conductismo**

(Defiorcitoler, S., 2006), dice: El conductismo es uniforme de la psicología cuyo padre es Watson, (1950), radica en usar procedimientos experimentales para analizar la conducta, concretamente los comportamientos observables, y dificulta

toda posibilidad de manejar los métodos subjetivos como la introspección. Se basa en el hecho de que ante un estímulo suceda una respuesta, el organismo reacciona ante un estímulo del medio ambiente y emite una respuesta.

También señala que esta corriente considera como único medio de estudio la observación externa, fortaleciendo así una psicología científica.

El conductismo tiene su origen en el socialismo inglés, el funcionalismo estadounidense y en la teoría de la evolución de Darwin, ya que estas normas se fijan en la concepción del individuo como un organismo que se adecúa al medio (o ambiente).

El conductismo como orden científica aplicada a la comprensión y tratamiento de los problemas psicológicos se ubica a inicios del siglo XX. . En aquellos tiempos, el estudio se centralizaba en los fenómenos psíquicos internos mediante la introspección, método muy subjetivo. Pero Watson (1950) no se confiaba de estos estudios puesto que pensaba que esta materia no podía ser objeto de estudio debido a que no eran observables.

El autor antes mencionado manifiesta que: Este enfoque estaba muy intervenido por las investigaciones de los fisiólogos rusos Iván Pávlov (1935) y Vladimir M. Bekhterev (1936) sobre el condicionamiento animal. Pavlov, (1935) pensaba que los actos de la vida no eran más que reflejos, y Betcherev (1936) se interesaba especialmente por los reflejos musculares. Podemos distinguir dos aspectos en el conductismo de Watson (1950):

- El conductismo metafísico: nutría que la mente no existe y que toda actividad humana, más pensamientos y emociones, se pueden explicar a través de movimientos musculares o secreciones glandulares.
  
- Por otra parte, Watson (1950) negaba el papel de la herencia como el factor que determina el comportamiento, ya que consideraba que la conducta se adquiere casi exclusivamente mediante el aprendizaje.

A si mismo se señala que Watson propuso un método para el análisis y modificación de la conducta, ya que para él, el único objeto de estudio válido para la psicología era la conducta observable, por eso únicamente utilizó procedimientos objetivos como las ciencias naturales, para el estudio de los comportamientos humanos. De esta manera, sentó las bases de lo que hoy conocemos como “conductismo metodológico.

(Defiorcitoler, S. 2006), agrega: Actualmente el conductismo no se limita al estudio de fenómenos observables sino que también incluye sucesos internos (pensamientos, imágenes), se mantiene la relación de las teorías de la conducta con el enfoque experimental. A partir de la década de los 30, se desarrolló en Estados Unidos el “condicionamiento operante”, como resultado de los trabajos realizados por B. F. Skinner (1943) y colaboradores.

(Defiorcitoler, S., 2006) Este enfoque es semejante al de Watson, (1950) según el cual debe estudiarse el comportamiento observable de los individuos en interacción con el medio que les rodea. Skinner, (1943) (sin embargo, se diferencia de Watson (1950) en que los fenómenos internos,

como los sentimientos, debían excluirse del estudio, sosteniendo que debían estudiarse por los métodos científicos habituales y dando más importancia a los experimentos controlados tanto con animales como con seres humanos.

También señala sus investigaciones con animales, concentradas en el tipo de aprendizaje (condicionamiento operante o instrumental) que ocurre como consecuencia de un estímulo provocado por la conducta del individuo, probaron que los comportamientos más complejos como el lenguaje o la resolución de problemas, podían estudiarse científicamente a partir de su relación con las consecuencias que tiene para el sujeto.

#### **b) Teorías Cognitivas y Constructivistas**

Al respecto, (Montenegro, 2009, págs. 34-35), propone que en: Este enfoque curricular considera el mejora de la mente como el propósito central de la educación. Las perspectivas cognitivas se centran en el desarrollo del pensamiento para lograr este propósito. Aunque el pensamiento exige tanto contenido como destrezas, en general los diferentes enfoques cognitivos hacen énfasis en uno u otro de estos dos aspectos del pensamiento.

El Cognotivismo se fundamenta en las investigaciones de la psicología cognoscitiva y de los campos de conocimientos relacionados con la inteligencia artificial y la ciencia cognoscitiva, centrados en los procesos de aprendizaje.

Es decir que las perspectivas del desarrollo de la mente, con el modelo cognitivo y constructivista se logra con el desarrollo de las destrezas,

fundamentadas con la psicología cognitiva y las relaciones de la inteligencia artificial.

Además (Defiorcitoler, S, 2006), añade, Las teorías cognitivas se focalizan en el estudio de los procesos internos que conducen al aprendizaje. Se interesa por los fenómenos y procesos internos que ocurren en el individuo cuando aprende, como ingresa la información a aprender, como se transforma en el individuo, considera al aprendizaje como un proceso en el cual cambian las estructuras cognoscitivas, debido a su interacción con los factores del medio ambiente.

### **c) Teoría del Procesamiento de Información**

(Defiorcitoler S, 2006), exterioriza: Se está consolidando un nuevo enfoque conocido como “psicología cognitiva” cuya representación más clara es el “procesamiento de la información”, basada en una analogía entre el funcionamiento de la mente humana y los computadores digitales. Este cambio de orientación afecta a la mayor parte de los campos de investigación en psicología (memoria, atención, inteligencia etc. alcanzando incluso al estudio de la interacción social y de la emoción). Representantes: Gagné, (1975) Newell, (1986) Simón Rodríguez, (1993) Mayer, Pascual, Leone. (1987).

El Constructivismo en realidad cubre un espectro amplio de teorías acerca de la cognición que se basan que el conocimiento existe en la mente como representación interna de una realidad externa y se basa en una analogía entre el funcionamiento de la mente humana y los computadores digitales, viene a ser una interacción social con el educando.

Para (Defiorcitoler, S. 2006), Jean Piaget (1948) considera que las estructuras del pensamiento se construyen, ya que nada está dado al iniciación, a lo denominó “constructivismo genético” en la cual explica el desarrollo de los conocimientos en el niño como un proceso de desarrollo de los mecanismos intelectuales. Esto ocurre en una serie de etapas, que se definen por el orden constante de sucesión y por la jerarquía de estructuras intelectuales que responden a un modo integrativo de evolución. Las etapas son las siguientes:

**Etapas de pensamiento sensorio-motora: de 0 a 2 años aproximadamente.**

Comienza con el nacimiento, los elementos iniciales son los reflejos del neonato, los cuales se van transformando en una complicada estructura de esquemas que permiten que se efectúen intercambios del sujeto con la realidad, que proporcionan que el niño realice una diferenciación entre el “yo” y el mundo de los objetos.

El periodo fue dividida por Piaget (1948) en seis subestadios: 1: La construcción del conocimiento comienza con el ejercicio de los reflejos innatos (de 0 a 1 mes). 2: Desarrollo de los esquemas por el ejercicio y la coordinación (de 1 a 4 meses). 3: El descubrimiento de procesamientos (de 4 a 8 meses). 4: La conducta intencional (de 8 a 12 meses). 5: La exploración de nuevos medios (de 12 a 18 meses) 6: La representación mental (de 18 a 24 meses).

### **Periodo del pensamiento preoperatorio: de 2 a 7 años aproximadamente**

Se presenta con el surgimiento de la función simbólica en la cual el niño, comienza a hacer uso de pensamientos sobre hechos u objetos no perceptibles en ese momento.

Período de operaciones concretas: de 7 a 12 años aproximadamente.

Se inicia cuando el niño se encuentra en posibilidad de utilizar intuiciones. Las operaciones son concretas ya que atañen directamente a objetos concretos, y se considera una etapa de transición entre la acción directa y las estructuras lógicas más generales que aparecen en el periodo siguiente.

### **Periodo de las operaciones formales: de 11 a 15 años aproximadamente**

Se caracteriza por la elaboración de hipótesis y el razonamiento sobre las proposiciones sin tener presentes los objetos. Esta estructura del pensamiento se construye en la pre-adolescencia y es cuando empieza a combinar objetos sistemáticamente.

Señala también que en torno al concepto de enseñanza, para los piagetianos hay dos tópicos complementarios: la actividad espontánea del niño y la enseñanza indirecta. Otras de las teorías educativas cognitivistas es el Conexionismo que es fruto de la investigación en inteligencia artificial, neurología e informática para la creación de un modelo de los procesos neuronales.

La mente es una máquina natural con una distribución de red donde el conocimiento se encuentra en formas de patrones y relaciones entre neuronas y que se construyen a través de la experiencia. Otra teoría derivada del cognitivismo es el postmodernismo.

Para el postmodernismo, el pensamiento es una actividad interpretativa, más que la cuestión de crear un carácter interna de la realidad o de representar el mundo externo lo que se postula es cómo se interpretan las interacciones con el mundo de forma que tenga significado.

Las aportaciones de los autores que se van a exponer a continuación dejaron a la educación y son aún muy importantes, son puntos de vista acerca de lo que es el aprendizaje, así como los orígenes sociales del pensamiento.

Los procesos de aprendizaje internos, que ocurren en los estudiantes, es decir como ingresa la información a aprender, como se evoluciona el educando, como cambia las estructuras cognoscitivas del estudiante y la interacción de los factores del medio ambiente.

También (Defiorcitoler, 2006), Las indagaciones y escritos de Vygotsky se reúnen en el pensamiento, el lenguaje, la memoria y el juego.

La obra se forma un ejemplo excepcional entre las más influyentes corrientes actuales de la psicología del desarrollo cognoscitivo de los adolescentes, en primer lugar porque su obra permaneció ignorada, el influjo en norte América. La teoría de

Vygotsky se explica en aquellas aulas donde se ayuda la interacción social.

### **Frederic Skinner**

La Teoría Conductista según (Defiorcitoler, 2006), Se asentaba su teoría en el examen de las conductas observables. Partió el proceso de aprendizaje en réplicas operantes y estímulos reforzantes, lo que condujo al progreso de técnicas de modificación de conducta en el aula. Trató la conducta en requisitos de reforzantes positivos (premio) contra reforzantes negativos (sanción).

Dice que los reales añaden algo de contexto existente, los dañinos apartan algo de una situación determinada. En los ensayos con los dos tipos de reforzantes, las respuestas se incrementaban. Inventó la caja que lleva su nombre, siendo estudiante en Harvard, fundó la primera de estas cajas para facilitar el estudio de la conducta en la nutrición de las ratas.

Desarrolló sus manuales de análisis de la conducta y mantuvo que era indispensable una tecnología de negocio de conducta. Atacó el uso del sanción para cambiar la conducta y sugirió que el uso de recompensas era más atractivo desde el punto de vista social y pedagógicamente más eficaz.

Skinner adoptó las máquinas de Pressey con algunas modificaciones para que no estuvieran restringidas a la selección de respuestas alternativas y aseguró que el refuerzo intermitente y frecuentemente de respuestas correctas era la causa de la alteración de la conducta.

Por este motivo, organizó la instrucción en pequeñas unidades llamadas cercos. Después de cada marco que presentaba información al estudiante se le pedía que diera una respuesta a una pregunta que se comparaba con la respuesta correcta. Si coincidían se daba un refuerzo.

En vista de que los errores no generaban refuerzos se trataban de evitar, lo cual se lograba haciendo que los marcos fueran muy cercanos entre sí.

Las teorías del aprendizaje han continuado, un desarrollo evolutivo tanto en la enseñanza y el aprendizaje, y en la teoría.

La teoría conductista, que es una corriente psicológica estudiada por Watson, que consiste en utilizar procedimientos empíricos, para examinar el comportamiento del aprendizaje basado en estímulo-respuesta, con un examen externa e interna.

## **Jerome Bruner**

(Defiorcitoler, 2006) al respecto muestra que: Bruner empezó a poner en claro en el campo de psicología social. Importancia de las miserias en el conocimiento. En este estudio se llegó a la conclusión de que los valores y las necesidades fallaban las percepciones humanas.

La psicología cognitiva tenía 'tenido mucha autoridad y ésta intentaba desarrollar las habilidades intelectuales del sujeto, para que éste obtuviera el máximo conocimiento. Le dio un fuerte impulso a la psicología cognitiva para que fuese considerada como disciplina

científica. Bruner mantuvo la regla básica de la ciencia: observar los fenómenos, y a partir de esa observación, elaborar las conclusiones.

Con la psicología soviética tiene puntos en común, pero el punto más fuerte de unión entre la teoría de Vygotsky y la de Bruner, es que para ambos, la interacción y el diálogo son puntos clave en su teoría. Intervienen la idea de que muchas de las funciones intrapersonales, tienen su origen en contextos interpersonales. Muchos teóricos procedentes del campo de la ciencia, también han tenido una enorme influencia en el desarrollo de su teoría.

Estas situaciones repetidas son llamadas formatos. El formato más estudiado por Bruner ha sido el del juego, en el que se aprenden las habilidades sociales necesarias para la comunicación antes de que exista el lenguaje. Los adultos emplean estrategias a las conductas del bebé y se sitúan por encima de lo que le permiten sus competencias. Este concepto es conocido como andamiaje y es una de las claves dentro de las nuevas teorías del aprendizaje.

(Escobar W, 2013): Las teorías de aprendizaje narran la manera en que los teóricos creen que las personas aprenden nuevas ideas y conceptos. Frecuentemente ellos explican la relación entre la información que ya nosotros tenemos y la nueva información que estamos tratando de aprender.

Señala también que: las teorías del aprendizaje son para descubrir los procesos, de cómo aprenden los seres humanos, hay muchos psicólogos y pedagogos que han aportado con teorías en la materia. Estas teorías ayudan a comprender, predecir y controlar el comportamiento humano,

para luego aplicar estrategias de aprendizaje para acceder al conocimiento con destrezas y habilidades, en el razonamiento de las características.

### **2.2.9. Modelo Constructivista en el Aprendizaje**

(Guzmán, M. y Guzmán, D, 2010, pág. 20), indica que El modelo constructivista está jugando hoy ese papel integrador, tanto de las investigaciones en los diferentes aspectos de la enseñanza/aprendizaje de la ciencias, como de las aportaciones procedentes del campo de la epistemología, psicología del aprendizaje, etc. De este modo, las propuestas constructivistas se han convertido en el eje de una transformación fundamentada de la enseñanza de las ciencias.

La misma fuente menciona la concepción constructivista del aprendizaje escolar que se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en el jardín, escuela y colegio, es promover los procesos de crecimiento personal del alumno en un marco de cultura del grupo al que pertenece.

Es decir, enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextuales, para lo cual se aplicarán estrategias como la motivación escolar, efectos, instrucción en el aprendizaje y, los procesos de enseñanza cooperativa.

## **2.3. Fases del Aprendizaje de las Ciencias Exactas**

### **2.3.1. Fase Concreta**

(Pérez A, 2006, pág. 24), en didáctica de las ciencias exactas, expresa: Es aquella en la que el aprendizaje se fundamenta en la

manipulación del material objeto y la experimentación para resolver problemas. En esta fase el estudiante puede relacionar, comparar, medir, contar, clasificar, discriminar y generalizar.

Concreto: No es solamente lo que se manipula, es todo lo que tenga sentido y significación; recursos didácticos, esquematizaciones, dibujos, carteles, retratos, noticias, periódicos, experiencias, excursiones, vivencias, son medios que favorecen el aspecto concreto del aprendizaje.

Es decir el aprendizaje de las ciencias de la matemática, se fundamenta en la manipulación del material concreto (objeto) y la experimentación, llevando al razonamiento lógico, demostración, conexiones, comunicación, y representación simbólica de los contenidos de estudio.

### **2.3.2. Fase Gráfica**

(Pérez A., 2006, pág. 26), además indica que la gráfica: Es la representación de lo concreto en diagramas, tablas, operaciones y las relaciones utilizando laminas, carteles, comience el proceso de abstracción. Los estudiantes deberán traducir mediante representaciones graficas las situaciones vividas; elaborando así los conceptos.

Es decir que la representación gráfica es en función del objeto de estudio, con materiales de manipulación para realizar el proceso de enseñanza aprendizaje.

### **2.3.3. Fase Simbólica**

Para (Pérez A., 2006, pág. 26), Es la representación de los gráficos elaborados mediante símbolos, signos operados y conectores matemáticos, con lo que se culmina el proceso de abstracción. En esta fase se introduce los símbolos matemáticos, se incluye los operadores y conectores, se relaciona números y signos.

Los símbolos se representan por medio de recortes de cartulinas de diferentes colores, con la simbología de la matemática.

### **2.3.4. Fase Complementaria**

(Pérez A., 2006, pág. 24-27), determina: Es la aplicación de lo aprendido, en nuevas situaciones, en la solución a problemas planteados, el alumno deberá disponer de material concreto para resolver las situaciones planteadas, el esfuerzo y la evaluación se desarrollan por el razonamiento, actividades para recordar y adquisición de destrezas.

Dice que en esta fase el educando construye, con su propio conocimiento previo, aplicando el razonamiento lógico, la demostración, las conexiones, la comunicación, y la representación gráfica.

## **2.4. La Guía Pedagógica**

### **2.4.1. ¿Cómo es la guía docente?**

Para (Córdova, I. y Martínez, 2010, pág. 23), La presente propuesta ofrece una guía de gran ayuda para los estudiantes de los octavos años que contienen los siguientes elementos:

1. Visión del área propuesta por el Ministerio de Educación:

- Fortalecimiento y actualización curricular de la educación
- ¿Cómo pensar en el área de Matemática?
- ¿Cuáles son los contenidos claves del área?

2. Proyectos de Integración de conocimientos. En el octavo año se presentan dos proyectos de talleres como estrategia para el proceso enseñanza aprendizaje de muestra importancia del saber hacer; permite a los y las estudiantes desarrollar y afianzar sus habilidades matemáticas y comunicativas.

3. Sugerencias Didácticas

4. Soluciones

5. Evaluaciones.

Es decir contiene una serie de elementos a seguir esta guía, que debemos insertar en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática.

## **2.5. Actualización y Fortalecimiento Curricular**

(Guitarra, M., 2010, pág. 27), dice que: La Actualización y Fortalecimiento Curricular de la educación básica se realizó a partir de la evaluación del currículo de 1994, de la acumulación de experiencias de aula logradas en su aplicación, del estudio de modelos curriculares de otros países y sobre todo del criterio de especialistas y docentes ecuatorianos de Educación General Básica en las áreas.

En su estudio sobre la actualización y fortalecimiento curricular el mismo autor menciona que hay una flexibilidad en el currículo, y sus objetivos son los siguientes:

- Actualizar el currículo de 1996 en sus proyecciones social, científica y pedagógica.
- Especificar, hasta un nivel meso-curricular.
- Ofrecer orientaciones metodológicas.
- Formular indicadores esenciales de evaluación

Es decir es el estudio del currículo que integra la malla curricular de educación básica que debe ser flexible de acuerdo a las necesidades, de enseñanza del establecimiento.

## 2.6 Glosario de Términos

- ✚ **Didáctica.** Propio, adecuado para enseñar.
- ✚ **Diseño.** Dibujo que muestra cómo va ser un objeto. Idea original para crear un objeto que luego será producido en serie.
- ✚ **Diagnosticar.** Determinar el carácter de una enfermedad mediante el examen de sus signos. Examinar, evaluar.
- ✚ **Estimador.** Es lo que se analiza para tomar decisiones de un objeto.
- ✚ **Insesgado.** Es un estimador cuyo sesgo es nulo.
- ✚ **Guía.** Persona que conduce, dirige y enseña.
- ✚ **Maduración.** Es el cambio o fenómeno vital fisiológico que se origina sin necesidad de entrenamiento, en cualquier, etapa del desarrollo del ser, y sirve para la adaptación del organismo o cambios y funciones nuevas.
- ✚ **Madurez.** Es un significativo desenvolvimiento del ser humano, producto de la maduración y del desarrollo y que se evidencia a través de comportamientos socialmente aceptable.

- ✚ **Normas APA.** Conjunto de Normas y directrices propuestos por la Asociación Americana de Psicología para asegurar una presentación.
- ✚ **Proceso.** Conjunto de hechos que se siguen unos a otros, todos relacionados con la misma actividad.
- ✚ **Sesgo Estadístico.** En Estadística se llama sesgo de un estimador a la diferencia entre su esperanza matemática y el valor numérico del parámetro que estima.
- ✚ **O. E. I.** Organización de Estado Iberoamericano.
- ✚ **SER.-** Sistema de Evaluación y Rendición de cuentas.

## CAPÍTULO III

### 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

#### 3.1. Tipo de Investigación

La presente investigación utilizó un diseño no experimental, puesto que no se manipuló variables, únicamente fue describiendo cómo se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática en el contexto de las instituciones educativas, objeto del estudio; además se describió las características más significativas, con la realización contextual del diagnóstico planteadas en un cuestionario de doce preguntas y las entrevistas a profesionales en el área de Matemática que permitieron desarrollar una propuesta con talleres para disminuir problemas en el proceso pedagógico de dicha asignatura.

El trabajo se realizó en tres momentos, un primero que corresponde a la contextualización del diagnóstico de la situación del problema donde se observó causas y efectos, y el problema en el aprendizaje de esta asignatura, la causa es que no entiende la matemática con el proceso tradicional explicando en el pizarrón escribiendo con tiza líquida, por lo que les produce cansancio aburrimiento, y poco interés por aprender, la solución que planteamos en el proceso activo con talleres pedagógicos con material manipulable de diferente clase de composición química sólidos de madera, hierro, celulosos (papel, cartulinas de diferentes colores, polímeros de diferentes colores etc.) un segundo que planteó una posible solución del problema mediante una guía didáctica para el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, y un tercero, donde se socializó la guía en las escuelas por parte del investigador.

### 3.2. Diseño de la Investigación

Para la contextualización del diagnóstico se utilizó la investigación de campo, con estadística descriptiva que sirvió de base para descubrir falencias y dificultades en el hacer educativo, y la factibilidad de la formulación de una propuesta de solución; apoyado en una revisión bibliográfica y documental, con opiniones de estudiantes y profesores en el área de Matemática, en lo relacionado al proceso de enseñanza – aprendizaje en los octavos años, con el estudio de causas y efectos, y de hechos particulares.

### 3.3. Población y Muestra

Con la finalidad de alcanzar los objetivos de la investigación, se seleccionó una población constituida por tres docentes de las unidades de estudio: “Leticia Proaño Reyes”, “Avelino de la Torre” y “Manuela Cañizares” del cantón Cotacachi, y 74 estudiantes de las mismas.

**Cuadro 1** Ciclo Básico “Población Total”

<b>E.E.B.(Escuela Educación Básica)</b>	<b>Estudiantes</b>	<b>Docentes</b>	<b>Total</b>
“Leticia Proaño Reyes”	14	1	15
“Avelino de la Torre”	19	1	20
“Manuela Cañizares”	41	1	42
<b>TOTAL</b>	<b>74</b>	<b>3</b>	<b>77</b>

Elaborado por: El Autor (2012)

Para seleccionar la muestra se procede de la siguiente manera:  
Aplicando la Formula:

$$n = \frac{N}{E^2(N - 1) + 1}$$

Dónde:

n = Tamaño de la población finita

N = La población conocida finita = (90) estudiantes

E<sup>2</sup> = Es el error admisible al 5% = 5/100 = 0.0

$$n = \frac{90}{0,0025 (90 - 1) + 1}$$

n = 73,77= 74 estudiantes

De un total de 90 estudiantes que es la población total del “Leticia Proaño Reyes” C.E.B. “Avelino de la Torre” y C.E.B. “Manuela Cañizares” de la Parroquia Quiroga, del Cantón Cotacachi, mediante la fórmula aplicada del tamaño de la muestra da como resultado, debe aplicarse la encuesta a 74 estudiantes.

En cuanto a los docentes, se trabajó con los tres profesores que dictan clases en el área de Matemática.

### **3.4. Materiales**

#### **Recurso Humano**

- Autoridades
- Docentes
- Estudiantes

#### **Recurso Tecnológico**

- Computadora
- Impresora
- Internet (correo electrónico)
- USB, 8G, CD, Cables
- Grabadora de imágenes (Filmadora), Proyector
- Grabadora de sonido

#### **Recurso de escritorio**

- 10 resmas de hojas
- 3 Tóner (Tinta de impresora )

- 30 anillados 1500 impresiones
- 4 Empastados
- Elaboración de cuestionarios y encuestas
- 1000 copias

1 **Tabla 1:** Operacionalización de Dimensiones

Conceptualización del proceso enseñanza-aprendizaje de Matemática	Dimensión	Indicadores	Ítems Básicos	Técnicas
El proceso de enseñanza-aprendizaje, como comprensión de conceptos, conocimiento de proceso y solución de problemas, mediante las operaciones mentales como percepción, razonamiento y aplicación.	Comprensión de conceptos.	Diferencia las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación de números enteros.  Explica cada operación como parte de la solución de un problema.	¿Cómo usted entiende los conceptos básicos de la matemática?  ¿Cómo usted recibió la explicación de los artificios matemáticos?	Encuesta Entrevista
	Conocimiento de procesos Matemáticos.	Aplica normas y principios.  Tiene conocimientos de procesos analógicos.  Conoce procesos de ida y vuelta para demostraciones	¿Qué conocimientos tiene de los procesos lógicos de Matemática?  ¿Qué solución hay para los problemas en los temas de Matemática de Educación Básica?	Encuesta Entrevista
	Solución de problemas y de la vida real.	Solución básica de problemas en los temas prácticos.  Desarrollo de operaciones mentales como: percepción, razonamiento y aplicación.	¿Sabe usted que es la percepción?  ¿Sabe usted que es el razonamiento lógico?  ¿Sabe usted que es la aplicación de problemas Matemáticos a la vida real?  ¿Qué operaciones mentales realiza usted?	Encuesta Entrevista

2

El trabajo tuvo un enfoque cualitativo por que no se implementó elementos de estadística inferencial, sino preferentemente la estadística descriptiva de porcentajes. Con figuras de pastel debido a que no se formuló hipótesis y no se manejó variables, dadas las condiciones de las instituciones de estudio y del tiempo para realizarlo.

La presente investigación no hay el estudio cuantitativo es un estudio cualitativo, es decir que nos indica las cualidades como que suceden en la vida cotidiana del proceso enseñanza – aprendizaje.

### **3.5. Métodos Utilizados**

Métodos teóricos:

1. Método analítico; Estudia un contexto de todo tema y sus partes, con este método ha sido posible comprender el problema general y explicarlo, además determina el marco teórico presente y la selección de los contenidos.
2. Método sintético; El resumen de los resultados será el contexto para la creación del modelo propuesto
3. Método Inductivo; Que relaciona de lo más fácil a lo más complejo que se aplicó en el diagnostico con doce preguntas aplicados a los estudiantes de los octavos años de las escuelas del objeto de estudio
4. Método deductivo; Se aplicó en el diagnóstico con doce preguntas aplicando a los estudiantes de los octavos años de las escuelas del objeto de estudio y ayudó a identificar las posibles causas y efectos del tema planteado.

5. Método de Modelación; Se sustentó el objetivo y lo subjetivo. Se operó en forma práctica con talleres de inducción y teórica sirvió para elaborar la propuesta.

### **3.6. Técnicas e Instrumentos de Investigación**

#### **1. Encuesta**

Según CALDERÓN LUIS: 2007. pág. 68, dice a la encuesta como: “Una instrumento para obtener información real en la que se emplean cuestionarios para conocer la opinión pública. Radica en el acopio de testimonios orales y escritos de personas vivas.”

La técnica de la encuesta recopilamos los datos de las alternativas propuestas como son excelente, muy buena, buena, regular, insuficiente para luego ser tabuladas e interpretadas por el cual se obtuvo información importante para el progreso de este tema de investigación, el cuestionario elaborado posteriormente se aplicó a los estudiantes de los octavos años de las escuelas con el objeto de estudio

#### **2. Entrevistas**

Según POSSO, Miguel (2002), pág. 38 dice Es una técnica más necesarias en la investigación. Es una relación que se actúa entre los sujetos y el objeto de estudio. Expresa la obtención de datos de parte del entrevistado recolectada por el entrevistador en forma presencial.

Se obtiene información actual y relevante para el proceso de contextualización este tema investigativo se realizó la técnica de la

entrevista, la misma que se aplicó a los profesionales del área de Matemática de diferentes escuelas del cantón y la Provincia de Imbabura. La misma que se sustenta en un video.

### 3. Observación directa

Según GUTIÉRREZ ABRAHAM (2004), pág. 81, dice a la entrevista como: La observación directa, es la unión entre objeto de estudio, y el almacenamiento de testimonios para criticar en forma positiva del problema de estudio con la búsqueda de la confiabilidad de la información.

La instrumento de la entrevista hace observar la infraestructura de las escuelas del objeto de estudio y los estudiantes de los octavos años y profesionales en el área de Matemática para delimitar y analizar la situación actual de la educación básica en lo referente al proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática

### 4. Modelos Matemáticos:

Utilizado para establecer la muestra, en la cogida de datos y procesamiento de la información presentando la misma en porcentajes a través de gráficos de pastel estadístico que representen la información necesaria.

### 3.7. Proceso para el desarrollo que se utilizó en la investigación

1. Identificar el problema
2. Plantear objetivos
3. Definir preguntas de investigación

4. Fundamentar teóricamente la investigación
5. Buscar evidencia empírica sobre el problema
6. Discutir los resultados o hallazgos
7. Definir conclusiones y recomendaciones

### **3.8. Proceso para elaborar la propuesta de solución de la investigación**

La propuesta de solución es el estudio previo del problema a través de la utilización del método de observación. Para construir la propuesta se necesita realizar los siguientes pasos:

1. Análisis de los resultados sobre el problema, puestos a manera de antecedentes en el documento de la propuesta.
2. La Justificación de la propuesta define lo que se va hacer en la propuesta, para que se hace la propuesta, a quienes se ayuda con la propuesta.
3. Señalamiento de los beneficiarios de la propuesta.
4. Breve descripción de la propuesta. Se trata de hacer un esquema de talleres pedagógicos con cada tema que muestre gráficamente la constitución integral del proceso de la propuesta.
5. Diseño técnico de la propuesta. Consiste en el desarrollo mismo de los talleres pedagógicos de la propuesta.
- 6, Diseño administrativo de la propuesta. Debe definir tiempos recursos, personas, acciones, formas de seguimiento que se desarrollarán.
7. Determinación de impactos. Precisa los impactos que la propuesta generará en los estudiantes de los octavos años de las escuelas del objeto de estudio además del señalamiento de los impactos en las actividades educativas
8. Evaluación. Consiste en indicar que momentos y que estrategias de evaluación se utilizó para determinar las bondades o limitaciones de la propuesta.

### **3.9. Valor práctico de la investigación**

El presente estudio del problema proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los octavos años de educación básica la información necesaria para formar parte de la solución y no del problema con la creación de la propuesta ante este problema es la búsqueda de posibles soluciones para asegurar a los estudiantes un alto conocimiento de los contenidos de Matemática

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

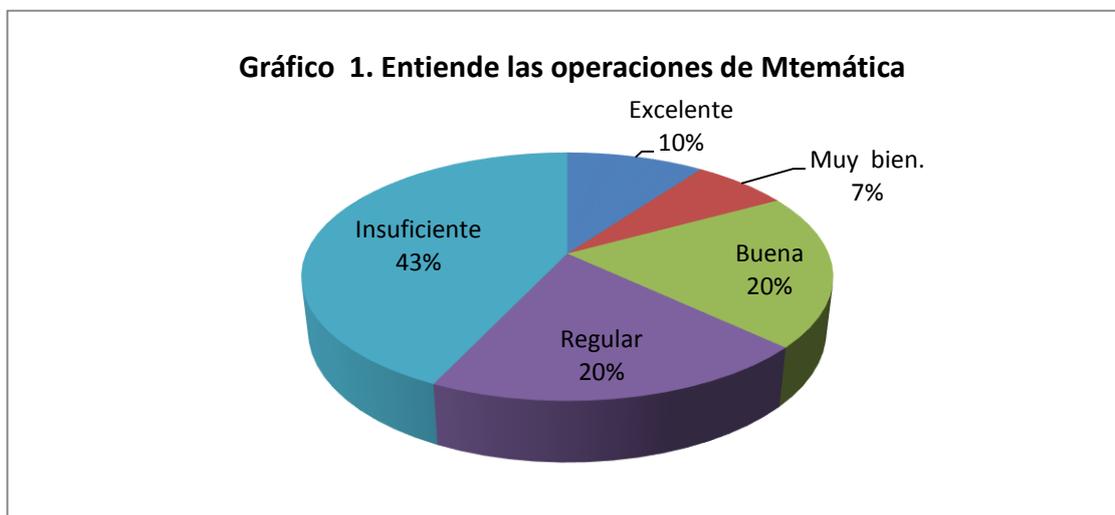
#### 4.1. De la encuesta realizada a los estudiantes de octavos años de las instituciones educativas en estudio.

- I. Escuela Manuela Cañizares
- II. Escuela Avelino de la Torre
- III. Escuela Leticia Proaño Reyes

#### 1. ¿Cómo usted entiende las operaciones de Matemática?

**Cuadro 2:** Entiende las operaciones de Matemática

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	10	5	4	6,33
Muy bien.	7	3	4	4,67
Buena	20	23	31	24,67
Regular	20	27	20	22,33
Insuficiente	43	42	41	42,00
TOTAL	100%	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

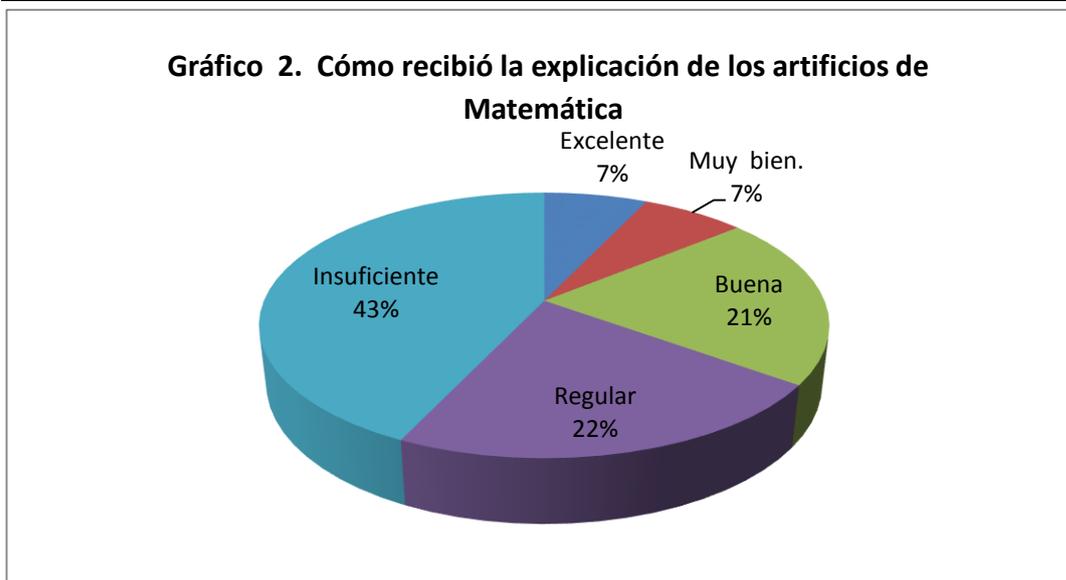
#### **Análisis e interpretación**

En el diagrama de pastel se observa que más del 43% de insuficiente y el 20% de regular que es igual al 63% que no entiende las operaciones de Matemática básica, sin embargo un porcentaje representativo se encuentra en la escala de regular e insuficiente.

## 2. ¿Cómo usted recibió la explicación de los artificios Matemáticos?

**Cuadro 2:** Como recibió la explicación de los artificios

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	7	5	4	5,33
Muy bien.	7	3	4	4,67
Buena	21	23	31	25,00
Regular	22	27	20	23,00
Insuficiente	43	42	41	42,00
TOTAL	100%	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

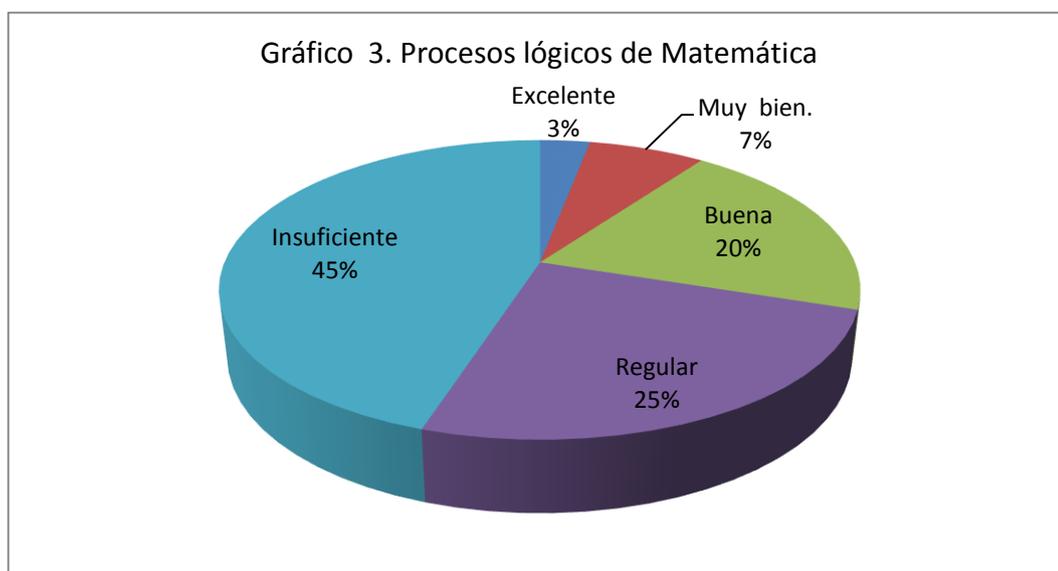
### Análisis e interpretación

Las aplicación de los artificios de la Matemática, más del 65% se ubicaron entre insuficiente y regular los restantes recibieron en forma buena, muy buena y excelente. Por lo que demuestra que se debe plantear una solución.

3. En la siguiente escala ubíquese en la forma como comprendió los procesos lógicos de Matemática:

**Cuadro 3:** Los procesos lógicos de Matemática

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	3	3	4	3,33
Muy bien.	7	3	4	4,67
Buena	20	23	31	24,67
Regular	25	29	20	24,67
Insuficiente	45	42	41	42,67
TOTAL	100%	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

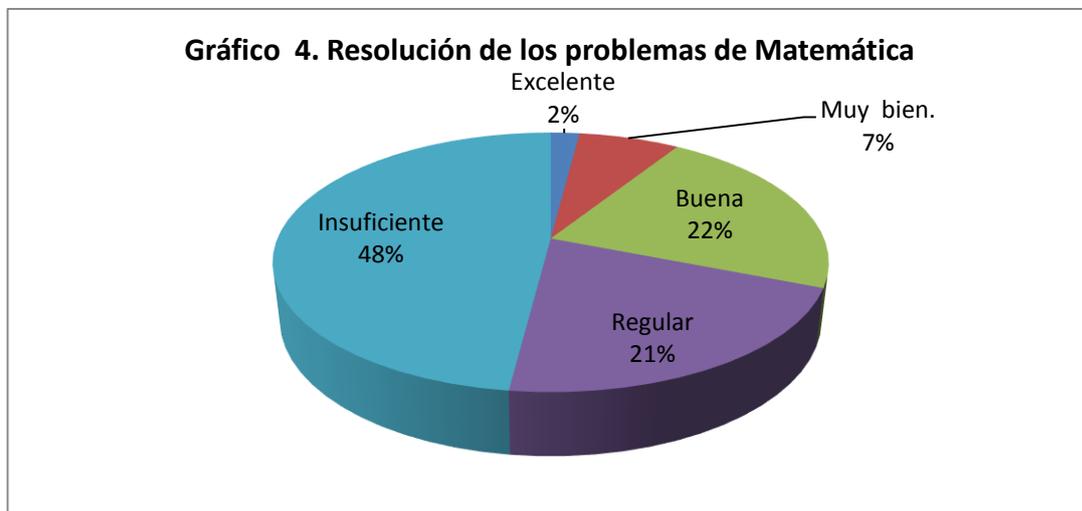
### **Análisis e interpretación**

En cuanto a los procesos lógicos de Matemática, entre insuficiente y regular se encuentran el 70%, que es más mayoría, esto explica que no manejan correctamente los procesos lógicos de Matemática.

#### 4. ¿Cómo usted resuelve los problemas en Matemática?

**Cuadro 4:** Resolución de los problemas de Matemática

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	2	5	4	3,67
Muy bien.	7	3	4	4,67
Buena	22	23	31	25,33
Regular	21	27	20	22,67
Insuficiente	48	42	41	43,67
TOTAL	100%	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

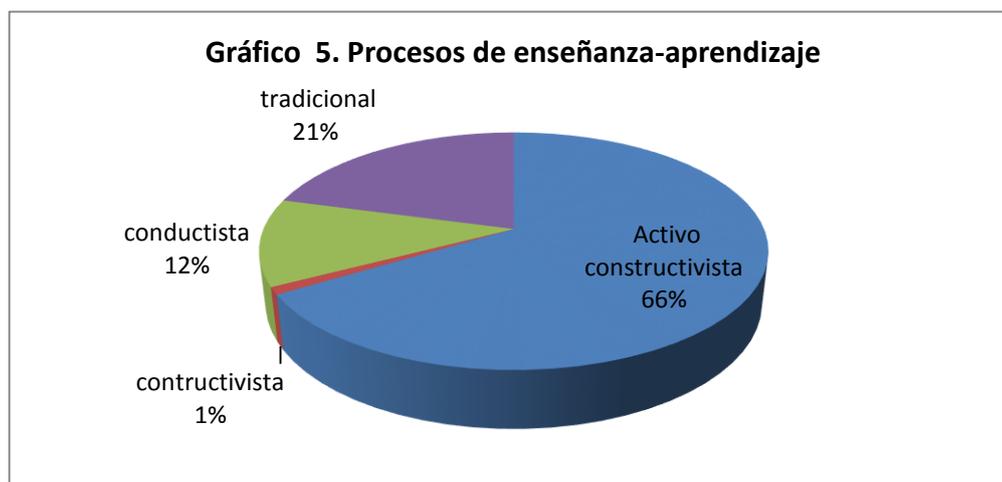
#### **Análisis e interpretación**

En cuanto a la resolución de problemas en Matemática el 48% se ubica entre insuficiente y 21% regular que es la mayoría.

5. ¿Cuál de los procesos enseñanza-aprendizaje de la Matemática es?

**Cuadro 5:** Procesos de enseñanza- aprendizaje es mejor

Alternativas	I (%)	II (%)	III (%)	Media
Activo constructivista	67	51	43	53,67
Construista	1	9	12	2,00
Conductista	12	13	25	2,00
Tradicional	21	27	20	22,67
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

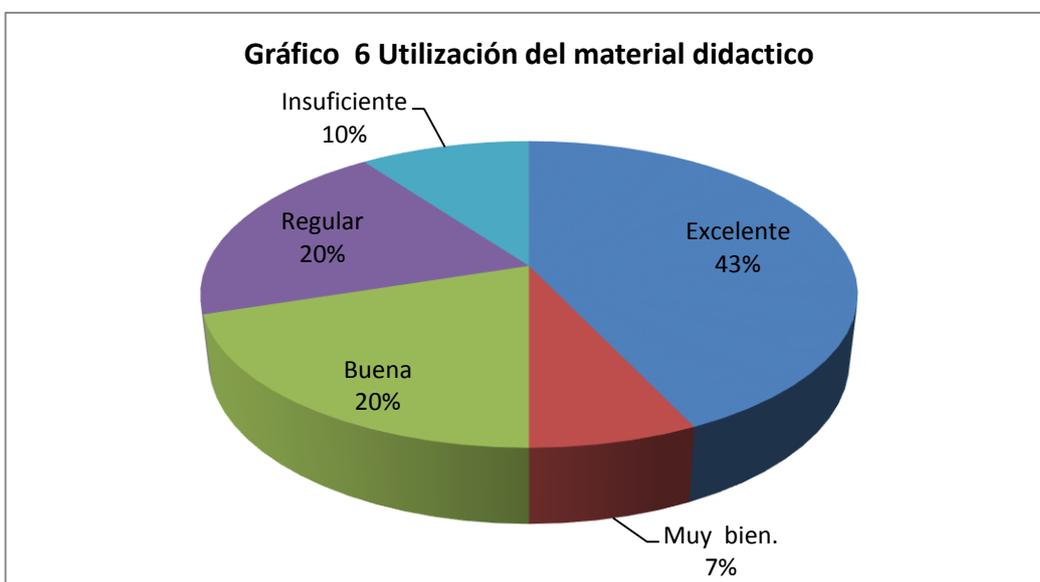
### **Análisis e interpretación**

Se observa que el proceso activo constructivista es el mejor con el 66% de aceptación por lo que se debe aplicar el proceso activo con talleres.

6. ¿La utilización de material didáctico en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática es

**Cuadro 6:** Utilización de material didáctico en el proceso enseñanza-aprendizaje de Matemática es

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	43	40	55	46,00
Muy bien.	7	5	12	8,00
Buena	20	23	20	21,00
Regular	20	27	12	19,67
Insuficiente	10	5	1	5,33
TOTAL	100%	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

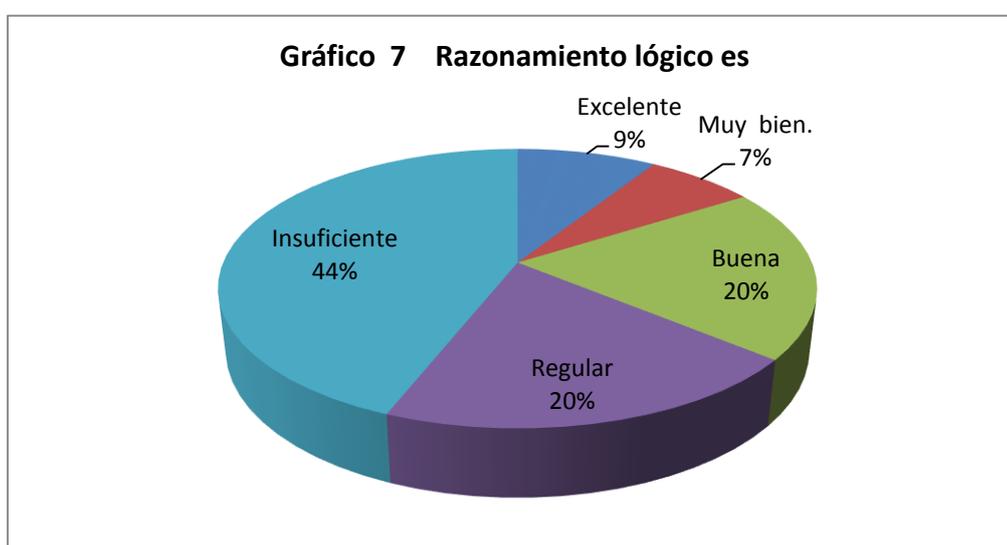
### **Análisis e interpretación**

Se observa que la utilización del material didáctico es excelente con un 43% para el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

## 7. ¿El razonamiento lógico de la Matemática es?

**Cuadro 8** Razonamiento lógico de la Matemática

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	9	1	2	4,00
Muy bien.	7	4	10	7,00
Buena	20	23	20	21,00
Regular	20	27	12	19,67
Insuficiente	44	45	56	48,33
TOTAL	100	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.  
**Elaborado por:** El Autor (2012)

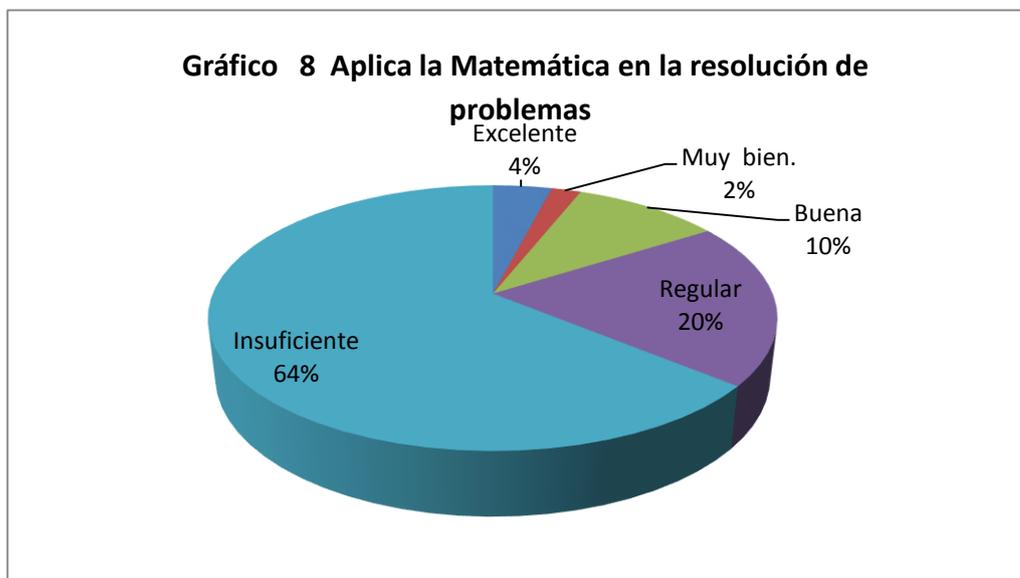
### Análisis e interpretación

En relación a las formas de razonamiento lógico Matemático, un alto porcentaje de estudiantes 44% de insuficiente seguido de 20% de regular. Por lo que se debe dar solución con la aplicación del material de composición química sólidos. Que sea manipulable.

8. ¿En la siguiente escala como aplica la Matemática en la resolución de problemas?

**Cuadro 7:** Aplica la Matemática en resolución de problemas

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	4	1	2	2,33
Muy bien.	2	4	10	5,33
Buena	10	23	20	17,67
Regular	20	27	12	19,67
Insuficiente	64	45	56	55,00
TOTAL	100	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.  
**Elaborado por:** El Autor (2012)

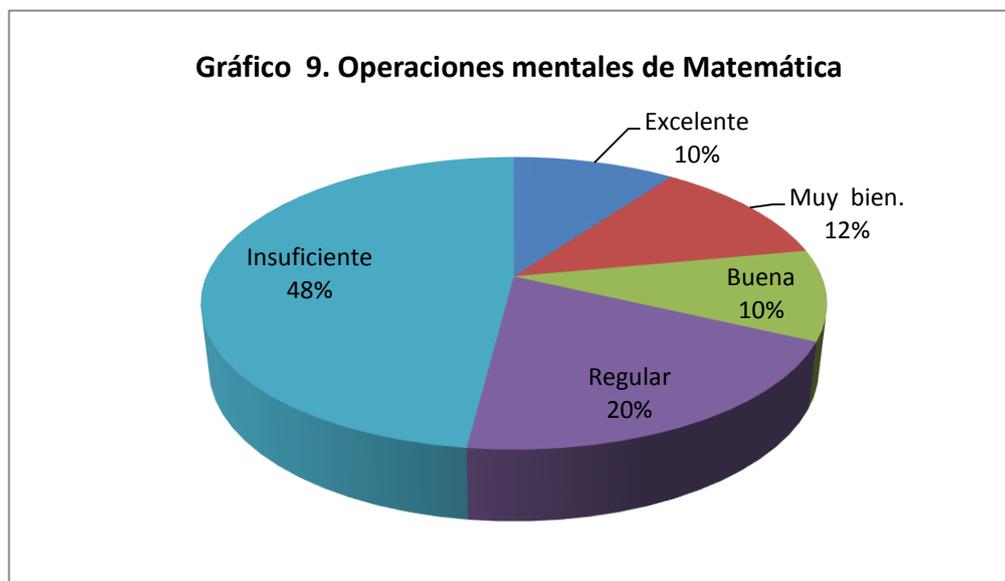
### Análisis e interpretación

En relación a la aplicación de la Matemática en la resolución de problemas de la vida diaria, la mayoría indica que el 64% insuficiente y 20% regular por lo que se debe dar solución a este problema.

## 9. ¿Cómo realiza las operaciones mentales de Matemática?

**Cuadro 8:** Operaciones mentales de Matemática

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	10	1	2	4,33
Muy bien.	12	4	10	8,67
Buena	10	23	20	17,67
Regular	20	27	12	19,67
Insuficiente	48	45	56	49,67
TOTAL	100%	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

### **Análisis e interpretación**

Para la mayoría de estudiantes las operaciones mentales de Matemática realizan insuficiente 48% y 20% regular esto indica que en las tres instituciones hay que hacer refuerzo de las operaciones mentales.

10. ¿En la siguiente escala como aprende Matemática?

**Cuadro 11:** Problemas para el aprendizaje

Alternativas	I	II	III	Media
Excelente	10	11	12	11,00
Muy bien.	12	4	30	15,33
Buena	10	13	20	14,33
Regular	20	27	12	19,67
Insuficiente	48	45	26	39,67
TOTAL	100%	100%	100%	100%



**Fuente:** Encuestas Realizadas a los Estudiantes de las Unidades de Estudio.

**Elaborado por:** El Autor (2012)

### Análisis e interpretación

Con relación a los problemas que el estudiante tiene con el aprendizaje de la Matemática, más del 68% con la suma de insuficiente y regular.

## **Resultados de la Encuesta**

El estudio tiene como objetivo identificar el número de problemas en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de octavo año de educación básica, para dar solución mediante una propuesta

De acuerdo con las consideraciones establecidas se ha determinado las técnicas y conceptuales para ser analizadas mediante la aplicación de la encuesta a las tres instituciones como objeto de estudio.

El pre-estudio e indagación de campo fue realizado como un problema de los octavos años de educación básica y así poder concluir con la siguiente interpretación de los resultados de acuerdo al cuestionario aplicado, con las siguientes preguntas en un número de diez

### **4.2. Análisis e Interpretación de la Entrevista a Docentes.**

Entrevista dirigida a los docentes que están a cargo de la asignatura, en los octavos años de educación básica, de las respectivas unidades educativas, y son los siguientes: **Claudio Guerrón, Sonia Enríquez y Francisco Flores.**

#### **1. ¿Qué importancia tiene en la actualidad el aprendizaje de las Matemática?**

Manifestaron que es la misma todo el tiempo es decir no cambia, porque está en todas las acciones de la vida, así: en la vida estudiantil, la toma de decisiones, cuentas en la Contabilidad en negocios, comercio, inversión, gastos, y también para el desarrollo de la inteligencia.

**2. ¿Conoce usted el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en la Provincia de Imbabura?**

En cuanto al proceso ya viene dado por el ministerio de educación, donde se practica el modelo constructivista con la aplicación de los textos, donde ya están estructurados los contenidos, donde se realiza la transferencia del conocimiento en las aulas.

**3. ¿Cuál es el proceso de enseñanza, en el área de Matemática, que se practica en esta institución?**

El proceso que se practica es la construcción del conocimiento donde se practica las experiencias concretas

**4. ¿Qué factores influyen en los estudiantes para mejorar el sistema educativo?**

- ✓ Las aulas deben estar en las condiciones favorables para el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- ✓ Es importante la motivación que se entregue al estudiante, porque son adolescentes que necesitan mayores incentivos.
- ✓ El deseo de superar y la predisposición al estudio.
- ✓ Una buena organización familiar y una correcta alimentación.

**5. ¿Qué estrategias ayudan a mejorar el proceso de aprendizaje de la Matemática en estudiantes de octavo año?**

Es hacer de la Matemática divertida, y con amor para los estudiantes.

**6. ¿Qué propuestas ayudarían a mejorar las condiciones actuales del aprendizaje de Matemática en los estudiantes?**

- Debe desarrollarse aulas virtuales con los TICs para el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje y con las nuevas tecnologías.

- Hacer de la Matemática un conjunto de acciones divertidas, con una guía didáctica, donde se explique paso a paso todas las normas, leyes y principios de esta ciencia.
- Aplicación del aprendizaje cooperativo y el aprendizaje basado en problemas.

### 4.3 EVALUACIÓN DE DIAGNÓSTICO

La prueba de diagnóstico previo a la propuesta con la finalidad de determinar la situación actual en las que se encuentra el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática con las operaciones básicas como son la suma resta, multiplicación, división, potencia, y radicación.

#### EVALUACIÓN DE DIAGNÓSTICO AÑO LECTIVO 2015 – 2016

##### 1.- DATOS INFORMATIVOS

**ASIGNATURA:** Matemática  
**DOCENTE:** Lic. Carlos Hugo Tulcanaza  
**SECCIÓN:** DIURNA BÁSICA SUPERIOR  
**FECHA:** 11 de septiembre del 2015

Nombre:..... Curso: 8vo “ ” |  
 Quimestre

Con un cordial saludo me permito dirigirme a ustedes estimadas señoritas estudiantes, para indicarle que el objetivo de la presente evaluación es conocer el logro obtenido en esta parcial, datos que nos servirán para la planificación de contenidos en su beneficio.

A) Escriba verdadero o falso según corresponda a cada enunciado. Valor 0,5 punto c/p.

- 1) Los elementos de la resta son dos. ( )
- 2) En una sucesión numérica la razón puede ser solo creciente ( )

- 3) Si tres factores son negativos el resultado es positivo ( )
- 4) Un elemento de la radicación es el índice. ( )
- 5) El valor absoluto de menos tres es tres ( )
- 6) La raíz quinta de menos uno es menos uno. ( )

B) Completar según corresponda.

- 7) Comparar los números enteros y escriba en el espacio el signo  $>$ ,  $=$ ,  $<$  - 6  - 8
- 8) Escriba en cantidad (número entero) con su signo: Paola pierde veinte dólares en una  
Carrera de automóviles:.....

C) Encierre en un círculo la respuesta correcta:

- 9) El resultado de  $(-2) + (-3)$  es igual a:  
a) - 6                      b) - 1                      c) 5                      d) - 5  
e) 6
- 10) El resultado de  $(12) - (-3)$  es igual a:  
a) - 15                      b) 36                      c) 9                      d) -36  
e) 15
- 11) El resultado de  $(-108) : (-9)$  es igual a:  
a) - 11                      b) - 12                      c) 12                      d) 11  
e) 9
- 12) El número que sigue en la sucesión es 2, 7, 12, 17, 22,.....  
a) 24                      b) 25                      c) 26                      d) 27  
e) - 27
- 13) El resultado de  $(4)^2 - (-3)^2$  es igual a:  
a) - 25                      b) 16                      c) 25                      d) 7  
e) 15
- 14) El resultado de  $\sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{-8}$  es igual a:

- a) -10                      b) -7                      c) 10                      d) 7  
e) 25

15) El resultado de  $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{1}}}$  es igual a:

- a) -1                      b) 1                      c) 0                      d)  $\notin \mathbb{R}$   
e) -0

C) Resolver los siguientes ejercicios y problemas:

16) Joselyn, Paola y Andrea son dueñas de una librería y van a comprar en una distribuidora: 7 docenas de esferos por lo que paga \$ 15 cada docena, 5 docenas de lápices lo cual paga \$ 10 por cada docena y finalmente compra 9 docenas borradores pero paga \$ 39 dólares por todo los borradores.                      Valor 1,5 puntos

- a) ¿Hallar el número de unidades en total de cada artículo?  
b) ¿Cuánto pagan por el total de la compra?  
c) ¿Cuánto dinero debe aportar cada una para cancelar la deuda?

17) ¿Hallar el lado de un cuadrado cuya medida de área es de 10201 metros cuadrados? Recuerde debe constar todo el proceso de la radicación.                      Valor 2 puntos

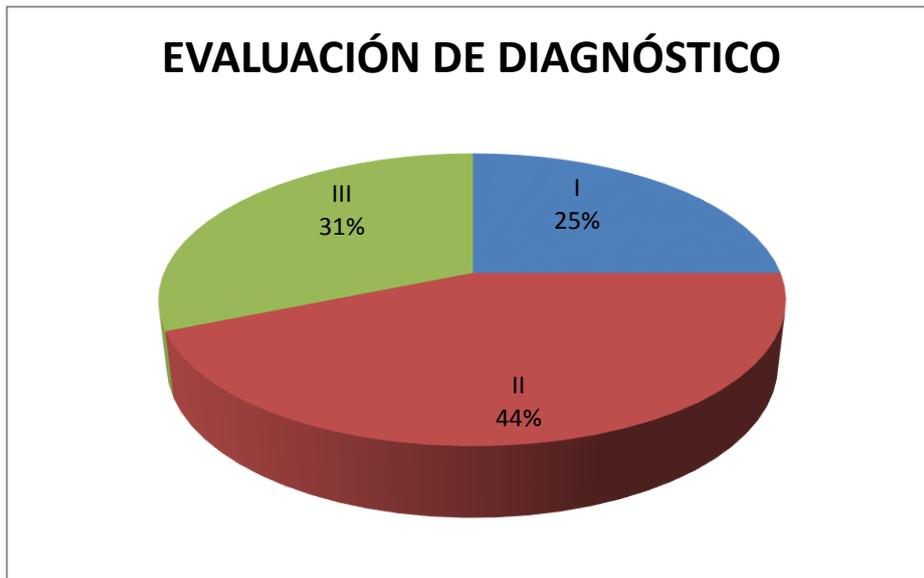
Firma del estudiante

SI HA FINALIZADO SU EVALUACIÓN POR FAVOR REVISARLA NUEVAMENTE

## INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE EVALUACIÓN DEL DIAGNÓSTICO EN LAS TRES INSTITUCIONES OBJETO DE ESTUDIO

### CUESTIONARIO N-1

Alternativas	I %	II %	III %	Media %
Calificación	4	7	5	5,33
Total	10	10	10	10



### Análisis e interpretación

Se observa que la media aritmética con la suma de las tres instituciones es de 5,33 /10 por lo que hay que mejorar cambiando el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemática.

## **CAPÍTULO V**

### **5. PROPUESTA ALTERNATIVA**

#### **5.1 Título de la Propuesta**

Guía didáctica para el contextualizar del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el octavo año.

#### **5.2 Antecedentes**

Una vez realizado el diagnóstico en el capítulo anterior donde demuestra que hay problemas en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática con el análisis de resultados de las diez preguntas tabuladas se ha observado que existen problemas en los octavos años de educación básica. Por esta razón se ha visto conveniente el diseño de una guía didáctica mediante talleres didácticos y pedagógicos que permita fortalecer dicho proceso.

La guía prendió un compromiso para reflexionar y corregir los problemas de enseñanza-aprendizaje de la Matemática aplicando en forma analítica paso a paso, mediante talleres de aprendizaje convirtiéndose en una herramienta de consulta para estudiantes de los octavos años de educación básica. La misma que potenciaría y orientaría la aplicación de conocimientos de la Matemática, manteniendo el paradigma del constructivismo.

Así mismo el estudiante adquirir su propio conocimiento e información pertinente, en base a los conocimientos previos tratando de que el aprendizaje sea significativo.

### **5.3 Justificación**

Se tiene la gran responsabilidad de desarrollar pensamiento crítico y creativo en los estudiantes de educación básica, resulta indispensable buscar una solución en el aprendizaje, mediante talleres para el aprendizaje por lo que se plantea la propuesta que consiste en una guía didáctica, con un paradigma constructivista, llevando paso a paso los procesos Matemáticos y los contenidos estructurados por el Ministerio de Educación en la malla curricular para los octavos años, y así reflexionar en la Pedagogía y didáctica de enseñanza direccionando una nueva forma de enseñar la Matemática.

Esta guía pretende impulsar una posible solución a los problemas de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los octavos años de educación básica en las unidades de estudio, donde se aplica una didáctica para todos los procesos analíticos de un problema común, como son los números: enteros, racionales, irracionales; el sistema de funciones lineales y probabilidades con sucesos.

### **5.4. Objetivos**

#### **5.4.1. Objetivo General**

Contextualizar la guía del proceso enseñanza-aprendizaje entre estudiantes, y docente mediante talleres didácticos y pedagógicos con conocimientos en los octavos años para un aprendizaje significativo.

#### **5.4.2. Objetivo Específico**

1. Llevar a la práctica procesos de reflexión y análisis de los diferentes problemas de la vida cotidiana, con el cálculo mental, de

las seis operaciones básicas de los números enteros: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

2. Comprender conceptos y procesos para la solución de ejercicios y problemas, relacionados con las seis operaciones básicas de los números, aplicados a la vida cotidiana.
3. Reactivar la creatividad y el razonamiento lógico, decodificar, analizar gráficos y aplicar teoremas, relacionados a la realidad del entorno.

### **5.5. Desarrollo de la Propuesta**

El taller es como su nombre lo indica, un lugar donde se desarrolla las actividades programadas y se elabora de acuerdo a la planificación. Es una manera de enseñar y aprender mediante la realización de un tema o contenido. Se aprende desde el contenido de los conocimientos previos adquiridos por los estudiantes.

Es una metodología participativa activa con el uso de materiales de composición química (celulosa, polímeros, plástico, papel y otros.) En la que se enseña y se aprende a través de una actividad programada y con un conjunto de elementos planificados.

En las siguientes figuras se muestran uno de los talleres con la participación activa de los estudiantes en actividad de desarrollo de aprendizaje con el tema del plano cartesiano con funciones lineales, graficando sus puntos en los ejes

(  $x$  ,  $y$  ) para su comprensión con la manipulación de los materiales en este caso fénix, cartulina de colores y otros.



Figura. N- 6 Representación del plano cartesiano

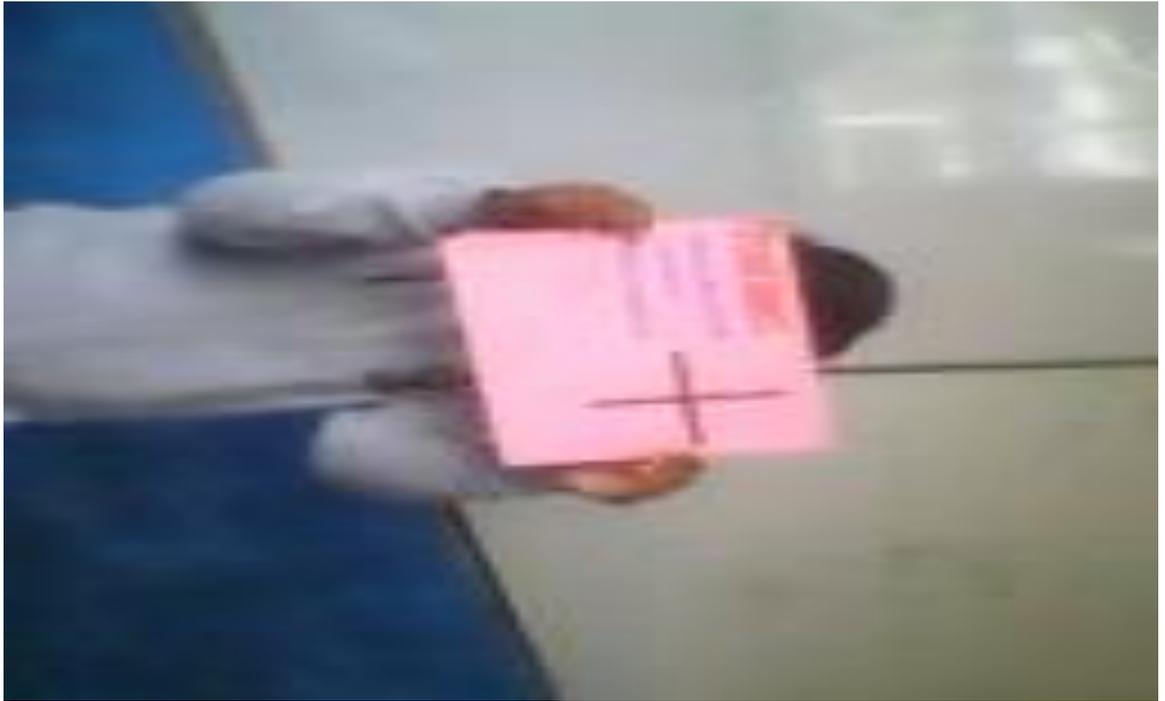


Figura. N- 7 Representación del plano cartesiano expresando el estudiante.



Figura. N- 8 Representación del plano cartesiano en un taller de clases con los estudiantes.



Figura. N- 9 Representación del plano cartesiano en un taller de clases con los estudiantes y los ejes de coordenadas ( x , y )

#### Características de los talleres

La utilización de este camino a seguir tiene como estrategia dar respuesta a preguntas planteadas en las consignas de la presente investigación del proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática en los octavos años teniendo en cuenta la opinión de todos los involucrados estudiantes de octavo año y docentes de Matemática.

Estos talleres, promueve el desarrollo de varios saberes: cognitivo, operativo, relacional (saber escuchar, planificar con otros, tolerar las opiniones de los demás, aprender a coordinarse con otros, tomar decisiones de manera colectiva, sintetizar, diferenciar entre información relevante y no relevante...) por lo cual se transforma en un camino de aprendizaje.

Es una experiencia integradora donde se unen la educación y la vida cotidiana del estudiante con los procesos intelectuales y afectivos. Está centrado en los problemas e intereses comunes del grupo. Donde Implica una participación activa de los integrantes.

#### Utilizaciones en el proceso de enseñanza

Hace desarrollar y observar los problemas de la vida cotidiana y encontrar soluciones. Establece el aprendizaje de acuerdo a las experiencias de los estudiantes. Hay valores educativos como el respeto y diversas características del aprendizaje de los jóvenes.

#### Ambientación de grupos

Ambientación de pequeños grupos, los grandes deben de ser subdivididos. En grupos de cinco estudiantes como máximo tenemos cinco grupos Conformado por un profesor un líder por cada grupo que se pueda adaptar a este formato. Puede derivar en exposiciones por cada grupo.

#### Desarrollo del Docente

El docente promueve y crea condiciones técnicas, emocionales, grupales y comunicacionales, para que circule, se procese la información y se desarrolle el aprendizaje. Para actuar como docente, se necesita la adquisición de las herramientas en base a las condiciones antes mencionadas y fundamentalmente, el saber escuchar lo que el otro necesita, mediante la planificación anticipada en el pedido y el ofrecer una respuesta que pueda ser escuchada.

Para poder cumplir este enfoque, el docente precisa conocer el contexto en el cual va a actuar, que está atravesado por elementos personales,

institucionales, culturales y socio–económicos que determinarán su desempeño.

Muy importante tener en cuenta, como aprenden los jóvenes estudiantes en la participación de talleres. La experiencia de vida cotidiana del estudiante, las configuraciones ideológicas, los prejuicios, las formas de acercarse y percibir la realidad, pueden ser facilidades de los procesos de enseñanza.

El docente debe estar atento a las ansiedades y defensas que se ponen en juego en toda situación de aprendizaje, la tolerancia del estudiante de la “posición de ignorancia”, condición indispensable para adquirir nuevos saberes.

Es decir, el docente debe considerar:

- a) El sujeto del aprendizaje: los participantes del taller.
- b) Las características del objeto del conocimiento que se aborda: el objetivo, de estudio, el contenido temático y las características del taller.
- c) Las características de las interacciones grupales en el contexto de aprendizaje: motivación del grupo es decir: Completa la información que surja de la discusión en grupo. Comenta las soluciones elaboradas en el grupo. Estimula la reflexión. Orienta, brinda asistencia técnica

En la guía se explicará analíticamente los procesos de los contenidos programados por la malla curricular del octavo año de educación básica para llevar a la práctica estos contenidos. Se usó criterios y estrategias didácticas para el desarrollo y comprensión del conocimiento con diferentes tipos de ejercicios, el análisis de los elementos y procedimientos para la solución de problemas de la vida cotidiana.

Se presentó en forma conceptual los procesos que se producen en la mente como el análisis lógico de las operaciones Matemática; estas operaciones mentales permiten mejorar la comprensión y el entendimiento de conceptos.

Como parte de este proceso educativo, se pretende favorecer el nivel de desarrollo de las capacidades emocionales e intelectuales de los estudiantes de octavo año de educación básica.

La planificación curricular fue organizada en base a las siguientes destrezas, con criterio de desempeño para el desarrollo conceptual:

- Comprensión de Conceptos
- Conocimientos de Procesos
- Solución de Problemas

Las actividades sugeridas están orientadas al desarrollo equilibrado del estudiante, en todas sus dimensiones de su persona afectiva, social y cognitiva en función de la edad y del ritmo de aprendizaje, además la planificación curricular, es una orientación de nuestra intervención didáctica.

A fin de determinar las características en el campo curricular, los estudios realizados se centran a la problemática con talleres didácticos:

1. Taller 1. Números enteros las seis operaciones básicas
2. Taller 2 Números racionales las seis operaciones básicas
3. Taller 3 Sistema de funciones
4. Taller 4. Estadística

### 5.5.1 ¿Cómo accionar la Guía Didáctica?

Mediante una participación activa de talleres de aprendizaje, con el método inductivo y deductivo, de lo fácil a lo complejo, con interacción, entre los estudiantes y los docentes, dejando atrás una educación tradicional, que es la explicación en el pizarrón con tiza líquida para aplicar una metodología activa constructivista.

Se seguirán los siguientes pasos:

La propuesta pedagógica es: la estrategia REACT

R	Relación
E	Experimentación
A	Aplicación
C	Cooperación
T	Transferencia

Se concentra en introducir a los estudiantes de los octavos años en el desarrollo de habilidades y actitudes relativas a cada una de las sub-estrategias de la palabra en inglés REACT (identificadas por cada una de las letras)

Estas cinco sub-estrategias pedagógicas son la base para una eficiente tarea de enseñanza contextualizada. La estrategia REACT consiste en enseñar mediante:

#### 1. Relación

Enseñar en un contexto de las experiencias de vida cotidiana del estudiante de octavo año partiendo de situaciones familiares para el estudiante y partiendo de los conocimientos previos.

## 2. Experimentación

El estudiante aprender haciendo, en el contexto de procesos de

- Exploración
- Descubrimiento
- Actividades de manipulación
- Resolución de problemas de la vida cotidiana
- Actividades prácticas de laboratorio.

Es aquí donde el contexto del “trabajo” toma vida y le da significado y pertinencia al aprendizaje, favoreciendo el proceso de construcción del conocimiento por parte de los estudiantes

## 3. Aplicación

Aprende poniendo los conceptos en acción, en la contextualización propone problemas de la vida cotidiana, vive el principio científico

## 3. Cooperación

Aprende en el contexto de compartir, interactuar y comunicarse con otros. Mediante la comunicación pone en acción la idea de Vigotsky<sup>6</sup> acerca de la construcción social del conocimiento.

## 5. Transferencia

Es el uso de su conocimiento adquirido en un nuevo contexto de la vida cotidiana

## Taller propuesto

Se propone la realización de un taller de demostración activa de la metodología de enseñanza contextual diseñada por la sigla que es REACT. El taller propuesto tiene las siguientes características:

- a) Tema
- b) Objetivos General
- c) Comprensión del problema (Motivación)
- d) Búsqueda de estrategias (Prerrequisitos)
- e) Representación (De lo concreto – simbólico) (Razonamiento Lógico)
- f) Formalización (Construcción del conocimiento)
- g) Reflexión (Evaluación para ver los logros)
- h) Transferencia (Deberes para el aprendizaje)

El aprendizaje activo aplicando el paradigma del constructivismo con las siguientes fases:

- a. La experiencia
- b. La reflexión
- c. La conceptualización
- d. La aplicación

### **5.5.3. El Taller en el aula como estrategia de la enseñanza-aprendizaje**

El taller es una de las formas de organizar las actividades educativas. Se organiza sobre la base de considerar a los estudiantes como unos sujetos activos, participativos, protagonistas de sus aprendizajes y el educador/a, como guía coordinador/a de estos aprendizajes, facilitando así, la participación del estudiante.

Las características del taller son asumir la propuesta de enseñanza-aprendizaje, esto implica plantear una planificación específica que contemple: Objetivos, contenidos, actividades, recursos y evaluación tiempo.

Las actividades de los talleres se presentan sistemáticamente y dirigidas por un mediador/a.

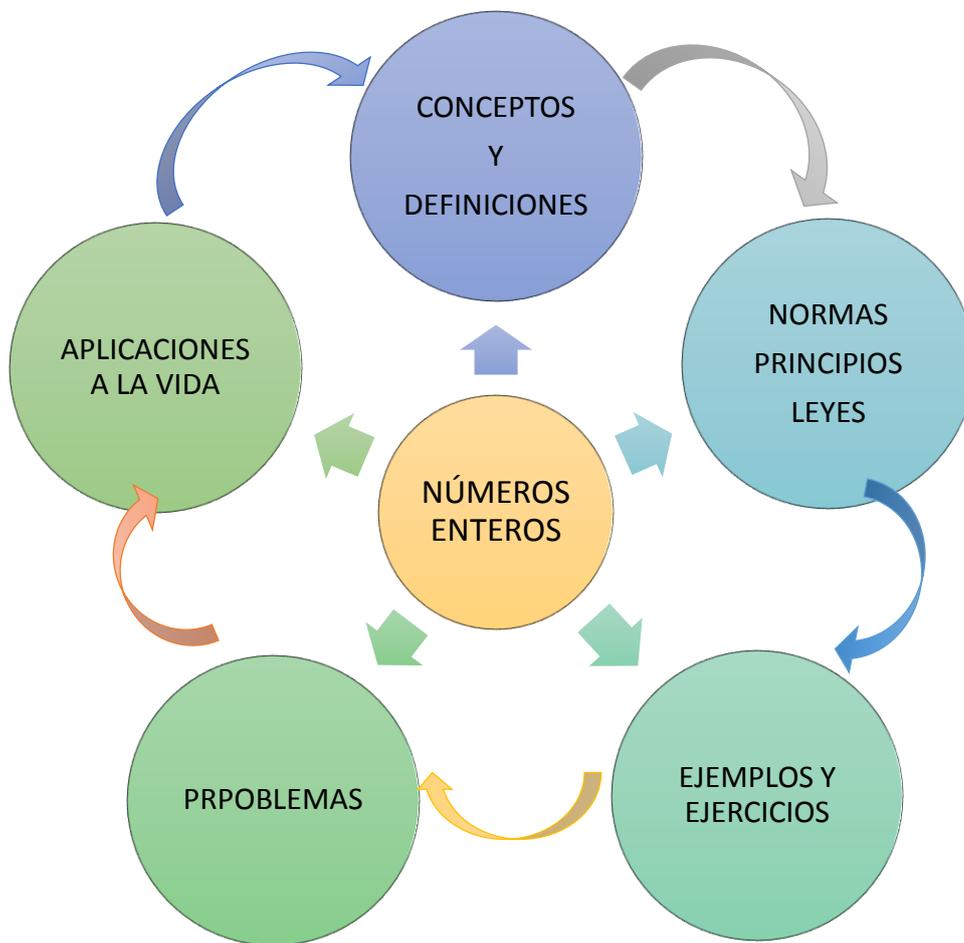
### **Elementos de un Taller**

- El educador / a , como guía del todo el proceso
- Los estudiantes, como protagonista del mismo.

Donde se destaca el trabajo personal y grupal, de los estudiantes.

# TALLER 1

## TALLER 1. NÚMEROS ENTEROS



## TALLER 1.1. SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Suma de números enteros

2. **Objetivo General:**

Aprender a sumar números enteros, empleando la recta numérica, mediante ejemplos de la vida cotidiana para el desarrollo de un aprendizaje significativo.

3. **Motivación:**

Los estudiantes realizarán una dinámica de juegos se indica que repitan tres veces: “**aplaudiendo y diciendo, somos los estudiantes que nos gusta estudiar la suma de los números enteros**” esta misma frase se repiteló tres veces y luego el docente pregunta: “¿Cómo estamos? Todos los estudiantes responden tres veces: bien, bien, bien, súper-bien. Excelente muchas gracias (Termina la motivación).

4. **Prerrequisitos:**

Son los conocimientos previos que debe saber el estudiante de octavo año. Ejemplo: ¿Cuándo existe la suma de números enteros?

**Respuestas:**

a) Cuando hay ganancias, acumulaciones, agregaciones en las diferentes situaciones de la vida cotidiana

b) Cuando hay pérdidas, estafas, déficit de una empresa.

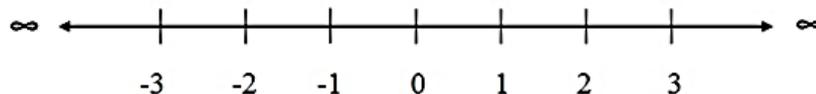
## 5. Razonamiento Lógico:

¿Cuáles son los números enteros?

Son los números positivos, cero y negativos, que se pueden graficar dentro de la recta numérica.

## 6. Construcción del Conocimiento:

La recta numérica es una línea horizontal, que parte desde cero hacia la derecha, donde están los números positivos, y desde el cero hacia la izquierda, están los números negativos; el cero indica que es neutro, no tiene signo. Con los números enteros se realizan las seis operaciones básicas, que son: suma, resta multiplicación, división, potenciación y radicación.



Cada uno de los estudiantes participantes deberá tener un cuaderno de trabajo, para que realice las operaciones y los resúmenes de explicación.

Los docentes deberán reforzar en las diferentes conceptualizaciones a fin de que los estudiantes desarrollen las operaciones.

Debe relacionarse las operaciones con las actividades cotidianas que los estudiantes hacen a en su casa y el entorno social.

El docente debe realizar algunas actividades como: socio dramas, dramatizaciones, entre otras actividades relacionadas con el tema.

### Propiedades de la Suma:

- **Clausurativa.**- La suma de dos números enteros es otro número entero y ese número es único. Para todo:  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $a + b = c \in \mathbb{Z}$ .

Ejemplo:

$$2 + 5 = 7 \quad ; \quad a + a = 2a$$

- **Conmutativa.**- El orden de los sumandos no altera la suma total.

Ejemplo:

$$5 + 2 = 7 \quad ; \quad a + b = b + a$$

- **Asociativa.**- La suma de diferentes números enteros puede realizarse de diferente forma asociadas.

Ejemplo:

$$3 + \{2 + 5\} = \{3 + 2\} + 5 = (3 + 5) + 2$$

- **Modulativa.**- La suma de un número entero y el cero es igual al mismo número entero.

Ejemplo:

$$0 + 5 = 5 \quad ; \quad 0 + a = a$$

- **Invertiva.**- La suma de un número entero con su opuesto es igual a cero.

Ejemplo:

$$5 - 5 = 0 \quad ; \quad a - a = 0$$

## Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil,

## APLICACIÓN DE LA EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA

La propuesta es mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje previo el diagnóstico y aplicando los talleres con las operaciones básicas como son la suma resta, multiplicación, división, potencia, y radicación.

### EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA AÑO LECTIVO 2015 – 2016

#### 1.- DATOS INFORMATIVOS

**ASIGNATURA:** Matemática  
**DOCENTE:** Lic. Carlos Hugo Tulcanaza  
**SECCIÓN:** DIURNA BÁSICA SUPERIOR  
**FECHA:** 13 de septiembre del 2015

Nombre:..... Curso: 8vo “ ” I  
Quimestre

Con un cordial saludo me permito dirigirme a ustedes estimadas señoritas/es estudiantes, para indicarle que el objetivo de la presente evaluación es conocer el logro obtenido en esta parcial, datos que nos servirán para la planificación de contenidos en su beneficio.

A) Escriba verdadero o falso según corresponda a cada enunciado. Valor 0,5 punto c/p.

18) Los elementos de la resta son dos. ( )

19) En una sucesión numérica la razón puede ser solo creciente ( )

20) Si tres factores son negativos el resultado es positivo ( )

21) Un elemento de la radicación es el índice. ( )

22) El valor absoluto de menos tres es tres ( )

23) La raíz quinta de menos uno es menos uno. ( )

B) Completar según corresponda.

24) Comparar los números enteros y escriba en el espacio el signo  $>$ ,  $=$ ,  $<$  - 6  - 8

25) Escriba en cantidad (número entero) con su signo: Paola pierde veinte dólares en una

Carrera de automóviles:.....

C) Encierre en un círculo la repuesta correcta:

26) El resultado de  $(-2) + (-3)$  es igual a:

- a) - 6                      b) - 1                      c) 5                      d) - 5  
e) 6

27) El resultado de  $(12) - (-3)$  es igual a:

- a) - 15                      b) 36                      c) 9                      d) -36  
e) 15

28) El resultado de  $(-108) : (-9)$  es igual a:

- a) - 11                      b) - 12                      c) 12                      d) 11  
e) 9

29) El número que sigue en la sucesión es 2, 7, 12, 17, 22,.....

- a) 24                      b) 25                      c) 26                      d) 27  
e) - 27

30) El resultado de  $(4)^2 - (-3)^2$  es igual a:

- a) - 25                      b) 16                      c) 25                      d) 7  
e) 15

31) El resultado de  $\sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{-8}$  es igual a:

- a) -10                      b) -7                      c) 10                      d) 7  
e) 25

32) El resultado de  $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{1}}}$  es igual a:

- a) -1                      b) 1                      c) 0                      d)  $\notin \mathbb{R}$   
e) -0

C) Resolver los siguientes ejercicios y problemas:

33) Joselyn, Paola y Andrea son dueñas de una librería y van a comprar en una distribuidora: 7 docenas de esferos por lo que paga \$ 15 cada docena, 5 docenas de lápices lo cual paga \$ 10 por cada docena y finalmente compra 9 docenas borradores pero paga \$ 39 dólares por todo los borradores. Valor 1,5 puntos

d) ¿Hallar el número de unidades en total de cada artículo?

e) ¿Cuánto pagan por el total de la compra?

f) ¿Cuánto dinero debe aportar cada una para cancelar la deuda?

34) ¿Hallar el lado de un cuadrado cuya medida de área es de 10201 metros cuadrados? Recuerde debe constar todo el proceso de la radicación.

Valor 2 puntos

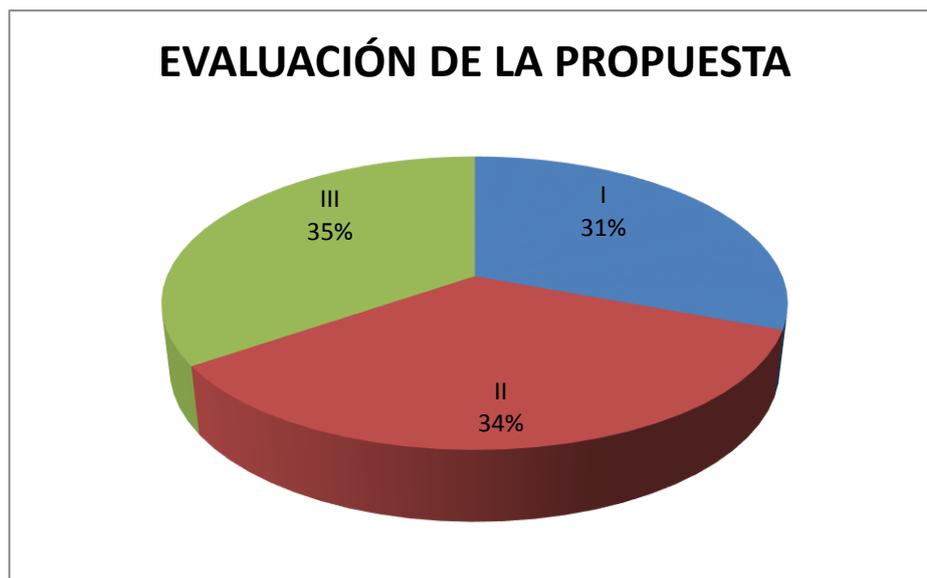
Firma del estudiante

SI HA FINALIZADO SU EVALUACIÓN POR FAVOR REVISARLA NUEVAMENTE

## INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA EN LAS TRES INSTITUCIONES OBJETO DE ESTUDIO

### CUESTIONARIO N-1

Alternativas	I %	II %	III %	Media
Calificación	8	9	9	8,67
Total	10	10	10	10,00



### Análisis e interpretación

Se observa que la media aritmética con la suma de las tres instituciones es de 8,67 /10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemática mediante talleres con material didáctico. Anexo 4.

**Ejemplo 1:**

Hugo gana inicialmente 15 dólares y luego 30 dólares, ¿cuánto tiene en total?

**Proceso Mental:**

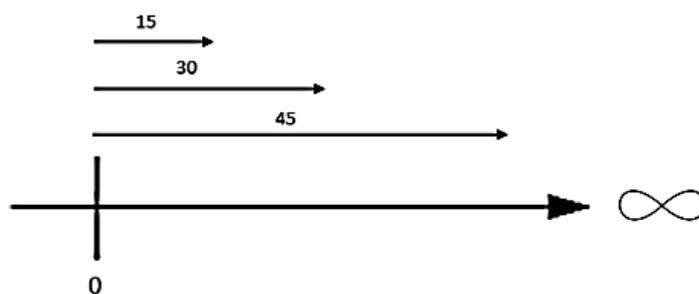
Primero se realiza la parte conceptual, que dice: Hugo gana inicialmente quince dólares, que es más quince, y luego, gana treinta dólares, que es más treinta. La respuesta es más cuarenta y cinco.

**Proceso Numérico:**

$$(+15) + (+30) = +45$$

**Proceso Simbólico:**

$$(+15) + (30a) = 45a$$

**Proceso Gráfico:****Explicación:**

En este problema se tiene que Hugo gana inicialmente 15 dólares y posteriormente gana treinta dolores, como se observa en la recta numérica, tiene una magnitud de cuarenta y cinco dólares.

## Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 5,33/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,67 /10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Carmen gana 30, luego vuelve a ganar 40 y al final de la semana 5. ¿Cuántos dólares ha ganado en la semana?
2. A un almacén de víveres llegan 20 quintales de maíz, luego 10 quintales y posteriormente 25 quintales. ¿Cuánto quintales han llegado a dicho almacén?
3. De un pozo petrolero se explotan 5000 barriles diarios, en una semana ¿cuántos barriles se explotarán?
4. De una fábrica quesos producen 5000 diarios, en una semana ¿cuántos quesos explotaran?
5. De una fábrica fe calzado se produce 100 pares de zapatos diarios, en una semana ¿cuántos producirá?

### Ejemplo 2:

**Postulado:** la suma de dos enteros negativos es un entero negativo.

Hugo pierde inicialmente 15 dólares y luego pierde 30 dólares.

### Parte Conceptual:

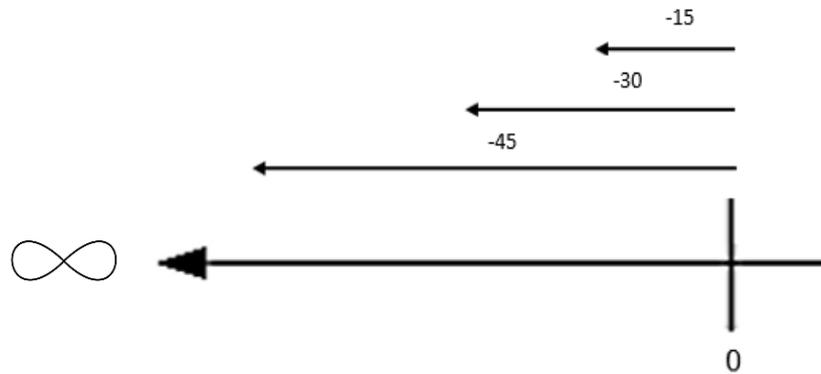
Primero se realiza la parte conceptual, que dice Hugo pierde inicialmente quince dólares, que es menos quince, y luego pierde treinta dólares que sería menos treinta, su respuesta sería menos cuarenta y cinco.

### Proceso de Solución

Proceso Numérico:  $(-15) + (-30) = -45$

Proceso Simbólico:  $(-15a) + (-30a) = -45a$

Proceso Gráfico:



### Explicación:

En este problema se tiene que Hugo pierde inicialmente 15 dólares y posteriormente pierde 30 dólares, como se observa en la recta numérica tiene una magnitud de menos cuarenta y cinco dólares.

### Materiales

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

1. Hacer la recta numérica con material de madera, celulosa etc...
2. Exponer la recta numérica con la suma de números enteros.
3. Explicar donde se encuentran los números positivos, negativos y que significa el cero en la recta numérica.
4. Haga una suma con números enteros, con procesos conceptuales, simbólicos, numéricos, y gráfica.

### Deberes para el Aprendizaje (en casa)

1. Dibuja la recta numérica y en ella ubica la siguientes sumas:

$$3 + 4 + 5 \quad ; \quad \$7 + \$15 + \$21 \quad ; \quad 10qq + 8qq + 15qq$$

2. Constituye cinco problemas con la suma de números enteros.
3. Crea un problema de la vida real con la suma de enteros positivos y enteros negativos.
4. Luis gana mil dólares y luego gana diez mil de dólares. ¿Cuánto ha ganado total?

## TALLER 1.2. RESTA DE NÚMEROS ENTEROS (Z)

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Resta de números enteros

2. **Objetivo General:**

Aprender la resta de números enteros, mediante ejemplos de la vida real para el desarrollo del aprendizaje significativo.

3. **Motivación:**

El docente indica a los estudiantes diciendo: por favor repitan tres veces “**aplaudiendo diciendo somos los estudiantes que nos gusta estudiar la resta de los números enteros**”, estas mismas frases se repite tres veces. Luego el docente pregunta “¿Cómo estamos?, todos los estudiantes responden tres veces bien, bien, bien, súper bien. Excelente, muchas gracias.

4. **Prerrequisitos:**

¿Cuándo existe la resta de números enteros?

Respuesta: Cuando hay ganancias y pérdidas en una empresa, ingresos y egresos mensuales de una familia entre otros.

## 5. Razonamiento Lógico:

¿Cuándo existe la resta de números enteros?

Respuesta: Cuando hay ganancias y pérdidas en una empresa, ingresos y egresos mensuales de una familia entre otros.

## 6. Construcción del conocimiento

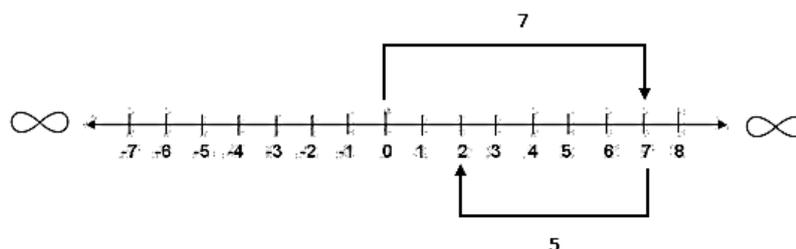
**Aplicación: de la metodología**

**Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil**

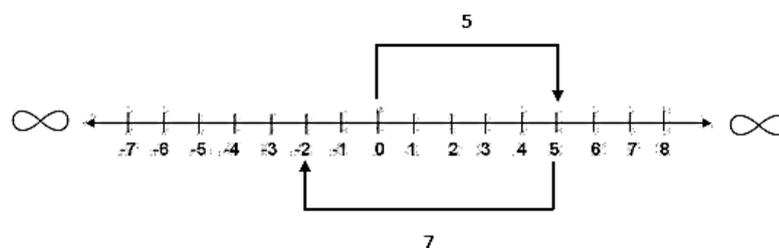
**Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

Ejemplo:



$$7 - 5 = 2$$



$$5 - 7 = -2$$

### Explicación:

La sustracción o resta de números enteros es una operación inversa a la suma, por la que dados dos números enteros, se busca su diferencia. El número del cual se va a restar se denomina minuendo, el número que se resta se denomina sustraendo y el resultado se denomina diferencia.

$$\begin{array}{ccc} 15 & - & 5 & = & 10 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Minuendo} & & \text{Sustraendo} & & \text{Diferencia} \end{array}$$

### Propiedades de la Resta

La resta del minuendo y sustraendo es igual a la diferencia.

Ejemplo:

$$5 - 2 = 3 \quad ; \quad -a - a = -2a$$

Representa como una resta de números enteros los siguientes problemas de la vida real y encuentra su resultado:

#### Ejemplo 1:

Marco gana inicialmente 45 dólares y luego pierde 30. ¿Cuánto le queda?

#### Parte Conceptual

Se dice que Marco gana inicialmente 45 dólares, que es más 45, y luego pierde 30 dólares que es menos treinta, la respuesta es 15.

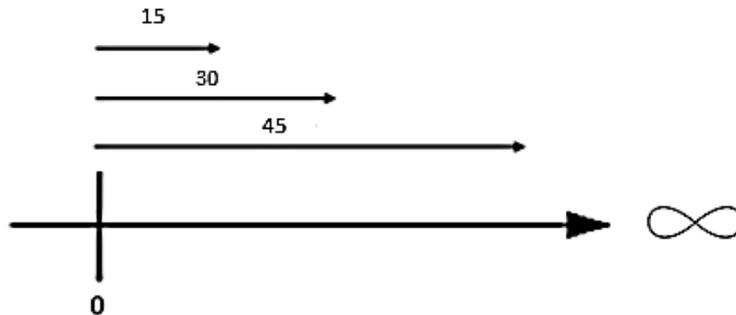
Proceso Numérico:

$$45 - 30 = 15 \text{ dólares}$$

Proceso Simbólico:

$$45a - 30a = 15a$$

Proceso Gráfico:



**Explicación:**

En este problema se tiene que Marco tiene 45 y luego gasta 30. Los 45 son positivos y los 30 son negativos. La diferencia es más 15.

### **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 5,45/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,50/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Carmen tiene inicialmente 30 dólares y posteriormente pierde 15 dólares. ¿Cuánto tiene en total?
2. Carlos tiene inicialmente 10, posteriormente pierde 30 dólares y luego vuelve a perder 15 dólares. ¿Cuál es el total?
3. Rosa tiene 50 dólares y posteriormente pierde 50 dólares. Su respuesta es:
4. Rosa tiene 500 dólares y posteriormente pierde 50 dólares. Su respuesta es:
5. Rosa tiene 50000 dólares y posteriormente pierde 50 dólares. Su respuesta es:

**Nota:** El estudiante debe resolver gráficamente en la recta numérica.

### **Deberes en casa**

1. En la recta numérica, realice las restas:  $8 - 3$ ,  $6 - 14$ ,  $9 - 12$ ,  $10 - 10$ .
2. Construya cinco problemas con la resta de números enteros.
3. Cree un problema de la vida real empleando la resta.
4. Oscar tiene 100 dólares y luego gasta 25 dólares ¿Cuánto tiene en total?

## **TALLER 1.3. SUMA Y RESTA COMBINADA DE NÚMEROS ENTEROS**

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Resta de números enteros

### **2. Objetivo General:**

Aprender la suma y resta combinada de números enteros, mediante ejemplos de la vida cotidiana para el desarrollo del aprendizaje significativo.

### **3. Motivación:**

El docente indica a los estudiantes diciendo: por favor repitan tres veces **“aplaudiendo diciendo somos los estudiantes que nos gusta estudiar la resta de los números enteros”**, estas mismas frases se repite tres veces. Luego el docente pregunta “¿Cómo estamos?, todos los estudiantes responden tres veces bien, bien, bien, súper bien. Excelente, muchas gracias.

#### 4. Prerrequisitos:

¿Cuándo existe la suma y resta combinada de números enteros?

Respuesta: Cuando hay ganancias y pérdidas en una empresa, ingresos y egresos mensuales de una familia entre otros.

#### 5. Razonamiento Lógico:

¿Cuándo existe la resta de números enteros?

Respuesta: Cuando hay ganancias y pérdidas en una empresa, ingresos y egresos mensuales de una familia entre otros.

#### 6. Construcción del conocimiento:

##### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

##### Materiales

Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)

#### DEFINICIÓN

La combinación de suma y resta de enteros:  $a + b - c + d - e \in \mathbb{Z}$

Ejemplo:  $20 - 2 - 4 + 6 + 3 - 4 + 5 = +24$

#### EXPLICACIÓN

Primero se suma los números positivos: más veinte, más seis, más tres, y más cinco, es igual a más treinta y cuatro. A continuación sumamos los números enteros negativos: menos dos, menos cuatro, menos cuatro, es igual menos diez. Tercero: más treinta y cuatro, menos diez, es igual a más veinte cuatro.

## EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Para resolver la suma y resta combinada se sigue el siguiente proceso:

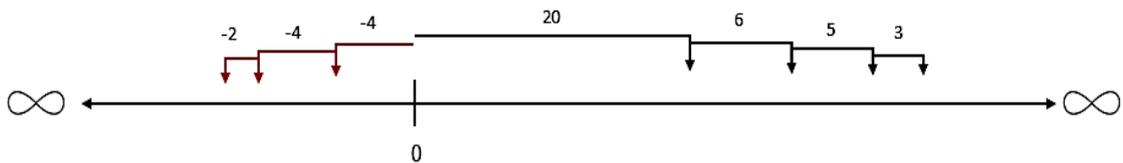
$$20 - 2 - 4 + 6 + 3 - 4 + 5 = +24$$

Positivos +34

Negativos -10

Respuesta  $34 - 10 = +24$

Explicación Gráfica:



## Evaluación para ver los Logros

### 2. Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 5,50/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,70/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Los ingresos de una familia cada mes son: sueldo del esposo \$ 1200,00, sueldo de la esposa \$1500,00. Los egresos por persona son \$240,00; si el número de miembros familiares es 5, ¿Cuánto ahorra la familia cada mes?
2. El problema anterior resuelva en forma gráfica empleando la recta numérica.

### Deberes en casa:

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y gráfica un problema de la vida real, creado por su persona, en el cuaderno de deberes.
2. Marco pierde seis dólares y posteriormente vuelve a perder 10 dólares, luego gana 15 dólares. ¿Cuánto perdió total?
3. Explique en la recta numérica.
4. Crear un problema de suma y resta combinada por su persona, y dar solución.

## TALLER 1.4. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Multiplicación de números enteros

2. **Objetivo General:**

Aprender a multiplicar con los números enteros mediante ejemplos de la vida cotidiana, para el desarrollo de un aprendizaje significativo en los estudiantes.

3. **Motivación:**

El docente dice a los estudiantes: por favor repitan tres veces, aplaudiendo “somos los estudiantes que nos gusta estudiar la multiplicación de los números enteros”, estas mismas frases repetimos tres veces. Luego el docente pregunta “¿Cómo estamos? Todos los

estudiantes responden tres veces bien, bien, bien, súper- bien. Excelente, muchas gracias. (Termina la motivación).

#### **4. Prerrequisitos:**

Son los conocimientos previos que debe saber el estudiante de octavo año. Como las leyes de los signos.

#### **5. Razonamiento Lógico:**

¿Cuáles son las leyes de los signos en la multiplicación?

( + ) por ( + ) = +, que se lee más por más igual más.

( - ) por ( - ) = +, que se lee menos por menos igual más.

( - ) por ( + ) = -, que se lee menos por más igual menos.

( + ) por ( - ) = -, que se lee más por menos igual menos.

#### **6. Construcción del Conocimiento**

##### **Aplicación: de la metodología**

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

##### **Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

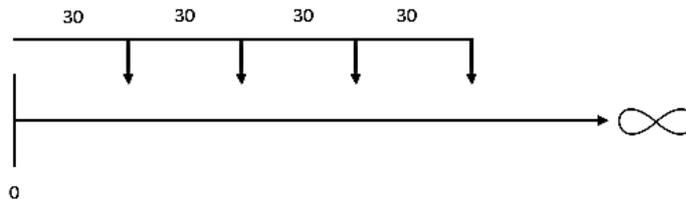
¿Qué es la multiplicación de números enteros?

Es el producto entre factores o multiplicandos donde cada factor es un número entero positivo o negativo y el resultado es otro positivo o negativo.

Ejemplo:

$$5 \times 6 \times 4 = 30 \times 4 = 120$$
$$3 \times 2 \times (-2) = 6 \times (-2) = -12$$

**Explicación:**



**Propiedades de la Multiplicación:**

**Clausurativa.-** La multiplicación de un número entero con otro número entero da por resultado otro entero positivo o negativo.

Ejemplos:

$$(2) \times (5) = 10 \quad ; \quad (a) \times (a) = a^2$$
$$(-2) \times (5) = -10 \quad ; \quad (-a) \times (a) = -a^2$$

**Conmutativa.-** El orden de los factores no altera el producto total.

Ejemplo:

$$(5)(2) = 10 \quad ; \quad a \cdot b = b \cdot a$$
$$(2)(5) = 10$$

**Asociativa.-** La multiplicación de varios números enteros puede realizarse diferentes maneras asociadas.

Ejemplos:

$$1) \quad 4 \times 5 \times 6 = (4 \times 5) \times 6 = 20 \times 6 = 120$$
$$= 4 \times (5 \times 6) = 4 \times 30 = 120$$
$$= (4 \times 6) \times 5 = 24 \times 5 = 120$$

$$2) 3\{(2) \cdot 5\} = \{3 \cdot (2)\} \cdot 5 = 30$$

**Modulativa.-** La multiplicación de cualquier número entero por la unidad es igual al mismo número entero.

Ejemplo:

$$(1) \cdot 5 = 5 \quad ; \quad (1) \cdot a = a$$

**Distributiva.-** La multiplicación de polinomios de números enteros por factor entero es igual a la multiplicación del factor entero por los elementos del polinomio.

**Ejemplo 1:**

$$3(+5 + 5) = (3)(+5) + (3)(5) = 15 + 15 = 30$$

$$a(+a + a) = (a)(+a) + (a) \cdot (a) = a^2 + a^2 = 2a^2$$

**Operaciones:**

Se multiplica el factor: 3 por cada uno de los elementos del paréntesis que son: 5 + 5.

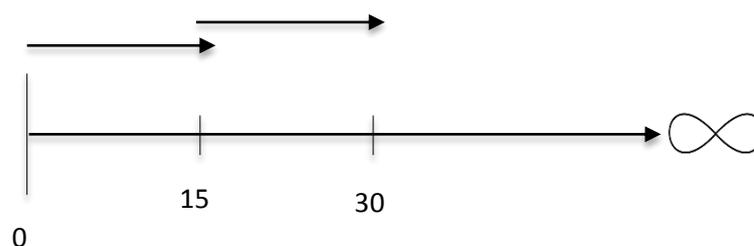
**Proceso Numérico:**

$$3 \cdot (5 + 5) = 3 \times 5 + 3 \times 5 = 15 + 15 = 30$$

**Proceso Simbólico:**

$$3 \cdot (a + a) = 3 \cdot a + 3a = 6a$$

**Proceso Gráfico:**



## **Explicación:**

El factor 3 afecta al primer 5 y luego al segundo 5, debido a que los dos sumandos son positivos, el primero y segundo productos parciales son positivos y se suman.

## **7. Evaluación para observar logros**

### **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 7,40/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,90/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Tengo en el banco 60 dólares, y ha llegado una factura de 100 dólares. ¿Cuánto falta para pagar la factura?
2. Un día de invierno amaneció a 3 grados bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cuatro de la tarde subió 2 grados más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 4 grados, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 5 grados más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?
3. Cristian vive en el 4to piso, se sube en el ascensor y baja al sótano 2, ¿Cuántos pisos ha bajado?
4. Carmen gana 30 dólares por día ¿Cuánto gana en los cinco primeros días y cuánto gana en los siguientes cinco días? En total cuánto obtiene.
5. Un avión vuela a 11000 m y un submarino está a -850 m. ¿Cuál es la diferencia de altura entre ambos?
6. Rosa pierde 5 dólares, en un día ¿Cuánto perderá en cinco días? Si luego gana 7 dólares por día. ¿Cuánto gana en 7 días? En total cuánto gana o pierde.

## Ejemplo 2:

Procedimiento para resolver la multiplicación combinada:

$$\begin{aligned}20(-2 - 4 + 6 + 3 - 4 + 5) &= -40 - 80 + 120 + 60 - 80 + 100 \\ &= +280 - 200 = +80\end{aligned}$$

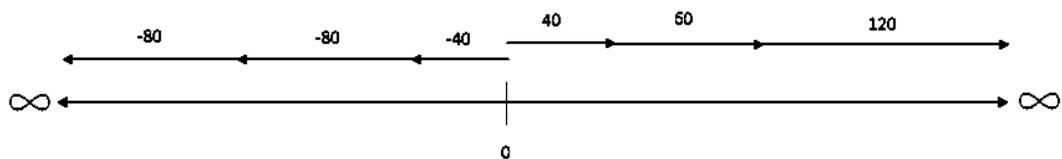
### Operaciones:

Se multiplica el factor: 20 por cada uno de los elementos del paréntesis que son:  $-2 - 4 + 6 + 3 - 4 + 5$

### Proceso Numérico:

$$\begin{aligned}20 \cdot (-2 - 4 + 6 + 3 - 4 + 5) \\ &= -20 \times 2 - 20 \times 4 + 20 \times 6 + 20 \times 3 - 20 \times 4 + 20 \times 5 \\ &= -40 - 80 + 120 + 60 - 80 + 100 \\ &= +280 - 200 \\ &= +80\end{aligned}$$

### Proceso Gráfico:



### Explicación:

El factor 20 afecta a los números -2, -4, +6, +3, -4, debido a que las cantidades son positivas y negativas, se obtiene la respuesta final mediante una resta.

## Deberes Casa

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y gráfica un problema de la vida real.
2. Realizar el siguiente problema: En una estación de esquí la temperatura más alta ha sido de  $-20^{\circ}\text{C}$ , y la más baja, de  $-230^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál ha sido la diferencia de temperatura?
3. Explique los problemas anteriores en la recta numérica.

## TALLER 1.5. DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

**1. Tema:** Taller Suma de números enteros

**2. Objetivo General:**

Aprende la división de los números enteros, con ejercicios y problemas de la vida cotidiana para el desarrollo del aprendizaje significativo.

**3. Motivación:**

El docente indica a los estudiantes: por favor repitan tres veces aplaudiendo “somos los estudiantes que nos gusta estudiar la división con números enteros”, estas mismas frases repetimos tres veces, y luego el docente pregunta “¿Cómo estamos? Todos los estudiantes responden tres veces bien, bien, bien, súper- bien. Excelente muchas gracias. (Termina la motivación).

#### 4. Prerrequisitos:

##### ¿Cuándo existe la división de números enteros?

Cuando hay que dividir un número entero para otro entero, y, el resultado es otro número entero; así por ejemplo, cuando hay que dividir las ganancias para el número de accionistas en una empresa.

#### 5. Razonamiento Lógico:

Un día tiene 24 horas. Un día tendría 3 grupos de 8 horas, porque:

$\frac{24 \text{ horas}}{3} = 8 \text{ horas}$  ¿Cuántos grupos exactos de horas se podrían formar, para hacer 24 horas?

**Solución:**

$$\frac{1}{2} \text{ día} = \frac{24 \text{ horas}}{2} = 12 \text{ horas}$$

$$\frac{1}{4} \text{ día} = \frac{24 \text{ horas}}{4} = 6 \text{ horas}$$

$$\frac{1}{8} \text{ día} = \frac{24 \text{ horas}}{8} = 3 \text{ horas}$$

$$\frac{1}{6} \text{ día} = \frac{24 \text{ horas}}{6} = 4 \text{ horas}$$

$$\frac{1}{3} \text{ día} = \frac{24 \text{ horas}}{3} = 8 \text{ horas}$$

#### 6. Construcción del Conocimiento:

## Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

## Materiales

Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)

Como puede observarse el número 24 solo puede ser divisible para números pares y múltiplos de 3 y de 2.

## ¿Qué es la división de números enteros?

Es una fracción formada por el dividendo, el divisor y el cociente .Es un número entero comparado con otro número entero, cuyo resultado es otro número entero que se puede ubicar en la recta numérica.

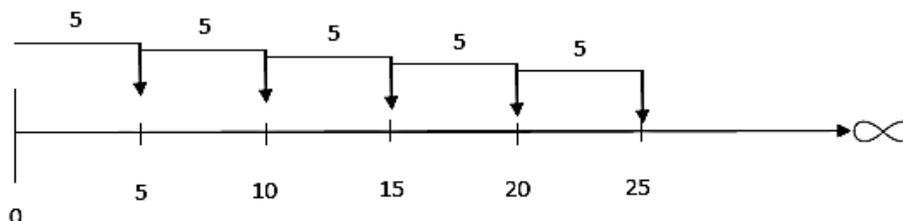
Así:

$$D: \text{dividendo}; d = \text{divisor}; C = \text{cociente}; \frac{D}{d} = C$$

Ejemplo:

$$25 \div 5 = 5; \text{ porque } 5 \text{ veces } 5 = 25: \text{ así:}$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$$



### Propiedades de la División:

**Neutro.**- La división del cero para un número entero es igual a cero.

Ejemplo:

$$0 \div 5 = 0 \quad ; \quad 0 \div a = 0$$

Porque el numerador es cero, hay ausencia numérica para dividir.

**Modulativa.**- La división de un número entero por la unidad, es igual al mismo número.

Ejemplo:

$$(5) \div 1 = 5: \quad (a) \div 1 = a$$

**Distributiva.**- La división de un de polinomio de enteros para un entero es igual a la distribución del numerador para el denominador.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{8 + 8 + 4 + 16}{4} &= \frac{4}{4} + \frac{8}{4} + \frac{4}{4} + \frac{16}{4} \\ &= 2 + 2 + 1 + 4 = 9 \\ (+a + a) \div a &= \frac{a}{a} + \frac{a}{a} = 1 + 1 = 2; \text{ porque } \frac{2a}{a} = 2 \end{aligned}$$

### Proceso de Solución:

Son operaciones con números enteros, primero realizamos la parte conceptual, que dice Mario gana inicialmente quince dólares, por día, y va repartir a sus tres hijos ¿A cuánto le toca a cada hijo? Los quince dólares dividimos para tres, porque son tres hijos, su respuesta es cinco dólares.

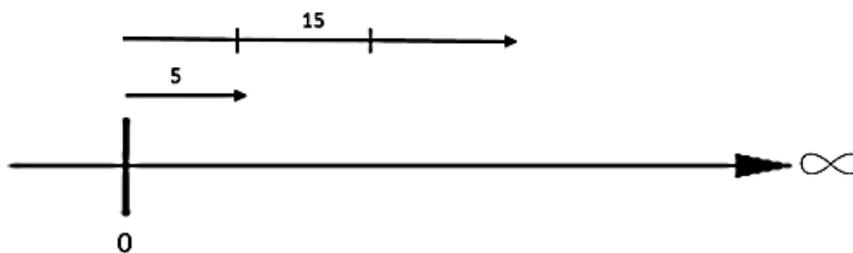
**Proceso Numérico:**

$$(+15 \text{ dólares}) \div (3) = +5 \text{ dólares}$$

**Proceso Simbólico:**

$$(+15a) \div (3a) = 5$$

**Proceso Gráfico:**



**Explicación:**

15 dólares dividido para 3 es igual a 5 dólares, porque 3 veces 5 dólares es igual a 15 dólares.

## 7. Evaluaciones para ver Logros

### Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 6,38/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 9,30/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. En un edificio, la distancia entre una planta y otra es de 3 metros. Sabemos que estamos a 15 metros de profundidad. Indica, con un número entero, el número de la planta en la que nos encontramos.

2. Carlos gana inicialmente 20 dólares por día. ¿Cuánto gana en 10 hijos?
3. Rosa tiene 50 dólares y va repartir a cinco hijos. ¿A cómo le toca cada hijo?

### **Deberes en casa**

1. Cincuenta y seis galletas han de servir de comida a diez animales; cada animal es un perro o un gato. Cada perro ha de obtener seis galletas y cada gato, cinco. ¿Cuántos perros y cuántos gatos hay?
2. La señora María compró un cierto número de huevos, por los que pagó 60 centavos. Al volver a casa se le cayó la cesta rompiéndosele 2 huevos, con lo que el precio le resultó 12 centavos más caro por docena, con respecto al que pagó inicialmente en el supermercado. ¿Cuántos huevos compró la señora María?
3. Cierta tienda de animales vende loros y periquitos; cada loro se vende a dos veces el precio de un periquito. Entró una señora y compró cinco loros y tres pequeños. Si en vez de eso hubiese comprado tres loros y cinco periquitos habría gastado 20 dólares menos. ¿Cuál es el precio de cada pájaro?

## **TALLER 1.6. POTENCIACIÓN CON NÚMEROS ENTEROS**

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Potenciación de números enteros

2. **Objetivo General:**

Aprender la potenciación de números enteros, mediante ejemplos de la vida real para el desarrollo del pensamiento y un aprendizaje significativo.

### **3. Motivación:**

El docente indica a los estudiantes que: Empleando cuatro cuatros y las operaciones anteriores forme los primeros cinco enteros a partir del 1. El docente da pautas y apoyos.

### **4. Prerrequisitos:**

Manejo correcto de la multiplicación de números 5 enteros.

### **5. Razonamiento Lógico:**

Empleando la ley de los signos

( + ) por ( + ) = + que se lee más por más igual más.

( - ) por ( - ) = + que se lee menos por menos igual más.

( - ) por ( + ) = - que se lee menos por más igual menos.

( + ) por ( - ) = - que se lee más por menos igual menos.

### **6. Construcción del Conocimiento**

#### **Aplicación: de la metodología**

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

#### **Materiales**

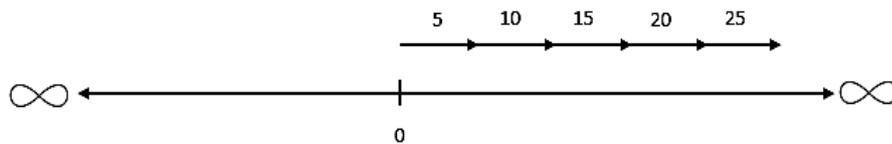
**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro) Anexo. 5**

## ¿Qué es la potenciación de números enteros?

Es el número que resulta de una base entera y un exponente entero positivo, que indica las veces que hay que multiplicar la base.

Ejemplo:

$$(5)^2 = 25 \text{ porque: } 5 \cdot 5 = 25; \text{ ya que } 5^1 \cdot 5^1 = 5^2$$



### Explicación:

En el ejemplo se observa que se descompone en dos factores de cinco, ya que cinco por cinco es igual a veinte cinco.

$$\text{Base} = b = 5 \quad \text{Exponente} = n = 2; \quad b^n = 5^2 = \text{Número Entero} = 25$$

### Propiedades de la Potenciación:

1) **Neutro.**-Cualquier base elevada al exponente cero es igual a uno.

Ejemplo:

$$(5)^0 = 1 \quad ; \quad (a)^0 = 1$$

2) Sean  $m$  y  $n$  enteros positivos, entonces  $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ; que indica el producto de potencias de igual base es igual a la base elevada a la suma de exponentes.

Ejemplo:

$$5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5 = 3125$$

Explicación:

$$25 \times 125 = 3125$$

3) Dado que  $m$  y  $n$  sean enteros positivos  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ; que indica: una potencia a otra potencia es igual a la base elevada al exponente producto  $m \times n$ .

**Ejemplo:**  $(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6 = 15625$

**Explicación:**  $(25)^3 = 25 \times 25 \times 25 = 15625$

4) Si  $n$  es entero positivo y  $a \wedge b$  también son enteros se cumple  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ .

**Ejemplo:**  $(5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3 = 125 \times 8 = 1000$

**Explicación:**

$$(5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3 = 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 25 \times 5 \times 4 \times 2 = 125 \times 8 = 1000$$

## Operaciones

Representa como potenciación de números enteros los siguientes problemas de la vida real y encuentra su resultado.

¿Roberto después de 3 años cuánto ahorrará, si cada año ahorra 1300 dólares?

### Proceso de Solución:

Son operaciones con números enteros, primero se realiza la parte conceptual, que dice Roberto ahorra 1300. ¿Cuánto ahorrará después de 3 años ?. De los trece dólares elevamos al exponente dos porque es dos años.

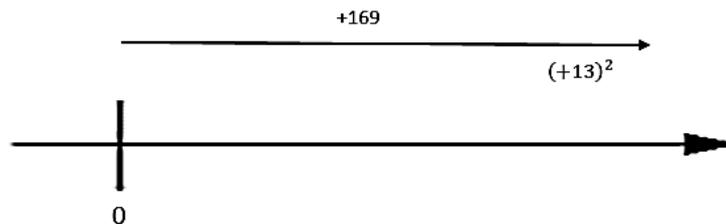
Proceso Numérico:

$$(+13)^2 = (13) \cdot (13) = 169$$

Proceso Simbólico

$$(+13a)^2 = (13^a) \cdot (13^a) = 169a^2$$

Proceso Gráfico



**Explicación:**

En este problema tenemos que Hugo gana trece dólares pregunta ¿Cuánto ganará después de dos años) y observamos que gana en la recta numérica con una magnitud de ciento sesenta y nueve.

## **7. Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 6,99/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,76/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Carmen gana 30 dólares ¿Cuánto ganará después de dos años?
2. Carlos gana 20 dólares ¿Cuánto ganará después de 3 años?
3. Rosa gana 50 dólares, ¿Cuánto ganara después de 4 años?

## TALLER 1.7 POTENCIACIÓN COMBINADA CON NUMEROS ENTEROS

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Potenciación de números enteros

2. **Objetivo General:**

Aprender la potenciación con números enteros, empleando la recta numérica, mediante ejemplos de la vida cotidiana para el desarrollo de un aprendizaje significativo.

3. **Motivación:**

Los estudiantes realizarán una dinámica de juegos se indica que repitan tres veces: **“aplaudiendo y diciendo, somos los estudiantes que nos gusta estudiar la potenciación de los números enteros”** esta misma frase se repitió tres veces y luego el docente pregunta: “¿Cómo estamos? Todos los estudiantes responden tres veces: bien, bien, bien, súper-bien. Excelente muchas gracias (Termina la motivación).

4. **Prerrequisitos:**

Son los conocimientos previos que debe saber el estudiante de octavo año. Ejemplo: ¿Cuándo existe la suma de números enteros?

5. **Razonamiento Lógico:**

¿Cuáles es la potenciación combinada con los números enteros?

Son los números positivos, cero y negativos, que se pueden graficar dentro de la recta numérica.

## 6. Construcción del Conocimiento:

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

#### DEFINICIÓN

Es la mezcla de números enteros positivos y negativos realizando la potencia de la base por el exponente:  $(b)^2$ .

Ejemplo:  $(20)^2 + (20)^2 + (-4)^2 = 816$ ; porque:

$$(20)^2 = (20) (20) = 400$$

$$(20)^2 = (20) (20) = 400$$

$$(-4)^2 = (-4) (-4) = 16$$

$$\text{Total} \quad \quad = 816$$

#### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Procedimiento para resolver la potenciación, combinada. Primero la base se eleva al exponente de cada componente, veinte elevado al exponente dos, es igual a cuatrocientos; veinte elevado al exponente dos es igual a cuatrocientos; menos cuatro elevado al exponente dos, es igual a dieciséis; más cuatrocientos y cuatrocientos es igual a más ochocientos, y más dieciséis respuesta es igual a más ochocientos dieciséis.

## EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la potenciación combinada.

$$\text{Ejemplo: } (20)^2 (-20)^2 (-4)^2 = +16$$

$$(20) (20) (-20) (-20) (-4) (-4) = +400 +400 +16 = 816$$

### 7. Evaluación para ver los Logros

#### Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 7,76/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,44/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y grafica un problema de la vida real creado por su persona, en el cuaderno de deberes.
2. Realizar el siguiente problema, Hugo gana seis dólares por un año ¿Cuánto ganara en dos años?
3. Realizar los problemas anteriores en material concreto, por ejemplo granos de maíz.

#### Deberes para el Aprendizaje

1. Hacer un problema de potenciación combinada con la recta numérica.
2. Hacer cinco problemas con la potenciación de números enteros.
3. Crear un problema de la vida real con la potenciación.

## Usando Material

### Materiales

## Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro) Anexo. 5

1. Hacer la recta numérica con material concreto, con la combinación de la potenciación
2. Exponer la recta numérica con la potenciación de números enteros.
3. Explicar donde se encuentran la combinación de la potenciación.
4. Hacer una potenciación con números enteros, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

## TALLER 1.8. RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS (Z)

Tiempo estimado para este taller es de Tres horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Radicación de números enteros

2. **Objetivo General:**

Aprender radicación de los números enteros, que se encuentran en la recta numérica mediante ejemplos de la vida cotidiana I para el desarrollo del pensamiento.

3. **Motivación:**

El docente, a los estudiantes diciendo hacer grupos de cinco. El tema de la dinámica es escribir el mayor número de palabras o símbolos matemáticos por cada estudiante del grupo con un tiempo de dos minutos por grupo, gana el grupo que mayor número de palabras o símbolos tenga. Luego el participante escribe en el pizarrón el resultado, y va asentarse, a continuación va el compañero, escribe y así sucesivamente

continua, hasta que se termine el tiempo de tres minutos. Muchas gracias.(Termina la motivación).

#### **4. Prerrequisitos:**

##### **¿Cuándo existe la radicación de números enteros?**

Cuando se quiere sacar la raíz del radicando, sabiendo el cuadrado de un número.

#### **5. Razonamiento Lógico:**

¿Cuáles son los elementos de la radicación?

$\sqrt{\quad}$  : *Radical, a<sup>2</sup> Radicando*

$a$  : *Raíz Cuadrada*

#### **6. Construcción del Conocimiento**

##### **Aplicación: de la metodología**

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

##### **¿Qué es la radicación enteros?**

Es la operación que extrae la raíz del radicando o es la operación de la potenciación.

Ejemplo:

$$\sqrt{9} = 3$$

## Propiedades de la Radicación:

**Distributiva.**- En la radicación de números enteros se aplica la propiedad distributiva respecto al radicando y el radical.

Ejemplo:

$$\sqrt{81} = \sqrt{9 \cdot 9} = \sqrt{9^1 \cdot 9^1} = \sqrt{9^2} = 9$$

## Operaciones

### Materiales

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro) Anexo. 5**

Aplique la potenciación de los números enteros con los siguientes problemas de la vida real y encuentre su resultado.

Pedro tiene un terreno de forma cuadrada que mide un área total de 81 metros cuadrados. ¿Cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

### Proceso de Solución:

Son 81 metros cuadrados, primero se realiza la parte conceptual, que dice Pedro tiene un terreno cuya forma es un cuadrado, que tiene un área de 81 metros cuadrados ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

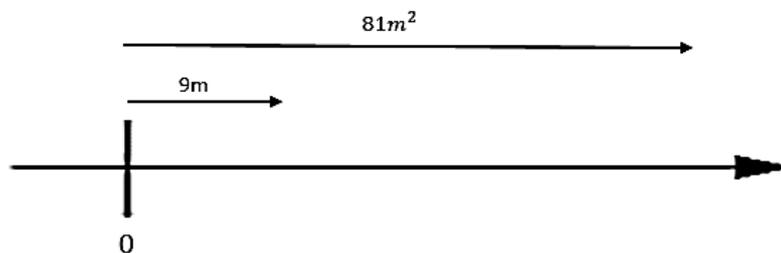
### Proceso Numérico:

$$\sqrt{(81)m^2} = 9m^2; \text{ porque: } 9m \times 9m = 81m^2$$

### Proceso Simbólico:

$$\sqrt{a^2} = a$$

## Proceso Gráfico:



### 7. Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 4,33/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 9,76/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## TALLER 1.9 RADICACIÓN COMBINADA

Tiempo estimado para este taller es de dos horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller de radicación combinada con números enteros

### 2. Objetivo General:

Aprender la radicación combinada con números enteros, empleando la recta numérica, mediante ejemplos de la vida cotidiana para el desarrollo de un aprendizaje significativo.

### 3. Motivación:

Los estudiantes realizarán una dinámica de juegos se indica que repitan tres veces: **“aplaudiendo y diciendo, somos los estudiantes que nos**

**gusta estudiar la radicación combinada con los números enteros”**

esta misma frase se repitió tres veces y luego el docente pregunta: “¿Cómo estamos? Todos los estudiantes responden tres veces: bien, bien, bien, súper-bien. Excelente muchas gracias (Termina la motivación).

#### **4. Prerrequisitos:**

Son los conocimientos previos que debe saber el estudiante de octavo año. Ejemplo: ¿Cuándo existe la radicación combinada con números enteros?

#### **5. Razonamiento Lógico:**

¿Cuál es la radicación combinada?

Son los números positivos, cero y negativos, que se pueden graficar dentro de la recta numérica.

#### **6. Construcción del Conocimiento:**

**Aplicación: de la metodología**

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

#### **DEFINICIÓN**

Es la mezcla de números enteros positivos expresados como factores realizando la radicación de fracciones.

Ejemplo:

$$\sqrt{81} = \sqrt{9 \times 9} = 9$$

### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Primero se aplica la radicación del radicando para extraer la raíz de cada factor, de cada uno.

Se extrae la raíz cuadrada del nueve y la raíz cuadrada del otro nueve, cada raíz cuadrada es tres, entonces el resultado final es nueve.

### EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la radicación combinada del número 81

$$\sqrt{81} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{9} = 3 \cdot 3 = 9 = 3^2 \rightarrow \sqrt{3^2} = 3$$

Además:  $0+9 = 9$  debido a que el número 0 indica ningún valor

#### **Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro) Anexo. 5**

#### **7. Evaluación para el Aprendizaje**

##### **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 7,88/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 9,55/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica y gráfica números cuadrados perfectos como factores del radicando en el cuaderno de deberes.
2. Realizar el ejemplo anterior con material concreto como granos de maíz o frejol.
3. Crear un problema de radicación y dar solución al mismo.
4. Encontrar la raíz cuadrada de 400 y explicar el resultado.

### **Deberes para el Aprendizaje**

1. Hacer un problema de radicación combinada con la recta numérica.
2. Hacer cinco problemas con la radicación de números enteros.
3. Crear un problema de la vida real con la radicación.

### **Usando Material Concreto**

#### **Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro) Anexo. 5**

1. Hacer la recta numérica con material concreto, con la combinación de la radicación.
2. Exponer la recta numérica con la radicación de números enteros.
3. Explicar donde se encuentran la combinación de la radicación.
4. Hacer la radicación con números enteros, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

# TALLER 2

## NÚMEROS RACIONALES



Tiempo estimado para este taller es de 12 horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Suma de números Racionales

2. **Objetivo General:**

Aprender a sumar números racionales empleando la recta numérica, mediante ejemplos de la vida cotidiana para el desarrollo de un aprendizaje significativo.

3. **Motivación:**

Los estudiantes realizarán una dinámica de juegos se indica que repitan tres veces: “**aplaudiendo y diciendo, somos los estudiantes que nos gusta estudiar la suma de los números racionales**” esta misma frase se repitió tres veces y luego el docente pregunta: “¿Cómo estamos? Todos los estudiantes responden tres veces: bien, bien, bien, súper-bien. Excelente muchas gracias (Termina la motivación).

4. **Prerrequisitos:**

Son los conocimientos previos que debe saber el estudiante de octavo año. Ejemplo: ¿Cuándo existe la suma de números racionales?

Al conjunto de fracciones se denomina números racionales que se denota como  $Q$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b}, \text{ donde } a \text{ y } b \text{ son enteros, con } b \neq 0 \right\}$$

$a$  Es el numerador y  $b$  es el denominador.

Ejemplos:  $\frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{8}{1}$

## 5. Razonamiento Lógico:

¿Cuáles son los números racionales?

Son los números positivos, cero y negativos, que se pueden graficar dentro de la recta numérica.

## 6. Construcción del Conocimiento:

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

**Con igual denominador:** Se suman los numeradores y se conserva el mismo denominador. Así:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

Ejemplo:

$$\frac{5}{3} + \frac{1}{3} + \frac{7}{3} = \frac{13}{3}$$

**Con distinto denominador:** Se convierte en fracciones equivalentes con igual denominador y se procede como en el caso anterior. Se aplica el mínimo común denominador. Así:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} + \frac{c \times b}{b \times d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}$

Ejemplo:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{8} = \frac{5 \times 8}{6 \times 8} + \frac{3 \times 6}{6 \times 8} = \frac{40}{48} + \frac{18}{48} = \frac{40 + 18}{48} = \frac{58}{48} = \frac{29}{24}$$

## TALLER 2.1. SUMA DE NÚMEROS RACIONALES

### 2. Objetivo:

Aprender a sumar los números racionales, que se encuentran en la recta numérica mediante ejemplos de la vida cotidiana para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación:

Realizar una dinámica, juegos, primero indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces piri, piri, piri, piri piri piri, piri, piri, piri piri estas mismas frases repetimos diez veces, Y luego el participante dice pare, donde paró, tiene que decir una penitencia; el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia? Los estudiantes responden hacer representar fracciones a todos los participantes, muchas gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos:

¿Cuándo existe la suma de números racionales?

Cuando hay pérdidas, estafas, déficit en una empresa u otros eventos en la vida diaria.

### 5. Razonamiento Lógico

¿Cuáles son los números racionales?

Son aquellos que dividen exactamente, las cantidades iguales es decir son limitadas y están en la recta numérica. Ej. 25 dividido entre cinco su respuesta es cinco.

## 6. Construcción del Conocimiento

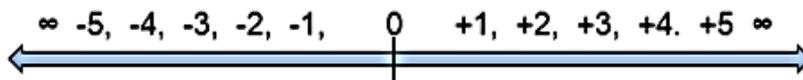
¿Qué son los números racionales?

Son los que se encuentran en la recta numérica, y está formado por positivos, cero, y negativos.

Ejemplo: En un cumpleaños el fraccionamiento de un pastel. Reglas del juego: dividir el pastel para seis personas que asisten, en partes iguales.

**Solución:**

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$



**Explicación:**

Con los números racionales se realizan las seis operaciones básicas.

**Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro) Anexo. 5**

**Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 8,23/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,76/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **Indicaciones Generales:**

Cada uno de los estudiantes participantes deberá tener un cuaderno de trabajo, para que realice las operaciones y los resúmenes de explicación. Los docentes deberán reforzar en las diferentes conceptualizaciones a fin de que los estudiantes desarrollen las operaciones.

Debe relacionarse las operaciones con las actividades cotidianas que los estudiantes hacen a diario en su casa.

El docente debe realizar un muchas actividades grupales como: socio dramas, dramatizaciones, participaciones de unidades: naranjas, pasteles.

### **Propiedades de la Suma**

**Clausurativa.**- La suma de un sumando y otro sumando es igual a otro sumando.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

**Conmutativa.**- El orden de los sumandos no altera la suma total.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

**Asociativa.**- La suma de grupos diferentes es igual a la misma suma de los diferentes grupos.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} + \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right\} = \left\{ \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right\} + \frac{1}{6}$$

**Neutro.**- La suma de un sumando cero a cualquier fracción es igual a la misma fracción.

Ejemplo:

$$0 + \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

**Opuesto.**- La suma de un sumando opuesto y otro sumando es igual a cero.

Ejemplo:

$$-\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0$$

## SUMA DE FRACCIONES HETEROGÉNEAS (RACIONALES)

**CONCEPTO:** Es la suma de fracciones que tienen diferente denominador.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4 + 6}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

## SUMA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS (RACIONALES)

**CONCEPTO:** Es la suma de fracciones que tienen el mismo denominador.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1+1}{6} = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{6}_3} = \frac{1}{3}$$

Representar como una adición de números racionales los siguientes problemas de la vida real y encuentra su resultado.

Carlos gana inicialmente  $\frac{1}{6}$  de dólar y luego gana  $\frac{1}{4}$  de dólar.

**Proceso de Solución:**

Son operaciones con números racionales, primero realizamos la parte conceptual, que dice Hugo gana inicialmente un sexto de dólar, y luego gana un cuarto de dólar, como se observa tenemos una suma de fracciones homogéneas, primero hay que sacar el mínimo común denominador, (m.c.d. = 24) porque:  $6 \times 4 = 24$ .

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4+6}{24} = \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{24}_{12}} = \frac{5}{12}$$

### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Procedimiento para resolver la suma de fracciones homogéneas  
Primero observamos la suma de un sexto más un cuarto, sacamos el mínimo común denominador, en este caso multiplicando los denominadores:  $6 \times 4 = 24$ , primero veinte cuatro para seis (denominador), es igual a cuatro y multiplicamos por el numerador que es uno, igual a cuatro. Más veinte cuatro para cuatro es igual a seis, multiplicamos por el numerador, uno por seis es igual a seis. Se suma en el numerador que es cuatro más seis, igual a diez, y sobre veinticuatro. Se simplifica sacando la mitad; de diez cinco, de veinte y cuatro, es doce, la respuesta es cinco sobre doce.

### EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la suma de fracciones homogéneas:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4 + 6}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

- ♣ Primero  $24 \div 6 = 4 \times 1(\text{numerador}) = 4$
- ♣ Segundo  $24 \div 4 = 6 \times 1(\text{numerador}) = 6$
- ♣ Tercero suma  $4 + 6 = 10/24$
- ♣ Extraemos la mitad  $\frac{5}{12}$ , que es la respuesta

## RESTA DE FRACCIONES HETEROGÉNEAS (RACIONALES)

**CONCEPTO:** Es la resta entre fracciones que tienen diferente denominador.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{4 - 6}{24} = \frac{-2}{24} = -\frac{1}{12}$$

## RESTA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS

**CONCEPTO:** Es la resta de fracciones que tienen el mismo denominador.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1 - 1}{24} = \frac{0}{24} = 0$$

Represente cómo una resta de fracciones homogéneas, los problemas de la vida real y encuentre su resultado.

Ramiro tiene  $\frac{3}{4}$  de dólares y luego pierde  $\frac{1}{4}$  de dólar ¿cuánto le queda?

**Proceso de Solución:**

Ramiro tiene  $\frac{3}{4}$  de dólar, pierde  $\frac{1}{4}$  de dólar, cómo se observa si tenemos una resta de fracciones homogéneas, primero hay que sacar el mínimo común denominador que es: 4.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3 - 1}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Procedimiento para resolver la resta de fracciones homogéneas  
Primero se observa la resta de un  $\frac{3}{4}$  menos un cuarto; sacamos el mínimo común denominador, en este caso es 4. Cuatro dividido entre cuatro da uno, y uno por tres, es igual a tres en el numerador. Cuatro dividido para cuatro es igual a uno, uno por uno es igual a uno en el numerador.

### EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la resta de fracciones homogéneas.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Primero:  $4 \div 4 = 1$  (numerador) = 3

Segundo:  $4 \div 4 = 1$  (numerador) = 1

Tercero: resta  $3 - 1 = 2$  (numerador)

Cuarto:  $2/4$ , simplificamos

Quinto:  $\frac{1}{2}$  (resultado)

## SUMA Y RESTA COMBINADA FRACCIONES HETEROGÉNEAS

### DEFINICIÓN

Es la mezcla de números fraccionarios positivos y negativos con denominador.

Ejemplo:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4 - 6 + 4 - 6 + 4 + 6}{24} = \frac{18 - 12}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$
$$2\frac{1}{6} + \frac{11}{46} + \frac{1}{4} + 3\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{13}{6} + \frac{11}{46} + \frac{1}{4} + \frac{191}{66} + \frac{598 + 726 + 69 + 874 + 46}{276} = \frac{2313}{276}$$

### EXPLICACIÓN

Procedimiento para resolver la suma y resta combinada de fracciones del ejemplo. Primero sacamos el mínimo común múltiplo ( $6 \times 4 = 24$ ) segundo el veinte y cuatro dividimos para cada uno de los denominadores veinte para seis es igual a cuatro, veinte y cuatro para cuatro es igual a menos seis, veinte y cuatro para seis es igual a cuatro, veinte y cuatro para cuatro es igual a menos seis, veinte y cuatro para seis es igual a cuatro, veinte y cuatro para cuatro es igual a seis. Tercero: la suma de positivos es igual a dieciocho y negativos menos doce; la respuesta es igual seis sobre veinte y cuatro. Simplificando queda un cuarto.

### EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la suma y resta de fracciones combinada.

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4 - 6 + 4 - 6 + 4 + 6}{24} = \frac{18 - 12}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

Primero: m.c.d. = 24

Segundo:

$$\begin{aligned} 24 \div 6 &= 4 \\ 24 \div 4 &= -6 \\ 24 \div 6 &= 4 \\ 24 \div 4 &= -6 \\ 24 \div 6 &= 4 \\ 24 \div 6 &= 6 \end{aligned}$$

Tercero: suma los numeradores  $18 - 12 = 6$

Resultado:  $6/24$

Respuesta:  $1/4$

## **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 7,22/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 9,22/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y gráfica un problema de la vida real creado por su persona, en el cuaderno de deberes.
2. Realizar los problemas anteriores en material concreto, hacer con naranjas. Limones, queso, pan.
3. Crear un problema de suma combinada de fracciones por su persona y expresar la solución.
4. Crear un problema con números racionales, por su persona y dar solución.

## **Deberes para el Aprendizaje**

1. Hacer un problema de números racionales con la recta numérica.
2. Hacer cinco problemas con números racionales.
3. Crear un problema de la vida real con números racionales.
4. Hacer la recta numérica con material concreto, con la combinación de números racionales.
5. Exponer la recta numérica con los números racionales.
6. Explicar donde se encuentran la combinación de los números racionales.
7. Hacer la suma con números racionales, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

## TALLER 2.2. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS

### MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES Y OPERACIONES (Q)

Tiempo estimado para este taller es de 20 horas clase de 40 minutos

1. **Tema:** Taller Multiplicación de números racionales

2. **Objetivo General:**

Aprender a multiplicar fracciones, que se encuentran en la recta numérica mediante ejemplos de la vida real para el desarrollo del pensamiento.

3. **Motivación:**

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces: piri, piri, piri, piri piri piri, piri, piri, piri piri, y luego un participante dice pare, donde paró, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia? Todos los estudiantes responden hacer una multiplicación de un medio por un medio. (Termina la motivación).

4. **Prerrequisitos:**

¿Cuándo existe la multiplicación de fracciones?

Se multiplica aplicando la ley de los signos.

5. **Razonamiento Lógico:**

¿Cuál es el resultado de la compra de 10 libras de arroz a un costo de medio dólar?

## Solución:

Multiplicamos:

(10) libras de arroz (0,5) = 5 dólares ; porque  $\frac{10}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{10 \times 1}{1 \times 2} = \frac{10}{2} = 5$   
(10) libras de arroz (1/2) = 5 dólares

## 6. Construcción del Conocimiento

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

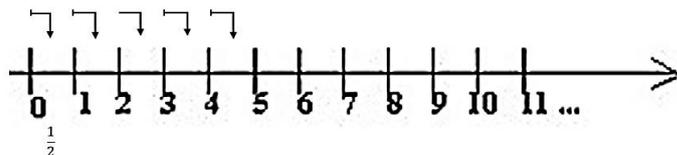
### Materiales

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

¿Qué es la multiplicación de fracciones?

Es el producto entre fracciones, el factor es una cantidad, y el otro factor es otra cantidad, que se encuentran en la recta numérica.

Ejemplo:



### Explicación:

Diez veces  $\frac{1}{2}$  es igual a 5 porque  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5$ .

### Propiedades de la Multiplicación:

**Clausurativa.**- La multiplicación de un factor con otro factor es igual a otro factor.

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

**Conmutativa.**-El orden de los factores no altera el producto total.

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad y \quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

**Distributiva.**- La multiplicación de polinomios por un factor, igual a la distribución de cada factor.

Ejemplo:

$$\left\{ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right\} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

### Operaciones:

Representa como una multiplicación de números fraccionarios los siguientes problemas de la vida real y encuentra su resultado.

Juan gana inicialmente  $\frac{15}{3}$  de dólares por día ¿En 5 días cuanto ganará?

### Proceso de Solución:

Son operaciones con números fraccionarios, primero realizamos la parte conceptual, que dice Juan gana inicialmente un quince tercios por día, en cinco días cuanto ganará.

## Proceso Numérico:

$$+ \left(\frac{15}{3}\right) \times \frac{15}{1} = \frac{15 \times 5}{3 \times 1} = \frac{45}{3} = 45 \text{ dólares}$$

## 7. Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 7,88/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 9,55/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## MULTIPLICACIÓN COMBINADA

### DEFINICIÓN

Es la mezcla de números fraccionarios positivos y negativos realizando la multiplicación de los factores y aplicando la ley de los signos.

Ejemplo:

$$\left\{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right\} \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Procedimiento para resolver la multiplicación de fracciones combinada: se multiplica los factores aplicando la propiedad distributiva, que observamos.

Un medio por menos un medio es un cuarto, luego por el factor un medio da por resultado  $\frac{1}{8}$ , porque se multiplican numeradores y denominadores entre sí.

## EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la multiplicación fracciones combinada:

Primero:

$$\left\{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right\} \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$$

Segundo: Multiplicamos numeradores con numeradores

Tercero: Multiplicamos denominadores con denominadores.

Cuarto: Respuesta un octavo

### Evaluación para ver los logros

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y grafica un problema de la vida real creado por su persona, en el cuaderno de deberes.
2. Realizar los problemas anteriores con material concreto: papeles, cartulinas, cuadrados, triángulos y rectángulos.
3. Crear un problema de suma combinada de fracciones por su persona y encontrar la solución.
4. Crear un problema con números racionales, por su persona y dar solución.

### Deberes para el Aprendizaje

1. Hacer un problema de números racionales con la recta numérica.
2. Hacer cinco problemas con números racionales.
3. Crear un problema de la vida real con números racionales.
4. Hacer en la recta numérica con material concreto, la combinación de números racionales.
5. Exponer en la recta numérica números racionales.

6. Explicar donde se encuentran la combinación de los números racionales.
7. Hacer la suma con números racionales, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

## **DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES (Q)**

Tiempo estimado para este taller es de 20 horas clase de 40 minutos

1. Tema: División de números fraccionarios

### **2. Objetivo General**

Aprender la división de los números fraccionarios, que se encuentran en la recta numérica mediante ejemplos de la vida real para el desarrollo del pensamiento.

### **3. MOTIVACIÓN**

Indica el docente a los estudiantes diciendo: por favor repitan diez veces piri, piri, piri, piri piri piri, piri, piri, piri piri, estas mismas palabras se repiten diez veces y luego el participante dice pare, donde paró, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia? Todos los estudiantes responden hacer una división, muchas gracias. (Termina la motivación).

### **4. Prerrequisitos**

¿Cuándo existe la división de fracciones?

Cuando se divide una fracción para otra fracción y se divide aplicando la ley de los signos.

## 5. Razonamiento Lógico

¿Cuáles son las partes de una fracción?

Son: numerador, línea de fracción, denominador

Ejemplo:  $\frac{1}{2}$

## 6. Construcción del Conocimiento

¿Qué es la división de números fraccionarios?

Es la operación que está formada por dividendo, divisor, cociente, residuo, es una cantidad para otra cantidad, que se divide en cantidades y se encuentran en la recta numérica.

Ejemplo:

$$\left\{ \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \right\} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \times 1}{2 \times 1} = 1$$

### Propiedades de la División:

Distributiva.- La división por polinomios de cada factor por otro factor es igual a la distribución de cada factor.

Ejemplo:

$$\left\{ \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \right\} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

### Operaciones

Represente como una división de números fraccionarios los siguientes problemas de la vida real y encuentre su resultado.

Hugo gana inicialmente  $\frac{15}{2}$  de dólares por día y quiere repartir a sus tres hijos.

¿Cuánto le toca a cada hijo?

### Proceso de Solución:

Son operaciones con números fraccionarios, primero realizamos la parte conceptual, Hugo gana inicialmente un  $\frac{15}{3}$  de dólar, por día, y va repartir a sus tres hijos ¿Cuánto le toca a cada hijo? Los  $\frac{15}{3}$  de dólar se dividen para tres porque son tres hijos, su respuesta  $\frac{5}{2}$  de dólar.

Proceso Numérico:

$$\frac{15}{3} \div (3) = \frac{15}{3} = \frac{5}{1} = \frac{5}{2} \text{ de dólar}$$

**Nota:** El artificio matemático es que se multiplican medios y extremos, extremos al numerador y medios al denominador.

## DIVISIÓN DE FRACCIONES COMBINADA

### DEFINICIÓN

Es la mezcla de números fraccionarios positivos y negativos realizando la transformación del factor de la izquierda donde la división se convierte en multiplicación.

Ejemplo:

$$\left\{ \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \right\} \frac{1}{2}$$

### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Procedimiento para resolver la división de fracciones combinada: dividimos un medio para un medio, invertimos la cantidad del dividendo que está a lado derecho, el numerador pasa al denominador, y el denominador, pasa al numerador. Donde se observa que está transformada en multiplicación de un medio por dos, que es igual a dos medios, y simplificando esto es igual a uno y por un medio es igual a un medio.

### EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la división de fracciones combinada.

$$\left\{\frac{1}{2} \div \frac{1}{2}\right\} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Multiplicamos medios que es  $2 \times 1$ , y extremos que es  $2 \times 1$ , resultado parcial 1, esto por un medio, queda  $\frac{1}{2}$

### Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 8/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,99/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y gráfica un problema de la vida real creado por su persona, en el cuaderno de deberes.
2. Realizar los problemas anteriores en material concreto.

3. Crear un problema de la división combinada de fracciones por su persona y dar una solución.
4. Crear un problema con números racionales sobre la división por su persona y dar solución.

### **Deberes para el Aprendizaje**

1. Hacer un problema de números racionales con la división.
2. Hacer cinco problemas con la división de números racionales
3. Crear un problema de la vida real con números racionales empleando la división de fracciones.

### **Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

1. Hacer la recta numérica con material concreto, con la combinación de números racionales de la división.
2. Exponer en la recta numérica la división de números racionales con la división.
3. Explicar donde se encuentran la combinación de los números racionales de la división.
4. Hacer la división con números racionales, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

## POTENCIACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES (Q)

Tiempo estimado para este taller es de 20 horas clase de 40 minutos

1. Tema: Potenciación de números racionales

### 2. Objetivo

Aprender la potenciación de los números fraccionarios, que se encuentran en la recta numérica mediante ejemplos de la vida real para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación

Indica el docente, a los estudiantes diciendo hacer grupos de diez. El tema de la dinámica es escribir el mayor número de palabras o símbolos matemáticos por cada estudiante del grupo con un tiempo de tres minutos por grupo, gana el grupo que mayor número de palabras o símbolos tenga. Luego un participante escribe en el pizarrón, y va asentarse a continuación va el compañero, escribe y así sucesivamente continua, hasta que se termine el tiempo de tres minutos. Muchas gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos

¿Cuándo existe la potenciación de fracciones?

Cuando la fracción es la base, y, esta se eleva a un exponente, porque la fracción se multiplica las veces que tiene el exponente y se aplicando la ley de los signos.

## 5. Razonamiento lógico

¿Cuándo se aplica la potenciación?

Se aplica cuando se quiere realizar proyecciones del futuro, de algún objeto de estudio.

## 6. Construcción del Conocimiento

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

¿Qué es la potenciación de números fraccionarios?

Es la fracción que está formada por la base y el exponente, que indica las veces que hay que repetir la base.

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Base = b ; Exponente = n ;  $b^2 = b ( b )$

### Propiedades de la Potenciación

Neutro.- La potencia elevado al exponente cero es igual a uno.

Ejemplo:

$$(5)^0 = 1 \quad y \quad \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

## Operaciones

Represente como potenciación de números fraccionarios los siguientes problemas de la vida real y encuentre su resultado.

Hugo después de dos años cuanto ganará si cada año gana  $\frac{1}{2}$  dólares.

Pepito ahorra  $\frac{62}{5}$  de dólar al mes, ¿Cuánto ahorrará en dos años?

### Solución:

Primero realizamos la parte conceptual: que dice Pepito ahorra  $\frac{62}{5}$  al año  
¿Cuánto ahorrará después de dos años?

Proceso Numérico

$$\frac{65}{2} \times 12 \times 2$$
$$\frac{31}{5} \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 = \frac{31}{5} \times 3 \times 2^4$$

Proceso Simbólico

$$\left(+\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a^2$$

Proceso Gráfico



### Explicación:

Observamos en la recta numérica tiene una magnitud de un cuarto.

## POTENCIACIÓN COMBINADA

### DEFINICIÓN

Es la mezcla de números fraccionarios positivos y negativos realizando la potenciación, la base por el exponente.

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+2+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Procedimiento para resolver la potenciación de fracciones combinada, la base se eleva al exponente respectivo y luego se multiplica las fracciones: un medio elevado al exponente dos, es igual a un cuarto, menos un medio elevado al exponente dos es igual a un cuarto, menos un medio elevado al exponente dos, es igual a un cuarto. Se conserva la base que es un medio, elevado al exponente seis. La respuesta es un medio elevado al exponente seis. Respuesta: un sesenta y cuatroavo.

### EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la potenciación de fracciones combinada.

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = +\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

Descomposición en factores

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

## **Indicaciones Generales**

Cada uno de los estudiantes participantes deberá tener un cuaderno de trabajo, para que realice las operaciones y los resúmenes de explicación. Los docentes deberán reforzar en las diferentes conceptualizaciones a fin de que los estudiantes desarrollen las operaciones.

Debe relacionarse las operaciones con las actividades cotidianas que los estudiantes hacen a diario en su casa.

El docente debe realizar algunas de actividades grupales como: socio dramas, dramatizaciones, entre otras actividades relacionadas con el tema.

## **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 6,66/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,77/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y gráfica un problema de la vida real creado por su persona, en el cuaderno de deberes.
2. Realizar los problemas anteriores en material concreto.
3. Crear un problema de la potenciación con fracciones y dar solución.
4. Crear un problema de potenciación con números racionales.

## **Deberes para el Aprendizaje**

1. Hacer un problema de números racionales con la potenciación

2. Hacer cinco problemas con números racionales con la potenciación
3. Crear un problema de la vida cotidiana con números racionales de la potenciación

### **Materiales**

#### **Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

1. Hacer la recta numérica con material concreto, con la combinación de números racionales de la potenciación.
2. Exponer la recta numérica con los números racionales de la potenciación.
3. Explicar donde se encuentran la combinación de los números racionales de la potenciación.
4. Hacer la potenciación con números racionales, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

## **RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES (Q)**

Tiempo estimado para este taller es de 20 horas clase de 40 minutos

### **1. Tema: Radicación de números racionales**

### **2. Objetivo**

Aprender la radicación de los números fraccionarios, que se encuentran en la recta numérica mediante ejemplos de la vida real para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación

Indica el docente, a los estudiantes diciendo hacer grupos de diez. El tema de la dinámica es escribir el mayor número de palabras o símbolos matemáticos por cada estudiante del grupo con un tiempo de tres minutos por grupo. Gana el grupo que mayor número de palabras o símbolos tenga, y luego el participante escribe en el pizarrón, y va asentarse a continuación va el compañero, escribe y así sucesivamente continua, hasta que se termine el tiempo de tres minutos. Muchas gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos

Son los conocimientos previos que debe saber el estudiante de octavo año.

¿Cuándo existe la radicación de números enteros?

Cuando queremos sacar la raíz del radicando, sabiendo el cuadrado perfecto de número.

### 5. Razonamiento Lógico:

¿Cuáles es el símbolo de la radicación?  $\sqrt{\quad}$

### 6. Construcción del Conocimiento

#### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

## Materiales

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

¿Qué es la radicación de fracciones?

Es la operación que extrae la raíz del radical o es el inverso de la potenciación.

Ejemplo:

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}; \quad \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{2^2}} = \frac{1}{2}$$

## Propiedades de la Radicación:

**Distributiva.**- La potenciación de números fraccionarios se aplica la distribución del radical con el radicando.

Ejemplo:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{16}\right)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

## Operaciones

Represente la potenciación de los números fraccionarios con los siguientes problemas de la vida real y encuentre su resultado.

Oscar tiene un terreno de forma cuadrada que mide un área total de 400m<sup>2</sup>. ¿Cuál es la longitud de cada lado?

### Proceso de Solución:

Son operaciones con números fraccionarios, primero se realiza la parte conceptual, que dice Oscar tiene un terreno, que tiene un área de cuatrocientos metros cuadrados. ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

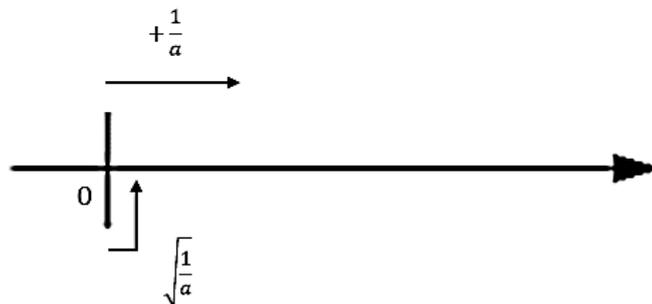
Proceso Numérico

$$\left(\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)}\right) = \frac{1}{2}$$

Proceso Simbólico

$$\left(\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)}\right) = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

Proceso Gráfico



### 7. Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 7,44/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,11/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## RADICACIÓN COMBINADA

### DEFINICIÓN

Es la mezcla de números enteros positivos y negativos realizando con la radicación de fracciones.

Ejemplo:

$$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

### EXPLICACIÓN CONCEPTUAL

Para resolver la radicación: se aplica la radicación del radicando para extraer la raíz del numerador y del denominador.

Sacamos la raíz cuadrada del numerador, que es uno, luego sacamos la raíz cuadrada del denominador que es tres, la respuesta sería un tercio. Aplicando los mismos procedimientos separamos en cifras de dos, desde la derecha hasta la izquierda, con la cantidad de un noveno, separado está el uno, el cuadrado de uno es uno, realizamos, buscamos el cuadrado de tres es igual a nueve, la raíz cuadrada de un noveno es igual a un tercio.

### EXPLICACIÓN NUMÉRICA

Procedimiento para resolver la radicación combinada:

$$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{3^2}} = \frac{1}{3}$$

Porque:  $3 \times 3 = 9$

### **Evaluación para ver los logros**

1. Representar en forma conceptual, numérica, simbólica, y gráfica un problema de la vida real creado por su persona, en el cuaderno de deberes.
2. Realizar los problemas anteriores en material concreto: granos de maíz, frejol por ejemplo.
3. Crear un problema de la radicación con fracciones y dar solución.
4. Crear un problema con números racionales, de radicación.

### **Deberes para el Aprendizaje**

1. Hacer un problema de números racionales con la radicación.
2. Hacer cinco problemas con números racionales con la radicación
3. Crear un problema de la vida cotidiana con números racionales de la radicación.
4. Hacer la recta numérica con material concreto, con la combinación de números racionales de la radicación.
5. Exponer la recta numérica con los números racionales de la radicación.
6. Explicar donde se encuentran la combinación de los números racionales de la radicación.
7. Hacer la radicación con números racionales, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

# TALLER 3

## SISTEMA DE FUNCIONES



## TALLER 3.1. SISTEMA DE FUNCIONES

Tiempo estimado para este taller es de 10 horas clase de 40 minutos

### 1. Tema; Sistema de funciones

### 2. Objetivo

Aprender los conceptos y aplicaciones del sistema de funciones lineales con material concreto para el desarrollo de aprendizajes significativos.

### 3. Motivación

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces pares o parejas, estas mismas palabras repetimos diez veces, y luego un participante dice alto, donde paro, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia? Todos los estudiantes responden hacer pares o parejas con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos

¿Quién utilizó por primera vez los pares ordenados de números para representar la posición de un punto en el plano?

René Descartes creó el plano cartesiano: “X” “Y”.

### 5. Razonamiento Lógico

¿Cómo se les conoce a los pares ordenados?

Se les conoce como coordenadas cartesianas del punto, que están en dicho plano.

## 6. Construcción del Conocimiento

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

### ¿Qué son los pares ordenados?

Es la formación de una pareja entre las coordenadas del eje "X" y el eje "Y". Cuando decimos el marcador de un partido de básquet (30, 20), expresamos ordenadamente que el primero tiene 30 puntos y el segundo 20 puntos. Podríamos decir 30 representa "X" y 20 puntos representan "Y", se construye la idea de par ordenado.

$$(30,20) \neq (20,30)$$

En el par ordenado (a, b), el elemento **a** se llama primera componente y el elemento **b** se llama segunda componente.

#### DEFINICIÓN

Si (a, b) es un par cualquiera, con  $a \neq b$ , será un par ordenado si  $(a, b) \neq (b, a)$ .

#### RECUERDA

Dos pares ordenados son iguales si los elementos respectivos son iguales y están dados en el mismo orden. Ejemplo:  $(30, 20) = (30, 20)$

**Contra ejemplo:**  $(20,30) \neq (30,20)$

#### PRODUCTO CARTESIANO

Esta operación se la conoce AXB. Consiste en formar parejas ordenadas (pares ordenados) tomando la primera componente del primer conjunto y la segunda componente del segundo conjunto.

#### DEFINICIÓN

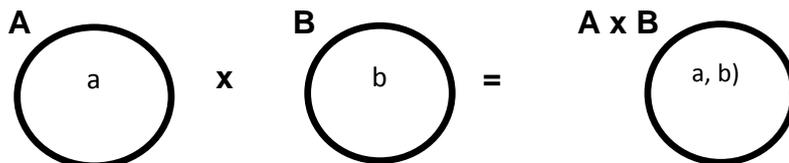
El producto cartesiano  $A \times B$  es el conjunto formado por todos, los pares ordenados, cuyas primeras componentes pertenecen a A y cuyas segundas componentes pertenecen a B.

Simbólicamente, podemos escribir así:  $A \times B = \left\{ \frac{a,b}{a \in A \wedge b \in B} \right\}$

## Materiales

Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)

Gráficamente, podemos representar así



Con una tabla de doble entrada, lo representa así:

<b>A</b>	<b>B</b>
a	(a, b)

**Ejemplo 1:** hallemos simbólicamente el producto cartesiano.

$$A \times B, \text{ si: } A = \{e, d\} \text{ y } B = \{m, n\} = \{(d, m); (d, n); (e, m); (e, n)\}$$

**Ejemplo 2:** hallemos simbólicamente los productos  $P \times Q$ ,  $Q \times P$ , y  $Q \times Q$ , si:

$$P = \{2, 4\} \text{ y } Q = \{1, 5\}$$

$$P \times Q = \{(2, 1), (2, 5), (4, 1), (4, 5)\}$$

$$Q \times P = \{(1, 2), (1, 4), (5, 2), (5, 4)\}$$

$$Q \times Q = \{(1, 1), (1, 5), (5, 1), (5, 5)\}$$

### RAZONA:

- ♣ El número de pares ordenados es igual al factor del número de elementos del primer conjunto por el número de elementos del segundo conjunto.
- ♣ En el ejemplo anterior, el conjunto P tiene 2 elementos y el conjunto Q tiene 3 elementos, por tanto  $P \times Q$  tiene 6 pares ordenados.

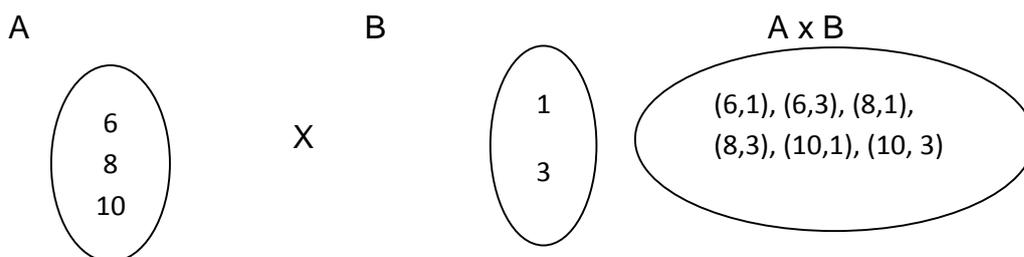
## Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 3,11/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,55/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para los conjuntos  $A = \{6, 8, 10\}$  y  $B = \{1, 3\}$ , determinar simbólicamente y gráficamente el producto  $A \times B$ .

Simbólicamente:  $A \times B = \{(6,1), (6,3), (8,1), (8,3), (10,1), (10, 3)\}$

Gráficamente:



En una tabla de doble entrada representa el producto  $P \times Q$ , si  $P = \{b, c\}$  y  $Q = \{3, 9, 27\}$

	N	3	9	27
M				
b		(b,3)	(b,9)	(b,27)
c		(c,3)	(c,9)	(c,27)

## Deberes para el Aprendizaje

1. Realice el producto de los conjuntos  $A = \{6, 8, 10\}$  y  $B = \{1, 3\}$ , determine simbólicamente y gráficamente el producto  $A \times B$ .
2. Haga cinco problemas con pares ordenados.

3. Cree un problema de la vida cotidiana con pares ordenados.
4. Concepto de función y ejemplo.

### **Materiales**

#### **Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

1. Hacer problemas con funciones y material concreto.
2. Exponer las funciones con pares ordenados.
3. Explicar donde se encuentran las funciones y los pares ordenados.
4. Hacer las funciones y pares ordenados, en forma conceptual, simbólica, numérica, y gráfica.

## SISTEMA DE COORDENADAS

Tiempo estimado para este taller es de 13 horas clase de 40 minutos

### 1. Objetivo:

Aprender los conceptos del sistema de funciones, con material concreto del estudiante para el desarrollo del pensamiento.

### 2. Motivación:

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces las coordenadas que conoce:  $x,y$  ;  $x,y$ ;  $xy$ ;  $x,y$ ;  $x,y$  :  $x,y$ ;  $x,y$ ;  $x,y$  ; $x,y$  ;  $x,y$ ; estos mismos símbolos repetimos diez veces y luego un participante dice alto, donde paro, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia?”, todos los estudiantes responden dibujar las coordenadas “ $x$ ” , “ $y$ ” con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### 3. Prerrequisitos:

¿Quién utilizo por primera vez las coordenadas con números para representar la posición de un punto. A? René Descartes creó el plano cartesiano: “ $X$ ” “ $Y$ ”.

### 4. Razonamiento Lógico:

¿Cómo se les conoce a las coordenadas?

Se les conoce con el nombre de “ $X$ ” (abscisas) e “ $Y$ ” (ordenadas), también como coordenadas cartesianas del punto, que están en el plano cartesiano.

## 5. Construcción del Conocimiento

### ¿Qué es el sistema de coordenadas?

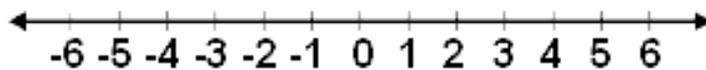
Es la formación de las coordenadas (eje x) y (eje y). Cuando decimos el marcador de un partido de béisquet (30, 20), expresamos ordenadamente que el primero tiene 30 puntos, que está representado por el eje de las (x), y el segundo 20 puntos, que está representado por el eje de las ordenadas (y), Podríamos decir 30 representa el eje “x” y veinte puntos representa eje “y”.

$$(30,20) \neq (20,30)$$

En el par ordenado (a, b) el elemento **a** se llama primera componente y el elemento **b** se llama segunda componente.

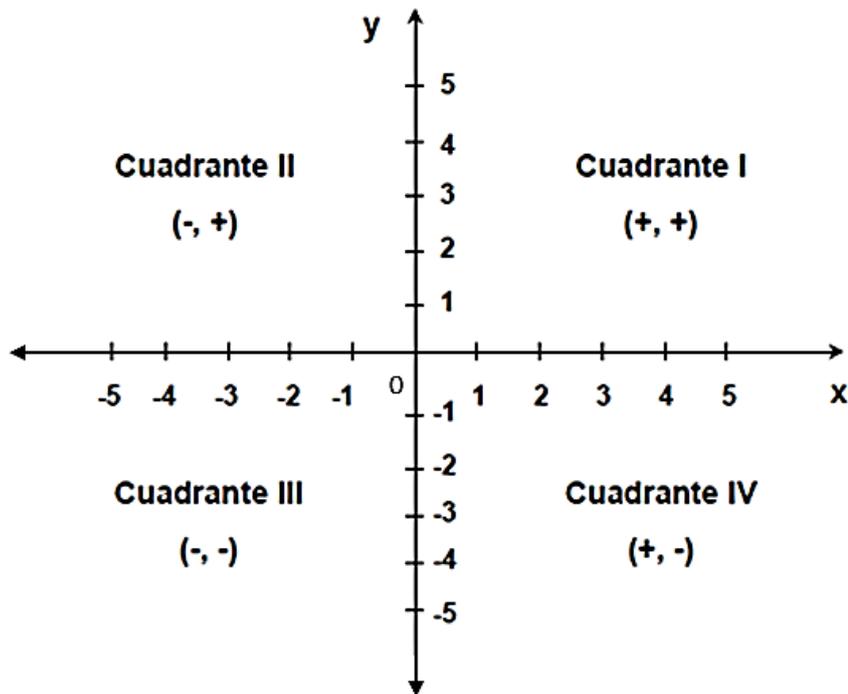
### Eje de Coordenadas

Si tomamos una recta numérica en el conjunto de los números enteros, se considera a esta como un sistema, en una dimensión.



Ahora si se toma dos sistemas de coordenadas en una dimensión, de tal manera que el origen cero coincida y que sean perpendiculares entre sí (horizontal y otro vertical), se tiene un sistema cartesiano.

Al sistema horizontal lo llamamos el **eje X** y al sistema vertical lo llamamos el **eje Y**, estos sistemas, dividen al plano cartesiano en cuatro regiones que se llaman cuadrantes, los mismos que se encuentran nominados en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj (I; II; III; IV).



### RAZONAMIENTO LÓGICO

- ❖ Un par ordenado las componentes se llama también coordenadas.
- ❖ En el presente tema se tratará preferentemente con números enteros ( $\mathbb{Z}$ ).

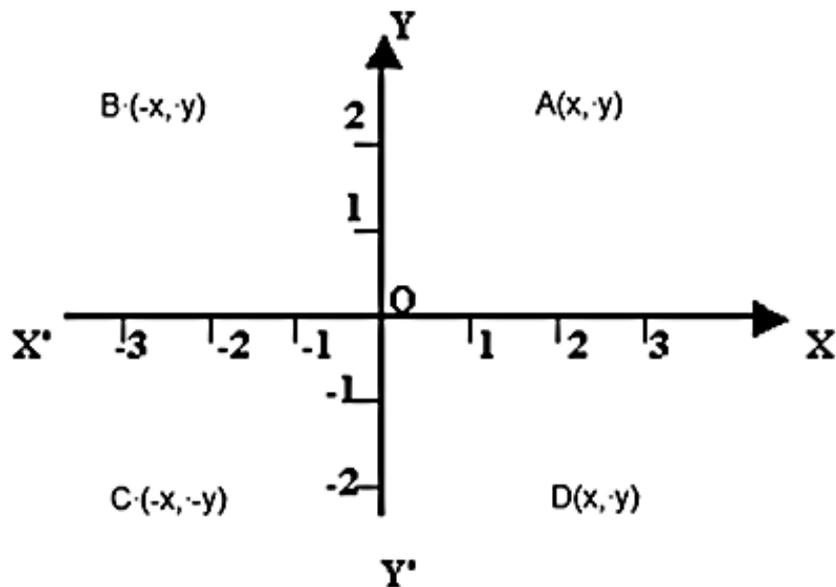
### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS EJES DE COORDENADAS

Todos los pares ordenados numéricos representan puntos y para su ubicación se coloca la primera componente en el eje horizontal (eje de las X) y la segunda componente en el eje vertical (eje de las Y), el punto se denota con una letra mayúscula.

Puntualicemos sobre los signos de las componentes y los cuadrantes:

- ❖ En el **I cuadrante**, las dos coordenadas son positivas (+, +).
- ❖ En el **III cuadrante**, las coordenadas son negativas (-, -).
- ❖ En el **II cuadrante**, la primera coordenada es negativa y la segunda coordenada es positiva (-, +).
- ❖ En el **IV cuadrante**, la primera coordenada es positiva y la segunda coordenada es negativa (+, -).

Si A, B, C y D representan cuatro puntos cualesquiera en los distintos cuadrantes, tenemos:



**Por ejemplo:**

Si queremos representar gráficamente el par ordenado (5, 4), comenzamos contando 5 unidades hacia la derecha a partir del origen; después contamos 4 unidades hacia arriba en el eje vertical. Trazamos rectas perpendiculares (pueden ser líneas entre cortadas) y en el punto de intersección estará ubicado en el **punto** que corresponde al par ordenado (5, 4).

## 7. Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 4,33/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,22/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Sea C  $(-x, -y)$  y  $D(x, y)$ , represente los puntos:  $(4,6)$ ,  $(-3,-6)$
2. Representa en un sistema cartesiano los siguientes puntos.  
 $(3, -6)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(-1, 4)$ ,  $(0, 5)$  y  $(-6, 0)$ .
3. Represente gráficamente, en un sistema cartesiano de coordenadas, el producto:  $A \times B$ , Si  $A = \{-2, 5\}$  y  $B = \{0, -4, 4\}$ .

### Deberes para el Aprendizaje

1. Se propone graficar los siguientes puntos para el producto cartesiano de los conjuntos  $A \{-6, -4\}$  y  $B \{5, 8\}$ .
2. Represente gráficamente, en un sistema cartesiano los siguientes puntos  $A (-3, 4)$ ;  $B (5, -5)$ ;  $C (9, -4)$ .
3. Crear un problema de la vida cotidiana con el plano cartesiano, con diferentes puntos.
4. Concepto de coordenadas y ejemplo.
5. Diseñe problemas con los sistemas de coordenadas y material concreto.
6. Exponer el sistema de coordenadas con los puntos  $(x, y)$
7. Explique donde se encuentran el sistema de coordenadas y los pares ordenados.
8. Haga el sistema de coordenadas y los pares ordenados en forma conceptual, simbólicos, numéricos, y gráfica.

## TALLER 3.3. RELACIONES BINARIAS

Tiempo estimado para este taller es de 15 horas clase de 40 minutos

1. Tema: Relaciones Binarias

### 2. Objetivo:

Comprender los conceptos de las relaciones binarias, con material concreto del estudiante para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación:

Indica el docente a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces las coordenadas que conoce:  $x,y$  ;  $x,y$ ;  $xy$ ;  $x,y$ ;  $x,y$  :  $x,y$ ;  $x,y$ ;  $x,y$  ; $x,y$  ;  $x,y$ ; estas mismas letras se repite diez veces, y luego un participante dice alto, donde paró, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia?”, todos los estudiantes responden dibujar las relaciones binarias donde se cotejan “X” e “Y”, y dibujar las relaciones binarias con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos:

¿Qué se utiliza en las relaciones binarias para representar la posición de un punto. A?

Se utiliza los eje de coordenadas (eje x) y (eje y).

### 5. Razonamiento Lógico:

¿Cómo se les conoce a las relaciones binarias? Respuesta se les conoce con el nombre de  $x$  (abscisas) y (ordenadas)  $y$ , también como

coordenadas cartesianas del punto. Que están en el plano cartesiano y son relaciones que se cotejan.

## 6. Construcción del Conocimiento

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

### Relaciones Binarias

#### Materiales

#### Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)

En la vida real se presenta situaciones en donde se cotejan o se comparan dos elementos, de los conjuntos por ejemplo:

- ❖ Ximena “es la reina de” Ibarra                      A “es un subconjunto de” B.
- ❖ 2 “es menor que” 4                                      Inés “es la esposa de” Ramiro.
- ❖ Hugo “es profesor de Matemática”.              6 “es divisor de” 36.

Se puede notar y observar que en todos los ejemplos planteados se relacionan dos elementos. En este tema se estudian las relaciones entre los elementos de dos conjuntos o de un mismo conjunto.

Entonces, para hallar el conjunto **relación**, debe considerarse lo siguiente:

1. Un primer conjunto “A” de partida.
2. Un segundo conjunto (puede ser el mismo primer conjunto) “B” el de llegada.
3. Una regla o condición definida, es la regla “Mayor qué”.

4. Los pares ordenados del producto cartesiano entre los dos conjuntos.

Al conjunto relación de A en B se lo simboliza con **R** o también con **ARB**. Además, no olvidemos que el conjunto relación **R**, estará formado por los pares ordenados que validan la regla planteada.

### **Ejemplo:**

Hallemos simbólicamente el conjunto ARB definido entre los conjuntos  $A = \{1, 3, 7\}$  y  $B = \{-2, 5\}$ , que valide la regla “menor que”. Primero, analicemos si contamos con los argumentos necesarios para una relación:

1. Primer conjunto,  $A = \{1, 3, 7\}$ .
2. Segundo conjunto,  $B = \{-2, 5\}$
3. La regla o condición definida es: menor que”.
4. El producto es:  $A \times B = \{(1, -2), (1, 5), (3, -2), (3, 5), (7, -2), (7, 5)\}$ .

### **Proceso de Solución:**

Los pares ordenados que valida (cumplen) la regla planteada son (1,5) y (3,5). Por tanto, el conjunto relación es:  $R = \{(1, 5), (3,5)\}$

## **7. Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 7,34/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 9,54/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.



## TALLER 3.4 RELACIONES BINARIAS DEFINIDA EN UN MISMO CONJUNTO

Tiempo estimado para este taller es de 16 horas clase de 40 minutos

1. Tema: Relaciones Binarias definida

### 2. Objetivo:

Aprender los conceptos de la relación binaria definida en un mismo conjunto con material concreto del estudiante para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación:

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces las coordenadas que conoce,  $x,y$  ;  $x,y$ ;  $xy$ ;  $x,y$ ;  $x,y$  :  $x,y$ ;  $x,y$ ;  $x,y$  ; $x,y$  ;  $x,y$ ; estas mismas letras repetimos diez veces, luego un participante dice alto, donde paró, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia?”, todos los estudiantes responden dibujar las relaciones binarias de un mismo conjunto donde se cotejan “X” e”Y”, y dibujar las relaciones binarias en un mismo conjunto y con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos:

¿Qué se utiliza en las relaciones binarias de un mismo conjunto para representar la posición de un conjunto . A?

Se utiliza el conjunto de partida “A” el conjunto “B” conjunto de llegada (eje “X”) y (eje “Y”) La regla impuesta “mayor que”.

Y se forma la relación de un mismo conjunto.

## 5. Razonamiento Lógico:

¿Cómo se les conoce a las relaciones binarias de un mismo conjunto?

Se les conoce con el nombre de “X” (abscisas) e “Y” (ordenadas) también como coordenadas cartesianas de los conjuntos de partida y del conjunto de llegada, que están en el plano cartesiano y son relaciones que se cotejan.

## 6. Construcción del Conocimiento

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

### Materiales

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

### Concepto de una relación definida en un mismo conjunto

Para una **relación** definida **en un mismo conjunto**, partamos de un conjunto:  $A = \{2, 3, 4, 6\}$  y la relación dada por la regla “mitad de”.

Para hablar de relación, el primero y segundo conjunto será A.

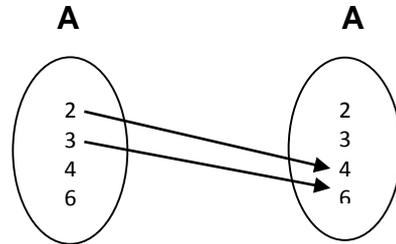
1. Primer conjunto,  $A = \{2, 3, 4, 6\}$ .
2. Segundo conjunto,  $A = \{2, 3, 4, 6\}$
3. La regla es “mitad de”.
4.  $A \times A = \{(2,2), (2,3), (2,6), (3,2), (3,6), (3,4), (4,2), (4,3), (4,4), (4,6), (6,2), (6,3), (6,4), (6,6)\}$ .

Entonces la relación es:

**Simbólicamente:**

$$R = \{(2,4), (3,6)\}$$

**Gráficamente:**



En consecuencia, se puede ver que una **relación** se da con los elementos de un mismo conjunto.

Ejemplo:

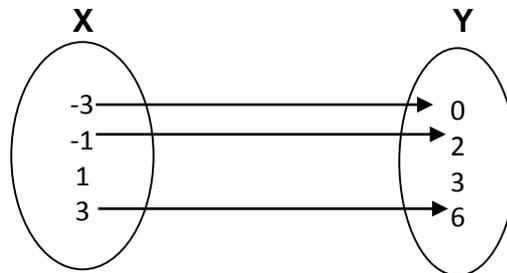
Halle simbólicamente y gráficamente en un diagrama sagital la relación XRY, dada por la ecuación:  $y = x + 3$ .

Si:  $X = \{-3, -1, 1, 3\}$  y  $Y = \{0, 2, 3, 6\}$

**Simbólicamente:**

$$XRY = \{(-3, 0), (-1, 2), (3, 6)\}$$

**Gráficamente:**



### **Dominio y contra dominio de una relación**

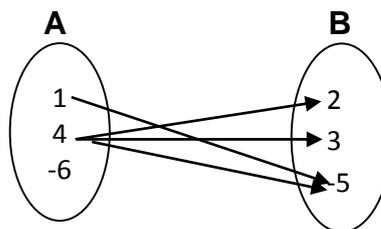
Determine simbólicamente el conjunto relación de A en B con la regla "mayor que", si  $A = \{1, 4, -6\}$  y  $B = \{2, 3, -5\}$

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,-5), (4,2), (4,3), (4,-5), (-6,2), (-6,3), (-6, -5)\}$$

**Simbólicamente:**

$$R = \{(1,-5), (4,2), (4,3), (4,-5)\}$$

**Gráficamente:**



## 7. Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 3,22/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 7,02/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

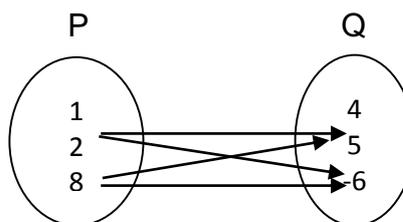
1. En la relación representada gráficamente contesta lo siguiente:

¿Cuál es el conjunto de partida?

¿Cuál es el conjunto de llegada?

¿Cuál es el conjunto de Dominio?

¿Cuál es el conjunto de contra dominio o imagen?



### Deberes para el Aprendizaje

1. Concepto de dominio.
2. Concepto de contra dominio.
3. Represente gráficamente, la expresión dominio y contra dominio.
4. Crea un problema de la vida cotidiana con la expresión dominio.
5. Haga problemas con el dominio y contra dominio y material concreto.
6. Exprese el dominio y el contra dominio
7. Explique donde se encuentran el dominio y el contra dominio
8. Haga el dominio y el contra dominio en forma conceptual, simbólicos, numéricos, y gráfica.

## TALLER 3.5. FUNCIÓN

Tiempo estimado para este taller es de 16 horas clase de 40 minutos

1. Tema: Función

### 2. Objetivo:

Aplicar los conceptos de función con la realización del material concreto del estudiante para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación:

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces función de  $x$  en  $y$ , estas mismas frases repetimos diez veces, luego el participante dice alto, donde paró, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta: "¿Cuál es la penitencia?", todos los estudiantes responden dibujar las funciones de "X" en "Y" donde se cotejan "X" e "Y", con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos:

¿Qué se utiliza en las funciones para representar la posición A?

Se utiliza el conjunto de partida "A" y el conjunto "B" conjunto de llegada (eje "X" ) i ( eje "Y") donde "Y" depende de eje "X".

### 5. Razonamiento Lógico:

¿Cómo se les conoce a una función?

Se les conoce cuando depende del eje "X", el eje "Y" o lo inverso eje "Y" depende de eje "X" se conoce con el nombre de "X" (abscisas) y "Y"

(ordenadas) y también como coordenadas cartesianas de los conjuntos de partida y del conjunto de llegada, que están en el plano cartesiano.

## **6. Construcción del Conocimiento**

### **Aplicación: de la metodología**

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

### **Concepto de Función**

Son las relaciones, de cada elemento del primer conjunto está relacionado con un sólo elemento del segundo conjunto.

**Su Representación es:**

#### **Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

Antes de definir una función, es necesario anotar que en lo posterior se utilizará para el primer conjunto la letra **X** y para el segundo conjunto la letra **Y**, no sin antes puntualizar que se pueden emplear otras letras.

Una función se denota generalmente así:

$$F: X \rightarrow Y \text{ o } X \xrightarrow{f} Y$$

Que se lee: "f es una función de X en Y".

Ejemplo:

Carlos depende del sueldo mensual de su trabajo que gana (500 dólares).

El eje "X" es Carlos eje "Y" es el sueldo mensual.

Carlos “f es una función de sueldo mensual”

$$F : X \text{ ----- } Y \quad \text{o} \quad X \text{ ----- } f \text{ ----- } Y$$

### **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 2-33/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 7.44/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Conceptos de función.
2. Observe y Analice la relación XRY “cuadrado de” es una función, para los conjuntos:  
 $X = \{4,9\}$  y  $Y = \{-2,2,3,-3\}$ .
3. Escriba con 4 pares ordenados y dos relaciones que representen una función.

### **Deberes para el Aprendizaje**

1. Concepto de función.
2. Cree un problema de la vida cotidiana de función.
3. Represente gráficamente, la expresión de función.
4. Cree un problema de la vida cotidiana con la expresión  $(X, Y)$ .
5. Haga problemas con función y material concreto.
6. Exponga las funciones con ejemplos.
7. Explique donde se encuentran las funciones
8. Haga las funciones en forma conceptual, simbólicas, numéricas, y gráfica.

## **TALLER 3.6. GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN EN UN SISTEMA CARTESIANO**

Tiempo estimado para este taller es de 20 horas clase de 40 minutos

1. Tema: Grafica de una función

### **2. Objetivo:**

Graficar funciones en el plano cartesiano, con material concreto del estudiante para el desarrollo del aprendizaje significativo.

### **3. Motivación:**

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces función de  $x$  en  $y$ , estas mismas frases repetimos diez veces, luego un participante dice alto, donde paró, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia?”, todos los estudiantes responden dibujar las funciones de  $X$  en  $Y$  donde se cotejan  $X$  e  $Y$  con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### **4. Prerrequisitos:**

¿Qué se utiliza para graficar en el plano cartesiano para representar la posición  $A$ ? Se utiliza el conjunto de partida “ $A$ ” el conjunto “ $B$ ” conjunto de llegada (eje  $X$ ) i ( eje  $Y$ ) donde eje  $X$  depende de eje  $Y$ .

### **5. Razonamiento Lógico:**

¿Cómo se grafica una función?

Se grafica en el plano cartesiano cuando depende del eje X, el eje Y o lo inverso eje Y depende de eje X con el nombre de X (abscisas), Y (ordenadas) o también como coordenadas cartesianas.

## 6. Construcción del Conocimiento

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

### Materiales

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

### Gráfica de una función en un sistema cartesiano

Primero señalemos que a una función numérica definida en los números enteros, se acostumbra representarla como:  $F: \{(x, y) / y = f(x) \ x, y \in \mathbb{Z}\}$

Por ejemplo,  $F: \{(x, y) / y = 2x, X \text{ e } Y \in \mathbb{Z}\}$ , es una función denotada como un conjunto determinado por comprensión, cuya regla que la define es:  $y = 2x$ .

El **conjunto dominio** estará formado por los números enteros que se asignen arbitrariamente a X, el **conjunto contra dominio** estará formado por los valores de Y, con  $(y = f(x))$  obtenidos al reemplazar X en la regla dada:  $(y = 2)$ .

Antes de graficar una función, es necesario determinar el conjunto por tabulación, es decir, hallar algunos pares ordenados de la función, Así mismo, al momento de hacerlo, debemos considerar que el eje horizontal corresponde al conjunto dominio X y el eje vertical corresponde al conjunto contra dominio Y.

Ejemplo:

Grafique en un sistema cartesiano la función:

$$f = \{(x, y) / y = 2x + 1, x \text{ e } y \in \mathbb{Z}\}$$

Para representar la función dada en un sistema cartesiano, primero debemos determinar este conjunto por tabulación, para lo cual se asigna arbitrariamente en la regla dada (ecuación), valores a X y se obtiene las respectivas imágenes Y también conocidas como **f(x)**.

Es conveniente que en los ejercicios, se elabore una tabla para obtener sistemáticamente los pares ordenados, al hacerlo, no olvide que la función está definida en el conjunto de los números enteros.

x	F(x) = 2(x) + 1 = y
1	F(1) = 2(1) + 1 = 3
2	F(2) = 2(2) + 1 = 5
3	F(3) = 2(3) + 1 = 7
0	F(0) = 2(0) + 1 = 1
-1	F(-1) = 2(-1) + 1 = -1
-2	F(-2) = 2(-2) + 1 = -3
-3	F(-3) = 2(-3) + 1 = -5

Entonces el conjunto función determinado por tabulación, será:

$$F = \{(1,3), (2,5), (3,7), (0,1), (-1,-1), (-2,-3)\}.$$

### **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 6,44/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 8,78/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. La primera ordenada es negativa y la segunda es negativa  
( - , +) en el :
  - a)  III cuadrante
  - b)  IV cuadrante
  - c)  II cuadrante
2. En el producto cartesiano  $B \times A$ , si  $A = \{ 5,6,7\}$  y  $B = \{ 5,8\}$ , cual es verdadero y cual es falso:
  - a)   $\{(5,5); (5,8), ( 6,5), (6,8), (7,5), (7,8)\}$
  - b)   $\{( 5,5), (5,6), (5,7), (6,5), (6,7), (5,7)\}$
  - c)   $\{(5,5), (5,6), ( 5,6), (8,5), (8,6), (8,7)\}$
3. El dominio de la función  $f = \{(6,3), (5,-2), (3,3)\}$  es:.....
  - a)   $\{5, -2,3\}$
  - b)   $\{6,5,-2\}$
  - c)   $\{3,5,6\}$
4. En una función represente:
  - a)  un elemento del dominio y contra dominio.
  - b)  un elemento del dominio.
  - c)  un elemento de contra dominio.
5. Grafique en el sistema cartesiano la función dada por  $y = 3x - 4$  ( obtén por los menos siete pares ordenados).
6. Grafica en el sistema cartesiano la función dada por  $y = 2x^2 - 3x - 2$  (obtenga por los menos siete pares ordenados).
7. Grafique en el sistema cartesiano, la ecuación dada por

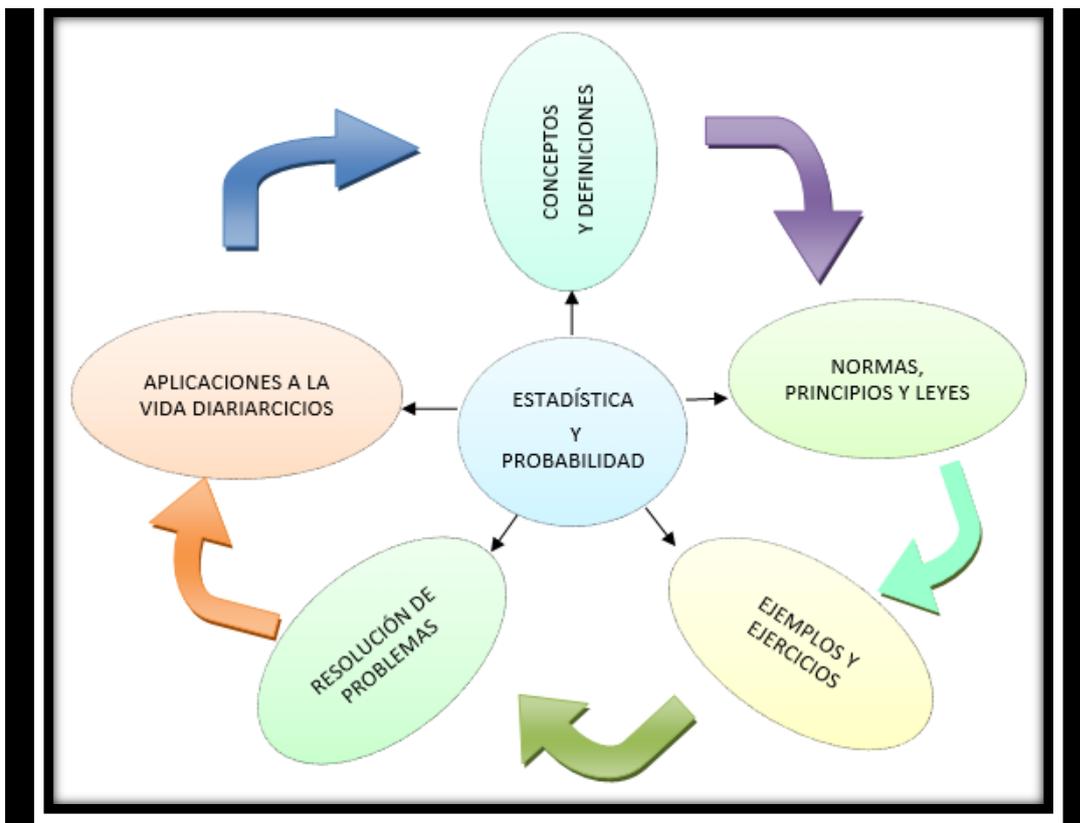
### Deberes para el Aprendizaje

1. Concepto de función definida
2. Cree un problema de la vida cotidiana de función definida.
3. Represente gráficamente, la expresión de función definida.
4. Cree un problema de la vida cotidiana con la expresión función definida.

5. Haga problemas con función definida con material concreto.
6. Exponga las funciones definidas con ejemplos.
7. Explique donde se encuentran las funciones definidas
8. Haga las funciones definidas en forma conceptual, simbólicas, numéricas, y gráfica.

## TALLER 4

### ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES



## TALLER 4.1 ESTADÍSTICA

Tiempo estimado para este taller es de 12 horas clase de 40 minutos

1. Tema: Estadística

### 2. Objetivo:

Aprender los conceptos de estadística, con material concreto del estudiante para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación:

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces: datos y frecuencia, esta misma frase repetimos diez veces, y luego el participante dice alto, donde paro, tiene que decir una penitencia, el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia? Todos los estudiantes responden hacer datos estadísticos y frecuencias con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos:

¿Quién utilizó por primera vez la estadística para representar la posición de un dato?

El astrónomo Inglés Edmundo Halley para sacar la tabla de mortalidad (Alemania, 1691).

### 5. Razonamiento Lógico:

¿Cómo se aplica la estadística?

Se aplica en diferentes investigaciones de mercado, de vivienda, población, para ver crecimiento de personas, animales o cosas.

## 6. Construcción del Conocimiento

### Aplicación: de la metodología

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

### Materiales

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

### ¿Qué es la estadística?

Es una parte de la matemática que estudia la toma de decisiones sobre la base de datos de una investigación, que sean observables y originales.

Ejemplo: las calificaciones de los estudiantes por trimestres,  $x$  representa una prueba escrita, o una lección oral, etc.

### Recolección de Datos

Calificaciones de los estudiantes en cuatro semanas

1. Prueba escrita
2. Lecciones orales
3. Presentación de trabajos
4. Presentación del material concreto

Nº	NÓMINA DE HOMBRES	1	2	3	4	$\Sigma$	$\bar{x}$ : Promedio	
1	ALBA CANDO	20	1	14	14	49	12,20	12
2	ARAQUE CRISTIAN	20	1	1	1	23	5,75	6
3	AYALA EDWIN	20	1	8	18	47	11,75	12
4	CARANQUI MARCO	20	1	10	1	32	8,00	8
5	DE LA CRUZ CARLOS	20	20	6	1	47	11,75	12
6	ESCANTA JHONATAN	20	1	7	14	42	10,50	11
7	GALINDO BRIAN	20	1	11	14	46	11,20	11

8	GARCIA EDISON	20	20	14	1	55	13,75	14
9	GONZALES RONY	20	20	11	14	65	16,25	16
10	GUAJAN MARIO	20	20	13	18	71	17,75	18
11	GUEVARA JUAN	20	1	11	16	48	12,00	12
12	MULMAN LUIS	20	1	10	14	45	11,25	11
13	PIÑAN VINICIO	20	20	7	14	61	15,25	15
14	RAMOS ALEX	1	1	6	14	22	6,00	6
15	SALAZAR ALEX DAVID	20	20	8	18	66	16,50	17
16	TAMBACO MARCO	20	1	8	14	43	6,00	6
17	YACELGA KEVIN	20	20	13	18	61	17,75	18

Representación de la media aritmética  $\bar{x} = \sum (x) / n$

$\bar{x}$ : significa la media aritmética.

$\sum$ : significa la sumatoria.

X: significa las observaciones.

n: significa el número total de casos.

Ejemplo: N° 2

En un experimento se tiene repeticiones (chanchos) y tratamientos (dosis de alimentos) en cinco días

REPET.	TRATAMIENTOS					$\Sigma$	X
	1	2	3	4	5		
1	87	47	82	64	31	311	62,2
2	78	63	72	50	45	308	61,6
3	104	62	76	42	40	324	64,8
4	98	55	70	45	47	315	63,0
$\Sigma$	367	227	300	201	163	1258	62,9
X	91,75	56,75	75	50,25	40,75	314,5	62,9

## 7. Evaluación para ver los logros taller

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 6,43/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 9,77/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### 1. Concepto de Estadística.

Es parte de la ciencia que estudia a un conjunto de datos para la toma de decisiones o interpretaciones de resultados.

Ejemplo: Los datos del atraso de estudiantes.

### 2. Concepto de Variable.

Es la que está representada simbólicamente con letras del abecedario, y varía de acuerdo a lo que deseamos representar, ejemplo: x, y, z, w, a, b.... que indica la variación.

### 3. Concepto de Población.

Es un conjunto de personas, animales y cosas, hechos o acontecimientos.

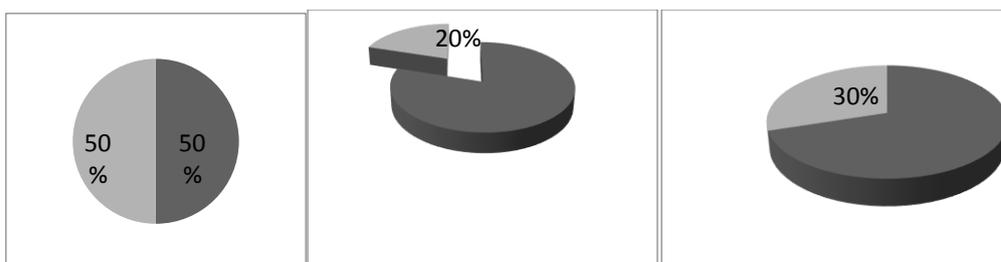
### 4. Concepto de Muestra.

La muestra es una parte de la población. Ejemplo: estudiante becados de un país.

### 5. Concepto de Variable Cuantitativa.

Es la que utiliza cantidades o números. Ejemplo: 1, 2, 3,....

### 6. Representa da forma de pastel 50%, 20% y 30 %



### Deberes para el Aprendizaje

1. Definición de Estadística.
2. Cree un problema de la vida real, o cotidiana de estadística.
3. Cuando se utiliza la estadística.
4. Grafique la media aritmética de diez datos
5. Hacer las estadísticas en papel cuadriculado y milimetrado.

6. Exponga ejemplos de estadísticas de población de Imbabura.
7. Explique donde se encuentran la estadística, mediante ejemplos.
8. Presentar datos estadísticos en forma conceptual, simbólicos, numéricos, y gráfica.

## TALLER 4.2. PROBABILIDADES

Tiempo estimado para este taller es de 12 horas clase de 40 minutos

1. Tema: Probabilidades

### 2. Objetivo:

Enseñar los conceptos de probabilidades con material concreto del estudiante para el desarrollo del pensamiento.

### 3. Motivación:

Indica el docente, a los estudiantes diciendo por favor repitan diez veces probabilidades, esta palabra repetimos diez veces, y luego un participante dice alto, donde paró, tiene que decir una penitencia; el docente pregunta “¿Cuál es la penitencia?”, todos los estudiantes responden hacer probabilidades con todos los presentes del curso, gracias. (Termina la motivación).

### 4. Prerrequisitos:

¿Qué se utiliza en las probabilidades para representar?

Se utiliza en sucesos y eventos empleando supuestos o suposiciones.

### 5. Razonamiento Lógico:

¿Cómo se realiza las probabilidades?

Se realiza con los sucesos y eventos, para dar una suposición de la acción de un evento cualquiera.

## **6. Construcción del Conocimiento**

### **Aplicación: de la metodología**

Es el método inductivo que va de lo más fácil a lo más difícil seguido del método deductivo que va de lo más difícil a lo más fácil

### **Materiales**

**Usando Material de composición química (celulosa, polímeros, hierro)**

### **¿Qué son las probabilidades?**

En la vida real o cotidiana se presenta situaciones, eventos o sucesos, que comparan dos elementos de los sucesos, por ejemplo:

- ❖ Ximena “se ganará la lotería”.
- ❖ Al lanzar un dado saldrá 2.

Se puede notar y observar que en todos los ejemplos planteados se supone al menos dos elementos; en este tema se estudian los sucesos entre los elementos de los eventos.

### **Evaluación para ver los logros taller**

Esta evaluación con el proceso tradicional explicando en el pizarrón su calificación fue de 9,66/10 esta misma evaluación con el proceso activo de los talleres y la construcción del conocimiento su calificación es de 10/10 por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1. Conceptualice la idea de probabilidad.
2. Exprese probabilidades.
3. Escriba ejemplos de probabilidades que representen eventos, sucesos y situaciones posibles y no posibles de ocurrir.

### **Deberes para el Aprendizaje**

1. Concepto de estadística.
2. Cree un problema de la vida cotidiana sobre estadística.
3. Represente gráficamente una expresión de probabilidad y estadística.
4. Cree un problema de la vida cotidiana donde se exprese la media aritmética.
5. Hacer problemas con estadística usando material concreto.
6. Exponga las estadísticas y las probabilidades con ejemplos.
7. Explique donde se encuentran la estadística y las probabilidades.
8. exprese las probabilidades en forma conceptual, simbólicas, numéricas, y gráfica.

## Conclusiones y Recomendaciones

### Conclusiones

1. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es uno de los puntos, como eje principal de estudio de la presente investigación, mediante la contextualización del diagnóstico que es un análisis cualitativo, sin la manipulación de variables aplicando una estadística descriptiva para ver la brecha existente entre las diferentes instituciones del objeto de estudio. Ya que los estudiantes no entienden los procesos lógicos de Matemática.
2. Una vez realizado el diagnóstico, se observa que se debe mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de una forma más analítica en los procedimientos de la Matemática. Por lo que se plantea una propuesta alternativa de solución que es la guía de fortalecimiento del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los octavos años.
3. Que se debe mejorar en las estrategias, seguido de un lenguaje Matemático, más didáctico, con los estudiantes de los octavos años de las escuelas de objeto de estudio.
4. Realizar el cambio de mentalidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje como un eje de transformación y de cambio de los docentes y directivos.
5. El presente trabajo busca contextualizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática para que sea esta asignatura más atractiva, interesante, lúdica, comprensiva, y con experiencias significativas que se aplique en la vida cotidiana, relacionando representaciones conceptuales, numéricas, simbólicas, y gráficas.

6. Con la presente investigación se deduce, que los problemas para el aprendizaje de la Matemática es inadecuada la aplicación de las estrategias es inadecuado lenguaje Matemático es inadecuado, con esto se concluye que la problemática del aprendizaje de la Matemática está en el docente, al no aplicar estrategias didácticas y metodologías adecuadas para el proceso enseñanza-aprendizaje de esta asignatura.

## Recomendaciones

1. Se debe mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje, con procedimientos didácticos más analíticos en los años siguientes de noveno, decimo.
2. Aplicar los problemas Matemáticos relacionando con la vida cotidiana para mejorar los procesos didácticos de enseñanza aprendizaje.
3. Trabajar más con material didáctico, para que manipulen los estudiantes, porque entienden mejor la Matemática.
4. Las estrategias que debe implementar el docente en la enseñanza de la Matemática del octavo año es hacer los procedimientos de enseñanza-aprendizaje de una forma más analítico con material didáctico que puedan manipular los estudiantes en la vida cotidiana.
5. Se debe mejorar el proceso enseñanza – aprendizaje realizando una nueva investigación con la aplicación de variables y la estadística inferencial para mejorar este problema didáctico en esta asignatura.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, Floralba (2003) Programa de Capacitación Pedagógica (Plan 50) Metodología del aprendizaje.
- Alonso, Juan, (2007) Diccionario Enciclopédico Editorial: ESPASA Pág. 371.
- Benalcázar, Marco, et al. (2008). Innovación en la Enseñanza y el Aprendizaje de Matemáticas en los Diez Años de educación Básicas en la Provincia de Imbabura.
- Córdova, L. MARTINEZ, Y. (2010) Guía para docentes séptimo año básica.
- Escobar Wilmer (2013) “Teorías del Aprendizaje” Verificado el 30 de julio del 2013, Disponible en [www. Slideshare. Nel./ wiesco / teorías \\_ del aprendizaje](http://www.Slideshare.net/wiesco/teorias_del_aprendizaje)
- Guitarra, Martha. (2010) Área de Matemáticas Actualización y Fortalecimiento Curricular de educación general básica 8, 9 10 años
- Guitarra, Martha. (2009) Guía Metodológica para la enseñanza de matemática.
- Guzmán, M, GUZMÁN, D. (2010) “Enseñanza de la Matemática” Verificado 30 de diciembre 2010 Disponible [www. Biblioteca virtual \(OEI\).](http://www.BibliotecaVirtual(OEI).)
- Dousdebés, María (1999) Filosofía de la Educación P 19-26
- Mera, Edgar (1998) Psicología Evolutiva (PROPAD).
- Montenegro, Mario. (2009) Proyecto Curricular para Imbabura Instituto de Posgrado Centro de Transferencia de Tecnologías U.T.N. Pp. 5
- Paz, María (1999) Psicología Educativa (PROPAD)
- Pérez Alipio, (2006) Didáctica de las Ciencias Exactas U. T.E. C.O.D.E.U QUITO - ECUADOR. Pp 12 - 20
- Pezo, Elsa. (2006) Psicología General (PROPAD)
- Pezo, Elsa. (1999) Didáctica General (PROPAD)
- Pezo, Elsa. (2006) Práctica Docente (PROPAD)

- Posso Miguel (2002) pág. 38 La entrevista.
- Guitierrez Abraham (2001) pág. 81 La entrevista
- Oriot Amat, Aprender a Enseñar, Ediciones Gestión. Barcelona
- Sánchez, José (2007) Guía Didáctica Matemática Básica 8, 9 ,10
- Urigue, Mónica (1998) Métodos de enseñanza de lectura y escritura (PROPAD)
- Valera, Orlando (2008) Orientaciones Pedagógicas Contemporáneas, Cooperativa Editorial Magisterio, p 55- 59.
- Valladares, Irma, (2008) Psicología del Aprendizaje, U. T. P. L, Loja, Pp. 13-14

## LINCOGRAFÍA

- UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA (2006) Teorías del aprendizaje  
*Fuente:*<http://es.wikipedia.org/w/index.php?oldid=68080142>  
*Contribuyentes:* Andreasmperu, Angelikmorineau, Angelito7, Billyrobshaw, Diegusjaimes, Ellybauti, Elmaturines, Erick saul, Fanyml1031, Feministo, Finderlog, Fle3tw00d, Graciela Caldeiro, Gustronico, Halfdrag, Humberto, Isha, Jbramondelli, Jkbw, Letyruiz, Manuelt15, Mel 23, Pedro Felipe, Pólux, Raystorm, Selene.of.Gaia, SúperrBraulio13, Taichi, Technopat, Vozachudo2004, 93 ediciones anónimas. Verificado el 30 de Julio del 2013 Disponible en [WWW.wilkipedia.org/wilki//teorias](http://WWW.wilkipedia.org/wilki//teorias).
- Defiorcitoler, S. (2006) Las dificultades del aprendizaje: Un enfoque cognitivo. Ediciones Aljibe. Verificado el 30 de Julio del 2013 Disponible [WWW.educarchile](http://WWW.educarchile) y [WWW.Wilkipedia/.org/wilki/teorias](http://WWW.Wilkipedia/.org/wilki/teorias)
- Pozo, J, I. (2006) Teorias cognitivas del aprendizaje. Verificado 3 de Agosto del 2013 [WWW.Slideshare.net](http://WWW.Slideshare.net).
- [www.infor.uva.es/~descuder/docencia/pd/node24.html](http://www.infor.uva.es/~descuder/docencia/pd/node24.html).

# ANEXOS

**Anexo N°1.** Formato de la entrevista docentes de las unidades de estudio.

**Anexo N°2.** Formato de la encuesta dirigida a estudiantes del objeto de estudio.

**Anexo N°3.** Certificados por profesionales que validaron la propuesta.

**Anexo N°4** Evaluación de la propuesta

**Anexo N°5** Material didáctico manipulado por los estudiantes en un taller de aprendizaje con el tema el plano cartesiano con función lineal

## **ANEXO N°1. FORMATO DE LA ENTREVISTA DOCENTES DE LAS UNIDADES DE ESTUDIO**

### **UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE INSTITUTO DE POSTGRADO**

Entrevista dirigida a los docentes que dictan clases en el octavo año de educación básica.

#### **CUESTIONARIO**

1. ¿Qué importancia tiene en la actualidad el aprendizaje de las matemáticas?
2. ¿Conoce usted el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática en la Provincia de Imbabura?
3. ¿Cuál es el proceso de enseñanza, en el área de matemática, que se practica en esta institución?
4. ¿Qué factores influyen en los estudiantes para mejorar el sistema educativo?
5. ¿Qué estrategias ayudan a mejorar el proceso de aprendizaje de la matemática en estudiantes de octavo año?
6. ¿Qué propuestas ayudarían a mejorar las condiciones actuales del aprendizaje de matemática en los estudiantes?

**ANEXO Nº 2. FORMATO DE LA ENCUESTA DIRIGIDA A  
ESTUDIANTES DEL OBJETO DE ESTUDIO**

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE  
INSTITUTO DE POSTGRADO**

**CUESTIONARIO DIRIGIDO A ESTUDIANTES DE OTAVO AÑO**

Queridos Estudiantes buenos días con el afán de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los octavos años de educación básica de los E.E.B. “Leticia Proaño Reyes”, “Avelino de la Torre” y “Manuela Cañizares” Por favor conteste con toda sinceridad marcando un solo visto en cada pregunta gracias por su colaboración..

**CUESTIONARIO**

**1.- ¿Cómo usted entiende las operaciones de Matemática?**

- Excelente ( )
- Muy bien ( )
- Bueno ( )
- Regular ( )
- Insuficiente ( )

**2.- ¿Cómo usted recibió la explicación de los artificios Matemáticos?**

- Excelente ( )
- Muy bien ( )
- Bueno ( )
- Regular ( )
- Insuficiente ( )

**3.- ¿En la siguiente escala ubíquese en la forma como comprendió los procesos lógicos de Matemática?**

- Excelente ( )
- Muy bien ( )
- Bueno ( )
- Regular ( )
- Insuficiente ( )

**4.- ¿Cómo usted que resuelve los problemas en Matemática?**

- Excelente ( )
- Muy bien ( )
- Bueno ( )
- Regular ( )

Insuficiente ( )

**5.- ¿Cuál de los procesos enseñanza-aprendizaje de la Matemática es?**

Activo constructivista ( )

Constructivista ( )

Tradicional ( )

Conductista ( )

**6.- ¿La utilización del material didáctico en el proceso enseñanza-aprendizaje es: ?**

Excelente ( )

Muy bien ( )

Bueno ( )

Regular ( )

Insuficiente ( )

**7.- ¿El razonamiento lógico de la Matemática?**

Excelente ( )

Muy bien ( )

Bueno ( )

Regular ( )

Insuficiente ( )

**8.- ¿En la siguiente escala como aplica la Matemática en la resolución de problemas?**

Excelente ( )

Muy bien ( )

Bueno ( )

Regular ( )

Insuficiente ( )

**9.- ¿Cómo realiza usted las operaciones mentales de Matemática?**

Excelente ( )

Muy bien ( )

Bueno ( )

Regular ( )

Insuficiente ( )

**10.- ¿En la siguiente escala como aprende Matemática?**

Excelente ( )

Muy bien ( )

Bueno ( )

Regular ( )  
Insuficiente ( )

**ANEXO N°3. CERTIFICADOS POR PROFESIONALES QUE VALIDARON  
LA PROPUESTA**

Certificación por los profesionales en Matemática quienes validan la presente investigación adjunta documentos.

---

---

## ANEXO Nº4. EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA

**AÑO LECTIVO 2015 – 2016**

### 1.- DATOS INFORMATIVOS

**ASIGNATURA:** Matemática

**DOCENTE:** Lic. Carlos Hugo Tulcanaza

**AÑO:** Octavo

**PARALELOS:** "A"

**SECCIÓN:** DIURNA BÁSICA SUPERIOR

**FECHA:** 11 de septiembre del 2015

i

Con un cordial saludo me permito dirigirme a ustedes estimadas señoritas estudiantes, para indicarle que el objetivo de la presente evaluación es conocer el logro obtenido en esta parcial, datos que nos servirán para la planificación de contenidos en su beneficio.

A) Escriba verdadero o falso según corresponda a cada enunciado. Valor 0,5 punto c/p.

- 1) Los elementos de la multiplicación son 4. ( )
- 2) Para la eliminación de signos de agrupación se lo realiza primero desde lo interior a lo exterior. ( )
- 3) En una sucesión numérica la razón puede ser creciente o no ( )
- 4) Si dos factores son negativos el resultado es positivo ( )

B) Encierre en un círculo la respuesta correcta:

5) El resultado de  $( 12 ) - ( - 3 )$  es igual a:

- a) - 15                      b) -9                      c) 15                      d) -12  
e) 12

6) El resultado de  $( 12 ) ( - 3 )$  es igual a:

- a) - 15                      b) 36                      c) 9                      d) -36  
e) 15

7) El resultado de  $( 108 ) : ( - 9 )$  es igual a:

- a) - 11                      b) - 12                      c) 12                      d) + 11  
e) 9

---

8) El número que sigue en la sucesión es 3, 7, 11, 15, 19, .....

- a) 21                      b) 22                      c) 23                      d) 24  
e) 25

C) Resolver los siguientes ejercicios y problemas:

9) Hallar la razón y completar las series numéricas:                      Valor 2 puntos

a) -15, -12, -9, -6, ....., ....., .....                      la razón es: .....

b) -15, -21, -27, ....., ....., .....                      la razón es: .....

10) Eliminar los signos de agrupación y hallar el resultado.                      Valor 1 punto cada literal

a)  $3 + 5 - \{-2 + [4 - (2 - 3) + 2] - 5\}$                       b)  $3 + 5 \{-2 + [4 - (2 \times 3) + 6] - 5\}$

11) Hallar el producto de  $(-357)(986)$                       Valor 1 punto

12) ¿Hallar el valor de la factura si Estefanía compra siete docenas de cuadernos en una librería de la ciudad y le indican que por cada docena de cuadernos que compre le regalan uno y que el precio de cada cuaderno es de 2 dólares?  
¿Cuánto es la ganancia si vende cada cuaderno de los que tiene en tres dólares?

Valor 2 puntos

Firma de estudiante

SI HA FINALIZADO SU EVALUACIÓN POR FAVOR REVISARLA NUEVAMENTE

---

## AÑO LECTIVO 2015 – 2016

### 1.- DATOS INFORMATIVOS

**ASIGNATURA:** Matemática

**DOCENTE:** Lic. Carlos Hugo Tulcanaza

**AÑO:** Octavo

**PARALELOS:** "A"

**SECCIÓN:** DIURNA BÁSICA SUPERIOR

**FECHA:** 11 de septiembre del 2015

Con un cordial saludo me permito dirigirme a ustedes estimadas señoritas estudiantes, para indicarle que el objetivo de la presente evaluación es conocer el logro obtenido en esta parcial, datos que nos servirán para la planificación de contenidos en su beneficio.

A) Escriba verdadero o falso según corresponda a cada enunciado. Valor 0,5 punto c/p.

- 1) Un elemento de la potenciación es el índice. ( )
- 2) Un número entero negativo elevado a un exponente par es positivo ( )
- 3) El cero elevado al exponente tres es igual a cero. ( )
- 4) La raíz cuadrada de una cantidad negativa es siempre positiva. ( )
- 5) Todo número elevado a la potencia cero es uno. ( )
- 6) La raíz cubica de menos uno es uno. ( )
- 7) Un número elevado a un exponente negativo es igual a su potencia inversa. ( )

B) Encierre en un círculo la respuesta correcta:

8) El resultado de  $(-17)^2$  es igual a:

- a) - 298                      b) -289                      c) 289                      d) 298  
e) 34

9) El resultado de  $(4)^2 + (-3)^2$  es igual a:

- a) - 25                      b) 16                      c) 25                      d) 7  
e) 15

---

10) El resultado de  $\sqrt[3]{-729}$  es igual a:

- a) - 11                      b) - 17                      c) -9                      d) 11                      e) 9

11) El resultado de  $\sqrt[3]{-125} \times \sqrt[3]{-8}$  es igual a:

- a) -10                      b) -7                      c) 10                      d) 7  
e) 25

12) El resultado de  $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{-1}}}$  es igual a:

- a) -1                      b) 1                      c) 0                      d)  $\notin \mathbb{R}$   
e) -0

13) El resultado de  $((2)^3)^2$  es igual a:

- a) 8                      b) 16                      c) 32                      d) 64  
e) 128

14) El resultado de  $(-3)^{-3}$  es igual a:

- a)  $1 / - 8$                       b)  $1 / - 27$                       c)  $1 / 27$                       d)  $1 / 8$   
e)  $1 / 9$

C) Resolver los siguientes ejercicios y problemas:

15) Hallar la raíz cuadrada de 15625, recuerde debe constar todo el proceso. .  
Valor 2 puntos

16) Resolver: Andrea compra un terreno de 5476 metros cuadrados y paga un total de 20000 dólares. ¿Si el terreno es un cuadrado cuánto mide cada lado del terreno?  
Valor 2 puntos.

---

## AÑO LECTIVO 2015 – 2016

### DATOS INFORMATIVOS

**ASIGNATURA:** Matemática  
**DOCENTE:** Lic. Carlos Hugo Tulcanaza  
**AÑO:** Octavo  
**PARALELOS:** "A"  
**SECCIÓN:** DIURNA BÁSICA SUPERIOR  
**FECHA:** 11 de septiembre del 2015

Con un cordial saludo me permito dirigirme a ustedes estimadas señoritas estudiantes, para indicarle que el objetivo de la presente evaluación es conocer el logro obtenido en esta parcial, datos que nos servirán para la planificación de contenidos en su beneficio.

A) Escriba verdadero o falso según corresponda a cada enunciado. Valor 0,5 punto c/p.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Los elementos de la resta son dos.<br>)                         | ( |
| 2) En una sucesión numérica la razón puede ser solo creciente<br>) | ( |
| 3) Si tres factores son negativos el resultado es positivo<br>)    | ( |
| 4) Un elemento de la radicación es el índice.<br>)                 | ( |
| 5) El valor absoluto de menos tres es tres<br>)                    | ( |
| 6) La raíz quinta de menos uno es menos uno.<br>)                  | ( |

B) Completar según corresponda.

- 7) Comparar los números enteros y escriba en el espacio el signo  $>$ ,  $=$ ,  $<$ - 6  - 8
- 8) Escriba en cantidad (número entero) con su signo: Paola pierde veinte dólares en una

Carrera de automóviles:.....

C) Encierre en un círculo la respuesta correcta:

---

9) El resultado de  $(-2) + (-3)$  es igual a:

- a) - 6                      b) - 1                      c) 5                      d) - 5  
e) 6

10) El resultado de  $(12) - (-3)$  es igual a:

- a) - 15                      b) 36                      c) 9                      d) -36  
e) 15

11) El resultado de  $(-108) : (-9)$  es igual a:

- a) - 11                      b) - 12                      c) 12                      d) 11  
e) 9

12) El número que sigue en la sucesión es 2, 7, 12, 17, 22,.....

- a) 24                      b) 25                      c) 26                      d) 27  
e) - 27

13) El resultado de  $(4)^2 - (-3)^2$  es igual a:

- a) - 25                      b) 16                      c) 25                      d) 7  
e) 15

14) El resultado de  $\sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{-8}$  es igual a:

- a) -10                      b) -7                      c) 10                      d) 7  
e) 25

15) El resultado de  $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{1}}}$  es igual a:

- a) -1                      b) 1                      c) 0                      d)  $\notin \mathbb{R}$   
e) -0

D) Resolver los siguientes ejercicios y problemas:

16) Joselyn, Paola y Andrea son dueñas de una librería y van a comprar en una distribuidora: 7 docenas de esferos por lo que paga \$ 15 cada docena, 5 docenas de lápices lo cual paga \$ 10 por cada docena y finalmente compra 9 docenas borradores pero paga \$ 39 dólares por todo los borradores.. Valor 1,5 puntos

- a) ¿Hallar el número de unidades en total de cada artículo?  
b) ¿Cuánto pagan por el total de la compra?  
c) ¿Cuánto dinero debe aportar cada una para cancelar la deuda?

- 
- 17) ¿Hallar el lado de un cuadrado cuya medida de área es de 10201 metros cuadrados? Recuerde debe constar todo el proceso de la radicación.
- Valor 2
- puntos

Firma de la señorita estudiante

SI HA FINALIZADO SU EVALUACIÓN POR FAVOR REVISARLA NUEVAMENTE

---

**Anexo N°5** Material didáctico manipulado por los estudiantes en un taller de aprendizaje con el tema el plano cartesiano con función lineal



Figura. N- 6 Representación del plano cartesiano



---

Figura. N- 7 Representación del plano cartesiano expresando por el estudiante.



Figura. N- 8 Representación del plano cartesiano en un taller de clases con los estudiantes.



Figura. N- 8 Representación del plano cartesiano en un taller de clases con los estudiantes y los ejes de coordenadas ( x , y ).



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE  
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA**

**AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN  
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**

**1. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA**

La Universidad Técnica del Norte dentro del proyecto Repositorio Digital Institucional, determinó la necesidad de disponer de textos completos en formato digital con la finalidad de apoyar los procesos de investigación, docencia y extensión de la Universidad.

Por medio del presente documento dejo sentada mi voluntad de participar en este proyecto, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:	100145988-0		
APELLIDOS Y NOMBRES:	CARLOS HUGO TULCANAZA		
DIRECCIÓN:	Juan Montalvo 9-160 y Obispo Mosquera		
EMAIL:	ctulcanaza@yahoo.es		
TELÉFONO FIJO:		TELÉFONO MÓVIL	0989481391

DATOS DE LA OBRA	
TÍTULO:	"PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS OCTAVOS AÑOS DE LAS ESCUELAS DEL CANTÓN COTACACHI"
AUTOR (ES):	CARLOS HUGO TULCANAZA
FECHA: AAAAMMDD	2016/01/21
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO	
PROGRAMA:	<input type="checkbox"/> PREGRADO <input checked="" type="checkbox"/> POSGRADO
TÍTULO POR EL QUE OPTA:	Magister en Proyectos Educativos y Sociales
ASESOR /DIRECTOR:	Mgs. Jaime Alvarado

---

## 2. AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD

Yo, CARLOS HUGO TULCANAZA , con cédula de identidad Nro. 100145988-0, en calidad de autor (es) y titular (es) de los derechos patrimoniales de la obra o trabajo de grado descrito anteriormente, hago entrega del ejemplar respectivo en formato digital y autorizo a la Universidad Técnica del Norte, la publicación de la obra en el Repositorio Digital Institucional y uso del archivo digital en la Biblioteca de la Universidad con fines académicos, para ampliar la disponibilidad del material y como apoyo a la educación, investigación y extensión; en concordancia con la Ley de Educación Superior Artículo 144.

## 3. CONSTANCIAS

El autor (es) manifiesta (n) que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es original y que es (son) el (los) titular (es) de los derechos patrimoniales, por lo que asume (n) la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá (n) en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 21 días del mes Enero del 2016

EL AUTOR:



(Firma).....  
Nombre: CARLOS HUGO TULCANAZA  
c.c. 100145988-0

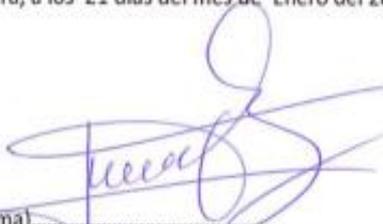


## UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

### CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

Yo, **CARLOS HUGO TULCANAZA** , con cédula de identidad Nro.100145988-0 manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4, 5 y 6, en calidad de autor (es) de la obra o trabajo de grado titulado: **“PROCESO DE ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS OCTAVOS AÑOS DE LAS ESCUELAS DEL CANTÓN COTACACHI”** Qué ha sido desarrollada para optar por el Título de **Magister en Proyectos Educativos y Sociales** en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

Ibarra, a los 21 días del mes de Enero del 2016

  
(Firma).....  
Nombre: **CARLOS HUGO TULCANAZA**  
Cédula: 100145988-0



# UNIVERSIDAD REGIONAL AUTÓNOMA DE LOS ANDES

*"La Universidad de las alturas"*

AMBATO - ECUADOR

Ibarra, 13 de Agosto del 2012

En calidad de Docente del Área de Matemática me permito **CERTIFICAR:**

El trabajo investigativo de la propuesta "Guía Didáctica para el Fortalecimiento del Proceso Enseñanza - Aprendizaje", realizado por Lic. Carlos Hugo Tulcanaza. Al estar enfocado desde el Modelo Constructivista será de un gran aporte para la o las instituciones donde se le vaya aplicar ya que en este modelo la enseñanza no es una simple transmisión de conocimientos, tal y como está planteado en la propuesta permitirá lograr aprendizajes significativos y autóctonos y de esta forma se mejorara los procesos de enseñanza – aprendizaje en los estudiantes de la Educación Básica.

Aprovecho la oportunidad para felicitar al señor Licenciado Carlos Tulcanaza por este importante trabajo investigativo que irá en beneficio de los estudiantes.

Atentamente,



Dr. Lenin Burbano G. Msc

**DIRECTOR UNIANDES IBARRA**



---

Lic. FRANCISCO FLORES  
PROFESOR DE MATEMÁTICAS (VALIDADOR)

### CERTIFICO

Que: A petición verbal y escrita del interesado Lic. CARLOS HUGO TULCANAZA, que ha presentado la siguiente propuesta de investigación una guía didáctica para el proceso enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en los octavos años, para que sea revisada, y examinada y dar un criterio de validez. En calidad de profesional en la asignatura de Matemáticas doy fe de haber revisado, y examinado por lo cual en honor a la verdad es viable la presente propuesta.

En la ciudad de Ibarra 2 de Agosto del 2012



Lic. FRANCISCO FLORES  
VALIDADOR

---

Lic. JACINTO JARAMILLO  
PROFESOR DE MATEMÁTICAS (VALIDADOR)

### CERTIFICO

Que: A petición verbal y escrita del interesado Lic. CARLOS HUGO TULCANAZA, que me ha presentado la siguiente propuesta de investigación una guía didáctica para el proceso enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en los octavos años, para que sea revisada, y examinada y dar un criterio de validez. En calidad de profesional en la asignatura de Matemáticas doy fe de haber revisado, y examinado por lo cual en honor a la verdad es viable la presente propuesta.

En la ciudad de Ibarra 2 de Agosto del 2012



Lic. JACINTO JARAMILLO  
VALIDADOR