



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE  
(UTN)**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
(FECYT)**

**CARRERA: PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES**

**INFORME FINAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN, EN LA  
MODALIDAD PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**TEMA:**

*“Material Didáctico innovador para la enseñanza de Cálculo Integral en los  
estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez  
de la Torre”, periodo 2021-2022”.*

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las  
Matemáticas y la Física.**

**Línea de investigación: Gestión, calidad de la educación, procesos pedagógicos e  
idiomas.**

**Autora:** Chimarro Cumbal Mayte Gissela

**Director:** MSc. Ayala Vásquez Orlando Rodrigo

**Ibarra-2022**



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**BIBLIOTECA UNIVERSITARIA**  
**IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA**

En cumplimiento del Art. 144 de la Ley de Educación Superior, hago la entrega del presente trabajo a la Universidad Técnica del Norte para que sea publicado en el Repositorio Digital Institucional, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

| <b>DATOS DE CONTACTO</b>    |  |                    |            |
|-----------------------------|--|--------------------|------------|
| <b>CÉDULA DE IDENTIDAD:</b> | 1727594762   |                    |            |
| <b>APELLIDOS Y NOMBRES:</b> | Chimarro Cumbal Mayte Gissela  |                    |            |
| <b>DIRECCIÓN:</b>           | Cayambe – San Luis de Chaguarpungo                                   |                    |            |
| <b>EMAIL:</b>               | <a href="mailto:chimarromayte@gmail.com">chimarromayte@gmail.com</a> |                    |            |
| <b>TELÉFONO FIJO</b>        | -----  | <b>TELF. MÓVIL</b> | 0999937477 |

| <b>DATOS DE LA OBRA</b>        |  |
|--------------------------------|--|
| <b>TÍTULO:</b>                 | Material Didáctico innovador para la enseñanza de Cálculo Integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, periodo 2021-2022 |
| <b>AUTOR:</b>                  | Chimarro Cumbal Mayte Gissela  |
| <b>FECHA:<br/>AAAA/MM/DD</b>   | 2022 / 09 / 15   |
| Solo para trabajos de grado    |  |
| <b>PROGRAMA:</b>               | <input checked="" type="checkbox"/> <b>PREGRADO</b> <input type="checkbox"/> <b>POSGRADO</b>   |
| <b>TÍTULO POR EL QUE OPTA:</b> | Licenciado en pedagogía de las matemáticas y la física   |
| <b>ASESOR/DIRECTOR:</b>        | MSc. Ayala Vásquez Orlando Rodrigo   |

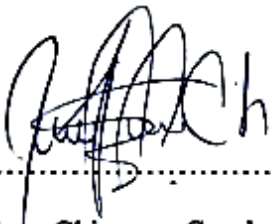
## CONSTANCIAS

### CONSTANCIAS

El autor manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrollo, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es original y que es el titular de los derechos patrimoniales, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamaciones por parte de terceros.

Ibarra, a los 15 días, del mes de septiembre de 2022

**EL AUTOR:**



Nombre: Chimarro Cumbal Mayte Gissela

## CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR

### CERTIFICADO DEL DIRECTOR

Ibarra, 15 de septiembre de 2022

MSc. Ayala Vásquez Orlando Rodrigo

DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

CERTIFICA:

Haber revisado el presente informe final de trabajo de titulación, el mismo que se ajusta a las normas vigentes de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología (FECYT) de la Universidad Técnica del Norte; en consecuencia, autorizo su presentación para los fines legales pertinentes.




*MSc. Ayala Vásquez Orlando Rodrigo*

*C.C.: 100119666-4*

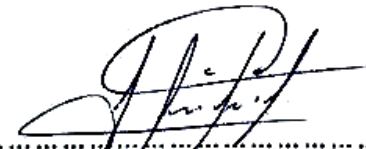
## APROBACIÓN DEL TRIBUNAL

### APROBACIÓN DEL TRIBUNAL

El Tribunal Examinador del trabajo de titulación “Material Didáctico innovador para la enseñanza de Cálculo Integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, periodo 2021-2022”, elaborado por Mayte Gissela Chimarro Cumbal, previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física, aprueba el presente informe de investigación en nombre de la Universidad Técnica del Norte.

  
.....  
*MSc. Ayala Vásquez Orlando Rodrigo*  
**PRESIDENTE DEL TRIBUNAL**  
C.C.: 100119666-4

  
.....  
*MSc. Ayala Vásquez Orlando Rodrigo*  
**DIRECTOR**  
C.C.: 100119666-4

  
.....  
*MSc. Pozo Revelo Diego Alexander*  
**OPOSITOR**  
C.C.: 040168276-0

## **DEDICATORIA**

Por apoyarme y acompañarme incondicionalmente en cada etapa de mi vida dedico este proyecto a mis padres, Luis Homero Chimarro y María Carmelina Cumbal. A mis hermanos y hermanas Rubén, Carlos, Karina, Heydi y Edwin, y a mi prima Jeymi.

Por aportar en mi formación académica también dedico este trabajo a mis docentes y amigos.

Mayte Chimarro

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a mis padres por apoyarme en mis estudios, velar por mi bienestar y brindarme una vida cálida y amorosa.

A mis hermanos y prima por escucharme, tenerme paciencia y ayudarme siempre que los necesito.

Agradezco a mi tutor, Msc. Orlando Ayala, por apoyarme en la realización y culminación de este proyecto y por aportar significativamente en mi formación académica.

A la Universidad Técnica del Norte, por acogerme y brindarme una educación de calidad.

Finalmente, agradezco a mis amigos y compañeros que formaron parte de mi vida universitaria.

Mayte Chimarro

## RESUMEN

Sin duda, emplear material didáctico en la enseñanza del Cálculo Integral; que facilite el logro de los objetivos y conlleve a un mejor aprendizaje, es un gran paso hacia la innovación educativa. El objetivo de esta investigación es determinar cómo incide la implementación del material didáctico innovador en la enseñanza del cálculo integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, periodo 2021-2022. La presente es una investigación mixta; cuantitativamente es de alcance descriptivo con diseño no experimental de tipo transversal y cualitativamente tiene un diseño del tipo investigación-acción; el universo analizado fueron 67 estudiantes a los cuales se aplicó una encuesta. La información obtenida evidenció que los docentes que imparten cálculo integral usan la pizarra, texto y marcadores como principales recursos de enseñanza y muy pocas veces se apoyan de material didáctico innovador. La propuesta diseñada para solucionar la problemática identificada está enmarcada en el modelo pedagógico constructivista, puesto que, con la implementación de las guías didácticas que incluyen uso de un prototipo y herramientas TIC para la enseñanza del contenido de sólidos de revolución, se pretende que el estudiante participe de manera activa en la construcción de su aprendizaje.

**Palabras Clave:** Material didáctico innovador, Enseñanza-aprendizaje, Cálculo Integral, Prototipo, Herramientas TIC, Sólidos de revolución.



## ABSTRACT

Undoubtedly, using didactic material in the teaching of Integral Calculus, which facilitates the achievement of objectives and leads to better learning, is a great step towards educational innovation. The objective of this research is to determine how the implementation of innovative didactic material affects the teaching of integral calculus in third year BGU students of the "Teodoro Gómez de la Torre" Educational Unit, period 2021-2022. This is mixed research; quantitatively it is descriptive in scope with a non-experimental cross-sectional design and qualitatively it has an action-research type design; the universe analyzed was 67 students to whom a survey was applied. The information obtained showed that teachers who teach integral calculus use the blackboard, text and markers as the main teaching resources and very rarely use innovative teaching materials. The proposal designed to solve the identified problem is framed in the constructivist pedagogical model, since, with the implementation of didactic guides that include the use of a prototype and ICT tools for teaching the content of solids of revolution, it is intended that the student actively participates in the construction of their learning.

**Keywords:** Innovative didactic material, Teaching-learning, Integral Calculus, Prototype, ICT tools, Solids of revolution.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

|  |    |
|--|----|
| INTRODUCCIÓN.....  | 13 |
| Motivaciones para la investigación .....                     | 13 |
| Problema de investigación.....                               | 13 |
| Justificación.....   | 13 |
| Impactos de la investigación .....                           | 14 |
| Objetivos.....   | 14 |
| Objetivo General.....  | 14 |
| Objetivos Específicos .....                                  | 14 |
| Estructura del informe .....                                 | 15 |
| CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO .....                              | 16 |
| 1.1.    Proceso de Enseñanza-aprendizaje .....               | 16 |
| 1.1.1.    Enseñanza .....                                    | 16 |
| 1.1.2.    Aprendizaje.....                                   | 16 |
| 1.2.    Aprendizaje significativo .....                      | 17 |
| 1.3.    Innovación educativa .....                           | 17 |
| 1.4.    Constructivismo .....                                | 18 |
| 1.4.1.    Constructivismo y matemática .....                 | 18 |
| 1.5.    Material Didáctico .....                             | 19 |
| 1.5.1.    Importancia.....                                   | 19 |
| 1.5.2.    Clasificación .....                                | 20 |
| 1.5.3.    Diseño y desarrollo de un material didáctico ..... | 20 |
| 1.5.4.    Material didáctico innovador.....                  | 20 |
| 1.6.    Herramientas TIC .....                               | 21 |
| 1.7.    El Currículo en la educación.....                    | 21 |

|  |   |    |
|--|---|----|
| 1.8.                                       | La matemática en el tercero de BGU .....                            | 21 |
| 1.8.1.                                     | Objetivos.....  | 22 |
| 1.8.2.                                     | Destrezas con criterio de desempeño.....                            | 22 |
| 1.9.                                       | Cálculo integral.....   | 22 |
| 1.9.1.                                     | Aplicaciones de la Integral .....                                   | 23 |
| CAPÍTULO II: METODOLOGÍA .....             |   | 24 |
| 2.1.                                       | Tipo de investigación .....   | 24 |
| 2.2.                                       | Métodos, técnicas e instrumentos de investigación.....              | 24 |
| 2.2.1                                      | Métodos .....   | 24 |
| 2.2.2.                                     | Técnicas.....   | 25 |
| 2.2.3.                                     | Instrumentos .....  | 25 |
| 2.3.                                       | Preguntas de investigación .....                                    | 25 |
| 2.4.                                       | Matriz de operacionalización de variables o matriz diagnóstica..... | 25 |
| 2.5.                                       | Participantes .....   | 26 |
| 2.6.                                       | Procedimientos y análisis de datos .....                            | 26 |
| CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN ..... |   | 27 |
| 3.1.                                       | Análisis e interpretación de resultados .....                       | 27 |
| CAPÍTULO IV: PROPUESTA .....               |   | 35 |
| 4.1.                                       | Título de la Propuesta.....   | 35 |
| 4.2.                                       | Introducción.....   | 35 |
| 4.3.                                       | Impacto Educativo.....  | 35 |
| 4.4.                                       | Objetivos.....  | 36 |
| 4.4.1.                                     | Objetivo general .....  | 36 |
| 4.4.2.                                     | Objetivos específicos.....  | 36 |
| CONCLUSIONES.....                          |   | 61 |

|                       |    |
|-----------------------|----|
| RECOMENDACIONES ..... | 62 |
| REFERENCIAS .....     | 63 |
| ANEXOS .....          | 67 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|                |   |    |
|----------------|---|----|
| <b>Tabla 1</b> | Matriz de operacionalización de variables .....   | 25 |
| <b>Tabla 2</b> | ¿Durante la clase de matemáticas tiene la mejor predisposición por aprender?27                              |    |
| <b>Tabla 3</b> | ¿El estudio del cálculo integral le resulta de gran complejidad para entenderlo?<br>28                      |    |
| <b>Tabla 4</b> | ¿Cree que el cálculo integral puede ser aplicado en la resolución de problemas de la vida cotidiana? .....  | 29 |
| <b>Tabla 5</b> | ¿Le resulta interesante como su docente de matemáticas imparte las clases? ..                               | 30 |
| <b>Tabla 6</b> | ¿Comúnmente su docente usa la pizarra, marcadores y el texto como principales materiales de enseñanza?..... | 31 |
| <b>Tabla 7</b> | ¿Su docente emplea recursos tecnológicos para el estudio del cálculo integral?<br>32                        |    |
| <b>Tabla 8</b> | ¿Su docente da a conocer las aplicaciones del cálculo integral?.....  | 33 |
| <b>Tabla 9</b> | ¿Su docente emplea prototipos para la enseñanza de sólidos de revolución?... 34                             |    |

# INTRODUCCIÓN

## **Motivaciones para la investigación**

La escasa iniciativa que tienen los docentes de matemática ante la innovación educativa es una problemática que afecta a los estudiantes, causando en ellos desinterés, aburrimiento, desmotivación y desagrado por la matemática, y más aún, en una materia como el cálculo integral, el cual para algunos estudiantes aún resulta difícil de comprender, esto se debe a que la manera en cómo se lo enseña, continúa enmarcada en procesos de enseñanza-aprendizaje rutinarios y poco innovadores.

El modo como el docente enseña el cálculo integral influye en gran parte en las actitudes y acciones que el estudiante tome ante dicho tema, razón por la cual, el docente debe implementar procesos y recursos de enseñanza que permitan al estudiante participar activamente en su aprendizaje. Por ello, el motivo de la investigación es aportar con material didáctico innovador que contribuya a una mejor enseñanza del cálculo integral, y a la vez, permita al estudiante intervenir y contribuir en su propio aprendizaje, desde la utilización de recursos materiales y tecnológicos.

## **Problema de investigación**

El escaso uso de material didáctico innovador en la enseñanza de cálculo integral surge por la poca iniciativa que tiene el docente por innovar en sus prácticas educativas, debido muchas veces a la falta de vocación, inexperiencia y poco conocimiento que posee, y a esto se suman las exigencias del currículo ecuatoriano, el cual sobrecarga a docentes con temas por enseñar, ocasionando así, que se genere procesos de enseñanza rutinarios y consigo, frustración docente y desinterés por aprender por parte del estudiante (Sánchez, et al., 2018).

La falta de presupuesto, el excesivo número de estudiantes, la poca predisposición de los estudiantes por aprender y la carga horaria del docente, son otras de las causas de esta problemática, lo cual hace de la labor docente menos eficiente, puesto que, aparte de tener que impartir muchos contenidos en poco tiempo, le resulta difícil responder a las necesidades educativas de los estudiantes; y para generar material didáctico acorde a las exigencias educativas implica tiempo, conocimiento y muchas veces dinero.

## **Justificación**

Innovar en la práctica educativa, no solo implica cambiar nuevos métodos, técnicas o recursos de enseñanza, estos deben encaminarse a desarrollar habilidades, pensamiento crítico y creativo en el estudiante. Por ello, la presente investigación es trascendente y necesaria en la enseñanza y aprendizaje del cálculo integral, puesto que está encaminada a mejorar procesos de comprensión desde la utilización de material didáctico, debido a que los docentes continúan ejerciendo prácticas educativas centradas en la exposición y uso de la pizarra como principal recurso de enseñanza, y dejan de lado proceso de enseñanza-

aprendizaje en donde el docente cumpla la función de guía y el estudiante pueda intervenir, construir y transformar su aprendizaje.

La presente investigación busca mejorar la enseñanza del cálculo integral en el tema de sólidos de revolución, debido a que, plantea aportar al docente con material didáctico innovador para hacer de su labor más factible, creativo e innovador, y con ello contribuir significativamente en el mejoramiento de su trabajo en el aula. Por ello, se puede afirmar que los principales beneficiados de esta investigación son docentes y estudiantes.

### **Impactos de la investigación**

La enseñanza de sólidos de revolución con ayuda de material didáctico innovador, implica un cambio significativo en la enseñanza del cálculo integral, debido a que, para mejorar este proceso, se creó guías didácticas que describen el uso de un prototipo y herramientas TIC, los cuales permitirán al estudiante comprender el concepto de sólidos de revolución con mayor facilidad, puesto que, disponen de recursos de enseñanza-aprendizaje que se adaptan a las exigencias educativas actuales y están diseñadas para desarrollar una clase más dinámica y creativa; logrando así motivar a los estudiantes y despertar su interés por aprender.

### **Objetivos**

#### ***Objetivo General***

Determinar cómo incide la implementación del material didáctico innovador en la enseñanza del cálculo integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, periodo 2021-2022.

#### ***Objetivos Específicos***

- Sentar bases teórico-científicas relacionadas al uso de material didáctico innovador en la enseñanza del cálculo integral.
- Diagnosticar el uso de material didáctico innovador en la enseñanza del cálculo integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, período 2021-2022.
- Diseñar guías didácticas del uso de material didáctico innovador para la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución, como una alternativa a la problemática identificada.

## **Estructura del informe**

Este informe de investigación está conformado de cuatro capítulos. En el Capítulo I, correspondiente al Marco Teórico, se detallan conocimientos, teorías e información que permiten sustentar la investigación. En el Capítulo II, referente a Metodología, se expone el tipo de investigación, técnicas, instrumentos, preguntas de investigación, la matriz de operacionalización de variables, los participantes y el procedimiento y análisis de datos. En el Capítulo III, denominado Resultados y Discusión, se refleja la tabulación y discusión de los resultados obtenidos a través de la encuesta aplicada. En el capítulo IV, correspondiente a la propuesta, se presenta las guías didácticas del uso de material didáctico innovador para la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución; diseñadas como solución a la problemática identificada. Finalmente, en la última etapa de este informe, se añaden las conclusiones y recomendaciones, surgidas a lo largo de la investigación.

# CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

## 1.1. Proceso de Enseñanza-aprendizaje

El proceso de enseñanza aprendizaje se puede interpretar como una actividad donde interviene dos personajes principales, el docente y el estudiante, en donde, el docente es el encargado de vincular el conocimiento con el estudiante. Es este proceso, el docente no tiene el papel de transmisor de conocimiento, o no es visto como una entidad que lo conoce todo, sino más bien, es un guía ante el estudiante; un camino que el estudiante utiliza para aprender algo nuevo. Para Tovar, (2001) el proceso de enseñanza-aprendizaje es una actividad que el docente y estudiante la ejecutan de forma conjunta e ininterrumpida, en donde el estudiante desarrolla una apropiación continua del objeto de estudio. El proceso de enseñanza-aprendizaje es todo un conjunto de relaciones que va más allá de la transmisión y la recepción de información.

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a lo largo de los años ha causado desestabilidad en su proceso, puesto que muchos estudiantes consideran a la matemática como una asignatura aburrada y difícil de comprender, en parte porque el docente, al ser la principal fuente de conexión entre ambos, no aplica métodos de enseñanza que permitan conectar de manera positiva al estudiante con esta asignatura. Godino, (2004) define a la matemática como un quehacer humano, puesto que es una actividad humana, de igual manera la considera un lenguaje simbólico, el lenguaje de la ciencia; él afirma que la forma en como el docente ve e interpreta a las matemáticas será el resultado de como este enseñe, por ello si el docente ya considera a la matemática como una aplicación de cálculos y números, eso será lo que enseñe al estudiante.

### 1.1.1. Enseñanza

Para Oviedo, (2015) la enseñanza es dar a los estudiantes la oportunidad de manejar directa e inteligentemente la información de una disciplina específica, a través de la ordenación, dirección y control de experiencias productivas pertenecientes a una actividad reflexiva. En síntesis, enseñar implica orientar con técnicas apropiadas el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Con base a esto, es evidente que la enseñanza es una parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, que le corresponde al docente, por ello adecuar estrategias y técnicas de enseñanza que generen experiencias concretas, las cuales guíen al estudiante por el camino de la reflexión, investigación, curiosidad y motivación por aprender, permitirán el desarrollo de habilidades, capacidades y potencialidades útiles para desenvolverse en su contexto.

### 1.1.2. Aprendizaje

El aprendizaje es un proceso que permite construir nuevo conocimiento, el cual es útil para el ser humano. Por ello, Oviedo, (2015) considera que el aprendizaje son las actividades mentales que los estudiantes dedican al momento de manejar información, procurando reflexionarla y asimilarla. El aprendizaje busca modificar el comportamiento, conducta o



actitud anterior del estudiante para formar nuevas conductas y actitudes, más inteligentes, precisas y eficaces, y también para enriquecer la personalidad de estudiante a través de nuevos y mejores recursos de pensamiento, acción y convivencia social.

Para Faas, (2018) el aprendizaje son aquellos cambios en el comportamiento del ser humano, que surgen de las experiencias y de su contacto con el medio en el cual se desarrolla. El aprendizaje está relacionado con el contexto y la experiencia, y constituye una adquisición no hereditaria, pero que está determinada por la maduración, así que no existe aprendizaje sin maduración. Aprender son innumerables actividades y procesos que se realizan para adquirir un nuevo conocimiento, es un proceso que nos permite conocer.

### **1.2. Aprendizaje significativo**

Para Tovar, (2001) el aprendizaje significativo es alcanzar de manera perdurable y duradera habilidades, conocimientos y actitudes, los cuales tienen sentido y aplicación en la vida de una persona, en este caso de un estudiante. Al mismo tiempo Ortiz, (2013) afirma que, según la teoría de David Ausubel, el aprendizaje significativo se distingue del repetitivo o memorístico, ya que este considera que aprender significa comprender y para conseguir esto es indispensable tomar en cuenta los conocimientos que el estudiante ya tiene sobre aquello que se quiere enseñar, por ello para Ausubel, lo primordial que debe considerar el docente al momento de impartir su práctica son los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre cierto tema, esto lo puede hacer a través de mapas conceptuales, los cuales permiten evidenciar las relaciones que los estudiantes establecen entre los conceptos.

### **1.3. Innovación educativa**

Al referirnos al término innovar, muchas veces se lo relaciona con cambio o transformación, pero esta transformación implica mejorar y progresar, por ello innovar en educación implica ejecutar un cambio que tenga efectos positivos y significativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según (Imbernón, 1996 como se citó en Macanchí et al., 2020) la innovación educativa es una búsqueda constante de nuevas ideas, propuestas y aportaciones que permiten solucionar problemáticas identificadas en las prácticas educativas; estas se efectúan de forma colectiva y conllevan un cambio significativo en los contextos y procesos educativos.

La sociedad va evolucionando y con ello la educación, por ello cuando el docente implementa nuevos procesos y recursos de enseñanza, que le permitan tanto a él, como al estudiante desenvolverse de manera fácil, creativa, divertida y experimental durante la clase, es un paso hacia la innovación educativa. Pero innovar en educación va más allá de un cambio, esta busca cumplir objetivos educativos reales y centrarse en atender las exigencias de docentes y estudiantes que buscan una educación útil para el desarrollo de la sociedad, así pues, para González & Cruzat, (2019) la innovación educativa es una respuesta que una institución educativa genera ante la evolución de la sociedad, el desaprovechamiento del conocimiento y los problemas relacionados con educación.

## **1.4. Constructivismo**

El modelo pedagógico constructivista afirma que los estudiantes son partícipes y protagonistas de su aprendizaje, puesto que, el rol del docente es promover el desarrollo, autonomía, un ambiente de reciprocidad, respeto y autoconfianza para el estudiante; abriendo camino al aprendizaje autoestructurante, por medio de una enseñanza indirecta y planteando problemas y conflictos cognoscitivos (Ortiz, 2013).

Al mismo tiempo, Carretero, (2001) afirma que, en el constructivismo, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino más bien, es una construcción del ser humano, es decir, el hombre es quien construye su conocimiento a través de esquemas o estructuras que ya desarrollo, producto de su relación con el medio en el cual se desarrolla. Este proceso se desarrolla todos los días en casi todos los contextos, y esto depende de la representación mental que se tenga de la nueva información y de la actividad externa o interna, que se desarrolle al respecto.

Para Ortiz, (2013) en el modelo pedagógico constructivista el docente debe reducir su nivel de autoridad, de modo que mientras se aprende o conoce un nuevo contenido escolar, el estudiante no se sienta dependiente de lo que el docente disponga. En este escenario no existe la respuesta correcta, debido a que el docente debe respetar los errores y estrategias de conocimiento propias del estudiante, de igual manera debe evitar castigar y recompensar, y enfocarse en promover la construcción de valores morales y aprendizaje significativo.

### ***1.4.1. Constructivismo y matemática***

En el modelo pedagógico constructivista, la matemática pasa de la memorización de algoritmos y fórmulas, a centrarse en evidenciar su aplicación y uso en la solución de problemas de la sociedad. Godino en su libro *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*, publicada en el 2004, explica que la matemática vista desde un enfoque constructivista está centrada en establecer una estrecha relación entre sus aplicaciones a lo largo del currículo.

Por su parte, Medina, (2011) asegura que el propósito fundamental en el modelo constructivista ante la matemática es forjarse como un marco teórico que guía el desarrollo de actividades institucionales que permitan al estudiante construir de forma continua conceptos y procedimientos matemáticos, considerando que a la modelización matemática se llega a través de la resolución de problemas. A esto se suma Castillo, (2008) el cual asegura que para que el estudiante pueda construir su aprendizaje y consiga una interacción activa con los conceptos matemáticos, es importante que dichos conceptos matemáticos estén sumergidos en un problema y no en un ejercicio.

Por lo anterior, Godino, (2004) menciona que para presentar a los estudiantes la estrecha relación entre la matemática y sus aplicaciones, los estudiantes deben evidenciar que la axiomatización, la generalización y la abstracción de las matemáticas son relevantes para comprender los problemas de la naturaleza y la sociedad, y para llegar a ello el docente debe

partir con algunos problemas de la naturaleza y la sociedad que permitan construir estructuras fundamentales de las matemáticas..

## **1.5.Material Didáctico**

La didáctica es un parte de la pedagogía que se preocupa por generar métodos, técnicas o estrategias de enseñanza-aprendizaje que mejoren y faciliten el proceso educativo, es decir, es el arte de enseñar, puesto que busca los mejores caminos para llegar a un aprendizaje significativo, un ejemplo de propuesta innovadora para la educación son los materiales didácticos los cuales Asinsten, (2007) los describe de la siguiente manera:

Solemos llamar materiales didácticos a todos los soportes de contenidos utilizados en los procesos educativos. Contenidos que han sido procesados didácticamente teniendo en cuenta las necesidades específicas que surgen de la actividad educativa planificada, sus objetivos, las características de los estudiantes, y todas las variables que de ello se desprenden. (pág. 25)

En términos más sencillos, Guerrero, (2009) define al material didáctico como elementos que los docentes emplean para facilitar y conducir el aprendizaje de los estudiantes y cita como ejemplos a los libros, carteles, mapas, fotos, láminas, videos, software, etc. Consecuente a esto, asegura que los materiales didácticos son materiales y equipos que apoyan al docente en la presentación y desarrollo de los contenidos de la clase, y también ayudan al estudiante en la construcción de aprendizaje significativo, al momento de usarlos.

### **1.5.1. Importancia**

Los materiales didácticos abarcan un sin número de recursos que el docente puede emplear para poder desarrollar su práctica, y a la vez cumplir con los objetivos establecidos en su plan de clase, de igual manera estos son de extrema utilidad para el aprendizaje de los estudiantes, por ello identificar su importancia e impacto durante el proceso de enseñanza aprendizaje es primordial. Morales, (2012) describe algunos aspectos que hacen del material didáctico importante en la enseñanza:

- Su principal objetivo es favorecer el desarrollo de habilidades de los estudiantes, perfeccionar actitudes relacionadas con el conocimiento y estimular los sentidos y la imaginación para generar aprendizajes significativos.
- Convierten los contenidos de clase, en información fácil, práctica y relevante, puesto que estos materiales no solamente se observan, sino también se los puede manipular, probar, oler, escuchar, a la vez aportan en la estimulación de los sentidos, todo con la finalidad de que el estudiante comprenda la información con mayor facilidad.
- Pretenden que los estudiantes sean capaces de adquirir conocimiento, comprenderlo para después poder aplicarlo en algún momento de su vida.

### **1.5.2. Clasificación**

Los materiales didácticos son los distintos elementos que el docente emplea para ejecutar su clase, el hecho de clasificarlos depende más de su efectividad que por su diseño. Morales, (2012) clasifica a los materiales didácticos en tres categorías, las cuales considera son útiles para el proceso de enseñanza aprendizaje:

- a) **Materiales tipo modelo o maqueta (prototipo):** tratan de representar en tamaño reducido algo real o ficticio. No implica solamente una representación a escala de la realidad, sino también representa la simulación de cualquier cosa en otro material.
- b) **Materiales según el órgano receptor:** para su diseño, se debe considerar el grupo al cual va dirigido, sus conocimientos, edad, número de participantes y el estilo de aprendizaje, ya puede ser este visual, receptivo o kinestésico.
- c) **Materiales audiovisuales:** surgen de la fusión de los medios auditivos y visuales, mezclando el sonido, palabras e imágenes fijas o animadas, los cuales pueden atender a las necesidades de los diversos contenidos curriculares, y obedecer a los diferentes objetivos de cada asignatura.

### **1.5.3. Diseño y desarrollo de un material didáctico**

Para emplear material didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es sustancial considerar que este debe ser útil para comprender de mejor manera un nuevo contenido o tema de clase. Por ello, Morales, (2012) afirma que para que el material didáctico refleje eficiencia se debe considerar lo siguiente:

- Precisar el objetivo del contenido o tema a tratar, es decir, tener muy en claro lo más relevante de todo el contenido que se aspira aprender.
- Precisar el nivel de aprendizaje, esto significa aclarar si solo se quiere obtener un manejo de información superficial o un análisis, comprensión y aplicación.
- Establecer a quien va dirigido, es decir, considerar las necesidades, características y habilidades del estudiante, ya sea la edad, conocimiento, necesidades educativas especiales, etc.
- Aclarar la acción del docente, esto significa que el docente debe precisar el papel que jugará con respecto al material.

### **1.5.4. Material didáctico innovador**

La innovación no solo implica un cambio, sino más bien implica dirigir el cambio a algo más posible, predecible o deseable, así lo afirman Phimister & Torruella, (2021), y a esto añaden que la innovación proyecta a futuro nuestras visiones de un mundo mejor y elabora todas las acciones para convertir dichas proyecciones en realidad. Por ello, al implementar un material didáctico en una clase no implica estar innovando en el proceso de enseñanza aprendizaje, tal vez se esté produciendo un cambio, pero no es muy seguro estar innovando, así lo afirma Macanchí, et al., (2020) “toda innovación exige un cambio, aunque no todo cambio puede calificarse como innovación” (pág. 397). Así pues, posiblemente lo que

determina si el material didáctico es innovador es el efecto generado durante la práctica educativa, es decir, este recurso debe ser ideado para cumplir con los objetivos educativos, ayudar al docente a desarrollar su clase con mayor facilidad y permitirle al estudiante experimentar, dudar, crear, despertar sus ganas por aprender y lograr un aprendizaje significativo.

### **1.6.Herramientas TIC**

Según (Luna, 2018 citado en Granda, et al., 2019) las Tecnologías de la Información y la Comunicación son recursos y herramientas utilizadas para la organización, almacenamiento y transformación de la información de diversas áreas sociales, las cuales contribuyen a una mejor comprensión de saberes y al desarrollo de habilidades tecnológicas e intelectuales. Para Mominó & Carles, (2016) con ayuda de las TIC, las personas pueden acceder a recursos e instrumentos que les permitan obtener el tipo de competencias y habilidades útiles para participar activamente en la sociedad.

En el ámbito educativo, las Herramientas TIC han desempeñado un rol importante y fundamental en el acceso al conocimiento, además que, para Mominó & Carles, (2016) son un potente aliado para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, a través de ambientes educativos más diversos y en condiciones que garantizan la igualdad de oportunidades, pero esto no se obtiene con la sola integración de tecnologías en el aula, sino que también requieren de estrategias bien definidas, planificación, apoyo, colaboración y la capacitación, formación y compromiso de los principales actores educativos.

### **1.7.El Currículo en la educación**

El currículo se lo puede identificar como un plan metódico y organizado, en donde están plasmadas las metas educativas de una nación, es decir, aquí se evidencia cómo funciona la educación de una organización. Según (Villarini, 2000 citado en Ortiz, 2014) el currículo es un plan o programa de estudios, que permite a una organización, institución educativa o al docente organizar objetivos, contenidos y actividades educativas de una manera metódica, estratégica y ordenada.

El Ministerio de Educación, (2016) afirma que el currículo informa al docente sobre las metas a conseguir durante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, a la vez que provee con modelos de acción y orientación, los cuales permiten cumplir estas metas y evaluar la calidad del sistema educativo, puesto que, en el currículo es donde se plasman las intenciones, acciones y orientaciones educativas que tiene el país.

### **1.8.La matemática en el tercero de BGU**

Los objetivos y destrezas con criterio de desempeño que el currículo del Ministerio de Educación, (2016) propone, van encaminados hacia el aprendizaje y desarrollo del estudiante como ser humano y como ser social, por ello, asegura que el currículo de Matemática favorece el desarrollo de valores éticos, de dignidad y solidaridad, y que su enseñanza tiene como principal propósito desarrollar la capacidad de pensar, razonar, comunicar, aplicar y

valorar las relaciones entre las ideas y fenómenos reales, y en el caso del bachillerato los contenidos matemáticos tienen un carácter más formal y están centrados en aplicación y solución de problemas por medio de elaboración de modelos.

### **1.8.1. Objetivos**

Entre los objetivos que el Ministerio de Educación, (2016) dispone como resultados de aprendizaje, los cuales se relacionan con el tema de investigación, podemos citar los siguientes:

O.M.5.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

O.M.5.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.

O.M.5.6. Desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación. (pág. 154)

### **1.8.2. Destrezas con criterio de desempeño**

Entre las destrezas con criterio de desempeño que el Ministerio de Educación, (2016) dispone, y las cuales se apegan al tema de investigación y con ello al Cálculo Integral son:

M.5.1.65. Aplicar la interpretación geométrica de la integral de una función escalonada no negativa como la superficie limitada por la curva y el eje x.

M.5.1.66. Calcular la integral definida de una función polinomial de grado  $\leq 4$  aproximando el cálculo como una sucesión de funciones escalonadas.

M.5.1.69. Resolver y plantear aplicaciones geométricas (cálculo de áreas) y físicas (velocidad media, espacio recorrido) de la integral definida, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas. (pág. 161)

## **1.9. Cálculo integral**

Para Hernández, (2020) el cálculo integral es una rama de la matemática, donde se estudia los procesos de integración o antiderivación, y por lo general se utiliza para el cálculo de áreas y volúmenes de regiones y sólidos de revolución. En efecto, George B. Thomas, JR., (2006) asegura que el propósito de la integración es permitirnos calcular de manera efectiva

muchas cantidades, dividiéndolas en partes más pequeñas y posteriormente sumar la contribución de cada fragmento dividido. En el cálculo integral, el concepto de suma desempeña un papel importante en su desarrollo (Zill & Wright, 2011), y a través de problemas relacionados a distancia y área se puede formular la idea de integral definida, el cual, es el concepto básico del cálculo integral. (Stewart, 2012)

### ***1.9.1. Aplicaciones de la Integral***

El cálculo integral no solo sirve para calcular al área, Thomas, (2006) afirma que a través del concepto de integral definida, se puede determinar el volumen, longitudes de curvas planas, centros de masa, áreas de superficies de volúmenes, trabajo y fuerzas de fluido sobre paredes planas. A esto se suma Stewart, (2012), y añade que las integrales también se pueden aplicar para solucionar problemas relacionados con volúmenes, predicciones de una población, registro cardiaco, fuerzas sobre una presa, excedentes de consumo, el beisbol, cantidades de interés en física, ingeniería, biología, economía y estadística.

Al describir lo anterior se puede evidenciar que el cálculo integral tiene muchas aplicaciones, por ello, evidenciar su utilidad durante la clase, es un gran paso al cambio de perspectiva hacia esta rama de la matemática, puesto que según (Zang, 2003 citado en Salinas & Alanís, 2009) los estudiantes perciben al cálculo integral o al cálculo en general como un tema abstracto, aburrido y difícil de aprender. Por ello es primordial que el docente evidencia en sus clases la aplicación e importancia del cálculo integral y utilice materiales y recursos didácticos que permitan al estudiante ser activo en su aprendizaje.

#### **1.9.1.1.Sólidos de Revolución**

Anteriormente, se mencionó que con ayuda del cálculo integral se puede solucionar problemas relacionados con áreas y volúmenes, en este caso, sólidos de revolución es un ejemplo evidente de la aplicación de la integral definida. Así pues, Thomas, (2006) denomina sólido de revolución, al sólido formado al hacer girar una región plana en torno a un eje, en el plano  $xy$ .

A partir de esta temática se pretende diseñar material didáctico que permita comprender algunas de las aplicaciones del cálculo integral, concediendo al estudiante la oportunidad de experimentar a través de un prototipo, en donde se refleje la definición de sólidos de revolución y a la vez permita comprender y resolver varios problemas apegados a esta temática.

## **CAPÍTULO II: METODOLOGÍA**

### **2.1. Tipo de investigación**

La presente investigación tiene un enfoque cuantitativo y cualitativo, es decir, es una investigación mixta. Es cuantitativa de alcance descriptivo, puesto que para Hernández-Sampieri & Mendoza, (2018) los estudios descriptivos, miden o recolectan datos y reportan información sobre el fenómeno investigado, por medio de métodos estadísticos; lo cual en esta investigación, a través de la encuesta, se recolectó datos que reflejan información acerca del uso de material didáctico innovador en la enseñanza del cálculo integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, periodo 2021-2022 y los resultados obtenidos fueron cuantificados por medio de tablas de frecuencia. En este mismo enfoque tiene un diseño no experimental de tipo transversal, puesto que, se aplicó una sola encuesta en un tiempo determinado con el fin de evidenciar la situación presente, sin necesidad de manipular las variables.

En el marco del enfoque cualitativo, la investigación tiene un diseño del tipo investigación-acción. Para Hernández-Sampieri & Mendoza, (2018) la investigación-acción, comprende y resuelve problemáticas específicas de un grupo, colectividad, comunidad o programa, es decir conduce al cambio; razón por la cual, en esta investigación se realizó guías didácticas acerca del uso de material didáctico innovador para la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución, como principal solución a la problemática identificada.

### **2.2. Métodos, técnicas e instrumentos de investigación**

#### **2.2.1 Métodos**

Los métodos generales o lógicos que se utilizaron en el desarrollo de esta investigación son:

#### **a. Método Inductivo**

Este método se aplicó fundamentalmente en el tercer capítulo denominados resultados y discusión. Se analizó los indicadores, que son los elementos específicos de la investigación, con el fin de conocer aspectos generales, que en este caso fueron variables de estudio.

#### **b. Método Deductivo**

Este método, que parte de aspectos de carácter general y que pretenden llegar al conocimiento profundo de aspectos particulares, se lo utilizó fundamentalmente en el diseño de la propuesta “Guías didácticas del uso de material didáctico innovador para la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución”. Básicamente, se trata de comprender y entender la teoría y los modelos referentes a material didáctico ya existentes en la bibliografía especializada para llegar a desarrollar de manera particular o específica materiales didácticos innovadores que servirán para la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución.



### **c. Analítico-sintético**

Partiendo del hecho que no hay análisis sin síntesis, ni síntesis sin previo análisis, se entenderá que este método fue aplicado en todo el proyecto, pero de manera específica se aplicó en la construcción del marco teórico, ya que fue necesario entender todo lo concerniente a material didáctico y para ello se descompuso el todo en sus partes constitutivas y se sintetizó toda la información en los subtemas del capítulo.

#### **2.2.2. Técnicas**

##### **a. Encuesta**

La encuesta se aplicó en la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” a los estudiantes de tercer año de BGU del periodo 2021-2022, de forma presencial, el 1 de junio de 2022.

#### **2.2.3. Instrumentos**

El instrumento empleado para aplicar la encuesta fue un cuestionario con formato Likert, en el cual cada pregunta guardaba relación con un indicador de la Matriz diagnóstica.

### **2.3. Preguntas de investigación**

Al ser un proyecto con enfoque mixto se creyó conveniente no trabajar con hipótesis, sino simplemente con preguntas de investigación que están en función de los objetivos específicos, las cuales son:

- ¿Existen bases teóricas relacionadas al uso de material didáctico innovador en la enseñanza de cálculo integral?
- ¿Cuál es el diagnóstico acerca del uso de material didáctico innovador en la enseñanza del cálculo integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, periodo 2021-2022?
- ¿Se puede diseñar guías didácticas del uso de material didáctico innovador para la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución?

### **2.4. Matriz de operacionalización de variables o matriz diagnóstica**

**Tabla 1**

*Matriz de operacionalización de variables*

| <b>Variab</b> les | <b>Indicadores</b>          | <b>Técnica</b> | <b>Fuente de Información</b> |
|-------------------|-----------------------------|----------------|------------------------------|
| Enseñanza         | Predisposición por aprender | Encuesta       | Estudiantes                  |

|                    |                                     |          |             |
|--------------------|-------------------------------------|----------|-------------|
|                    | Complejidad del tema                | Encuesta | Estudiantes |
|                    | Creencias sobre el cálculo integral | Encuesta | Estudiantes |
|                    | Interés por desempeño docente       | Encuesta | Estudiantes |
|                    | Recursos de enseñanza               | Encuesta | Estudiantes |
|                    | Aplicación del cálculo integral     | Encuesta | Estudiantes |
| Material didáctico | Recursos tecnológicos               | Encuesta | Estudiantes |
|                    | Empleo de prototipos                | Encuesta | Estudiantes |

Nota: matriz usada para elaborar la encuesta.

## 2.5. Participantes

Para la aplicación de la encuesta se usó un muestreo no probabilístico intencionado, el cual Arias, (2012) define como un procedimiento de selección donde los elementos son escogidos por criterios o juicios del investigador. En base a esto, el universo analizado en esta investigación, constituyó de 67 estudiantes, pertenecientes al tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” ubicada en el Cantón Ibarra, provincia de Imbabura, correspondientes al periodo lectivo 2021-2022.

De los estudiantes encuestados, el 80,6% tiene 17 años y el 19.4% tiene 18 años, adicional a esto, 21 estudiantes que representan el 31,3 % pertenecen al género femenino y 46 estudiantes que significan el 68,7% son de género masculino.

## 2.6. Procedimientos y análisis de datos

Una vez diseñada la encuesta, sobre la base de datos de la matriz de operacionalización de variables, se aplicó una encuesta piloto a 15 estudiantes, obteniéndose un índice de confiabilidad con el alfa de Cronbach de 0.67, equivalente a moderado, según George y Mallery, (2003).

Luego se aplicó la encuesta definitiva a toda la población investigarse para lo cual, previa autorización de las autoridades del plantel se entregó a cada estudiante el respectivo cuestionario, no sin antes explicarles el objetivo y forma de llenar. La encuesta que fue aplicada en aproximadamente 15 minutos.

Los resultados obtenidos de la encuesta fueron ingresados al SPSS, versión 25.0, para desde allí tabular y construir tablas de frecuencia para analizarlos y discutirlos.

## CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 3.1. Análisis e interpretación de resultados

**Tabla 2**

*¿Durante la clase de matemáticas tiene la mejor predisposición por aprender?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Muy pocas veces | 34         | 50,8       |
| Algunas veces   | 22         | 32,8       |
| Casi siempre    | 7          | 10,4       |
| Siempre         | 4          | 5,9        |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

Para llegar a un aprendizaje significativo el interés, disposición y motivación que tienen los estudiantes durante la clase intervienen sustancialmente. La Tabla 2 evidencia que la mayoría de los estudiantes encuestados aseguran que muy pocas veces tienen la mejor predisposición por aprender durante la clase de matemática, esto pone de manifiesto que muchas de las actividades que realiza el docente no logran impactar a los estudiantes. Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, las actitudes, creencias y emociones de los estudiantes cumplen una función esencial, y aunque durante esta práctica, en algunas ocasiones el estudiante puede evidenciar sentimientos de miedo, desagrado o inseguridad, el rol del docente es fundamental, debido a que pueden influir en esas emociones, ya sea de forma positiva o negativa (Nortes & Nortes, 2017). Para Moroto, et al., (2013) las actitudes del docente hacia la matemática no deben ser subestimadas, debido a que muchas veces el docente funciona como modelo para sus estudiantes, y si un docente manifiesta tener disgusto por la matemática, es muy probable que transfiera esas actitudes y creencias a sus estudiantes.

**Tabla 3**

*¿El estudio del cálculo integral le resulta de gran complejidad para entenderlo?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Nunca           | 2          | 3,0        |
| Muy pocas veces | 17         | 25,4       |
| Algunas veces   | 32         | 47,8       |
| Casi siempre    | 11         | 16,4       |
| Siempre         | 5          | 7,5        |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

El cálculo integral requiere de conocimientos, análisis y procesos superiores, razón por la cual, muchas veces se ha visto como una asignatura compleja de entenderla; así pues, en esta investigación se identificó que la mayoría de los estudiantes encuestados, algunas veces ven al cálculo integral como una asignatura difícil de comprender, esto puede estar estrechamente relacionado con la forma en como el docente presenta este tema de clase y los conocimientos previos que el estudiante tenga referente al mismo. En un estudio realizado por Daza & Garza, (2018) donde el objetivo principal era evaluar las actitudes hacia el cálculo diferencial e integral de los estudiantes mexicanos del nivel medio superior; se pone en evidencia que un grupo significativo de estudiantes rechazan o tienen perspectivas negativas hacia el cálculo y presentan sentimientos negativos hacia la metodología de enseñanza empleada. Muchos de los estudiantes investigados, piden clases más dinámicas y didácticas, puesto que muchas veces solo ponen atención por el hecho de aprobar más que aprender. Esto pone en evidencia, que la enseñanza del cálculo integral aún genera desconcierto en los estudiantes.

**Tabla 4**

*¿Cree que el cálculo integral puede ser aplicado en la resolución de problemas de la vida cotidiana?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Nunca           | 2          | 3,0        |
| Muy pocas veces | 17         | 25,4       |
| Algunas veces   | 21         | 31,3       |
| Casi siempre    | 16         | 23,9       |
| Siempre         | 11         | 16,4       |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

El uso de conocimientos matemáticos en la resolución de problemas de la vida cotidiana, son una excelente alternativa que el docente puede emplear para innovar en su enseñanza. En la Tabla 4 se puede observar, que la mayoría de las personas encuestadas, creen que los contenidos referentes a cálculo integral pueden ser útiles para la resolución de problemas del contexto, lo cual es importante, puesto que, ven a la matemática y en especial al cálculo integral como contenidos que si tienen cierta utilidad en la realidad. En la investigación realizada por Daza & Garza, (2018) se evidencia que la mayoría de los estudiantes creen que el cálculo integral tiene aplicaciones en el mismo campo de las matemáticas, o ven su utilidad en el aprendizaje de contenidos curriculares abordados en disciplinas como la física, química o estadística, y muchos de ellos, afirman que es útil para personas que tienen pensado estudiar carreras referentes a ingeniería, contaduría y administración. Esto manifiesta que muchas de las concepciones que tiene los estudiantes acerca de la aplicación del cálculo integral en la vida cotidiana, no solo están relacionadas a solucionar un problema matemático contextualizado, sino más bien, para la mayoría de ellos, esta materia puede servirles para una formación profesional, o incluso, para comprender nuevos contenidos relacionados con otras temáticas.

**Tabla 5**

*¿Le resulta interesante como su docente de matemáticas imparte las clases?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Nunca           | 11         | 16,4       |
| Muy pocas veces | 36         | 53,7       |
| Algunas veces   | 13         | 19,4       |
| Casi siempre    | 4          | 5,9        |
| Siempre         | 3          | 4,5        |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

Existe una estrecha relación entre la práctica docente y el aprendizaje de los estudiantes, por ello la actividad docente durante la clase de matemática, es un factor imprescindible en la motivación del estudiante y en el cumplimiento de los objetivos educativos. La Tabla 5 refleja que la mayor parte de los estudiantes encuestados afirman que muy pocas veces les resulta interesante como su docente de matemática imparte sus clases, esto puede deberse a que la actividad docente aún está enmarcada en prácticas expositivas y rutinarias, las cuales no despiertan el interés del estudiante por aprender. Para (Polaco, 2005, como se citó en Arredondo, et al., 2020) la falta de motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje es una de las principales causas de fracaso escolar, por ello es compromiso del docente promover la motivación e interés por aprender de sus estudiantes para obtener éxito en su enseñanza.

**Tabla 6**

*¿Comúnmente su docente usa la pizarra, marcadores y el texto como principales materiales de enseñanza?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Muy pocas veces | 3          | 4,5        |
| Algunas veces   | 2          | 3,0        |
| Casi siempre    | 10         | 14,9       |
| Siempre         | 52         | 77,6       |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

El uso de recursos de enseñanza tradicionales en la educación del siglo XXI aún predomina en las aulas ecuatorianas; ya que como se aprecia en la Tabla 6, la mayoría de los estudiantes afirma que su docente emplea la pizarra, marcadores y textos como principales recursos de enseñanza, lo cual evidencia que las prácticas educativas no van evolucionando conforme a las necesidades de la sociedad. Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, utilizamos nuestros cinco sentidos, y las clases expositivas, en donde se emplea una pizarra y un texto como material de enseñanza, no aporta en el desarrollo de estos cinco sentidos. Según Oscco, et al., (2019) cuando un profesor llena la pizarra de números y ecuaciones que el estudiante tiene que resolver, y donde el estudiante no encuentra una utilidad en su vida práctica, hace de la matemática una asignatura tediosa, aburrida, monótona y forzada de aprender.

Es muy importante que el docente se apoye de nuevos recursos de enseñanza (prototipos, herramientas TICS, juegos, etc.), debido a que la monotonía y falta de innovación reducirá el interés y motivación por aprender de sus estudiantes pero para Bautista, et al., (2014) el uso de material didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje, no va solo para facilitar el rol docente, este debe estar fusionado con métodos que permitan al estudiante aprender, comprender los contenidos con mayor facilidad, y también deben aportar al desarrollo de habilidades y aptitudes útiles para la vida.

**Tabla 7**

*¿Su docente emplea recursos tecnológicos para el estudio del cálculo integral?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Nunca           | 12         | 17,9       |
| Muy pocas veces | 26         | 38,8       |
| Algunas veces   | 10         | 14,9       |
| Casi siempre    | 14         | 20,9       |
| Siempre         | 5          | 7,5        |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

El escaso uso de nuevos recursos de enseñanza que dejen las prácticas educativas tradicionales, en una época en donde predomina el cambio, desarrollo e innovación, es inquietante. En la tabla 7 se puede evidenciar que la mayoría de los estudiantes encuestados asegura que su docente, muy pocas veces emplea recursos tecnológicos durante la práctica educativa. Los jóvenes de la actualidad están tan familiarizados con la tecnología y herramientas informáticas, acontecimiento que representa para la matemática y principalmente para su enseñanza y aprendizaje un aporte significativo en su mejora, debido a que estas herramientas hacen que el estudiante preste más atención, puedan aprender mientras se entretienen y pueda aprender conceptos matemáticos con mayor facilidad; lo cual, en la enseñanza tradicional no siempre se consigue (Maseda, 2011).

Es necesario que el docente implemente nuevos recursos tecnológicos en sus prácticas, y más para un tema tan complejo como es el cálculo integral. Para Marín, (2012) explicar cálculo integral solo con ayuda de una pizarra tradicional suele resultar difícil, por ello propone combinar esta forma de enseñar con el uso un computador, programas informáticos de resolución de integrales, los cuales permiten al docente explicar conceptos referentes al cálculo integral de manera más sencilla, visual y divertida, a su vez permiten al estudiante solucionar problemas no solo sobre papel, sino también apoyándose de programas como GeoGebra, Matlab o Derive.



**Tabla 8**

*¿Su docente da a conocer las aplicaciones del cálculo integral?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Nunca           | 17         | 25,4       |
| Muy pocas veces | 29         | 43,3       |
| Algunas veces   | 9          | 13,4       |
| Casi siempre    | 5          | 7,6        |
| Siempre         | 7          | 10,4       |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

Evidenciar las aplicaciones del Cálculo Integral en contextos cotidianos, refleja el dominio que el docente tiene sobre el tema y la importancia que le da al aprendizaje de sus estudiantes. Los resultados obtenidos en la encuesta aplicada resaltan que, para la mayoría de los estudiantes, su docente muy pocas veces da a conocer las aplicaciones del cálculo integral, esto puede deberse a que el docente no investiga más sobre el tema y muchas veces solo se centra en exponer fórmulas y ejercicios. Marín, (2012) afirma que captar la atención del estudiante es un factor importante para que pueda aprender cálculo integral, y durante el proceso de enseñanza-aprendizaje evidenciar su importancia y aplicación conlleva al logro de esta, por ello sugiere que los docentes deben enseñar que las integrales tienen utilidad en otras asignaturas o también se aplican en cursos de formación superior; esto contribuirá a que el estudiante se interese más por el tema y encuentre sentido a lo que está estudiando.

**Tabla 9**

*¿Su docente emplea prototipos para la enseñanza de sólidos de revolución?*

|                 | Frecuencia | Porcentaje |
|-----------------|------------|------------|
| Nunca           | 38         | 56,7       |
| Muy pocas veces | 13         | 19,4       |
| Algunas veces   | 6          | 9,0        |
| Casi siempre    | 7          | 10,4       |
| Siempre         | 3          | 4,5        |
| Total           | 67         | 100,0      |

Fuente: encuesta junio 2022. Elaboración propia

La aplicación de prototipos para la enseñanza de sólidos de revolución es un proyecto poco aplicado en las aulas ecuatorianas, así se evidencia en la Tabla 9, en donde se refleja que, para la mayoría de los estudiantes, el docente nunca ha empleado un prototipo. El uso de recursos de enseñanza que le permitan al estudiante tocar, manipular y experimentar hacen que su interés y ganas por aprender aumenten. “En el terreno de la abstracción, el ser humano de la edad que fuere necesita de recursos tangibles para poder interpretar y darle sentido al mundo que lo rodea” (Oscoco, et al., 2019, pág. 15). Esto evidencia que, para la enseñanza de la matemática, muchas veces se requieren de materiales que le permitan al estudiante manipular, crear, diseñar, debido a que a través de esa práctica se pueda asimilar, comprender y apreciar con mayor facilidad conceptos matemáticos.

## **CAPÍTULO IV: PROPUESTA**

### **4.1. Título de la Propuesta**

“Guías didácticas del uso de material didáctico innovador para la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución”

### **4.2. Introducción**

La presente propuesta tiene la finalidad de aportar a una mejor enseñanza-aprendizaje del Cálculo Integral, y en especial, de “Sólidos de Revolución”. Su importancia radica en su diseño, puesto que se apoya de un prototipo y herramientas TIC, que el docente puede implementar en la enseñanza de esta temática, haciendo que la práctica educativa sea más dinámica, interactiva y constructiva.

El desarrollo de esta propuesta surge como una respuesta hacia las debilidades evidenciadas en Capítulo III, denominado Resultados y Discusión; en donde se identificó que, durante la enseñanza del cálculo integral el docente usa la pizarra, texto y marcadores como principales recursos de enseñanza y muy pocas veces aplica material didáctico o herramientas TIC para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Estas guías didácticas están dirigidas especialmente a los docentes y estudiantes del Tercer año de BGU, del periodo académico 2021-2022, pertenecientes a la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” ubicada en la ciudad de Ibarra, provincia de Imbabura. Las guías corresponden a la asignatura de Matemática y están destinadas para la enseñanza-aprendizaje de la Unidad 2, denominada Derivadas e Integrales, específicamente del tema “Sólidos de revolución”; tema contenido en las aplicaciones de la integral definida.

Aunque estas guías, busca mejorar la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución, al ser solo una propuesta, requiere ser socializada a los docentes de la institución, para que ellos evalúen y evidencien si esta puede ser aplicada.

### **4.3. Impacto Educativo**

Estas guías didácticas buscan contribuir de manera significativa tanto en las actividades del docente como del estudiante, debido a que esta ideada para desarrollar una clase de sólidos de revolución, de una manera más recreativa. Esta propuesta genera impacto debido a que emplea un prototipo y herramientas TIC como principales recursos de enseñanza, los cuales buscan contribuir a que el docente desarrolle una clase más dinámica e interactiva, y a la vez permitan al estudiante aprender a través de la manipulación, imaginación y experimentación.

Implementar un prototipo para la enseñanza de Sólidos de Revolución, es un tema innovador para la enseñanza del Cálculo Integral. Aunque muchas veces el cálculo integral es visto como un tema complejo de comprender, aportar con material didáctico para facilitar su comprensión es un gran paso hacia la innovación educativa, y con ello hacia una mejora en la calidad educativa.

## **4.4. Objetivos**

### ***4.4.1. Objetivo general***

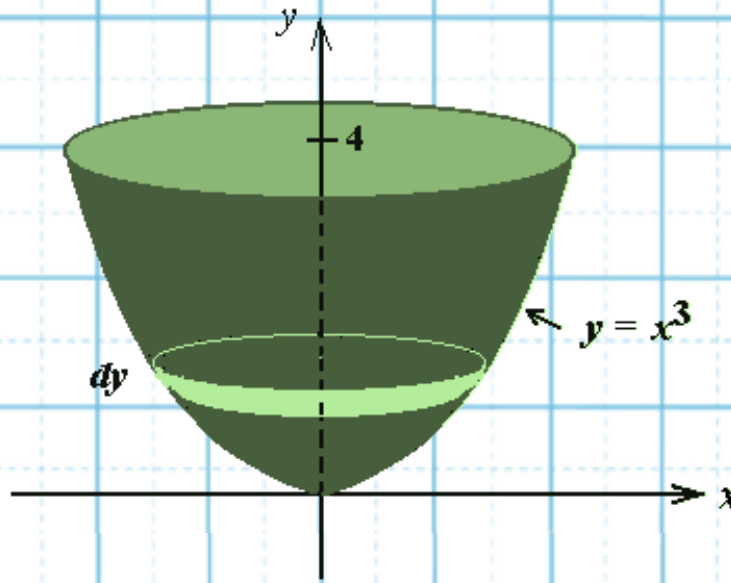
Elaborar guías didácticas sobre el uso de material didáctico innovador para mejorar la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución en los estudiantes del tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre” periodo 2021-2022.

### ***4.4.2. Objetivos específicos***

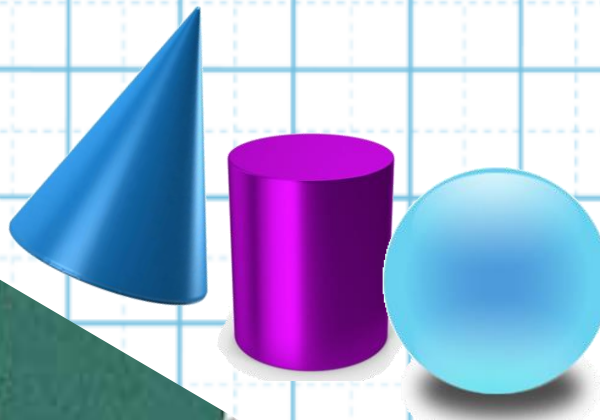
- Construir un prototipo para la enseñanza de sólidos de revolución.
- Diseñar la estructura de la guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de “Sólidos de revolución” con ayuda de un prototipo y herramientas TIC.

# Guías didácticas del uso de material didáctico innovador para la enseñanza-aprendizaje de Sólidos de Revolución

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$



## Sólidos de Revolución

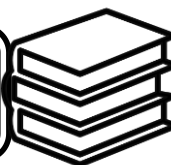


$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$



# Guía 1



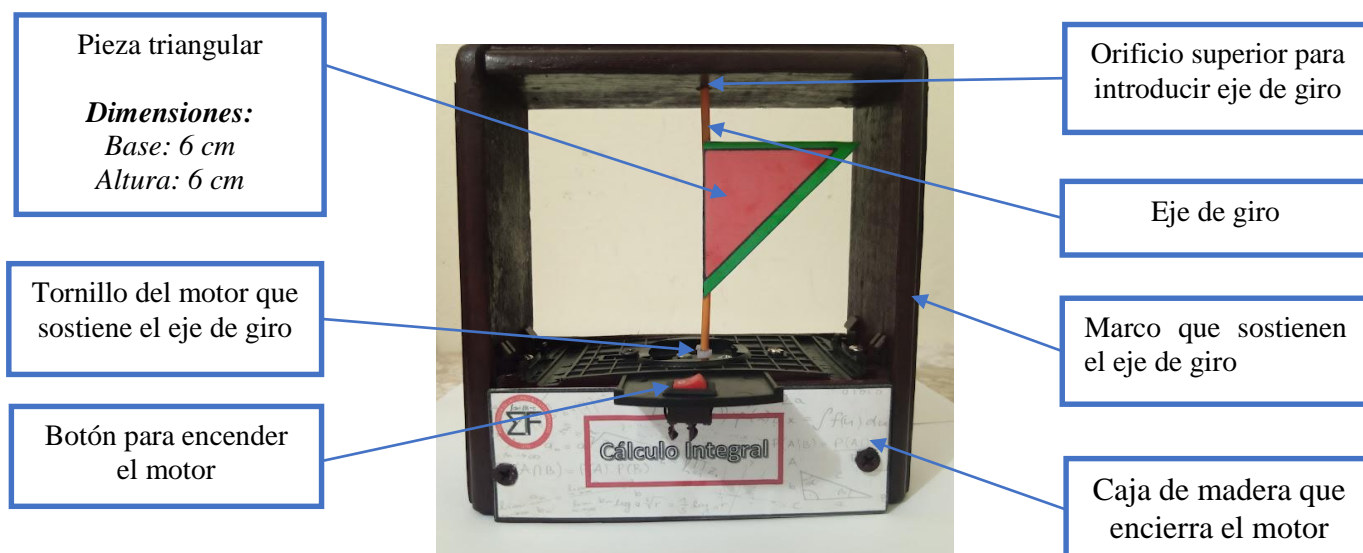
## Tema: **Sólidos de Revolución**

Volumen y Superficie de un triángulo rectángulo en revolución

### Objetivo

Determinar el volumen y la superficie del sólido que se forma al hacer girar un triángulo rectángulo en torno al eje vertical.

### Esquema del Equipo



### Modo de uso

- El prototipo contiene 3 piezas (triángulo, rectángulo y semicírculo), cada una adherida a un eje de giro.
- Para ubicar la pieza triangular, el eje de giro se debe ubicar en el tornillo del motor y en el orificio superior del marco.
- Para encender el motor del prototipo se pulsa el botón rojo, y para apagarlo se presiona nuevamente.



# Fundamentación teórica



## Sólidos de Revolución

Si una región  $R$  en el plano  $xy$  se hace girar alrededor de un eje  $L$ , se genera un sólido denominado sólido de revolución.

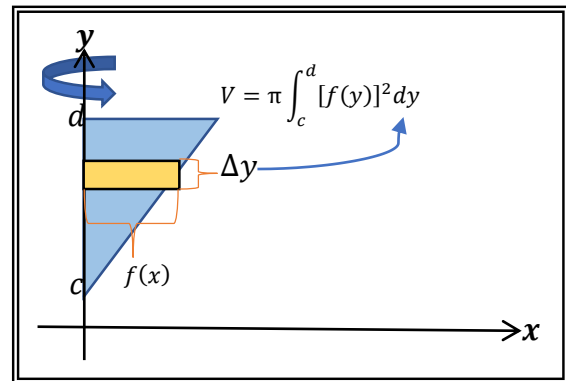
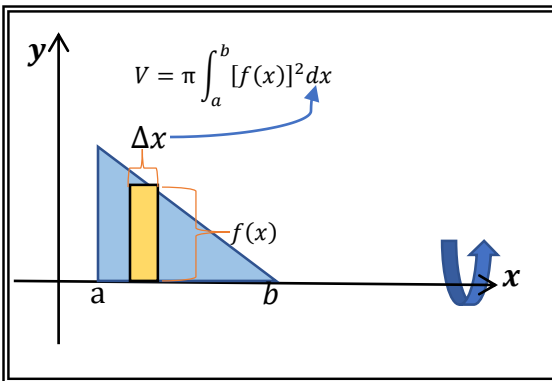
Para encontrar el volumen  $V$  de un sólido de revolución por el método de los discos se consideran las siguientes fórmulas:

### Eje horizontal de revolución

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

### Eje vertical de revolución

$$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 dy$$



## Área de una superficie de Revolución

Una superficie de revolución se forma cuando se hace girar una curva en torno a una recta. Tal superficie es la frontera lateral de un sólido de revolución.

Sea  $f$  una función que tiene una derivada continua en el intervalo  $[a, b]$ . El área  $S$  de la superficie de revolución formada al girar la gráfica de  $f$  alrededor de un eje horizontal o vertical es

### Cuando $y$ es una función de $x$

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

### Cuando $x$ es una función de $y$

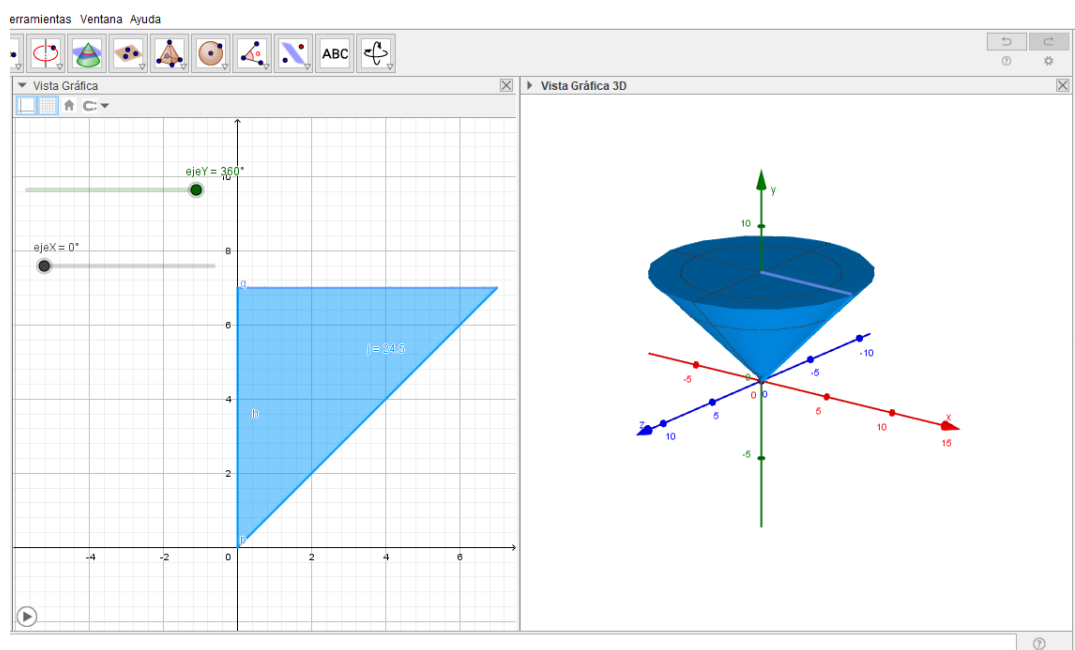
$$S = 2\pi \int_a^b f(y) \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

## Volumen y superficie del cono formado al hacer girar la pieza triangular



Al hacer girar el triángulo, el sólido formado es un cono

A través del Software GeoGebra se puede visualizar de mejor manera



Link recurso digital: <https://www.geogebra.org/m/sprwfczq>



## Volumen

### Aplicando la definición de sólidos de revolución: método de los discos

Al ser un triángulo que tiene una altura y base de 6 unidades, con el eje de giro vertical ( $y$ ) tenemos que:  
El triángulo se forma al acotar las funciones:

$$x = y; \quad y = 0; \quad y = 6$$

Considerando el método de los discos y como la figura gira alrededor del eje  $y$ , utilizamos la siguiente fórmula:

$$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 dy$$

El intervalo del área de la figura con respecto al eje  $y$  es  $[0, 6]$ , al remplazar se obtiene:


$$V = \pi \int_0^6 [y]^2 dy$$

$$V = \pi \left[ \frac{y^3}{3} \right]_0^6 \rightarrow V = \pi \left[ \frac{(6)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3} \right]$$

$$V = 72 \pi u^3$$

### Comprobación: Aplicando la fórmula del volumen de un cono

Volumen de un cono

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$


El radio del cono formado corresponde a la base del triángulo, la altura del cono corresponde a la altura del triángulo ( $radio (r) = 6 u$ ;  $altura (h) = 6 u$ ). Al remplazar se obtiene:

$$V = \frac{1}{3} \pi (6)^2 (6)$$

$$V = 72 \pi u^3$$

## Superficie

### Aplicando la definición: área de una superficie de revolución

Como la curva gira en torno al eje  $y$ , se utiliza la fórmula:

$$S = 2\pi \int_a^b f(y) \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

La función es  $x = y$  en el intervalo  $[0, 6]$  y su derivada es  $\frac{d}{dy}x = 1$

Al remplazar se obtiene

$$S = 2\pi \int_0^6 y \sqrt{1 + (1)^2} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^6 y \sqrt{2} dy \rightarrow S = 2\pi\sqrt{2} \int_0^6 y dy$$

$$S = 2\pi\sqrt{2} \left[ \frac{y^2}{2} \right]_0^6 \rightarrow S = 2\pi\sqrt{2} \left[ \frac{(6)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2} \right] \rightarrow S = 2\pi\sqrt{2} \left[ \frac{36}{2} \right]$$

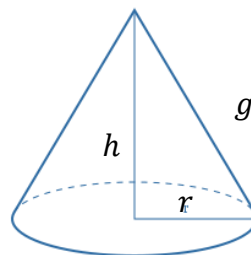
$$S = 36\sqrt{2}\pi u^2$$

### Comprobación: Aplicando la fórmula del área lateral de un cono

Área lateral de un cono

$$A_L = \pi r g$$

$$g = \sqrt{h^2 + r^2}$$



Considerando que el cono tiene un radio y altura de  $6u$ , obtenemos

$$A_L = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_L = \pi(6)\sqrt{(6)^2 + (6)^2}$$

$$A_L = \pi(6)\sqrt{(2)(6)^2} \rightarrow A_L = \pi(6)(6)\sqrt{2}$$

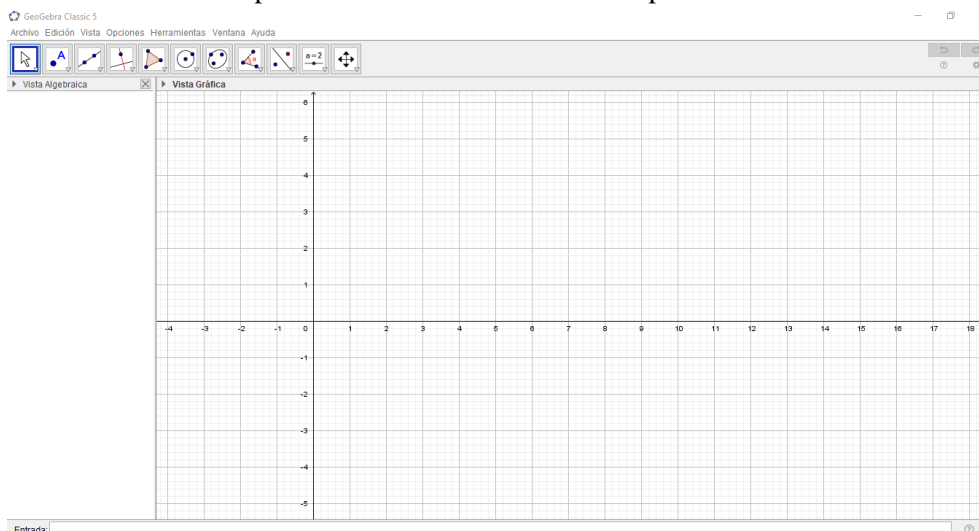
$$A_L = 36\sqrt{2}\pi u^2$$

# Representación gráfica en GeoGebra

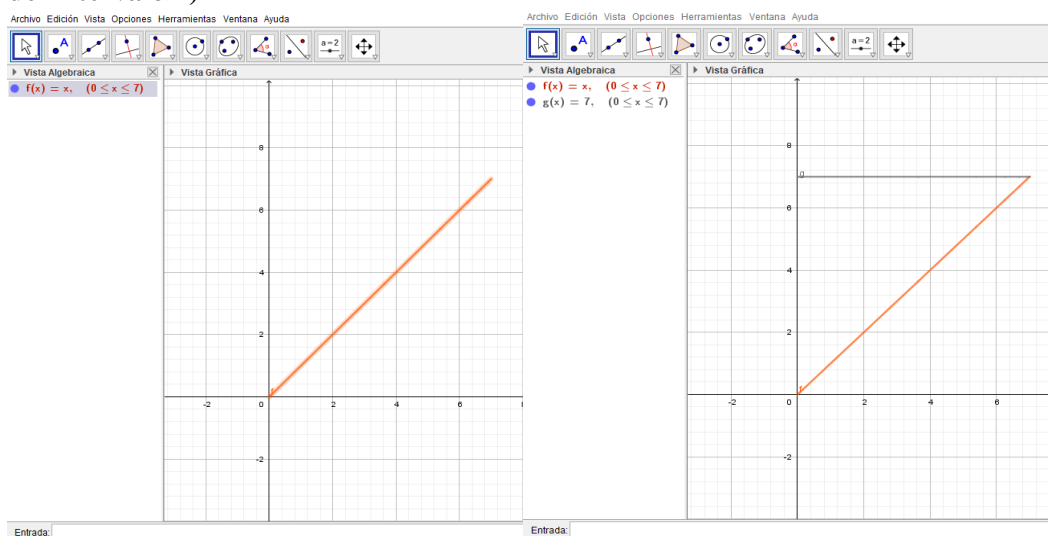
## Cono

Con ayuda del software libre GeoGebra, se detallará la construcción del sólido formado al hacer girar la pieza triangular.

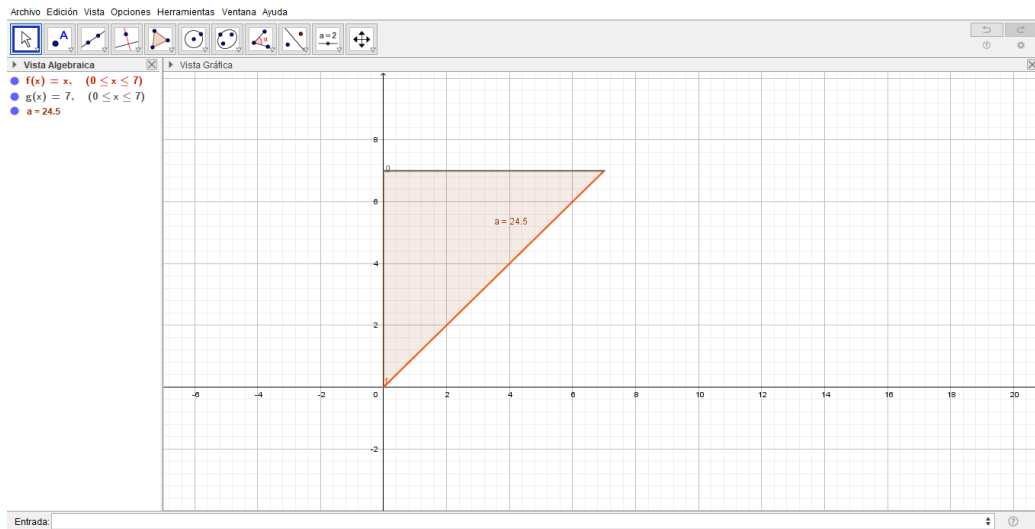
1. Abrimos el software previamente instalado en el computador



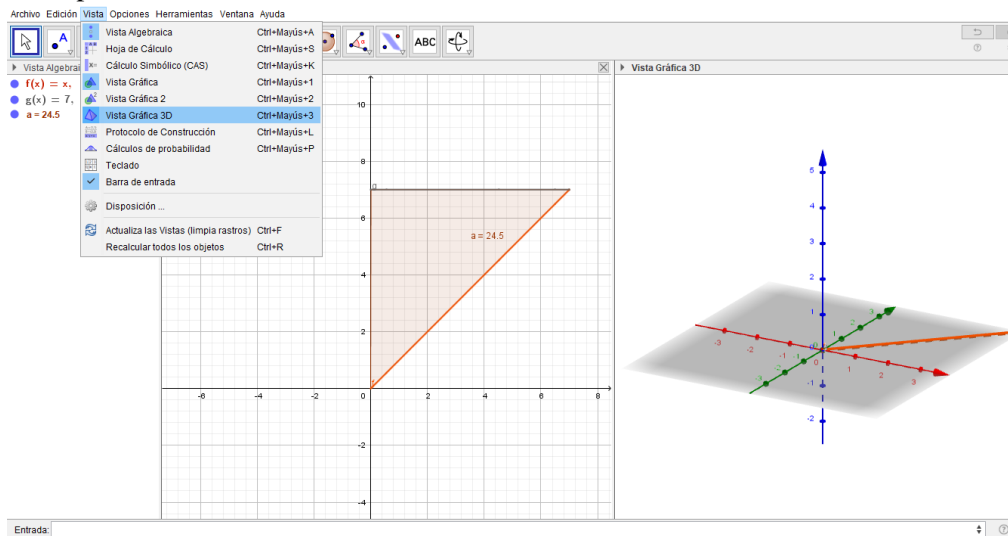
2. En la cuadrícula de **Entrada** insertamos las funciones que representará el triángulo a través del comando **Función**(**<Función>**, **<Extremo inferior del intervalo>**, **<Extremo superior del intervalo>** )



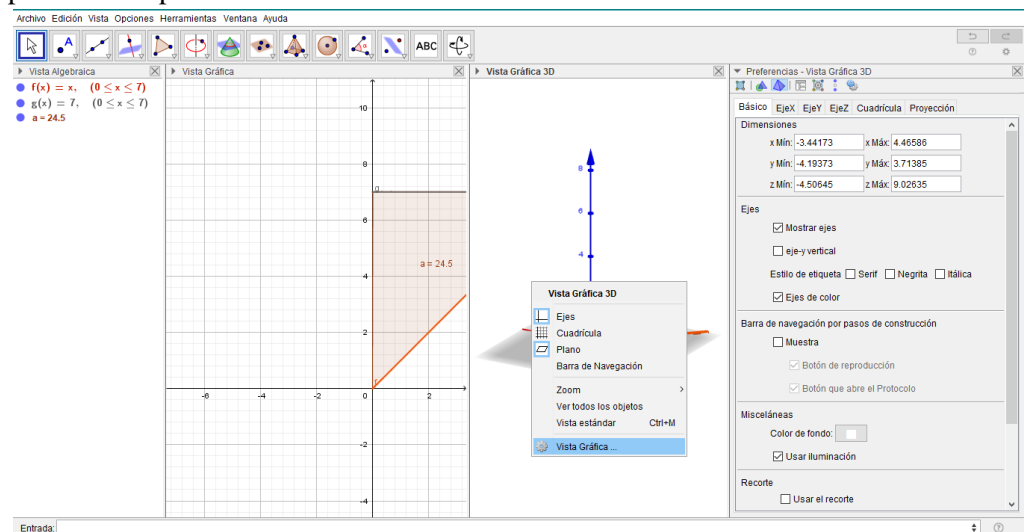
3. Determinamos el área acotada por esas funciones a través del comando **IntegralEntre**(**<Función>**, **<Función>**, **<Extremo inferior del intervalo>**, **<Extremo superior del intervalo>** )



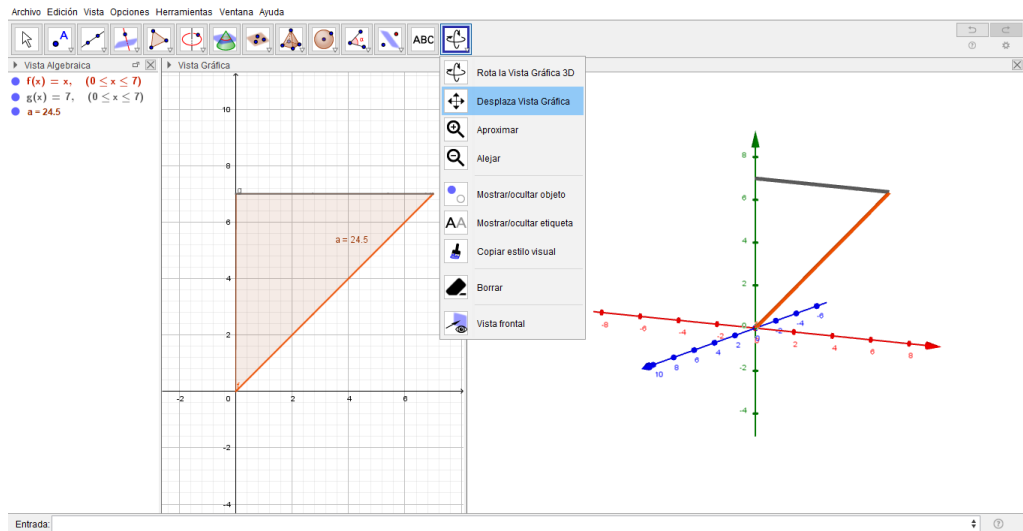
4. En la pestaña **Vista** abrimos la **Vista Gráfica 3D**



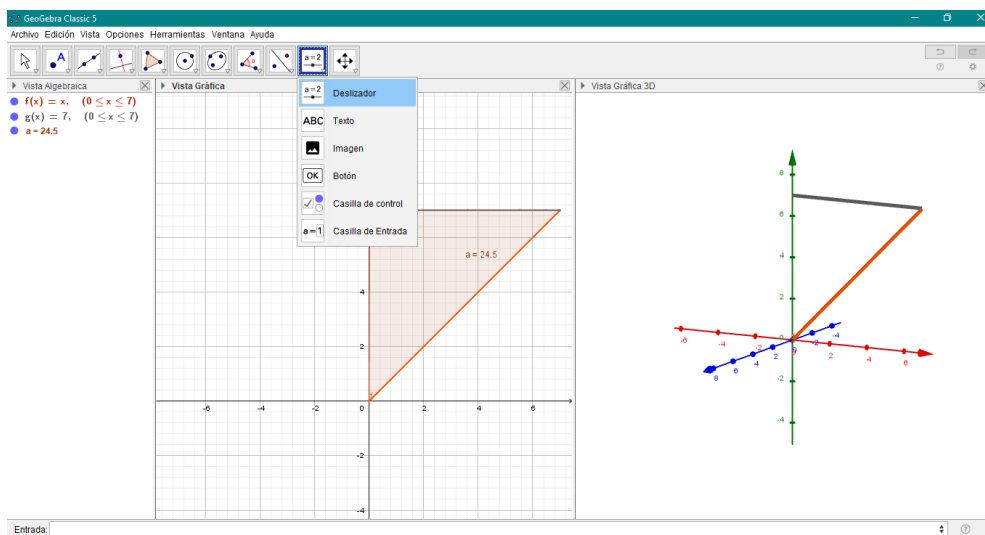
5. Damos Click derecho en cualquier lado de la pantalla de **Vista Grafica 3D** para abrir configuración y en la pestaña **Básico** pulsar **eje-y vertical**. Para quitar el fondo plomo del plano en 3D pulsamos en **Plano**.



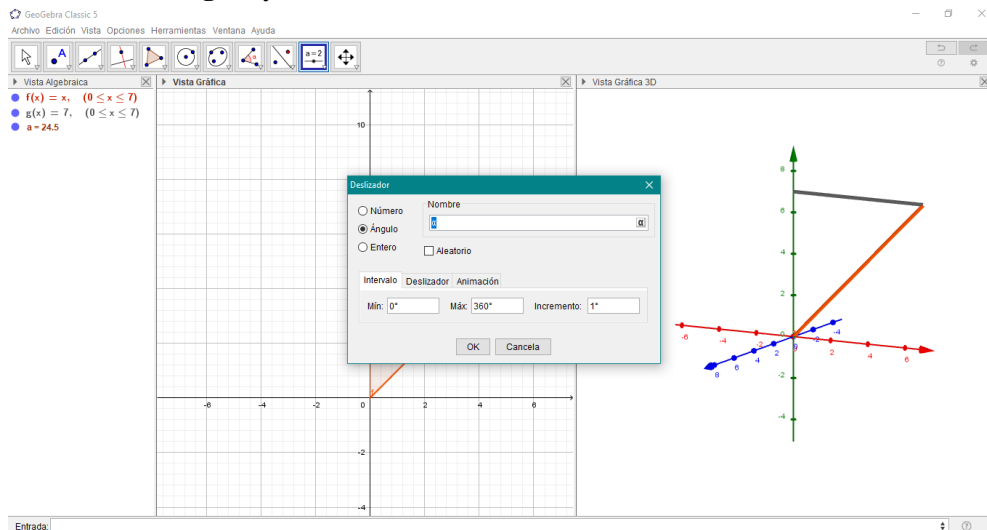
6. Para acomodar la vista grafica 3D se presiona en la pestaña Desplaza Vista Grafica

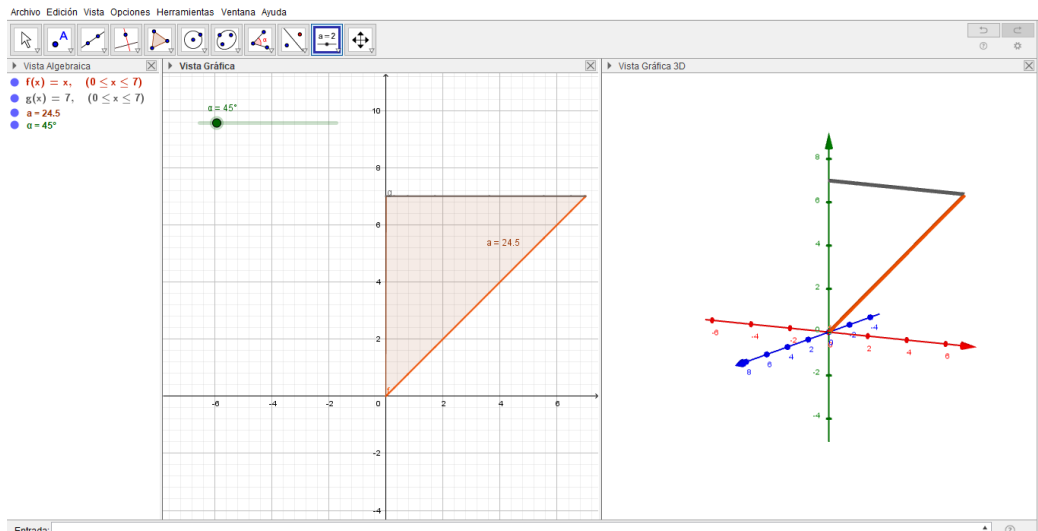


7. En la pantalla de Vista Gráfica insertamos un deslizador a través de la pestaña Deslizador

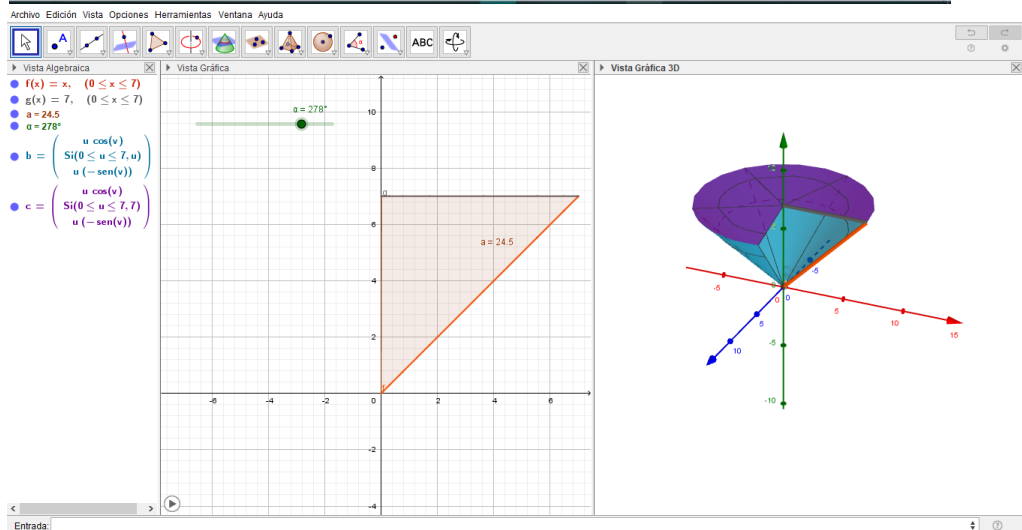
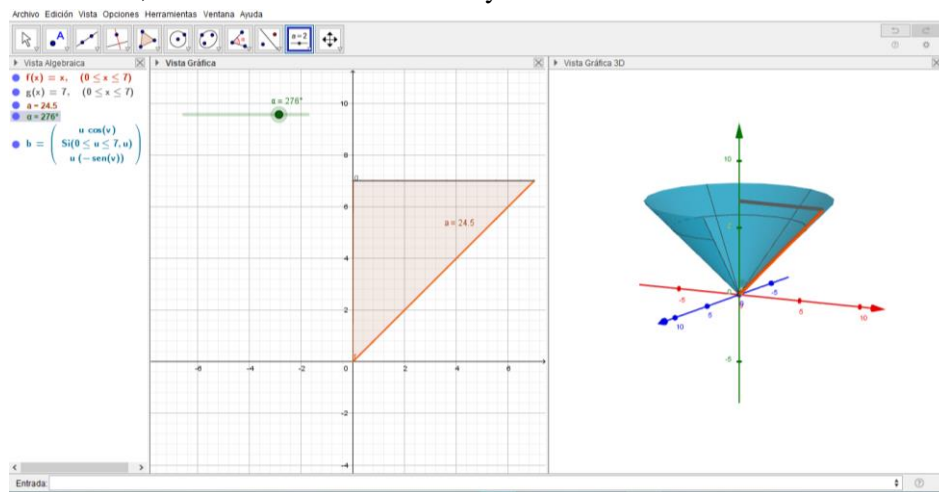


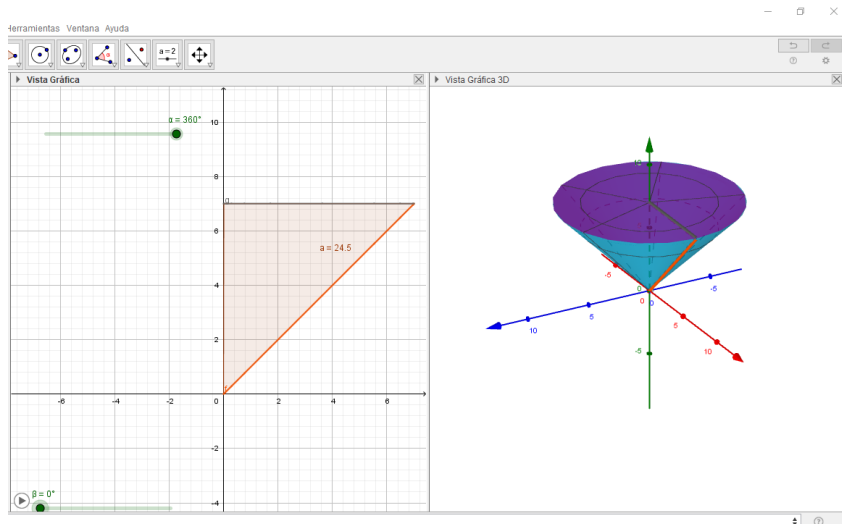
8. Pulsamos en **Ángulo** y en **OK**.



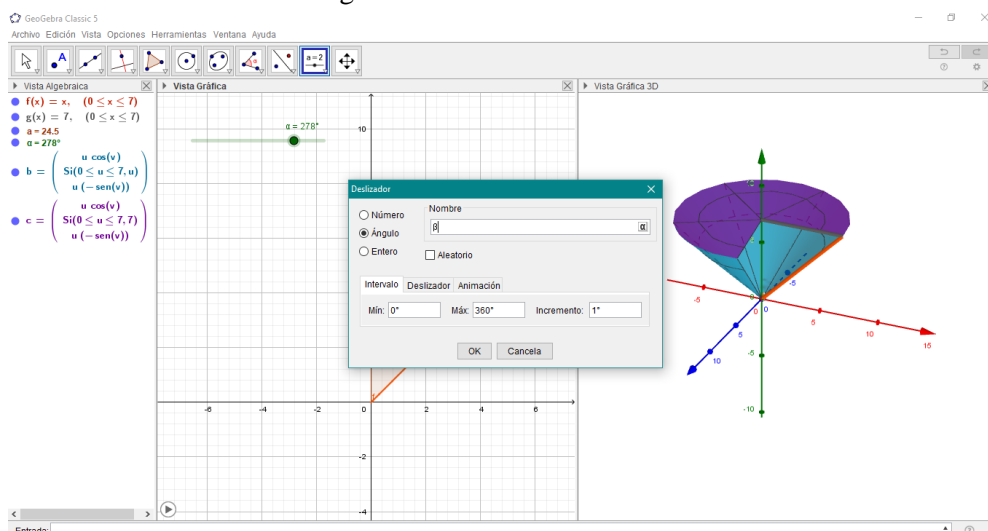


9. Para crear el sólido, a través del comando **Superficie( <Curva>, <Ángulo de rotación (en sentido antihorario)>, <Lado (semi/recta o segmento)> )** En curva se inserta la función que va a girar, en ángulo de rotación se inserta el nombre del deslizador fijado, en Lado-semi/recta o segmento, se inserta el eje de giro, para ello siempre se debe escribir **EjeY** o **EjeX**, (dependiendo el eje al que se desea girar, este ejemplo se usó el EjeY) considerando siempre las mayúsculas. Este proceso se hace para cada función que se quiere girar. Finalmente, solo se mueve el deslizador y se formará el sólido.

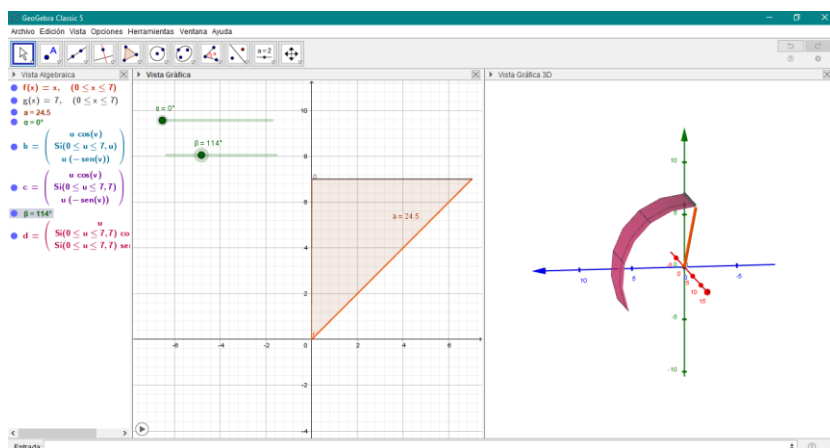


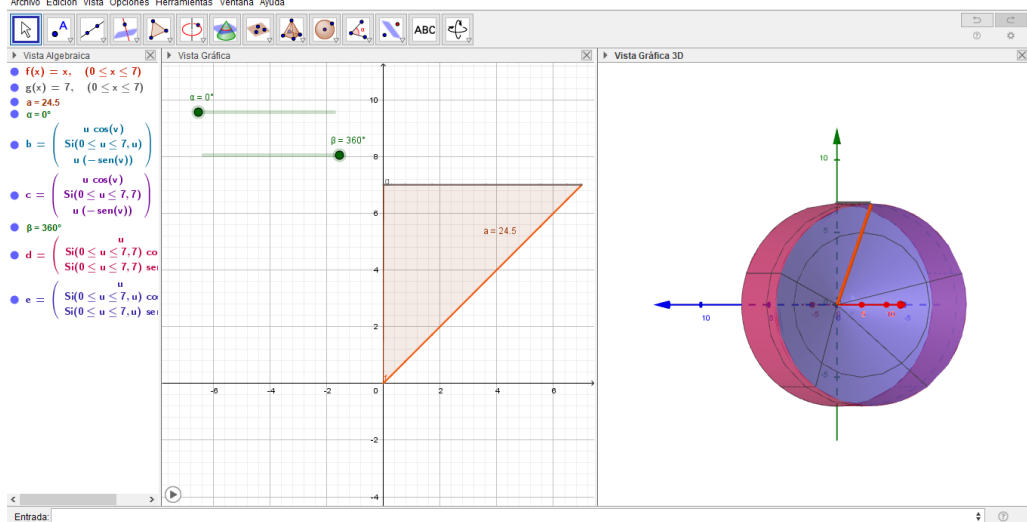
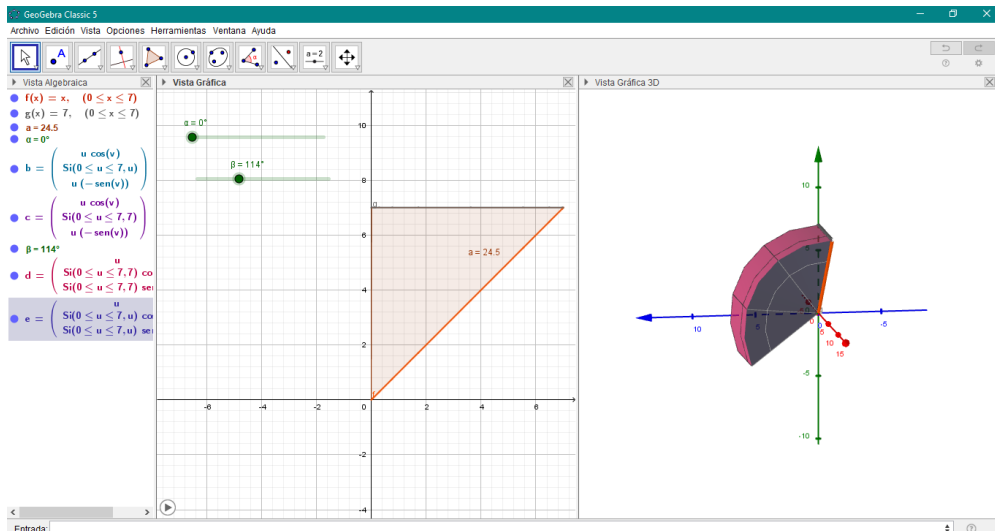


10. Ahora si se quiere que la misma figura gire en el otro eje (en este ejemplo en el EjeX); se inserta otro deslizador de ángulo.

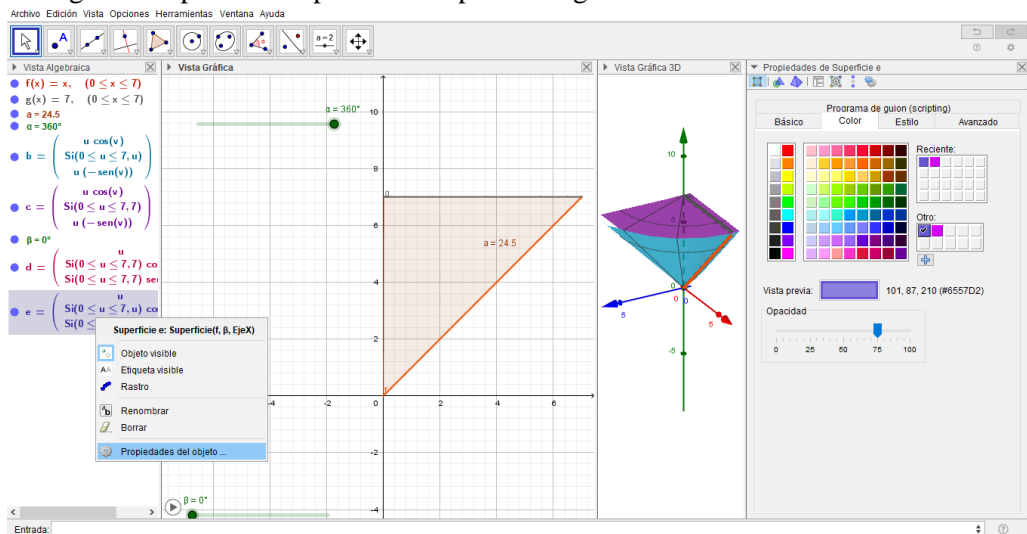


11. Se inserta nuevamente el comando **Superficie( <Curva>, <Ángulo de rotación (en sentido antihorario)>, <Lado (semi/recta o segmento)> )** En ángulo de rotación ponemos el nombre del segundo deslizador fijado, y en Lado se escribe **EjeX**. Esto para cada función que se desea giran. Se mueve el segundo deslizador para visualizar la animación.





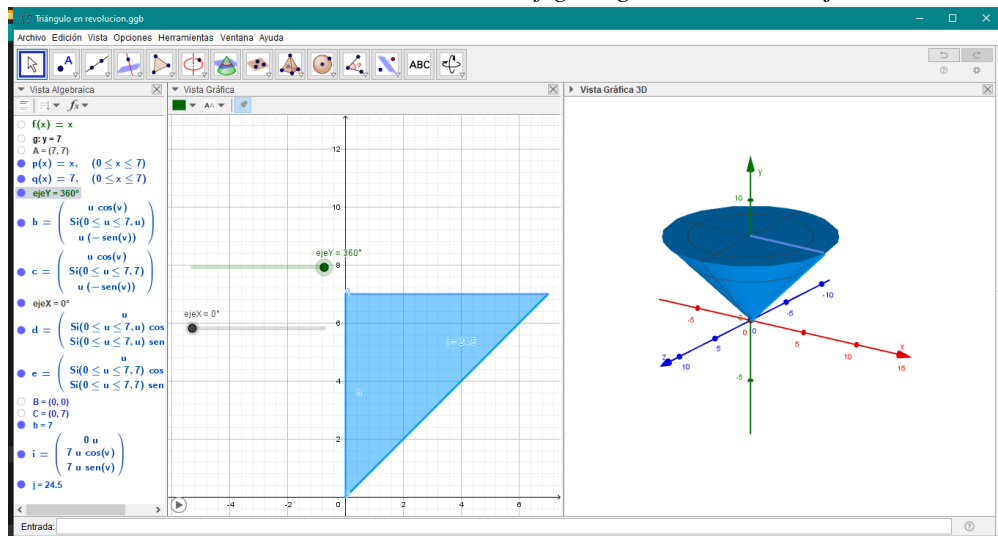
12. Para mejorar la apariencia del sólido deseado, en la pantalla **Vista Algebraica** se da Click derecho en cada expresión algebraica creada y seleccionamos **Propiedades del objeto**. Se abre una nueva pantalla donde al pulsar en **Color** se puede cambiar el color y opacidad de cada grafica representada por dicha expresión algebraica.



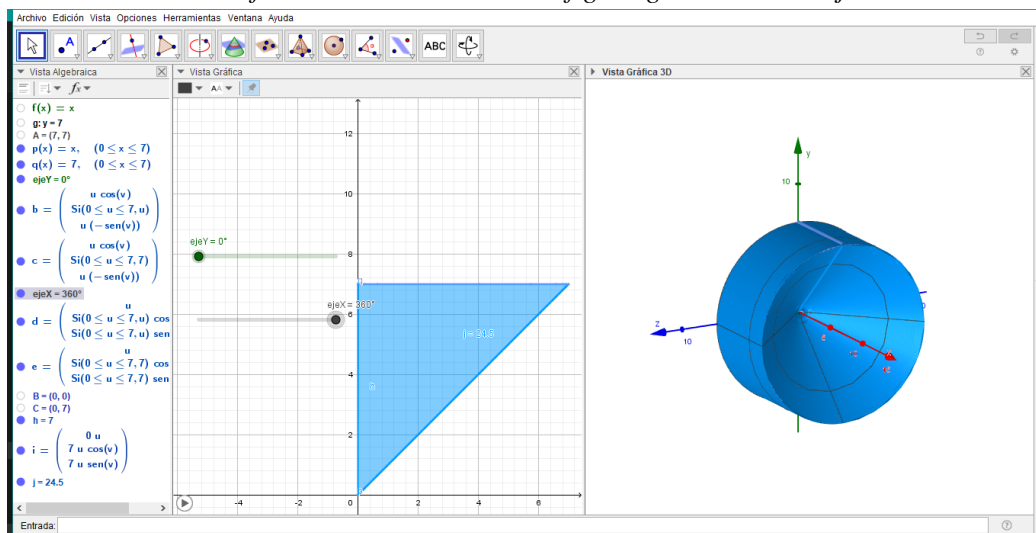


## Resultado final

### Formación del cono - Cuando la figura gira en torno al Eje Y



### Sólido formado cuando la misma figura gira entono al Eje X

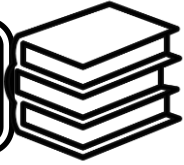


## Conclusiones

- El cono es un sólido de revolución formado por el giro de un triángulo rectángulo teniendo como eje de rotación uno de sus catetos.



## Guía 2



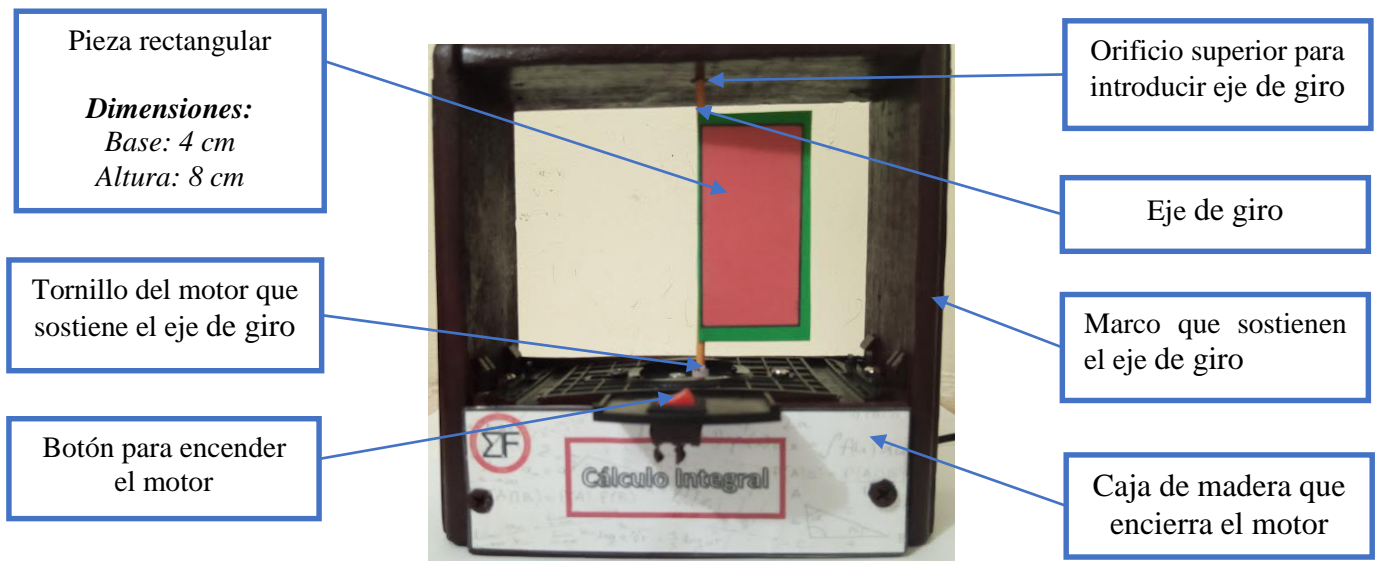
### Tema: **Sólidos de Revolución**

Volumen y Superficie de un rectángulo en revolución

### Objetivo

Determinar el volumen y la superficie del sólido que se forma al hacer girar un rectángulo en torno al eje vertical.

### Esquema del Equipo



### Modo de uso

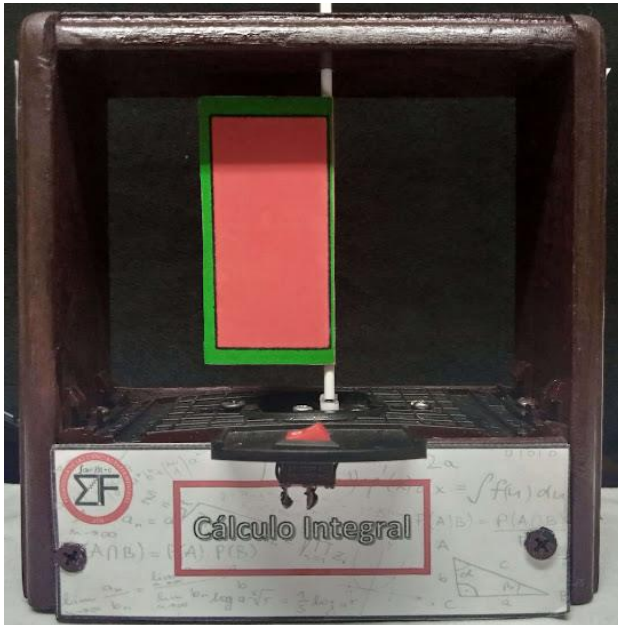
- El prototipo contiene 3 piezas (triángulo, rectángulo y semicírculo), cada una adherida a un eje de giro.
- Para ubicar la pieza rectangular, el eje de giro se debe ubicar en el tornillo del motor y en el orificio superior del marco.
- Para encender el motor del prototipo se pulsa el botón rojo, y para apagarlo se presiona nuevamente.



## Fundamentación teórica

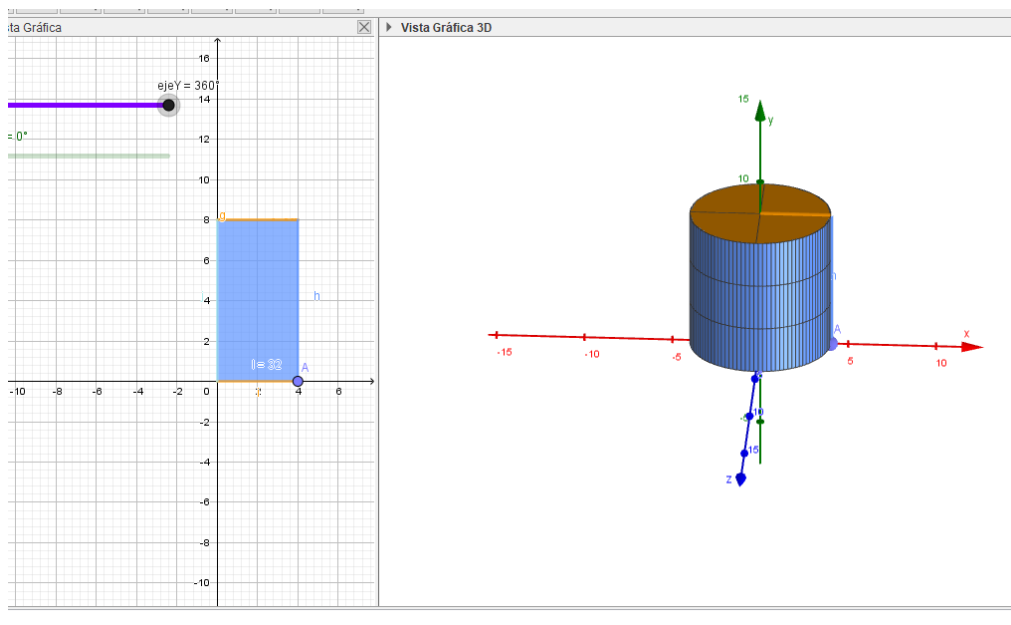


### Volumen y superficie del cilindro formado al hacer girar la pieza rectangular



Al hacer girar el rectángulo, el sólido formado es un cilindro

*A través del Software GeoGebra se puede visualizar de mejor manera*



Link recurso digital: <https://www.geogebra.org/m/ypkg2uat>

## Volumen

### Aplicando la definición de sólidos de revolución: método de los discos

Al ser un rectángulo que tiene una altura de 8 unidades y base de 4 unidades, con el eje de giro vertical ( $y$ ) tenemos que:

El rectángulo se forma al acotar las funciones:

$$y = 8; y = 0; x = 4$$

Considerando el método de los discos y como la figura gira alrededor del eje  $y$ , utilizamos la siguiente fórmula:

$$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 dy$$

El intervalo del área de la figura con respecto al eje  $y$  es  $[0, 8]$ , al remplazar se obtiene:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^8 [4]^2 dy \\ V &= \pi \int_0^8 16 dy \quad \rightarrow \quad V = 16\pi \int_0^8 dy \\ V &= 16\pi [y]_0^8 \quad \rightarrow \quad V = 16\pi [8 - 0] \end{aligned}$$

$$V = 128 \pi u^3$$

### Comprobación: Aplicando la fórmula del volumen de un cilindro

Volumen de un cilindro

$$V = \pi r^2 h$$



El radio del cilindro formado corresponde a la base del rectángulo, la altura del cilindro corresponde a la altura del rectángulo ( $radio (r) = 4 u$ ;  $altura (h) = 8 u$ ). Al remplazar se obtiene:

$$V = \pi(4)^2(8)$$

$$V = 128 \pi u^3$$

## Superficie

### Aplicando la definición: área de una superficie de revolución

Como la curva gira en torno al eje  $y$ , se utiliza la fórmula:

$$S = 2\pi \int_a^b f(y) \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

La función es  $x = 4$  en el intervalo  $[0, 8]$  y su derivada es  $\frac{d}{dy}x = 0$

Al remplazar se obtiene

$$S = 2\pi \int_0^8 4 \sqrt{1 + (0)^2} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^8 4 \sqrt{1} dy \rightarrow S = 8\pi \int_0^8 dy$$

$$S = 8\pi[y]_0^8 \rightarrow S = 8\pi[8 - 0] \rightarrow S = 8\pi[8]$$

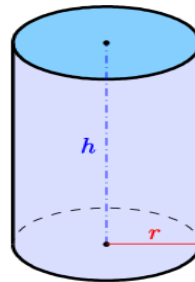
$$S = 64\pi u^2$$

### Comprobación: Aplicando la fórmula del área

### lateral de un cilindro

Área lateral de un cilindro

$$A_L = 2\pi r h$$



Considerando que el cilindro tiene un radio de 4 unidades y altura de 8 unidades, obtenemos

$$A_L = 2\pi r h$$

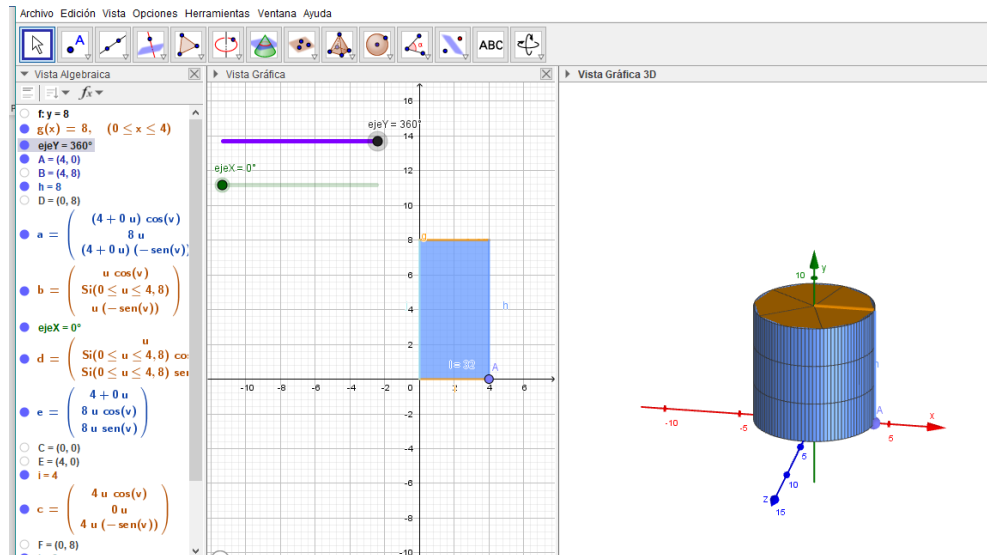
$$A_L = 2\pi(4)(8)$$

$$A_L = 64\pi u^2$$

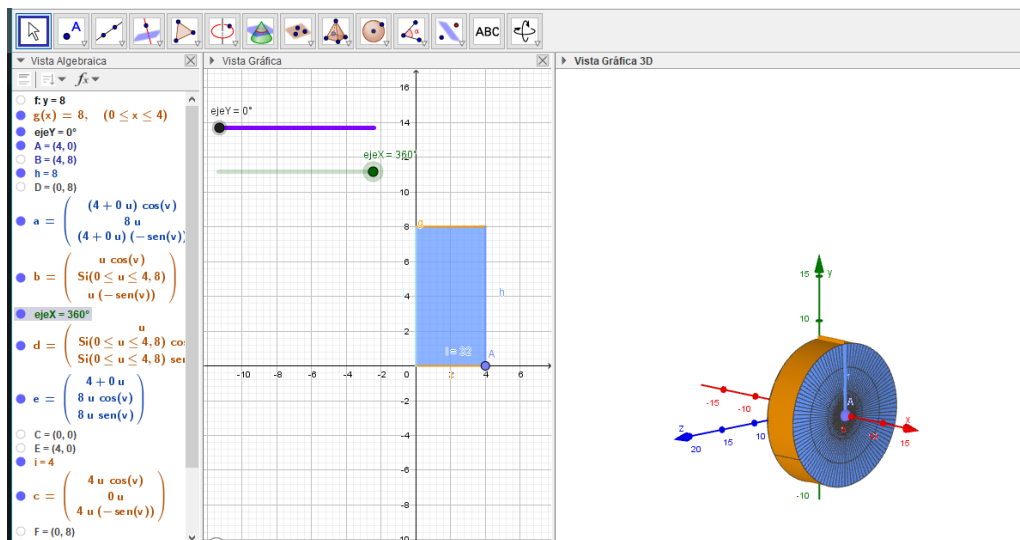
# Representación gráfica en GeoGebra

## Cilindro

*Cilindro formado al hacer girar la pieza rectangular en el Eje Y*



*Sólido formado al hacer girar la misma figura en torno al Eje X*

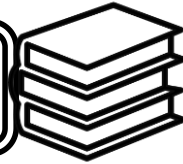


## Conclusiones

- El cilindro es un sólido de revolución formado por el giro de un rectángulo teniendo como eje de rotación uno de sus lados.



# Guía 3



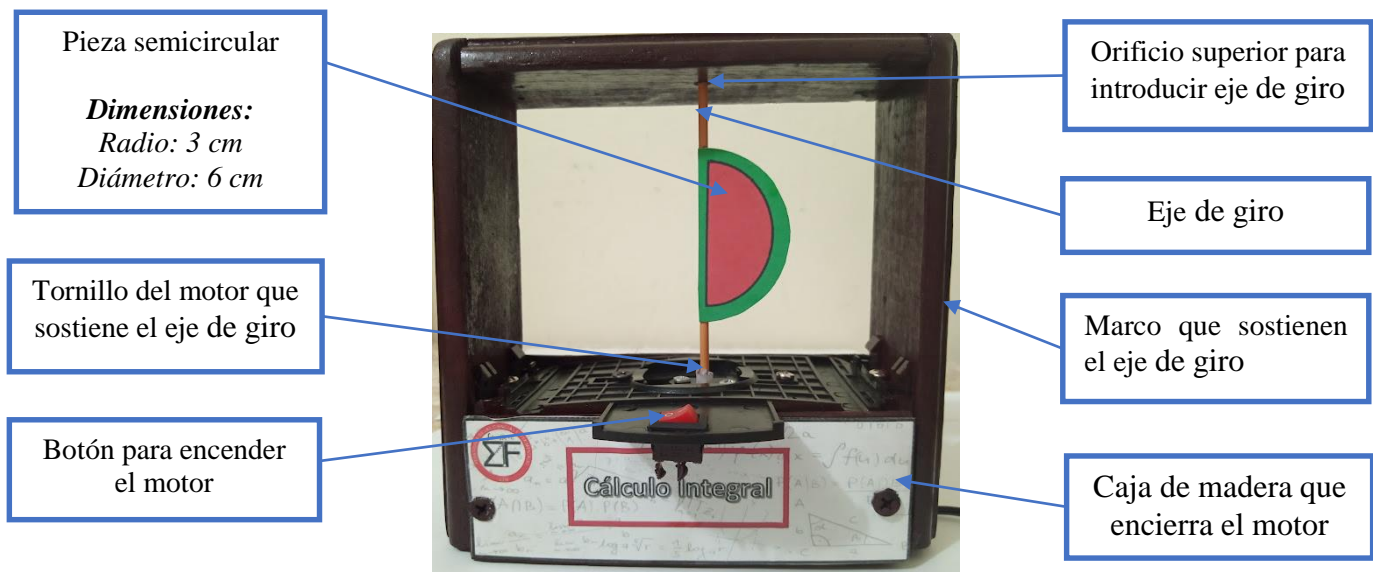
**Tema:** **Sólidos de Revolución**

Volumen y Superficie de un semicírculo en revolución.

## Objetivo

Determinar el volumen y la superficie del sólido que se forma al hacer girar un semicírculo en torno al eje vertical.

## Esquema del Equipo



## Modo de uso

- El prototipo contiene 3 piezas (triángulo, rectángulo y semicírculo), cada una adherida a un eje de giro.
- Para ubicar la pieza semicircular, el eje de giro se debe ubicar en el tornillo del motor y en el orificio superior del marco.
- Para encender el motor del prototipo se pulsa el botón rojo, y para apagarlo se presiona nuevamente.



## Fundamentación teórica

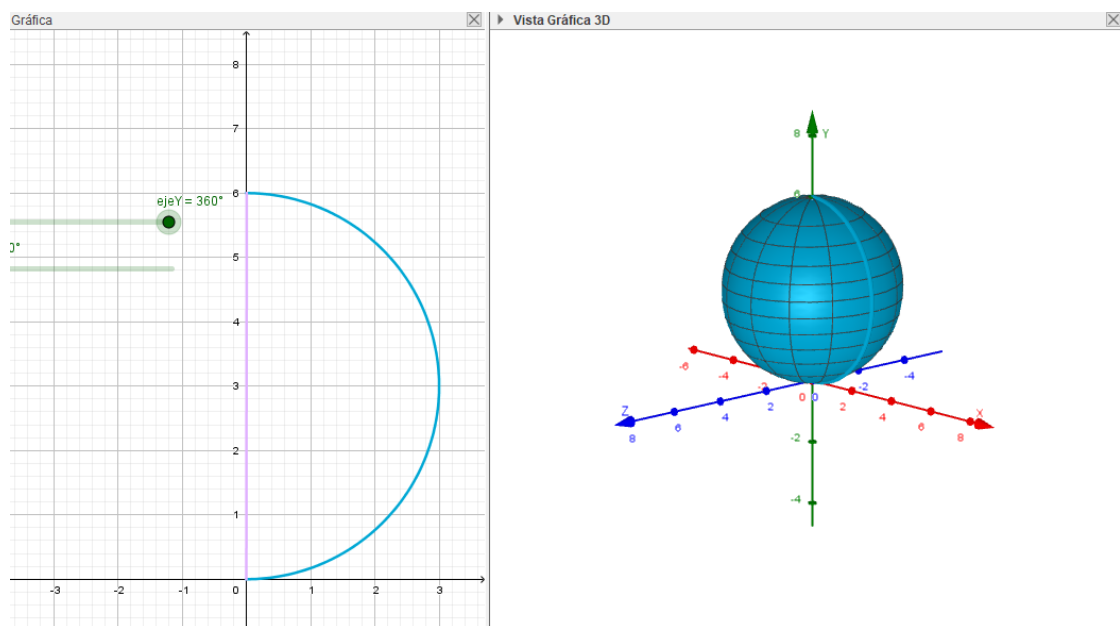


### Volumen y superficie de la esfera formada al hacer girar la pieza semicircular



Al hacer girar el semicírculo, el sólido formado es una esfera

*A través del Software GeoGebra se puede visualizar de mejor manera*



Link recurso digital: <https://www.geogebra.org/m/s7dzj5jk>



## Volumen

### Aplicando la definición de sólidos de revolución: método de los discos

Al ser un semicírculo con radio igual a 3 unidades, con el eje de giro vertical (y) tenemos que:  
El semicírculo se forma al acotar las funciones:

$$x = \sqrt{6y - y^2}; \quad x = 0$$

Considerando el método de los discos y como la figura gira alrededor del eje y, utilizamos la siguiente fórmula:

$$V = \pi \int_c^d [f(y)]^2 dy$$

El intervalo del área de la figura con respecto al eje y es  $[0, 6]$ , al remplazar se obtiene:

$$V = \pi \int_0^6 [\sqrt{6y - y^2}]^2 dy \quad \rightarrow \quad V = \pi \int_0^6 6y - y^2 dy \quad \rightarrow \quad V = \pi \left[ \frac{6y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_0^6$$

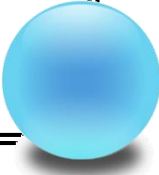
$$V = \pi \left[ \left( \frac{6(6)^2}{2} - \frac{(6)^3}{3} \right) - \left( \frac{6(0)^2}{2} - \frac{(0)^3}{3} \right) \right] \quad \rightarrow \quad V = \pi[(108 - 72)]$$

$$V = 36 \pi u^3$$

### Comprobación: Aplicando la fórmula del volumen de una esfera

Volumen de una esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



El radio de la esfera formada corresponde a la radio del semicírculo, (*radio* ( $r$ ) =  $3 u$ ). Al remplazar se obtiene:

$$V = \frac{4}{3}\pi(3)^3 \rightarrow V = \frac{4 \times 27}{3}\pi$$

$$V = 36 \pi u^3$$

### Superficie

#### Aplicando la definición: área de una superficie de revolución

Como la curva gira en torno al eje  $y$ , se utiliza la fórmula:

$$S = 2\pi \int_a^b f(y) \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$$

La función es  $x = \sqrt{6y - y^2}$  en el intervalo  $[0, 6]$  y su derivada es  $\frac{d}{dy}x = \frac{3 - y}{\sqrt{6y - y^2}}$

Al remplazar se obtiene

$$S = 2\pi \int_0^6 \sqrt{6y - y^2} \sqrt{1 + \left(\frac{3 - y}{\sqrt{6y - y^2}}\right)^2} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^6 \sqrt{(6y - y^2) \left[1 + \frac{(3 - y)^2}{(\sqrt{6y - y^2})^2}\right]} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^6 \sqrt{(6y - y^2) \left[\frac{6y - y^2 + (3 - y)^2}{6y - y^2}\right]} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^6 \sqrt{6y - y^2 + (3 - y)^2} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^6 \sqrt{6y - y^2 + 9 - 6y + y^2} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^6 \sqrt{9} dy$$

$$S = 2\pi \int_0^6 3 dy \rightarrow S = 6\pi \int_0^6 dy$$

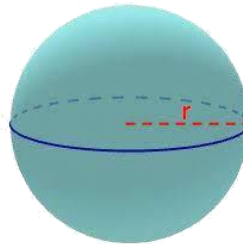
$$S = 6\pi[y]_0^6 \rightarrow S = 6\pi[6 - 0] \rightarrow S = 6\pi[6]$$

$$S = 36\pi u^2$$

### Comprobación: Aplicando la fórmula del área de una esfera

Área de una esfera

$$A = 4\pi r^2$$



Considerando que la esfera tiene un radio de 3 *unidades*, obtenemos

$$A = 4\pi r^2$$

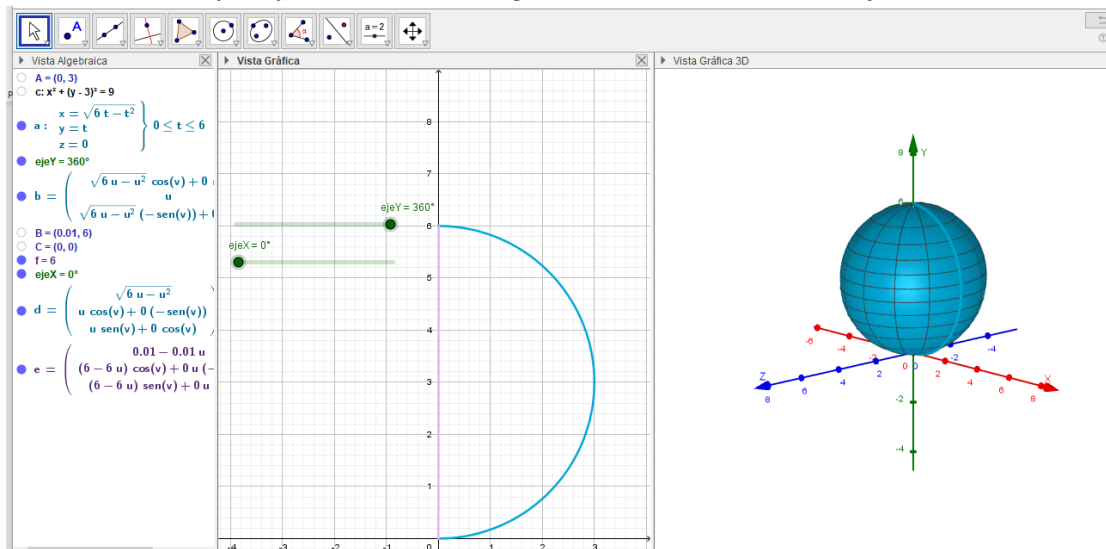
$$A = 4\pi(3)^2 \rightarrow A = 4\pi(9)$$

$$A_L = 36\pi u^2$$

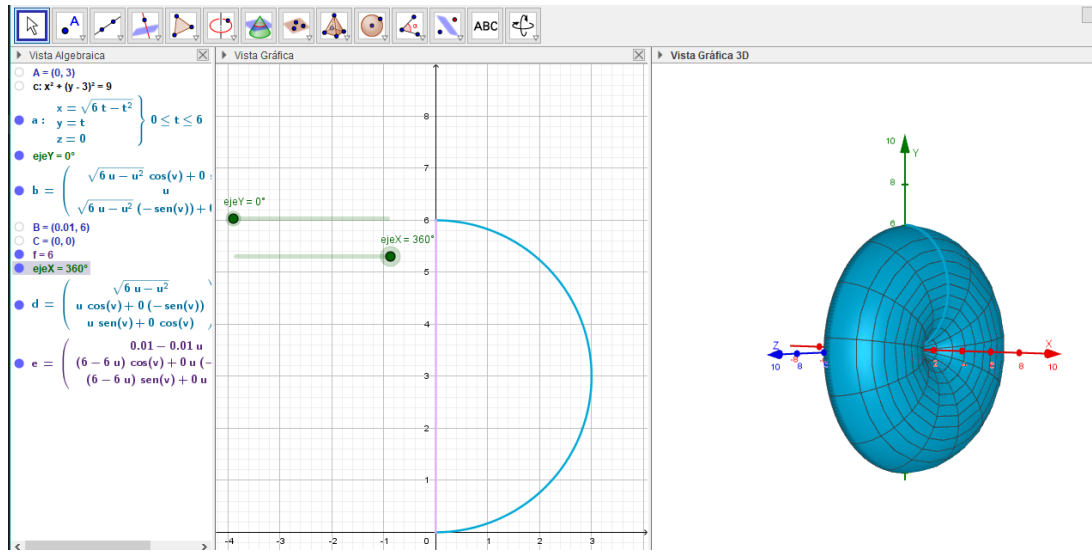
# Representación gráfica en GeoGebra

## Esfera

*Esfera formada al hacer girar un semicírculo en el Eje Y*



### Sólido formado al hacer girar la misma figura en torno al Eje X



## Conclusiones

- Una esfera es un sólido de revolución formado por el giro de un semicírculo teniendo como eje de rotación su diámetro.

## CONCLUSIONES

La información bibliográfica recolectada acerca del uso de material didáctico innovador en la enseñanza del Cálculo Integral permite reflejar que los prototipos y herramientas TIC son recursos educativos que permiten al estudiante participar de manera activa en la construcción de su aprendizaje.

Los resultados obtenidos en la encuesta aplicada evidencian que la enseñanza del Cálculo Integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa Teodoro Gómez de la Torre todavía está enmarcada en prácticas expositivas, debido a que los docentes conservan la pizarra, marcadores y el texto como principales recursos de enseñanza, muy pocas veces implementan herramientas TIC y nunca han utilizado un prototipo en la enseñanza de sólidos de revolución, lo cual ha ocasionado que muchos de los estudiantes se sienten desmotivados y manifiesten poca predisposición por aprender.

Las guías didácticas propuestas en esta investigación están estructuradas para despertar el interés del estudiante por aprender y facilitar la enseñanza-aprendizaje de sólidos de revolución, debido a que incluyen el uso de un prototipo y herramientas TIC para la enseñanza de este contenido.

## **RECOMENDACIONES**

Se recomienda a los docentes del siguiente año lectivo aplicar las guías didácticas propuestas en esta investigación; para evaluar su efectividad, retroalimentarla, ampliarla y si es necesario, corregirla.

Los docentes requieren capacitarse permanentemente acerca de la elaboración y uso de recursos didácticos y tecnológicos en la enseñanza de la matemática, e implementarlos en sus clases; puesto que, estas experiencias permiten al estudiante construir el nuevo conocimiento de una manera activa y colaborativa.

Es recomendable implementar recursos didácticos que estén fusionados con métodos de enseñanza-aprendizaje que permitan al estudiante experimentar, divertirse y comprender los contenidos con mayor facilidad, y a la vez contribuyan al desarrollo de habilidades útiles para la vida.

Con la intención de facilitar y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, es recomendable que los docentes implementen herramientas TIC en el desarrollo de los contenidos del Cálculo Integral.

## REFERENCIAS

- Arias, F. (2012). *El proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica*. Caracas: Editorial Episteme.
- Arredondo, L., Méndez, C., Mendoza, J., Garza, A., Quiroz, S., Jiménez, A., & Acevedo, J. (2020). Motivación hacia las matemáticas de estudiantes de bachillerato de modalidad mixta y presencial. *Revista Educación*, 44(1), 1-23. doi: <https://doi.org/10.15517/revedu.v44i1.35282>
- Asinsten, J. (2007). *Producción de contenidos para Educación Virtual. Guía de trabajo del docente-contenidista*. Mercedes (Buenos Aires): Biblioteca Virtual Educa. Obtenido de [https://virtualeduca.org/documentos/manual\\_del\\_contenidista.pdf](https://virtualeduca.org/documentos/manual_del_contenidista.pdf)
- Bautista, M. G., Martínez, A., & Hiracheta, R. (2014). El uso de material didáctico y las tecnologías de información y comunicación (TIC"s) ¿para mejorar el alcance académico. *Ciencia y Tecnología*, 14, 183-194. Obtenido de [https://www.palermo.edu/ingenieria/pdf2014/14/CyT\\_14\\_11.pdf](https://www.palermo.edu/ingenieria/pdf2014/14/CyT_14_11.pdf)
- Carretero, M. (2001). *Constructivismo y Educación*. México: Editorial Progreso. Obtenido de <https://idoc.pub/documents/271709411-constructivismo-y-educacion-carreteropdf-x4e6xw70j8n3>
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Relime*, 11(2), 171-

194. Obtenido de  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362008000200002&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002&lng=es&nrm=iso)
- Daza, G., & Garza, B. (2018). Actitudes hacia el Cálculo Diferencial e Integral: Caracterización de Estudiantes Mexicanos del Nivel Medio Superior. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 32(60), 279-302. doi:<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a14>
- Faas, A. (2018). *Psicología del Desarrollo de la Niñez*. Córdoba: Editorial Brujas.
- Gamboa, R., & Moreira, T. E. (2017). Actitudes y creencias hacia las matemáticas: un estudio comparativo entre estudiantes y profesores. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 17(1), 1-45. doi:10.15517/aie.v17i1.27473
- George, D., & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference. 11.0 update (Vol. IV)*. Boston: Allyn & Bacon.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Obtenido de <http://www.ugr.es/local/jgodino/>
- González, C., & Cruzat, M. (2019). Innovación educativa: La experiencia de las carreras pedagógicas en la Universidad de Los Lagos, Chile. *Educación*, 28(55), 103-122. doi:<https://doi.org/10.18800/educacion.201902.005>
- Granda, L., Espinoza, E., & Mayon, S. (2019). LAS TIC COMO HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE. *Revista Conrado*, 15(66), 104-110. Obtenido de <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n66/1990-8644-rc-15-66-104.pdf>
- Guerrero, A. (2009). LOS MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL AULA. *Temas para la Educación. Revista digital para profesionales de la enseñanza*, 1-7. Obtenido de <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd6415.pdf>
- Hernández, L. (2020). *Propiedades de la Integral Indefinida (antiderivada)*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Preparatoria Cinco. Obtenido de <https://repository.uaeh.edu.mx/bitstream/bitstream/handle/123456789/19697/propiedades-integral-indefinida.pdf?sequence=1#:~:text=Integral%20indefinida%20es%20el%20conjunto,es%20el%20signo%20de%20integraci%C3%B3n>.
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN: LAS RUTAS CUANTITATIVA, CUALITATIVA Y MIXTA*. Ciudad de México: Mc Graw Hill Education.



- Macanchí, M., Orozco, B., & Campoverde, M. (2020). Innovación educativa, pedagógica y didáctica. Concepciones para la práctica en la educación superior. *Universidad y Sociedad*, 12(1), 396-403. Obtenido de <http://scielo.sld.cu/pdf/rus/v12n1/2218-3620-rus-12-01-396.pdf>
- Marín, C. (2012). *Nuevas Tecnologías para motivar el aprendizaje de las integrales*. Tesis de maestría, Universidad Internacional de la Rioja, Cartagena. Obtenido de [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/742/2012\\_10\\_01\\_TFM\\_ESTUDIO\\_DEL\\_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/742/2012_10_01_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Maseda, M. d. (2011). *Estudio Bibliográfico de la Motivación en el Aprendizaje de las Matemáticas y Propuesta de Talleres Aplicados a la Vida Real*. Tesis de Maestría, Universidad Internacional de la Rioja, Mexico, CDMX. Obtenido de [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2173/45430689P\\_CaminoMaseda\\_TFM\\_Censurado.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2173/45430689P_CaminoMaseda_TFM_Censurado.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Medina, Y. (2011). *El constructivismo y la realidad matemática*. Universidad Corporación Unificada Nacional de Educación Superior. Obtenido de <http://www.etnomatematica.org/publica/articulos/ARTICULO%20-EL%20CONSTRUCTIVISMO%20Y%20LA%20REALIDAD%20%20MATEMATICA-2015-YAMILE-%20-%20copia.pdf>
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo EGB y BGU: Matemática*. Quito: Publicaciones del Ministerio de Educación. Obtenido de [https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE\\_COMPLETO.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf)
- Mominó, J., & Carles, S. (2016). *El impacto de las TIC en la educación. Más allá de las promesas*. Barcelona : Editorial UOC.
- Morales, P. (2012). *Elaboración de Material Didáctico*. Tlalnepantla: Red Tercer Milenio.
- Moroto, A., Hidalgo, S., Ortega, T., & Palacios, A. (2013). Afectos hacia la docencia de las matemáticas en futuros maestros. *Memorias I CEMACYC*, 1-9. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/4235/1/MarotoAfectosCemacyc2013.pdf>
- Nortes, R., & Nortes, A. (2017). Agrado Agrado y utilidad de las matemáticas en la formación inicial de maestros de educación primaria. *PNA*, 12(1), 27-44. doi:<https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6537/5667>
- Ortiz, A. (2013). *Modelos pedagógicos y teorías de aprendizaje*. Ediciones de la U.
- Ortiz, A. (2014). *Currículo y Didáctica*. Ediciones de la U. Obtenido de <https://elibro.net/es/lc/utnorte/titulos/70223>

- Oscoco, R., Villareal, N., Vilca, W., Olivares, S. d., & Quispe, M. (2019). Los materiales didácticos y el aprendizaje de la matemática. *Revista EDUCA UMCH*, 14(1), 5-22. doi:<https://doi.org/10.35756/educaumch.201914.104>
- Oviedo, P. (2015). *Estrategias para la enseñanza y el aprendizaje en la educación superior*. Bogotá: ECOE EDICIONES. Obtenido de [https://books.google.com.ec/books?id=\\_X\\_1DwAAQBAJ&printsec=frontcover&q=que+es+la+ense%C3%B1a&hl=es-419&sa=X&redir\\_esc=y#v=onepage&q=que%20es%20la%20ense%C3%B1a&f=false](https://books.google.com.ec/books?id=_X_1DwAAQBAJ&printsec=frontcover&q=que+es+la+ense%C3%B1a&hl=es-419&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q=que%20es%20la%20ense%C3%B1a&f=false)
- Phimister, A., & Torruella, A. (2021). *El libro de la innovación, Guía práctica para innovar en tu empresa*. España: Libros de Cabecera.
- Salinas, P., & Alanís, L. A. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 12(3), 355-382. Obtenido de <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v12n3/v12n3a4.pdf>
- Sánchez, N., Urquiza, E., & Londo, F. (2018). La actitud y motivación en el logro de aprendizaje de la matemática. *Polo del Conocimiento*, 3(10), 391-407. doi:10.23857/pc.v3i10.762
- Stewart, J. (2012). *Cálculo de una Variable trascendentes tempranas* (Séptima ed.). (M. Rodríguez, Trad.) México, D.F.: CENGAGE Learning.
- Thomas, G. B. (2006). *Cálculo. Una variable* (Undécima ed.). (E. De Oteyza, & I. Víctor, Trads.) México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Tovar, A. (2001). *El constructivismo en el proceso enseñanza-aprendizaje*. Mexico: Instituto Politécnico Nacional. Obtenido de <https://elibro.net/es/ereader/utnorte/74043>
- Zill, D., & Wright, W. (2011). *Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas* (Cuarta ed.). (H. Villagómez, & G. Nagore, Trads.) México, D.F.: Mc Graw Hill.

## ANEXOS

### Anexo 1: Formato de encuesta.



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**  
**FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA**  
**CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES**



#### Encuesta para estudiantes del Tercer año de BGU en el área de Matemática

**Tema:** Cálculo Integral

**Autor:** Chimarro Cumbal Mayte Gissela.

- **Objetivo:** Diagnosticar el uso de material didáctico innovador en la enseñanza del cálculo integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa “Teodoro Gómez de la Torre”, período 2021-2022.

**Instrucciones:**

- La encuesta es anónima para garantizar la confidencialidad de la información.
- Marque con una sola X en el casillero, según corresponda su respuesta.

**Cuestionario**

- Edad: .....años
- Género: Femenino ( ) Masculino ( )

- Las siguientes preguntas, responda sobre la base de la siguiente escala.

|       |                 |               |              |         |
|-------|-----------------|---------------|--------------|---------|
| 1     | 2               | 3             | 4            | 5       |
| Nunca | Muy pocas veces | Algunas veces | Casi siempre | Siempre |

| Preguntas |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------|--|---|---|---|---|---|
| 1         | ¿Durante la clase de matemáticas tiene la mejor predisposición por aprender?                           |   |   |   |   |   |
| 2         | ¿El estudio del cálculo integral le resulta de gran complejidad para entenderlo?                       |   |   |   |   |   |
| 3         | ¿Cree que el cálculo integral puede ser aplicado en la resolución de problemas de la vida cotidiana?   |   |   |   |   |   |
| 4         | ¿Le resulta interesante como su docente de matemáticas imparte las clases?                             |   |   |   |   |   |
| 5         | ¿Comúnmente su docente usa la pizarra, marcadores y el texto como principales materiales de enseñanza? |   |   |   |   |   |
| 6         | ¿Su docente emplea recursos tecnológicos para el estudio del cálculo integral?                         |   |   |   |   |   |
| 7         | ¿Su docente da a conocer las aplicaciones del cálculo integral?  |   |   |   |   |   |
| 8         | ¿Su docente emplea prototipos para la enseñanza de sólidos de revolución?                              |   |   |   |   |   |

*Gracias por su Colaboración*

**Anexo 2:** Árbol de problemas

