UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

TEMA:

INFLUENCIA DE LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL BLOQUE DE NÚMEROS Y FUNCIONES DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO "UNIVERSITARIO UTN", EN EL AÑO LECTIVO 2014 – 2015.

Trabajo de Grado previo a la obtención del título de Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialidad Física y Matemática.

AUTOR: Christian Gulfran Paspuel Monroy.

DIRECTOR: Msc. Galo Álvarez

Ibarra, Julio 2016

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

1. IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

La Universidad Técnica del Norte dentro del proyecto Repositorio Digital Institucional, determinó la necesidad de disponer de textos completos en formato digital con la finalidad de apoyar los procesos de investigación, docencia y extensión de la Universidad.

Por medio del presente documento dejo sentada mi voluntad de participar en este proyecto, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:	1002437802		
APELLIDOS Y NOMBRES:	Paspuel Monroy Christian Gulfran		
DIRECCIÓN:	Ibarra, Av. 17 de Julio Nro. 2-190		
EMAIL:	christian_paspuel@hotmail.com		
TELÉFONO FIJO:	062959471	**TELÉFONO MÓVIL:**	0982995790

DATOS DE LA OBRA	
TÍTULO:	"INFLUENCIA DE LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL BLOQUE DE NÚMEROS Y FUNCIONES DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO "UNIVERSITARIO UTN", EN EL AÑO LECTIVO 2014 – 2015."
AUTOR :	Paspuel Monroy Christian Gulfran
FECHA: AAAAMMDD	2016-07-20
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO	
PROGRAMA:	■ **PREGRADO** ☐ **POSGRADO**
TITULO POR EL QUE OPTA:	Licenciatura en Físico Matemático
ASESOR /DIRECTOR:	MSc. Galo Álvarez

2. AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD

Yo, Paspuel Monroy Christian Gulfran, con cédula de identidad Nro. 1002437802, en calidad de autor y titular de los derechos patrimoniales de la obra o trabajo de grado descrito anteriormente, hago entrega del ejemplar respectivo en formato digital y autorizo a la Universidad Técnica del Norte, la publicación de la obra en el Repositorio Digital Institucional y uso del archivo digital en la Biblioteca de la Universidad con fines académicos, para ampliar la disponibilidad del material y como apoyo a la educación, investigación y extensión; en concordancia con la Ley de Educación Superior Artículo 144.

3. CONSTANCIAS

El autor manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es original y que es el titular del derecho patrimonial, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 20 días del mes de Julio del 2016

EL AUTOR:

(Firma)....................................

Nombre: Paspuel Monroy Christian Gulfran

C.I.: 1002437802

Facultado por resolución de Consejo Universitario ________________________________

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

Yo, Paspuel Monroy Christian Gulfran, con cédula de identidad Nro. 1002437802, manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4, 5 y 6, en calidad de autor (es) de la obra o trabajo de grado denominado: **"INFLUENCIA DE LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL BLOQUE DE NÚMEROS Y FUNCIONES DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO "UNIVERSITARIO UTN", EN EL AÑO LECTIVO 2014 – 2015."**, que ha sido desarrollado para optar por el título de: Licenciado en Física y Matemática, en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

(Firma)..
Nombre: Paspuel Monroy Christian Gulfran
C.I.: 1002437802

Ibarra, a los 20 días del mes de Julio del 2016

ACEPTACIÓN DEL DIRECTOR

Luego de haber sido designado por el honorable Consejo Directivo de la Facultad de Educación Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte de la ciudad de Ibarra, he aceptado con satisfacción participar como director del Trabajo de Grado del siguiente tema: **INFLUENCIA DE LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL BLOQUE DE NÚMEROS Y FUNCIONES DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO "UNIVERSITARIO UTN", EN EL AÑO LECTIVO 2014 – 2015.** Trabajo realizado por el señor Christian Gulfran Paspuel Monroy, previo a la obtención del Título de Licenciado en la especialidad de Física y Matemática. Al ser testigo personal y corresponsable directo del desarrollo del presente Trabajo de investigación, que reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sustentado públicamente ante el tribunal que sea designado oportunamente.

Esto es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad.

Msc. Galo Álvarez
DIRECTOR

DEDICATORIA

A mis padres, Silvia y Ubaldo que siempre estuvieron a mi lado con su apoyo y amor incondicional.

A mis hermanos, Leidy y Vladimir que con la unión que nos caracteriza han sido un soporte importante en mi superación.

A mi esposa Jessica que forma parte de mi vida y me da fuerza cada día para seguir adelante.

A mi hija Dome, que es el ser más noble y sublime, quien recarga mi energía de vida cada mañana con un "BUENOS DÍAS PAPITO, LA BENDICIÓN".

Christian Gulfran Paspuel Monroy

AGRADECIMIENTO

Expreso un sincero agradecimiento a la Universidad Técnica del Norte y todos mis docentes, que me ayudaron en mi formación profesional; a mi familia y a todos los que contribuyeron con este trabajo.

Christian Gulfran Paspuel Monroy

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

La investigación se desarrolló en el Colegio Universitario “UTN” de la ciudad de Ibarra, durante el año lectivo 2014 – 2015, donde se diagnosticó la carencia del uso de la epistemología de la Matemática como recurso metodológico en el proceso de enseñanza aprendizaje del bloque de números y funciones en segundo año de bachillerato general unificado, lo que se confirmó mediante la aplicación de los instrumentos de investigación de campo como; la encuesta aplicada a estudiantes , la cual permitió palpar la desvalorización existente con respecto al tema histórico de las ciencias exactas, y a la vez el interés dispuesto por estudiantes y docentes para conocer la historia de los conocimientos. Por tal motivo en el presente trabajo, se considera a la epistemología de la Matemática como un valioso recurso de apoyo en la enseñanza de los distintos saberes, y se propone su incorporación en el proceso inicial y continuo de los ambientes de aprendizaje. De tal manera que tenga al alcance los fundamentos de la existencia de los aprendizajes, o al menos las pautas que le permitan interesarse por la ciencia y lo útil que son para la vida. El deficiente aprovechamiento de los recursos por parte del docente al momento de iniciar a compartir los conocimientos hacia el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño que demanda la vida cotidiana, motivó, a la elaboración de una propuesta alternativa para contrarrestar la problemática detectada. Se basó en rescatar e incorporar la historia de la Matemática como recurso metodológico basado en un proceso que consta de: 1° Recurso histórico, 2° Reflexión ante los conocimientos, 3° Conceptualización y 4° Aplicación, cada uno con estrategia significativas, de modo que los estudiantes desarrollen el pensamiento abstracto, lógico y sobre todo se enriquezcan de cultura general matemática que le permita investigar, analizar y reflexionar sobre la importancia de ser diestros con el conocimiento.

ABSTRACT

The research was conducted at University College "UTN" of the city of Ibarra, during the school year 2014 - 2015, where the lack of use of the epistemology of mathematics as a methodological resource in the teaching-learning process block was diagnosed numbers and functions in second year of unified general baccalaureate, which was confirmed by applying the tools of field research as; the survey of students, which allowed palpate the existing impairment with respect to the historical theme of the exact sciences, and while interest by students and teachers willing to learn the history of knowledge. Therefore in this paper, it is considered the epistemology of mathematics as a valuable resource to support the teaching of different knowledge, and incorporating proposed in the initial and continuous process of learning environments. So you have to reach the foundations of the existence of learning, or at least guidelines that allow them interested in science and how useful they are for life. The poor use of resources by the teacher when starting to share knowledge to develop skills with performance criteria demanded by daily life, it led to the development of an alternative proposal to counter the problems detected. It was based on rescue and incorporate the history of mathematics as a methodological resource based on a process consisting of: 1th Historic Resource, 2nd Reflection to knowledge, 3rd Conceptualization and 4th Application, each with significant strategy, so students develop the abstract, logical thinking and mathematics enrich all general culture in order to investigate, analyze and reflect on the importance of being skilled with knowledge.

INTRODUCCIÓN

La necesidad conduce a la creatividad, fue así como los estudiosos del pasado lograron desarrollar nuevos conocimientos en base a estrategias de cálculo increíbles, los cuales actualmente son la base fundamental de los saberes que se enseña y aprende. Por lo tanto es indispensable conocer sobre los historia de la Matemática, de esta manera solventaríamos las inquietudes personales y las de estudiantes que constantemente se preguntan por qué las denominaciones, formas y características de los conceptos en matemática.

Muchos niños, jóvenes y adolescentes de distintas generaciones sienten inalcanzable, incomprensible y abstracto el tema de la matemática que les fue impartida llena de tareas, definiciones, propiedades, operaciones y fórmulas sin sentido, descontextualizadas y “sin historia”. Se propone “comentar-analizar” y “pensar” en una matemática con antecedentes, donde el error es parte del aprendizaje, el debate y el trabajo en equipo ayuda a construir el conocimiento para la comprensión.

El presente trabajo de grado fue una investigación que tuvo por objeto rescatar y dotar de; la historia de la Matemática como recurso para motivar e impulsar el aprendizaje de la misma en los estudiantes de segundo de BGU del Colegio Universitario “UTN” en el año lectivo 2014-2015.

Este trabajo está estructurado de acuerdo a lo dispuesto por la Universidad Técnica del Norte en seis capítulos:

El capítulo I, presenta los antecedentes directores de investigaciones realizadas anteriormente a fin de viabilizar esta investigación, el marco contextual del problema determinado por la priorización del árbol del problema en la que se evidencia el deficiente uso de recursos, la formulación del mismo, delimitación, objetivos: general y específicos; seguido de la justificación de la investigación que enfatiza la relevancia de una alternativa de solución.

El capítulo II, representa el marco teórico lo cual comprende los fundamentos que sustentan científicamente sobre la historia de la Matemática y los procesos de enseñanza – aprendizaje de funciones.

El capítulo III, consta de la metodología de la investigación con sus respectivos tipos, métodos, técnicas e instrumentos de exploración para la obtención y registro de datos así como la determinación de la población de estudio.

En el capítulo IV, contempla la tabulación de datos obtenidos de las encuestas aplicadas a docentes, seguido del procesamiento, análisis e interpretación de la información.

En el capítulo V, están las conclusiones que reflejan los resultados veraces de la investigación, en función de los objetivos planteados al inicio de la investigación con sus respectivas recomendaciones, a fin de brindar a los interesados el aporte en el campo de la educación.

En el capítulo VI, refiere a la elaboración de la propuesta alternativa como un aporte de la investigación hacia contrarrestar la problemática, estructurada en la teoría de funciones con un proceso de cuatro etapas, las cuales son: Recurso, Fundamentos, conceptualización y Aplicación. Y está compuesta de título, justificación, fundamentación, objetivo general y específicos, la ubicación sectorial y física, los impactos y difusión de la misma.

Se anexa el árbol de problemas, la matriz de coherencia, los instrumentos de recolección de información, el certificado de socialización y fotos como parte de las evidencias de la investigación.

Finalmente se incluye la bibliografía consultadas para fundamentar la investigación y desarrollar la propuesta.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Antecedentes

Partiendo de las investigaciones pertinentes, no existen trabajos realizados anteriormente acordes al tema, entonces es factible la investigación y su desarrollo, puesto que el estudio de la influencia de los fundamentos epistemológicos en el aprendizaje de los estudiantes, conlleva a un análisis detenido puesto que un punto importante en el proceso enseñanza - aprendizaje.

En el estudio epistemológico del desarrollo de la ciencia en general y de la matemática en particular encontramos el papel preponderante de la solución de problemas específicos, tanto concretos como de un campo teórico, en los avances del proceso de construcción del conocimiento científico. Consecuencia de esto, es considerar que la formalización de la ciencia, en el desarrollo histórico de construcción del conocimiento, es un proceso, un resultado y no un punto de partida.

En el caso de la geometría, ésta estaba estructurada axiomáticamente por Euclides, pero no era una ciencia formal, más bien material porque sus axiomas tenían como referente la "realidad", la validez de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180º estaba deducida lógicamente por el método, mostrándose con triángulos reales. Con el surgimiento de la geometría no euclidiana, se presenta el cuestionamiento de las bases de la geometría euclidiana a mediados del siglo XIX, con Bolya, Gauss y Lobachevsky, lo cual conllevó a que algunos matemáticos cuestionaron los fundamentos de la aritmética y del álgebra.

En el origen y desarrollo de los objetos matemáticos los significados son sistemas de prácticas, donde el significado ante nuevos problemas se puede llegar a convertir en un obstáculo que requiere ser modificado, veamos algunos ejemplos:

Algunas civilizaciones antiguas, griegas, árabes eran eficaces para operar con los números cardinales, pero en sus sistemas de prácticas no había la necesidad de una fundamentación lógica, ni siquiera como problema, ésta surge siglos después cuando se presentan nuevas situaciones problemáticas.

Si se consideramos que los significados de los objetos matemáticos provienen de la experiencia, por lo que la significación es a posteriori, así, si se lleva esto a los estudiantes se entenderá que efectos tendría en su aprendizaje.

1.2. Planteamiento del problema

El fin último de la investigación en matemática educativa es el diseño de estrategias de enseñanza que incidan de manera importante en la mejora de la calidad de los aprendizajes de los objetos de la matemática, lo que equivale a decir, que se pretende, aportar elementos que puedan ser utilizados para lograr que los alumnos adquieran un conocimiento más sólido de la matemática, y, que éste, se vea reflejado en un uso más eficaz de los conceptos y métodos de la disciplina, en el análisis, interpretación y resolución de problemas.

Se asumime que para poder mejorar la enseñanza, es necesario entender de mejor manera los procesos de estudio a través de los cuales las personas aprenden, en especial, los procesos que se generan en las aulas escolares, por lo que es imprescindible analizarlos desde los aspectos ontológicos, epistemológicos, cognitivos y didácticos.

El profesor además de un dominio apropiado de los contenidos de la disciplina, deberá considerar el análisis epistemológico del desarrollo de la matemática para su enseñanza de los significados que asignan a los objetos de la matemática.

1.3. Formulación del problema

Con los antecedentes expuestos se formula el siguiente problema de investigación:

¿Cómo influye la fundamentación epistemológica en el aprendizaje de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio "Universitario UTN", en el año lectivo 2014 – 2015?

1.4. Delimitación

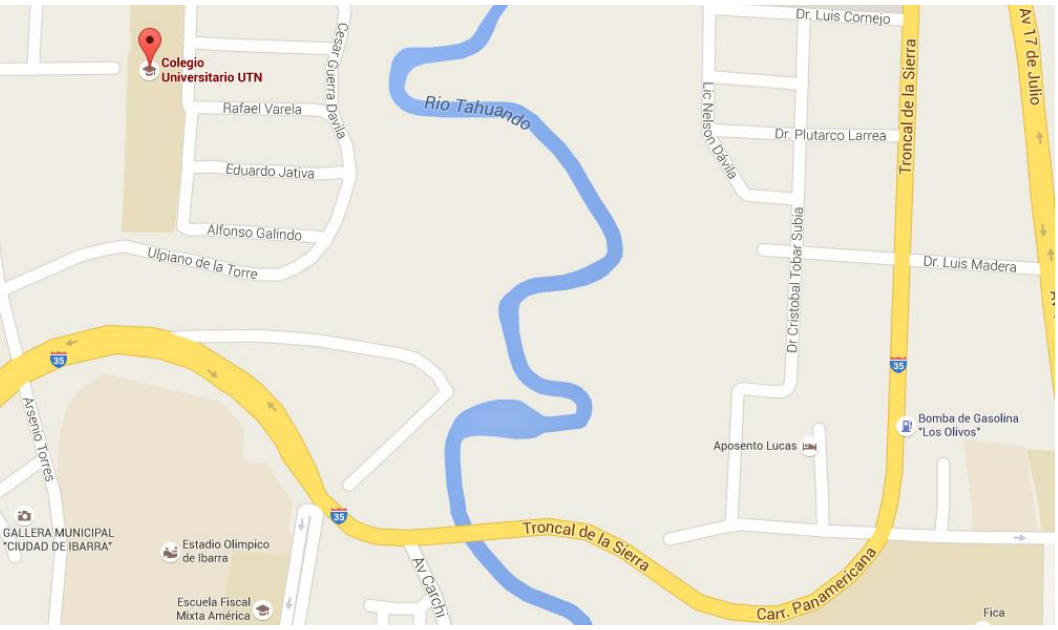
1.4.1. Unidades de observación

Las unidades de observación en la presente investigación serán los estudiantes y docentes de Matemáticas de segundo año del Bachillerato General Unificado.

1.4.2. Delimitación espacial

La investigación se realizara en la provincia de Imbabura, cantón Ibarra, parroquia El Sagrario, en el Colegio Universitario “UTN” anexo a la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte. Ubicado en la calle Luis Ulpiano de la Torre Yerovi.

Gráfico Nro. 1: Mapa de la delimitación espacial.



Elaborado por: Christian Paspuel

Fuente: https://www.google.com.ec/maps

1.4.3. Delimitación temporal

Con la finalidad de obtener resultados reales de esta investigación la investigación se desarrollará durante el periodo lectivo 2014-2015.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Determinar la influencia de la fundamentación epistemológica en la motivación del aprendizaje de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio "Universitario UTN", en el año lectivo 2014 – 2015.

1.5.2. Objetivos específicos

- Diagnosticar la influencia de la fundamentación epistemológica en el aprendizaje de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio "Universitario UTN", en el año lectivo 2014 – 2015.

- Estructurar los fundamentos teóricos y científicos que sustenten el tema de investigación.

- Proponer una guía didáctica de estrategias metodológicas para la enseñanza con fundamentación epistemológica de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado.

- Socializar la guía didáctica de las estrategias metodológicas con los docentes y estudiantes del Colegio Universitario "UTN" del área de Matemática.

1.6. Justificación

Si en el desarrollo de los conceptos matemáticos como construcción humana encontramos declaraciones de reconocidos representantes de la matemática, puede servirnos de reflexión para considerar como objeto de estudio los errores y dificultades que los estudiantes muestran en su aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Considerando el análisis epistemológico del desarrollo de la matemática, planteo la pregunta ¿es posible lograr una enseñanza y un aprendizaje más eficaz si en nuestros diseños de instrucción educativa, en su implementación y evaluación tenemos presente en estudio del proceso histórico de construcción del conocimiento matemático?

Se asume que la actividad en la matemática, conlleva una actividad simbólica, y las actividades de enseñanza y aprendizaje en el salón de clase, son fundamentalmente actividades de comunicación a través de distintos signos, por lo que los métodos y conceptos de la semiótica resultan apropiados para tratar de comprender en toda su complejidad el proceso educativo que se da en el aula escolar.

Los beneficiarios directos de esta investigación son los estudiantes y personal docente del Área de Matemática y los beneficiarios indirectos es la institución educativa.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Fundamentos teóricos

2.1.1. Fundamentación Pedagógica

Teoría Constructivista.

Según Schunk Dale H., (2012), en su obra "Teorías del aprendizaje" manifiesta: Existe una relación estrecha entre la motivación y el aprendizaje, que se influyen mutuamente. La motivación de los estudiantes puede influir en lo que aprenden y en cómo lo aprenden. A su vez, a medida que los estudiantes aprenden y perciben que se vuelven cada vez más hábiles, se sienten motivados para seguir aprendiendo. (pág. 356)

Schunk menciona claramente que la motivación es un elemento fundamental para el desarrollo del aprendizaje, en vista que a lo largo de este proceso el estudiante realiza acciones recursivas encaminadas a la adquisición de más y más conocimientos, así con este modelo se tienen con seguridad un aprendizaje significativo.

Es claro que para la aplicación del modelo es necesario la correcta selección de herramientas adecuadas para motivar al estudiante teniendo así los resultados esperados. La ventaja es que el docente se convierte en un guía de enseñanza aprendizaje del alumno, y el alumno se convierte en un generador de conocimientos motivado de sus propios logros de aprendizaje.

2.1.2. Fundamentación Epistemológica

Teoría Cognitiva

Según Severo Iglesias, (1972), en su obra "*Jean Piaget: epistemología matemática y psicología*" manifiesta: Ya Descartes había presentado la posibilidad de una *mathesis universalis,* como la disciplina que estudiaría el orden y la medida aislados de todo objeto, como formas universales que contendrían lo que hace que las otras ciencias se presenten como parte de ella. […] Se reduce todo el problema al establecimiento de los axiomas, soportados sobre formas lógicas, estableciendo previamente los elementos y las reglas combinatorias que integran tales axiomas. (pág. 10)

El conocimiento a lo largo de la historia se ha consolidado como ciencia, todo esto basado en el establecimiento de formas lógicas para sustentarlo y volverlo universal. Todo este proceso histórico epistemológico es el formalismo que la matemática como ciencia también lo ha tenido. El docente tiene en esta fundamentación recursos valiosos que respaldan al conocimiento impartido y a la vez una herramienta pedagógica para impartirlo.

2.1.3. Fundamentación Psicológica

Teoría Humanista.

Según Violeta Arancibia C., (2008), en su obra "Manual de Psicología Educacional" manifiesta que: El concepto de aprendizaje "auténtico" […] es mucho más que la acumulación de conocimientos, es un aprendizaje que provoca un cambio en la conducta del individuo, en las acciones que escoge para el futuro, en sus actitudes y en su personalidad, todo esto a través de un conocimiento penetrante que no se limita a una simple acumulación de saber, sino que se infiltra en cada parte de su existencia. (pág. 178)

Es claro que Arancibia hace énfasis en el aprendizaje auténtico, que es aquel que todo docente aspira alcanzar en los estudiantes, pero para lograrlo debe de tomar estrategias metodológicas de enseñanza que guie a impartir conocimientos que genere un cambio de conducta positivo en la actitud del aprendizaje, conlleve al estudiante a mejorar el desempeño en su vida diaria y a su vez que encamine a mejorar la personalidad y conducta hacia la adquisición de nuevos conocimientos.

2.1.4. Fundamentación Histórica

Teoría Crítica

Según Godino Juan D., (2003), en su obra "Matemáticas y su Didáctica para Maestros" manifiesta: La perspectiva histórica muestra claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución

desempeña a menudo un papel de primer orden la necesidad de resolver determinados problemas prácticos (o internos a las propias matemáticas) y su interrelación con otros conocimientos. (pág. 17)

En la docencia de las matemáticas y todo lo que conlleva el proceso enseñanza aprendizaje de esta, se observa una continua evolución con el paso de cada uno de los niveles educativos avanzados, que denota claramente el avance del conocimiento y da una idea general de cómo ha evolucionado las matemáticas a lo largo de la historia.

2.2. Fundamentación teórica.

2.2.1. Lineamientos curriculares de matemáticas de segundo de bachillerato general unificado del bloque de números y funciones.

La sección 2.2.1 de la Fundamentación Teórica de este trabajo de grado correspondiente a los lineamientos curriculares de matemáticas de segundo de bachillerato general unificado del bloque de números y funciones, es tomada textualmente del libro “LINEAMIENTOS CURRICULARES PARA EL BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS DE SEGUNDO CURSO” del Ministerio de Educación de la República del Ecuador correspondiente a los documentos pedagógicos.

2.2.1..1. Objetivos del área de matemáticas

- Comprender la modelización y utilizarla para la resolución de problemas.
- Desarrollar una compresión integral de las funciones elementales: su concepto, sus representaciones y sus propiedades. Adicionalmente, identificar y resolver problemas que pueden ser modelados a través de las funciones elementales.
- Dominar las operaciones básicas en el conjunto de números reales: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación.
- Realizar cálculos mentales, con papel y lápiz y con ayuda de tecnología.
- Estimar el orden de magnitud del resultado de operaciones entre números.
- Usar conocimientos geométricos como herramientas para comprender problemas en otras áreas de la matemática y otras disciplinas.
- Reconocer si una cantidad o expresión algebraica se adecúa razonablemente a la solución de un problema.
- Decidir qué unidades y escalas son apropiadas en la solución de un problema.
- Desarrollar exactitud en la toma de datos y estimar los errores de aproximación.
- Reconocer los diferentes métodos de demostración y aplicarlos adecuadamente.
- Contextualizar la solución matemática en las condiciones reales o hipotéticas del problema.

2.2.1..2. Objetivos educativos del curso, del bloque de números y funciones.

- Aplicar modelos de funciones polinomiales (lineales y cuadráticas), racionales, con radicales o trigonométricas en la resolución de problemas.
- Reconocer cuando un problema puede ser modelado mediante una función lineal, cuadrática o trigonométrica.
- Comprender conceptos de función mediante la utilización de tablas, gráficas, una ley de asignación y relaciones matemáticas (por ejemplo, ecuaciones algebraicas), para representar funciones.
- Comprender que el conjunto solución de ecuaciones e inecuaciones que contengan expresiones polinomiales, racionales, con radicales y trigonométricas como un subconjunto de los números reales.
- Determinar el comportamiento local y global de función (de una variable) polinomial, racional, con radicales, trigonométricas, o de una función definida a trozos o por casos mediante funciones de los tipos mencionados, a través del análisis de su dominio, recorrido, monotonía, simetría, concavidad, extremos, asíntotas, intersecciones con los ejes y sus ceros.
- Operar (suma, resta, multiplicación, división, composición e inversión) con funciones (de una variable) polinomiales, racionales, con radicales, trigonométricas, o aquellas definidas por trozos o casos mediante funciones de los tipos mencionados.
- Utilizar TIC para:

  Graficar funciones polinomiales, racionales, con radicales y trigonométricas.

Manipular el dominio y el recorrido (rango) para producir gráficas.

Analizar las características geométricas de funciones polinomiales, con radicales y trigonométricas

2.2.1..3. Las Macrodestrezas

Las destrezas con criterio de desempeño incluidas en la propuesta curricular por curso se pueden agrupar de manera general en tres categorías:

Conceptual. El desarrollo, el conocimiento y reconocimiento de los conceptos matemáticos (su significado y su significante), sus representaciones diversas (lectura e interpretación de su simbología), sus propiedades y las relaciones entre ellos y con otras ciencias.

Calculativa o procedimental. Procedimientos, manipulaciones simbólicas, algoritmos, cálculo mental.

Modelización. La capacidad de representar un problema no matemático (la mayoría de las veces) mediante conceptos matemáticos y con el lenguaje de la matemática, resolverlo y luego interpretar los resultados obtenidos para resolver el problema.

En posteriores aplicaciones, utilizaremos las letras (**C**), (**P**), (**M**) para referirnos a estas macrodestrezas. Cada una de las destrezas con criterios de desempeño del área de Matemática responde, al menos, a una de las macrodestrezas mencionadas. Lo anterior permite observar cómo los conceptos se desenvuelven o se conectan entre sí, y ayudan a crear nuevos conocimientos, saberes y capacidades en un mismo curso o entre los cursos.

2.2.1..4. Los Bloques Curriculares

Los bloques curriculares son: números y funciones; álgebra y geometría; matemáticas discretas, probabilidad y estadística.

2.2.1..5. Destrezas con criterio de desempeño del bloque de números y funciones.

- Representar funciones elementales por medio de tablas, gráficas, fórmulas y relaciones. (C,P)
- Evaluar una función en valores numéricos y/o simbólicos. (C,P)
- Reconocer y representar el comportamiento local y global de funciones lineales y cuadráticas, y combinaciones de ellas (de una variable) a través de su dominio, recorrido, monotonía, simetría. (C,P)
- Realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre funciones polinomiales o racionales dadas. (P)
- Determinar los ceros, la monotonía y la gráfica de una función polinomial mediante el uso de TIC. (C,P)
- Reconocer problemas que pueden ser modelados mediante funciones polinomiales (costos, energías, etcétera) identificando las variables significativas y las relaciones existentes entre ellas. (M)

- Determinar las intersecciones, la variación las asindotas y la gráfica de una función racional mediante el uso de TIC. (C,P)
- Reconocer problemas que pueden ser modelados mediante funciones racionales sencillas a patir de la identificación de las variables significativas y de las relaciones existentes entre ellas. (M)
- Resolver problemas mediante modelos con funciones racionales sencillas. (PM)
- Determinar las intersecciones, los cortes de la gráfica de una función polinomial o racional con el eje horizontal a través de la resolución analítica, con ayuda de TIC, de la ecuación donde es la función polinomial o racional. (C,P)
- Determinar el recorrido de una función polinomial o racional a partir de la resolución, con ayuda de las TIC's, de una ecuación algebraica de la forma y = f(x). (C,P)
- Calcular las funciones trigonométricas de algunos ángulos con la definición de función trigonométrica mediante el círculo trigonométrico. (C,P)
- Identificar las gráficas correspondientes a cada una de las funciones trigonométricas a partir del análisis de sus características particulares. (C,P)
- Reconocer el comportamiento local y global de las funciones trigonométricas a través del análisis de sus características (dominio, recorrido, periodicidad, crecimiento, decrecimiento, concavidad, simetría y paridad). (P)
- Identificar las gráficas correspondientes a cada una de las funciones trigonométricas a partir del análisis de sus características particulares. (C,P)

- Representar gráficamente funciones obtenidas mediante operaciones de suma, resta, multiplicación y división de funciones trigonométricas con la ayuda de TIC. (C,P)
- Estudiar las características de combinaciones funciones trigonométricas representadas gráficamente con la ayuda de TIC. (C,P)
- Demostrar identidades trigonométricas simples. (P)
- Resolver ecuaciones trigonométricas sencillas analíticamente. (P)
- Elaborar modelos de fenómenos periódicos mediante funciones trigonométricas. (P,M)
- Resolver problemas mediante modelos que utilizan funciones trigonométricas. (P,M)

Determinar la función compuesta de dos funciones. (P)

2.2.1..6. Conocimientos esenciales del bloque de números y funciones.

- **Funciones:** Repaso de conceptos, evaluación, representaciones, monotonía, simetría y paridad. Ejemplos de funciones lineales y cuadráticas y definidas por partes.
- **Funciones polinomiales:** Repaso de operaciones entre funciones (suma producto y cociente). Polinomios: operaciones, algoritmo de Euclides, teorema del residuo, ceros, monotonía con el uso de calculadora gráfica o software.
- **Funciones racionales:** Dominio, operaciones, ceros, variación y asíntotas con el uso de calculadora gráfica o software. Modelos.

- **Funciones trigonométricas:** Definición usando el círculo trigonométrico. Dominio y recorrido. Ceros, monotonía paridad. Identidades trigonométricas básicas. Funciones trigonométricas inversas. Ecuaciones trigonométricas. Función compuesta. Función trigonométrica compuesta.
- **Modelos.**

2.2.1..7. Indicadores de evaluación del bloque de números y funciones.

Para comprobar la consecución de las destrezas con criterio de desempeño se establecen los siguientes indicadores esenciales de evaluación:

- Analiza funciones simples (lineal, cuadrática, a trozos, con raíz cuadrada) en relación a su dominio, recorrido, monotonía, paridad.
- Realiza las operaciones de suma, resta y multiplicación con polinomios de grado menor o igual a cuatro.
- Reconoce cuándo un polinomio es divisible por y calcula el cociente y residuo de la división.
- Encuentra raíces racionales de polinomios y factoriza un polinomio como un producto de la forma: , donde son las raíces del polinomio.
- Identifica el dominio de una función racional y opera con funciones racionales simples.
- Define las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo, en el círculo unitario y en la recta real.
- Utiliza funciones trigonométricas para resolver triángulos.

- Utiliza identidades trigonométricas y conoce las demostraciones de las identidades más básicas.
- Reconoce los valores de funciones trigonométricas de ángulos notables.
- Calcula la medida de un ángulo en radianes a partir de su medida en grados.
- Hace uso del círculo trigonométrico para identificar los signos y otras propiedades de las funciones trigonométricas.
- Conoce las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente: sus dominios, recorridos, monotonía, periodicidad, puntos máximos y mínimos y sus gráficos como funciones de variable real.
- Resuelve ecuaciones y sistemas de ecuaciones trigonométricas.

2.2.2. La Epistemología

La epistemología como teoría del conocimiento se ocupa de problemas tales como las circunstancias históricas, psicológicas y sociológicas que llevan a la obtención del conocimiento y los criterios por los cuales se le justifica o invalida, así como la definición clara y precisa de los conceptos epistémicos más usuales, verdad, objetividad, realidad o justificación.

2.2.2..1. Etimología

Epistemología

Episteme: Ciencia o Conocimiento Riguroso

Logos: Estudio

Entonces, EPISTEMOLOGÍA es “El Estudio de la Ciencia o Conocimiento”

2.2.2..2. Definición

Epistemología, en el sentido clásico, puede definirse como la rama de la filosofía cuyo objeto es el estudio del conocimiento. En un modo más moderno, agregaríamos “el estudio o teoría del conocimiento científico”.

La Epistemología se cuestiona:

¿Qué es el conocimiento (científico)?

¿Cómo el conocimiento (científico) es adquirido?

¿Hasta qué punto es posible conocer un ente dado?

La Epistemología busca:

La Verdad,

La Objetividad,

La Realidad,

La Justificación.

La epistemología es esencialmente especulativa (teoría), no normativa.

2.2.2..3. Dimensiones de la epistemología

Toda investigación epistemológica incluye, en mayor o menor medida, tres ingredientes fundamentales: el testimonial o descriptivo, el explicativo y el normativo. El primero muestra qué es la ciencia, el segundo intenta una explicación de por qué la ciencia es como es y el tercero apunta a cómo "debería" ser la ciencia.

Epistemología Descriptiva. Una dimensión de los estudios epistemológicos es la descriptiva, en el sentido que busca describir lo más objetivamente posible ¿qué es la ciencia o el conocimiento científico?, ¿Qué métodos utiliza?, ¿cómo los utiliza?, etc. Todo el conocimiento está circunscrito al hombre, solo que las diferentes ciencias lo estudian desde diferentes puntos de vista y con intereses diversos, la Epistemología Descriptiva testimonia las diferentes maneras de estudiar la realidad.

Epistemología Explicativa. Uno de los puntos de partida de la investigación científica o de conocimiento, es la detección de la relación entre el Objeto y un Atributo.

Desde ésta perspectiva la epistemología estudia todo aquel conocimiento que intenta ser validado o justificado, sobre la base de ciertos procedimientos de índole científico, estudiando estos procedimientos desde "afuera" de la ciencia misma.

Epistemología Explicativa (Epistemología Hermenéutica). Una variante de la dimensión explicativa es la Epistemología Hermenéutica que centra su análisis en la idea de "interpretación" en sentido amplio.

La Epistemología Hermenéutica dice que el texto de un científico o Investigador, es susceptible de interpretación de acuerdo a la cosmovisión de la época, así como también, por extensión, la obra de un determinado investigador no es más que la interpretación que de él hacen los demás pensadores y que son tales interpretaciones, en definitiva, las que quedarán registradas como conocimiento científico en la historia de la ciencia.

Epistemología Normativa. La Epistemología Normativa no busca ni intenta imponer normas, códigos o modelos, sino validar el conocimiento científico riguroso a través de algún modelo prescrito a modo de "vigilante epistemológico", sin desnaturalizar el conocimiento.

El objeto de la Epistemología Normativa es el "saber cómo debe ser" estructuralmente el conocimiento científico manifiesto, para que pueda seguir progresando y perfeccionándose, una forma de "refreshment" cognoscitivo a modo de "reset".

Finalmente, todas las disciplinas epistemológicas tienen, en mayor o menor grado, alguna proporción de las tres dimensiones Descriptiva, Explicativa y Normativa.

2.2.3. Acerca de la epistemología de las matemáticas

Epistemología es la rama de la filosofía que estudia el origen, la estructura, los métodos y la validez del conocimiento, dice el *Diccionario de Filosofía*, de Runes.

Una buena descripción de epistemología de la matemática es la de conocimiento del conocimiento matemático, donde desde luego, conocimiento desempeña el papel que le corresponde en dos niveles diferentes. Así, epistemología toma un cariz crítico, que no ha de causar extrañeza dado que la filosofía es ante todo un cuestionamiento de cuanto tenga que ver con las creaciones humanas.

No hay acuerdo en cuanto a las partes de la epistemología, dado que los puntos que se analizan difieren según la disciplina que se estudia. Así, al tratar la epistemología de la matemática es preferible enfocar los siguientes cinco aspectos: génesis, estructura, función, método, problemas.

Se hace, en seguida, un somero comentario acerca de cada uno de ellos.

Se menciona, inicialmente, la historia de **los primeros indicios de matemática**. Las sociedades humanas incipientes se desarrollan si se organizan. La distribución de tareas, de contribuciones, de tierras, de granos da origen a la aritmética y a una geometría “para las necesidades del comercio” como decían despectivamente los griegos más ilustres. Así fue en el centro de Europa, en Mesopotamia, en Egipto, en India, en China, en el México de aztecas o de mayas, o en el Perú de los incas.

Difícil establecer la antigüedad de tales procedimientos utilitarios. Puede aseverarse que surgen en cada una de tales civilizaciones según su peculiar capacidad práctica y de interiorización.

Solamente, los griegos pensaron realmente en una organización secuenciada de tales conocimientos. Supuestos algunos de ellos, los griegos logran obtener los demás, mediante reglas fijas que paulatinamente van a constituir la lógica. Quizá fue más capital para la constitución de la matemática el que, ateniéndose a tales reglas fijas, los griegos alcanzan conocimientos de los que no disponían. Estos dos pasos primordiales impulsaron el desenvolvimiento de los principios hasta convertirse en un procedimiento inagotable. Cada nuevo conocimiento va sugiriendo nuevas cuestiones interesantes. Cuando no haya más preguntas en una vertiente determinada, la rama correspondiente de la matemática se extingue.

El segundo aspecto epistemológico tiene que ver con **la estructuración** que hayan alcanzado las respuestas a una secuencia de cuestiones. Actualmente, el enfoque más sistemático de lo que se conocía en matemática hacia mediados del siglo XX, es el expuesto mediante estructuras matemáticas por la escuela francesa llamada Bourbaki.

El tercer aspecto epistemológico tiene que ver con **la función** de la matemática. Los seres humanos aprenden para desempeñarse convenientemente en la sociedad en la que conviven. Diversos adiestramientos están a la disposición de individuos de un conglomerado, generalmente con capacidades muy diferentes: literarios, artísticas, manuales, artesanales, filosóficas, altamente técnicas algunas, otras eminentemente prácticas. Entre las habilidades que requieren un dominio más refinado por la precisión con la que hay que aplicar sus procedimientos está la matemática. Es una actividad, por excelencia, educativa; es utilizable en grado sumo en diversas tareas que hay que resolver para la organización de una sociedad; es la razón de que la matemática sea asignatura indispensable en todo plan de estudios. Una de las posibilidades de la comunicación entre los seres humanos, es la de ocuparse de enunciados que se siguen necesariamente de enunciados anteriores. A ello se dedica la matemática. Su preocupación mayor, no son las cosas como son, ello lo estudian otras ciencias, sino las cosas como deben ser, si se prefijan ciertas reglas.

La matemática en un plan de estudios no es cuestión de lujo o de elección de elites sino instrumento de trabajo indispensable mirando a la sociedad humana desde diversos ángulos.

Un cuarto aspecto es **el método**, igualmente desde diferentes puntos de vista. El universal que indagaba Descartes para conducir bien su razón y para perquisicionar con éxito en la filosofía y en las ciencias. Un matemático, en principio, ha de ocuparse o en enseñar su ciencia o en resolver problemas que pueden ser de poca o de mucha dificultad. Los de poca, tienen métodos conocidos de solución; para los de gran dificultad puede que haya que inventar la manera de resolverlos. Por otra parte, Hilbert mismo consideraba paradigmática, es decir, digna de imitación, la actitud del matemático frente a una dificultad. Lo mismo ha pensado lógicos como Russell. Y diferentes filósofos elaboraron sus sistemas mirando de reojo hacia la matemática. En particular Kant discurrió ampliamente acerca de la constitución misma de la matemática para poder decidir sobre su pregunta capital de si la metafísica es ciencia, así como de la posibilidad para la filosofía de inspirarse en los métodos eficientes de la matemática con el fin de que en metafísica no se contentaran con crecimientos como los de la espuma sino que persiguieran adquisiciones duraderas, como *Elementos*, de Euclides.

Finalmente, hay el aspecto de **los problemas**. Los hay estrictamente epistemológicos: fundamento lógico, perdida de la certidumbre, naturaleza de la demostración, relación entre matemática y experiencia, estatuto ontológico de los entes matemáticos. Igualmente digna de consideración epistemológica es la actitud del matemático al hacer consistir su ciencia en el desenvolvimiento de ella mediante solución de problemas, según la concepción de Hilbert. Nociones de epistemología o filosofía de la matemática son indispensables para los matemáticos en menesteres más allá de los de “definición, teorema, demostración”. Preguntas capitosas de su actividad: ¿Cómo llegue hasta la matemática? ¿Por qué continuo en ella? ¿Cuál es la función social o académica de mi actividad como docente o como investigador? ¿Cuáles son los problemas, que no puedo obviar, en cuanto al alcance del conocimiento matemático? ¿Cuáles son los límites de mi ciencia? ¿Cuál es la posición de la matemática entre las otras ciencias?

2.2.4. Desarrollo histórico y epistemológico del concepto de función

A lo largo de la historia el concepto de función ha evolucionado siendo objeto de numerosas precisiones y generalizaciones así como también ha sido influenciado por concepciones que históricamente se han configurado como resistentes a su evolución (obstáculos epistemológicos).

Luisa Ruiz Higueras organizó el análisis histórico e identificó las siguientes concepciones predominantes en distintos períodos de la evolución de esta noción, a continuación se detalla un resumen del articulo Epistemología histórica del concepto de función publicado en la Revista de educación de la Universidad de Granada, ISSN 0214-0489, Nº 3, 1989 , págs. 135-154.

La función como variación. Los babilonios lograron hacer uso de una intuición primitiva del concepto de función, ya que buscaban regularidades en las tabulaciones de fenómenos naturales para después intentar aritmetizar y generalizar tales observaciones.

Establecieron relaciones sistemáticas entre variaciones de las causas y los efectos: los fenómenos sujetos a cambios, tales como el calor, la luz, la distancia, la velocidad, etc., pueden poseer distinto grado de intensidad y cambiar continuamente entre ciertos límites dados. Estas medidas encierran la presencia potencial de medidas.

Los babilonios poseyeron un instinto de funcionalidad, dado que en las tablas de cálculo que construyeron está presente una relación general por la que se asocian elementos de dos conjuntos. Sin embargo, "existe una distancia muy grande entre instinto de funcionalidad y la noción de función" (Ruiz Higueras, 1998).

La función como variación es la concepción predominante en este período, concepción que perdura por largo tiempo.

La función como proporción. Si bien las ideas de cambio y de cantidad variable estaban en el pensamiento griego, se consideraba el cambio y el movimiento como algo externo a las matemáticas. El considerar los entes matemáticos como algo estático llevó a los matemáticos de esta época a hablar en términos de incógnitas e indeterminadas más que en términos de variables. "Esto conduce a las proporciones y ecuaciones, y no a las funciones" (Ruiz Higueras 1998).

La búsqueda de proporcionalidad era la relación privilegiada entre magnitudes variables, es decir, la variabilidad atada a las magnitudes físicas, las cuales se consideraban diferentes a las matemáticas.

Dado el significado geométrico que tenían para los griegos las magnitudes variables sólo establecían en forma homogénea sus proporciones: comparaban longitudes con longitudes, áreas con áreas, volúmenes con volúmenes.

“La homogeneidad que conducía a comparar siempre magnitudes de la misma naturaleza pudo ser un obstáculo al desarrollo de la noción de función puesto que impedía encontrar de forma significativa, dependencias entre variables de diferentes magnitudes, germen de toda relación funcional” (René de Cotret, 1985).

Las nociones más negativas en la evolución del concepto de función fueron “la proporcionalidad, la inconmensurabilidad, y la gran disociación en el pensamiento entre número y magnitud” (René de Cotret, 1985). Este período está marcado por el predominio de una concepción estática: la función como proporción, concepción que se ha mantenido en matemáticos como Oresme o Galileo.

La función como gráfica. Una característica esencial de la Edad Media se observa en los intentos por dar una explicación cuantitativa racional de los fenómenos naturales a través de procesos de abstracción los cuales se verán fuertemente negados debido a la disociación entre número y magnitud.

Los principales núcleos de desarrollo fueron las escuelas de Oxford y París. El principal representante de la escuela francesa es Nicolás Oresme, quien ya en el siglo XIV utiliza el grafismo para representar los cambios y así describirlos y compararlos. Utiliza segmentos para representar las intensidades de una cualidad de una determinada magnitud continua que depende de otra magnitud continua. Estas gráficas representaban las relaciones desde el cualitativo más que desde lo cuantitativo, pues los gráficos se consideraban como modelos geométricos de las relaciones y no necesitaban representar fielmente dichas relaciones.

Oresme traza un segmento horizontal cuyos puntos representan los sucesivos instantes y para cada instante traza un segmento perpendicular cuya longitud representa la velocidad en ese instante. La dependencia se representaba globalmente por toda la figura, predominando entonces la concepción de función como gráfica.

Desde aquí es posible percibir los principios de la noción de función, en el que, “Oresme ha tallado el árbol del bosque que permitiría más tarde a Descartes y a Galileo confeccionar la rueda” (René de Cotret, 1985).

Durante el período que abarca los siglos XV y XVI, siglos conocidos por los historiadores como “períodos auxiliares “ya que se logra aportación sobresaliente al concepto de función, sin embargo, se sientan las bases de la simbología algebraica que permite una manipulación práctica y eficiente, esencialmente al diferenciar entre “variable” de una función e “incógnita” de una ecuación.

La función como curva. A principios del siglo XVII, Fermat y Descartes descubren el mundo de la representación analítica al conectar los problemas de dos ramas de la matemática: la Geometría y el Álgebra.

Se renuncia a las concepciones griegas de número y magnitud y se logra fusionarlas, y según Youschevitch (1976), es aquí donde por primera vez, se sostiene la idea de que una ecuación en x e y es un medio para introducir una dependencia entre dos cantidades, de manera que permite el cálculo de los valores de una de ellas correspondientes a los valores dados de la otra.

Descartes sostiene “cuando una ecuación contiene dos cantidades desconocidas, hay un lugar correspondiente, y el punto extremo de una de estas cantidades describe una línea recta o una línea curva”

La concepción dominante, la función como curva, hace que surja el segundo obstáculo en la evolución de la noción de función, cuando se asocia la gráfica con la trayectoria de puntos en movimiento y no con conjuntos de puntos que satisfacen condiciones en una relación funcional

La función como expresión analítica. La concepción de función como expresión analítica nace en el siglo XVII y continúa con Euler y Lagrange en el siglo XVIII. Se pensaba que las únicas funciones dignas de estudio eran las que podían ser descriptas por medio de expresiones algebraicas. Permanece aún la idea de asignar la variación a las “cantidades”. Aparece la idea de función no continua.

Leibnitz usa por primera vez el término función, ya que según Youschevitch (1976), a falta de un término general para representar las cantidades arbitrarias que dependen de una variable, va a conducir al uso de la palabra en el sentido de una expresión analítica.

Bernoulli y Euler, serán las figuras del siglo XVIII, con quienes la noción de función es considerada una expresión analítica, proponiendo el primero de ellos, la letra f para la característica de una función, escribiendo entonces: <<fx>>, lo que evolucionará con Euler, para escribirse como f(x).

En la definición que propone Euler del concepto de función, reemplaza el término cantidad hasta ese momento por el de expresión analítica: “Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier forma que sea, de esta cantidad y de números o cantidades constantes”

Esta concepción se constituye en obstáculo para la evolución de función en relación con sus ideas de dependencia y variabilidad. El punto de vista que predominó fue el aspecto puramente formal más que de relación entre variables; se entiende que una función es una combinación de operaciones dada por una expresión analítica.

La función como correspondencia arbitraria: aplicación. Esta concepción de función como aplicación aparece con los últimos trabajos de Euler sobre “funciones arbitrarias”, siglo XVIII, continuando en el siglo XIX con los de Fourier sobre series trigonométricas y los de Cauchy, Dedekind y otros sobre números reales.

A partir del problema de la cuerda vibrante de Euler, surge la noción de correspondencia general: se dice que “una cantidad es función de otra u otras”, aunque no se conozca por qué operaciones atravesar para llegar de una a la otra. Más tarde, Euler se ve en la necesidad de considerar funciones más generales que las funciones analíticas, tomando en cuenta funciones arbitrarias, especiales, no derivables, con picos, a las que él llama discontinuas o mixtas: las funciones arbitrarias en las cuales si x designa una cantidad variable, entonces todas las otras cantidades que dependen de x, no importa de qué manera, son funciones de x.

El término función se corresponde con la expresión f(x), y más tarde se representará como $f: X \rightarrow Y$, o $x \rightarrow f(x)$. Continúa el uso de los ejes cartesianos y aparece una nueva representación: los diagramas de Venn.

La función como terna. Afines del siglo XIX y principios del siglo XX se llama función a la terna f = (A,B,G) en donde A, B, G son conjuntos con las siguientes condiciones $G \subset A\times B$, $x\in A$, $y \in B$ tal que $(x,y) \in G$.

2.3. Posicionamiento teórico personal

Cuando hablamos de conocimiento a impartir uno puede estar interesado en el conocimiento desde varias perspectivas. Se puede preguntar: ¿cuáles son los orígenes de la validez de nuestras creencias? O bien, ¿cuáles son las fuentes del significado del conocimiento, y cómo se constituye el significado? Estas son cuestiones diferentes porque el significado y la verdad son categorías diferentes.

Los educadores matemáticos están generalmente menos interesados en estudiar los fundamentos de la validez de las teorías matemáticas que en explicar los procesos de crecimiento del conocimiento matemático: sus mecanismos, las condiciones y contextos de descubrimientos pasados, las causas de los períodos de estancamiento y las afirmaciones.

No todos los educadores matemáticos comparten la misma epistemología, incluso aunque se interesen con cuestiones epistemológicas similares.

Si partimos de los puntos expuestos anteriormente podemos llegar a determinar que si los docentes de matemáticas no están interesados en los fundamentos epistemológicos del conocimiento a enseñar o no están seguros, es claro que no los van a impartir y menos aún se va a evidenciar cuál es su influencia en el aprendizaje.

2.4. Glosario de términos

Aprendizaje: Se denomina aprendizaje al proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia.

Civilizaciones: En términos específicos, se puede describir a la civilización como al fenómeno mediante el cual una comunidad o una sociedad progresan no sólo en cuestiones materiales sino también en valores, en poder, en cultura, en su comprensión de la vida.

Cognitivo: La palabra cognitivo es un adjetivo que se utiliza para referir al conocimiento o todo aquello relativo a él.

Conceptos: Los conceptos son extremadamente importantes en lo referente a la comunicación humana, siendo la sustancia a la que remiten los significantes lingüísticos.

Conocimientos: El conocimiento es la sumatoria de las representaciones abstractas que se poseen sobre un aspecto de la realidad. En este sentido, el conocimiento es una suerte de "mapa" conceptual que se distingue del "territorio" o realidad.

Enseñanza: La enseñanza implica el desarrollo de técnicas y métodos de variado estilo que tienen como objetivo el pasaje de conocimiento, información, valores y actitudes desde un individuo hacia otro.

Epistemología: La epistemología es la ciencia que estudia el conocimiento humano y el modo en que el individuo actúa para desarrollar sus estructuras de pensamiento.

Fundamentos: Los fundamentos son los principios básicos de cualquier conocimiento. Cada área del saber (arte, ciencia o técnica) tiene unos elementos esenciales a partir de los cuales se va desarrollando toda su complejidad.

Interpretación: Interpretación es el resultado de la acción de interpretar. Cuando alguien interpreta un hecho que sucedió o en su defecto algún tipo de contenido material publicado y pasa a ser comprendido e incluso expresado por esa persona a una nueva forma de expresión, siendo también de alguna manera fiel al objeto de esa interpretación, a ese proceso se lo denominará entonces interpretación.

Matemática: Se conoce como matemática o matemáticas, según corresponda a la costumbre, al estudio de todas aquellas propiedades y relaciones que involucran a los entes abstractos, como ser los números y figuras geométricas, a través de notaciones básicas exactas y del razonamiento lógico.

Método: La palabra método la usamos de manera extendida en nuestro idioma y básicamente para referirnos al procedimiento que seguimos de manera organizada y planeada para obtener un fin determinado.

Proceso: Se denomina proceso al conjunto de acciones o actividades sistematizadas que se realizan o tienen lugar con un fin.

Semiótica: Se conoce como semiótica a la teoría que tiene como objeto de interés a los signos. Esta ciencia se encarga de analizar la presencia de éstos en la sociedad, al igual que la semiología.

2.5. Interrogantes de investigación

¿Es posible mejorar la calidad del aprendizaje de los significados de los objetos matemáticos, considerando el estudio epistemológico del desarrollo de la matemática?

¿Qué tan eficaces resultan los diseños instruccionales con apoyo en el análisis epistemológico del desarrollo de la matemática en la construcción de los significados de los objetos matemáticos?

¿Cuál es el efecto del el estudio epistemológico del desarrollo de la matemática, en las concepciones de los estudiantes sobre la ciencia en general y de la matemática en particular?

2.6. Matriz categorial

Tabla Nro. 1: Matriz categorial.

CONCEPTO	CATEGORÍAS	DIMENSIÓN	INDICADOR
Fundamentación Epistemológica Los principios básicos del estudio del conocimiento.	Fundamentación Epistemológica	Fundamentos. Epistemología. Historia	¿En qué consiste la fundamentación del conocimiento? ¿Qué es la epistemología? ¿Qué es la fundamentación Epistemológica?
Aprendizaje Se denomina aprendizaje al proceso de adquisición de conocimientos, habilidades,	Aprendizaje	Enseñanza Aprendizaje Cognición Conocimientos	¿Qué es el Aprendizaje? ¿En qué consiste el proceso enseñanza aprendizaje?

valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia.			

Autor: Christian Paspuel

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo de investigación

Investigación de Campo: Es una investigación aplicada para interpretar y solucionar alguna situación, problema o necesidad en un momento determinado. Las investigaciones son trabajadas en un ambiente natural en el que están presentes las personas, grupos y organizaciones científicas las cuales cumplen el papel de ser la fuente de datos para ser analizados. Es por esto que para la resolución de este problema de investigación se procedio a realizar este tipo de investigación, debido a que por medio de esta, se logró la comprensión más detallada del problema y a su vez se pudo palpar y analizar los datos dentro del ambiente donde se desarrolló el problema, haciendo que dichos datos sean más veraces y fiables.

Investigación Documental: A su vez esta investigación fue de tipo documental, debido a que se ayudó de documentos bibliográficos ya existentes que respaldaron la existencia y la solución del problema planteado dentro de la investigación.

Investigación Descriptiva: Es una investigación que se efectúa cuando se desea describir, en todos sus componentes principales, una realidad es por eso que se pretende utilizarla, de manera que haga viable la investigación, debido a que por medio de esta se pudo caracterizar las propiedades no solo de los estudiantes que son los actores principales de este problema sino también de los docentes quienes se involucran dentro de esta investigación.

Este tipo de investigación también ayudo a la realización de una propuesta alternativa, la que facilitó el manejo de la evaluación de manera que priorizó el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño.

Proyecto Factible: La presente investigación a su vez también fue un proyecto factible, siendo el ámbito de la fundamentación epistemológica, una de las necesidades prioritarias del proceso de enseñanza-aprendizaje, debido a que si como docentes y estudiantes se le prestará la debida importancia al concepto, el nivel educacional seria el adecuado dentro de nuestro país.

El beneficio no solo es para los estudiantes de segundo de bachillerato general unificado del Colegio Universitario "UTN", sino se aspira a que esta investigación sea un motor para futuros trabajos acerca de este concepto educativo tan importante que es la fundamentación epistemológica de la matemática, de esta manera generar un mejor manejo de la evaluación en el proceso enseñanza-aprendizaje.

3.2. Métodos

Observación Científica: Se utilizó este método de investigación, debido a que fue necesario la profundización y análisis del problema que se detectó dentro del Colegio Universitario "UTN", con dicho método se pudo hacer tanto una percepción visual como acústica del problema en cuestión, la observación que se caracterizó por ser sistemática y controlada es decir que solo se dirigió la atención de manera consciente a aspectos más relevantes para de esa manera priorizar las causas y buscar la adecuado solución.

Inductivo-Deductivo: Se utilizó este método ya que se hizo el estudio de casos particulares es decir se analizó la manera del proceso de enseñanza del profesor de matemáticas en el Colegio Universitario "UTN", para poder plantear el problema, y pues de manera deductiva generalizar la solución del mismo.

Histórico – Lógico: Método que permitió recolectar la información necesaria que se requirió durante todo el proceso investigativo, debido a que la información que antecede a la investigación fue de gran importancia dentro del desarrollo de la propuesta.

Analítico – Sintético: Con la ayuda de este método se pudo facilitar a que procesos cognoscitivos permitieron analizar el objeto de investigación desde algunos ámbitos de manera que se pudo integrar adecuadamente los diferentes componentes de la propuesta de una forma más profunda desde el nivel del conocimiento.

Estadístico: A través del método estadístico se procedió a la recolección, análisis e interpretación de datos que ayudaron a buscar la solución del problema planteado, y de esta manera mejorar el proceso de enseñanza de la Matemática.

3.3. Técnicas e instrumentos

Encuesta: Esta técnica ayudó a la presente investigación, debido a que por ese medio se pudo obtener datos verídicos acerca del problema y dichos datos fueron de suma importancia para la resolución del problema que esta investigación plantea.

Encuesta-tipo Cuestionario: Se elaboró un cuestionario el cual contien preguntas abiertas y cerradas, según las necesidades que presente la investigación, el cuestionario se aplicó a todas las unidades de observación.

Recolección de Información: Esta técnica ayudó en la recopilación de información, que ayudó a la sustentación de la investigación y de las variables de la misma, además ayudó a la solución del problema que se planteó para el presente trabajo.

Uso de la Tecnología: Mediante el uso de la tecnología ayudó a la recolección de información a que se pudo obtener acceso a bibliotecas y repositorios virtuales.

3.4. Población

Tabla Nro. 2: Población.

DOCENTES DE MATEMÁTICAS	ESTUDIANTES	
2	2do BGU	82
TOTAL		**84**

Autor: Christian Paspuel

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Luego de haber aplicado con confiabilidad los cuestionarios a los estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio Universitario UTN de la ciudad de Ibarra, permitió observar y analizar el problema, los datos se realizaron de la siguiente manera: tabular la información, analizar e interpretar los resultados que convengan encontrar un recurso didáctico.

Los resultados fueron tabulados, organizados mediante cuadros estadísticos para luego ser analizados, mediante medidas descriptivas con frecuencias y porcentajes, respuestas a cada variable investigada que permiten visualizar la forma de enseñar y aprender matemática.

Los resultados obtenidos mediante el instrumento de la investigación en la cual se utilizó la técnica de la encuesta, fueron analizados e interpretados de manera oportuna con los objetivos e interrogantes. De tal manera se ha llegado a una visualización objetiva para la elaboración de la propuesta y la aplicación de la misma.

4.1. Tabulación e interpretación de datos de las encuestas a estudiantes.

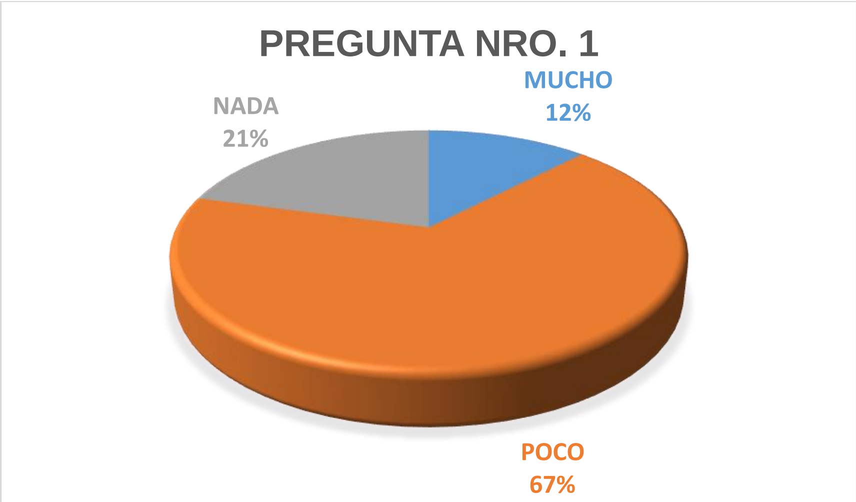
1. ¿Cuál es el nivel de interés que usted le presta a sus clases de matemáticas?

Tabla Nro. 3: Nivel de interés en clases de matemáticas

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
MUCHO	10	12%
POCO	55	67%
NADA	17	21%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 2: Nivel de interés en clases de matemáticas



Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

El mayor porcentaje de estudiantes manifiestan que el interés prestado a las clases de matemáticas es poco.

Es así que es notorio que las clases tienen ausencia de motivación para que los alumnos presten interés a los conocimientos impartidos.

2. Las clases de matemáticas que usted recibe son:

Tabla Nro. 4: Tipo de metodología

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
TEÓRICAS	0	0%
PRÁCTICAS	82	100%
TEÓRICO - PRÁCTICAS	0	0%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 3: Tipo de metodología

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

El gráfico indica que en su totalidad las clases son netamente prácticas con ausencia de teoría.

Es claro que el docente de matemática se centra en la parte práctica de sus clases y le resta importancia a la teoría, muchas veces generando desinterés en el estudiante en el aprendizaje.

3. Cuando recibe un conocimiento nuevo con antecedentes históricos teóricos, el interés en el tema que genera en usted es:

Tabla Nro. 5: Interés adquisitivo.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
ALTO	47	57%
MEDIO	35	43%
BAJO	0	0%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 4: Interés adquisitivo.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

El mayor porcentaje estudiantes manifiestan que el interés al recibir sus clases teórico-prácticas es alto.

Es decir que una clase impartida de forma teórica y práctica genera motivación en el estudiante para un mejor aprendizaje.

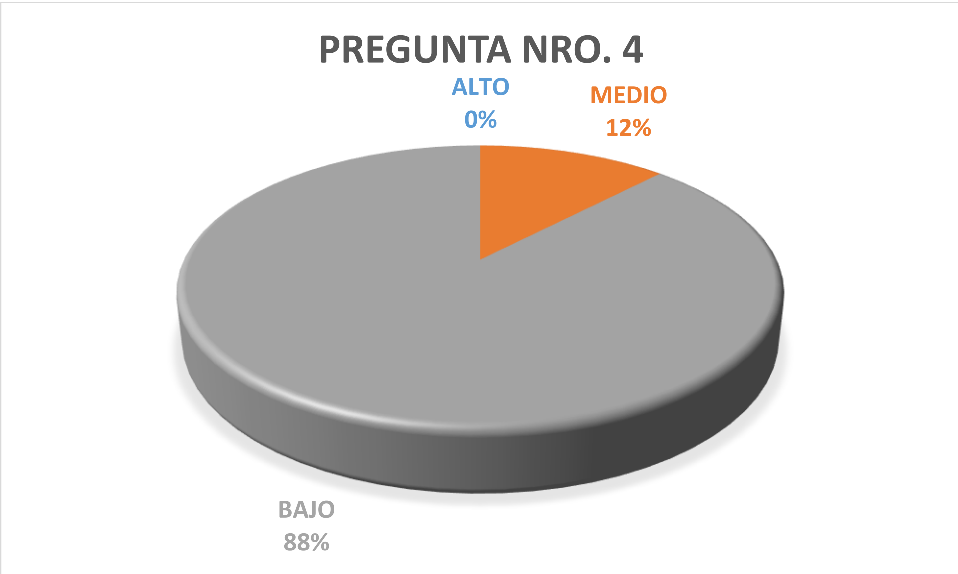
4. El conocimiento que tiene usted de la historia de la matemática es:

Tabla Nro. 6: Nivel de conocimiento histórico.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
ALTO	0	0%
MEDIO	10	12%
BAJO	72	88%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 5: Nivel de conocimiento histórico.



Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Es evidente que el grado de conocimiento de historia de las matemáticas es gravemente bajo, lo que implica que también existe falla del docente del área al no brindar conocimiento histórico de la materia.

5. ¿En el transcurso de la vida estudiantil usted ha investigado a cerca de la historia de la matemática?

Tabla Nro. 7: Autoeducación investigativa.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SIEMPRE	0	0%
A VECES	2	2%
NUNCA	80	98%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 6: Autoeducación investigativa.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Es claro que los estudiantes no presentan interés de investigar por propia iniciativa y colmarse de conocimiento matemático adicional del adquirido por el docente en sus aulas.

6. Qué nivel de interés genera o generaría en usted el aprendizaje de la historia de la matemática.

Tabla Nro. 8: Beneficio del aprendizaje

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
ALTO	57	70%
MEDIO	25	30%
NULO	0	0%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 7: Beneficio del aprendizaje

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Un alto porcentaje de la población considera que se generaría un alto interés de aprendizaje por la matemática, lo cual nos permite saber que está latente una gran ventaja para hacer llegar el conocimiento al estudiante.

7. ¿Conoce usted si en el texto guía que utiliza, existen temas que realce la historia de la matemática?

Tabla Nro. 9: Material didáctico apropiado.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	7	9%
NO	75	91%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 8: Material didáctico apropiado.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Es claro que los estudiantes no reciben su conocimiento en base a antecedentes históricos de la materia, un mayor porcentaje de ellos manifiesta la carencia de material didáctico con ésta característica.

8. ¿Qué nivel de conocimiento cree usted que tiene el docente de matemática de la historia de la asignatura?

Tabla Nro. 10: Nivel de docencia.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
ALTO	5	6%
MEDIO	23	28%
NULO	54	66%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 9: Nivel de docencia.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

La mayor parte de estudiantes consideran que el docente tiene un conocimiento nulo de historia de la matemática.

Está percepción por parte del estudiante se debe a que los docentes no incluyen la historia de la matemática junto con los contenidos del currículo.

9. ¿EL docente imparte la asignatura de matemáticas incluyendo en los contenidos la historia donde amerite?

Tabla Nro. 11: Recursos didácticos.

ESCALA CUALITATIVA	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**
SIEMPRE	0	0%
CASI SIEMPRE	0	0%
A VECES	5	6%
NUNCA	77	94%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 10: Recursos didácticos.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Es claro que los estudiantes manifiestan que existe un alto grado de carencia con respecto a la historia de la matemática al recibir los contenidos de la matemática departe del docente.

10. Conoce usted el significado o la definición de epistemología.

Tabla Nro. 12: Conocimiento de definiciones.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	0	0%
NO	82	100%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 11: Conocimiento de definiciones.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

En su totalidad la población estudiantil interrogada deja al descubierto que no tienen conocimiento esencial y específico con respecto al concepto como tal de qué es la epistemología y menos aún de la epistemología de la matemática.

11. Sabiendo que la epistemología es la rama de la filosofía cuyo objeto es el estudio del conocimiento con sus antecedentes históricos. Cree usted que la enseñanza de la epistemología con los contenidos de la matemática incentive al aprendizaje de forma.

Tabla Nro. 13: Interes por la epistemológia.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
ALTA	37	45%
MEDIA	35	43%
BAJA	10	12%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 12: Interes por la epistemológia.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

La mayor parte de los os estudiantes presentan interés en la asignatura, lo que genera una grata expectativa de llegar con esta enseñanza al estudiante.

12. Cree usted que la incidencia en el aprendizaje significativo de la matemática con su epistemología sería:

Tabla Nro. 14: Incidencia de aprendizaje.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
MEJOR	42	51%
IGUAL	35	43%
BAJO	5	6%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 13: Incidencia de aprendizaje.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Los estudiantes en un porcentaje considerable, analizan que su rendimiento de aprendizaje mejoraría al introducir la epistemología en su enseñanza.

13. ¿Para el aprendizaje le gustaría tener un software educativo sobre epistemología de matemática relacionados a los contenidos de la materia?

Tabla Nro. 15: Introducción de la Tecnología.

ESCALA CUALITATIVA	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**
SI	23	28%
NO	59	72%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 14: Introducción de la Tecnología.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Es evidente que los estudiantes no disfrutarían de su aprendizaje si se introdujera parte de los avances tecnológicos de la actualidad.

14. ¿Para el aprendizaje le gustaría tener una guía didáctica sobre epistemología de matemática relacionados a los contenidos de la materia?

Tabla Nro. 16: Aplicación de Guía Didáctica.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	68	83%
NO	14	17%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 15: Aplicación de Guía Didáctica.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Un alto porcentaje de los estudiantes manifiestan su aceptación de una guía didáctica para su aprendizaje y consideran como excelente la iniciativa.

15. ¿Para el aprendizaje le gustaría tener una página web interactiva, dinámica y didáctica sobre epistemología de matemática relacionados a los contenidos de la materia?

Tabla Nro. 17: Recepción de la tecnología.

ESCALA CUALITATIVA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	27	33%
NO	55	67%
TOTAL:	82	100%

Fuente: Población estudiantes de Segundo BGU Colegio Universitario UTN.

Gráfico Nro. 16: Recepción de la tecnología.

Elaborado por: Christian Paspuel Monroy

Análisis e interpretación de resultados:

Es claro que existe una mayoría que rechaza la percepción de la historia de la matemática en la web, es así que se rehúsa a introducir una página web sobre la epistemología en su aprendizaje.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En base a los resultados obtenidos en las encuestas aplicadas a los estudiantes de Segundo BGU del Colegio Universitario, y a los objetivos planteados inicialmente, se plantean las siguientes conclusiones y recomendaciones.

5.1. Conclusiones.

- En base a los resultados podemos concluir que no se trabaja en la aplicación de los contenidos teóricos, sino que, existe en mayor porcentaje la aplicación práctica; dando cabida a la carencia de conocimiento de antecedentes histórico de la asignatura, se genera entonces un vació total respecto a la Epistemología de la matemática y su entorno, por este motivo es necesario encontrar una forma de relacionar los conocimientos generados y la solución de problemas en otros campos.
- Se puede establecer entonces que un buen aprendizaje solamente se puede conseguir, siempre y cuando el docente se valga de estrategias ajustadas al grupo de estudiantes con el cual se encuentre trabajando y que un buen aprendizaje corresponde a conocimientos que integran estructuras cognitivas duraderas y útiles, es decir con aplicación.
- En cuanto a los resultados obtenidos se puede decir que los estudiantes prefieren el aprendizaje de la matemática teórico práctico, entendiéndose como teórico al sustento epistemológico de cada uno de los temas a impartir.

5.2. Recomendaciones.

- Socializar los resultados estadísticos a estudiantes, maestros del área de matemáticas, y autoridades, para disminuir o eliminar a su totalidad las creencias perjudiciales existentes. .
- Hacer un módulo didáctico sobre el desarrollo epistemológico, histórico y actividades de enseñanza aprendizaje de funciones.
- Es indispensable el uso de metodologías que permitan el trabajo autónomo en el aprendizaje; en donde la tarea del docente será la de proporcionar las herramientas necesarias para esta autonomía.
- Se sugiere actualizar la información de los docentes, en cuanto a los programas tecnológicos aplicables a la enseñanza de la signatura, y la capacitación a los mismos para recalcar la importancia de impartir el conocimiento de antecedentes históricos de la matemática, factores que elevarán el interés y facilitarán la percepción de la materia en los estudiantes.
- Se recomienda seleccionar un texto adecuado, que les permita relacionar la parte teórica con la resolución de problemas en otras ciencias, lo que motivará a los estudiantes.
- Se recomienda el uso de un documento o una guía didáctica de estudio, en vista que sería favorable para mejorar proceso enseñanza aprendizaje de la matemática y generar conocimientos significativos a través de este recurso, puesto que relacionarían los conocimientos los prácticos con la fundamentación epistemológica y así fomentar un mayor interés en el aprendizaje de la matemática.

CAPÍTULO VI

6. PROPUESTA ALTERNATIVA

6.1. Título de la propuesta

MODULO DIDÁCTICO SOBRE EL DESARROLLO EPISTEMOLÓGICO, HISTÓRICO Y ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE FUNCIONES, DIRIGIDO A ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO “UNIVERSITARIO UTN”

6.2. Justificación e importancia

La renovación del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática para el aprendizaje de funciones en los y las estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado, será una influencia asertiva para su formación como estudiante.

El gran esfuerzo por hacer una educación de excelencia, constituye un término colectivo, tanto para estudiantes, docentes, el establecimiento y padres de familia. Los desafíos presentes en el estudio de asignaturas nombradas como difíciles, se los debe enfrentar sin miedo y siempre buscando la metodología correcta para un mejor interés en el aprendizaje de la matemática.

La propuesta alternativa de un MODULO DIDÁCTICO SOBRE EL DESARROLLO EPISTEMOLÓGICO, HISTÓRICO Y ACTIVIDADES DE

ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE FUNCIONES fue posible porque la institución estuvo presta a colaborar en todos los procesos de la investigación.

6.3. Fundamentación

Bajo esta premisa, la importancia del Módulo Didáctico para Matemática, es un documento muy valioso para el docente, especializado para facilitar el desarrollo de las destrezas matemáticas, mediante la implementación de estrategias que permiten que el estudiante aprenda de la epistemología e historia para obtener una mejor calidad de conocimiento, dando paso a la formación de un ambiente más propicio para el descubrimiento de su aprendizaje.

a. Fundamento Filosófico.

La base filosófico –teórico del conductismo lo constituye el pragmatismo y su fuente psicológica se encuentra en la actividad creadora del ser humano es el instrumento de modificación y transformación de las circunstancias y el medio para cambiarse a sí mismos. Por lo tanto, el principal fundamento filosófico del aprendizaje es la contradicción como fuente y motor de desarrollo.

Para (Ortiz, s/f), “la concepción filosófica del aprendizaje se fundamenta en la concepción del conocimiento que se desarrolla por etapas relacionadas entre sí y que suceden una a la otra, proceso que considera la práctica como fuente primaria para desarrollar el pensamiento abstracto y de ahí volver a la práctica al aplicar y sistematizar el conocimiento alcanzado" (p.12)

Dicho de otra manera; los nuevos modelos metodológicos deben concebir que en las aulas se haga ciencia y no se trabaje con marcos conceptuales obsoletos.

b. Fundamento Sociológico.

La educación no es un hecho social cualquiera, la función de la educación es la integración de cada persona en la sociedad, así como el desarrollo de sus potencialidades individuales la convierte en un hecho social central con la suficiente identidad e idiosincrasia como para constituir el objeto de una reflexión sociológica específica.

La educación es un fenómeno complejo que se manifiesta en múltiples formas, como praxis social y como actividad diversa de todos los estudiantes, tanto de forma organizada (el colegio) como espontánea, tanto directamente (la acción de los docentes), como indirectamente (medios de comunicación), a todo lo largo de la vida. Por su contenido tiene un marcado carácter histórico y social, mientras que su esencia se manifiesta en la socialización del individuo, mediante el desarrollo armónico y multifacético de la personalidad.

Tiene gran importancia el trabajo metodológico ya que de él depende la formación del futuro trabajador que se va a desempeñar en la sociedad y este individuo debe responder al modelo del profesional que requiere la sociedad.

c. Fundamento Pedagógico.

La Pedagogía es un conjunto de saberes que se ocupan de la educación como fenómeno típicamente social y específicamente humano. Es por tanto una ciencia psicosocial que tiene como estudio la educación con el fin de conocerla y perfeccionarla.

Durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje era sinónimo de cambio de conducta, esto, porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa, sin embargo, se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta.
El aprendizaje basado en proyectos, es una opción formativa que trasciende en el contexto educacional, ya que la experiencia humana no solo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia.

(Servín, 1998), subraya que "…la fundamentación pedagógica le da un lugar importante al maestro en la construcción del proyecto pedagógico…y…conjuntamente con la participación activa de padres o representantes del estudiante y las autoridades conforman una educación correlacionada con el medio que rodea al alumno" (p.39).

Para lograr entender la labor educativa, es necesario tener en consideración tres elementos del proceso educativo: el docente y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo

d. Fundamento Psicológico ´

Este fundamento según (Escribano, 2008), “hace referencia a la conducta humana del sujeto que aprende, las características y capacidades que están implicadas en el proceso de aprendizaje” (p.139)

En este caso, la psiquis del alumno es la que primero se toma en cuenta, ya que se analizan los aspectos fundamentales como son: comportamiento y conducta, relaciones interpersonales e intrapersonales; entre otros elementos, todos estos direccionados al aprendizaje que se ve en la predisposición del estudiante para recibir conocimientos de un profesor de otros.

6.4. Objetivos

6.4.1. Objetivo general

Desarrollar un módulo didáctico de epistemología de las matemáticas que contribuya al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje del bloque de funciones de segundo de BGU, mediante el uso y aplicación de conceptos sencillos basados en el fundamento epistemológico e histórico.

6.4.2. Objetivos específicos

- Presentar los contenidos del bloque de funciones de una forma sencilla que garantice el aprendizaje significativo de los estudiantes.

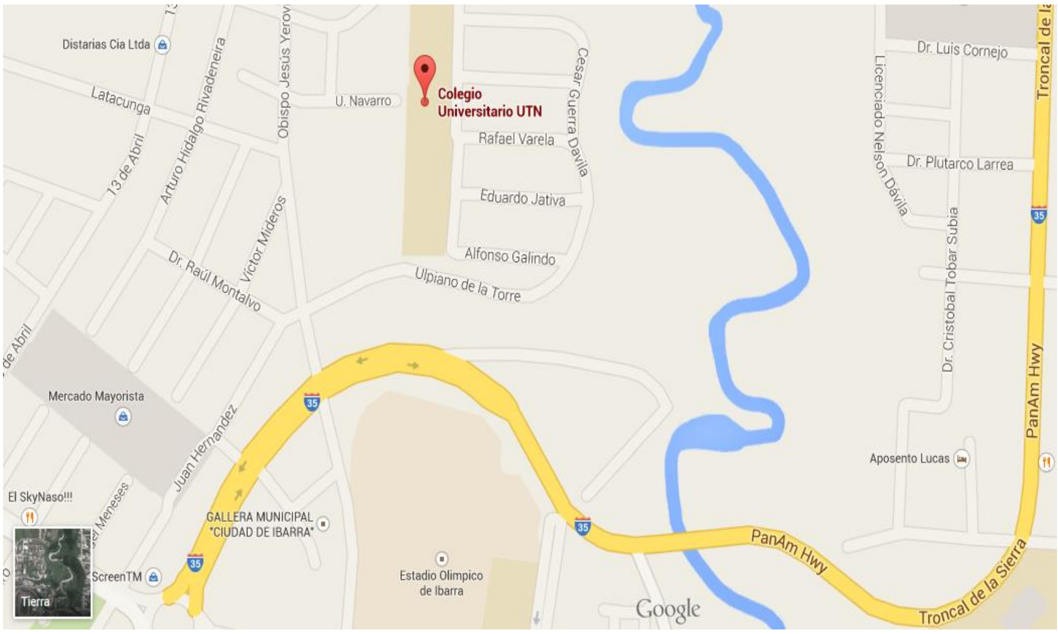
- Fortalecer el proceso de aprendizaje en las Matemáticas a través de la utilización de la fundamentación epistemológica, que estimule el interés de los estudiantes a adquirir mejores conocimientos.

- Ayudar a los docentes a desarrollar sus actividades pedagógicas mediante el uso del módulo.

6.5. Ubicación sectorial y física

La investigación se realizaro en la provincia de Imbabura, cantón Ibarra, parroquia El Sagrario, en el Colegio Universitario "UTN" anexo a la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte. Ubicado en la calle Luis Ulpiano de la Torre Yerovi.

Gráfico Nro. 17: Mapa de ubicación Colegio Universitario UTN



Fuente: www.google.com/map

6.6. Desarrollo de la propuesta

Estructura la guía.

INTRODUCCIÓN

- **GUÍA NRO. I**

CONCEPTUALIZACIÓN DE FUNCIÓN CON BASE EN LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **GUÍA NRO. II**

CONCEPTUALIZACIÓN DE FUNCIÓN CUADRÁTICA Y CÚBICA CON BASE EN LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **GUÍA NRO. III**

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES. EL PLANO CARTESIANO Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

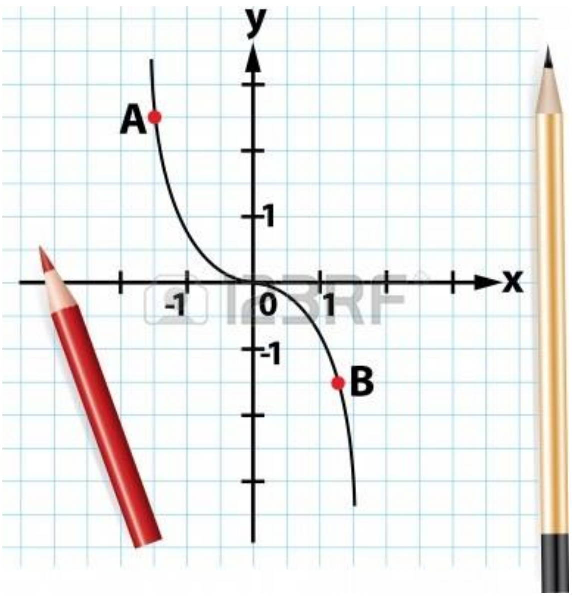
- **GUÍA NRO. IV**

MEDIDA DE ÁNGULOS. LOS ÁNGULOS Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **GUÍA NRO. V**

LA TRIGONOMETRÍA Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

GUÍA DIDÁCTICA ORIENTADA AL ESTUDIO DEL DESARROLLO EPISTEMOLÓGICO, HISTÓRICO DE LA MATEMÁTICA Y ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE FUNCIONES, DIRIGIDO A ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO "UNIVERSITARIO UTN"



AUTOR:

Christian Gulfran Paspuel Monroy.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

F E C Y T

IBARRA, 2016

INTRODUCCIÓN

El concepto más importante de todas las matemáticas es, sin dudarlo, el de función: en casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de funciones. No ha de sorprender, por lo tanto, que el concepto de función sea de gran generalidad.

M. Spivak.

Al imaginarse la forma más primitiva de contar para los propósitos de este artículo, la forma más primitiva de función, se asigna a cada uno de los objetos de interés, un dedo de la mano o una marca en una vara de madera. De este modo, cada uno de los objetos se hace corresponder con uno de los dedos o con una de las marcas. El conjunto de dedos seleccionados o marcas en la vara describe, en cardinalidad, el conjunto de objetos en cuestión. Esta sencilla observación pone de manifiesto tres hechos importantes.

a) Que el concepto de función está íntimamente ligado al concepto primitivo de conjunto (amén de otros conceptos como relación, variable, criterio, etc.).

b) Que el concepto de función desde su origen cualquiera que este sea, está ligado al desarrollo del concepto de cantidad, y más generalmente, al concepto de número.

c) Que el concepto de función nace del interés de la humanidad por entender el mundo que le rodea.

Al renombrado matemático Fourier se le atribuye la frase: “el estudio profundo de la naturaleza es la fuente más fecunda de los descubrimientos matemáticos”.

No es de extrañarse entonces que el desarrollo del concepto de función a lo largo de la historia, vaya de la mano con los diferentes intereses de la humanidad en entender y tratar de describir la naturaleza en la que vive. Como se verá adelante, este interés se concentra primero en la simple observación y tabulación primitiva de algunos fenómenos o cuentas. Piénsese aquí en las culturas de la antigüedad. Luego, se basa en razonamientos filosóficos, algunas veces religiosos, como es el caso de la Grecia clásica, para después de muchos años dar paso a un proceso más científico, apoyado en observaciones y cuantificaciones serías del entorno; para culminar, luego de un esfuerzo en conjunto por muchos grandes matemáticos, en un objeto perfectamente definido, inherente a toda la matemática que se desarrolla hoy en día, y con una demostrada utilidad a la hora de modelar el mundo y las leyes que lo rigen.

El concepto de función está presente en toda la matemática. No sólo es central en las áreas propias de la matemática (llamada teórica o pura), sino que es la herramienta por excelencia en las áreas que buscan modelar o describir las actividades cotidianas y los fenómenos que se perciben (matemática aplicada). Esta universalidad además de enriquecer el concepto, le otorga una importancia relevante a su correcto entendimiento. Como tal, es fundamental comprender que el concepto de función, como tantos otros conceptos de la matemática, no debe enseñarse como un ente abstracto, sino que debe tenerse presente que lo que le dio vida fue precisamente el entendimiento de fenómenos naturales y situaciones cotidianas alrededor del hombre. Claros ejemplos de esta condición son:

- La trigonometría

- Las leyes de la física.
- Estudios de crecimiento de poblaciones.
- Interés simple o compuesto

Es inmediato entonces que la idea predominante en el proceso de enseñanza aprendizaje del concepto de función debe ser, tratar de imitar en los mejores aspectos posibles, el desarrollo histórico de dicho concepto.

Dicho desarrollo histórico presenta las mismas dificultades, diversas caracterizaciones, formas de representación, etc., que deben estudiarse en el aula. Como lo observan Gutiérrez no se trata de llegar a una clase y comenzar a contar todo el desarrollo histórico del tema de funciones, sino más bien, de crear situaciones que inviten a reflexionar sobre el impacto social, económico, político y hasta cultural, en la humanidad.

Este enfoque requiere un esfuerzo grande por parte de los docentes y en general, por parte de las instituciones involucradas. Es necesario entonces recordar dos aspectos fundamentales que apoyan el proceso de enseñanza aprendizaje. Primero, que no se puede enseñar lo que no se sabe. Y segundo, que la motivación del docente por favorecer el aprendizaje de los estudiantes es uno de los principales catalizadores de dicho aprendizaje.

GUÍA NRO. 1

CONCEPTUALIZACIÓN DE FUNCIÓN CON BASE EN LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

René Descartes   Isaac Newton   Gottfried Leibniz

Descartes, con sus aplicaciones de métodos algebraicos en geometría, mostró el camino para la introducción de la noción de función. Se cree que con la introducción del concepto de fluxión, ***Newton,*** le da un sentido cinemático al el concepto función. El nombre de *"función"* proviene del matemático, **Leibniz,** término que usó por primera vez en su obra *"Methodus Tangentium Inversa Sen de fontionibus"* el cual fue utilizado para designar las cantidades cuyas variaciones están ligadas por una ley.

CONCEPTUALIZACIÓN DE FUNCIÓN CON BASE EN LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO:**

  Desarrollar una compresión integral del concepto de función.

- **OBJETIVO:**

  Desarrollar una compresión integral del concepto de funciones con base la fundamentación epistemológica.

- **ESTÁNDAR DE CALIDAD EDUCATIVO:**

  Estándares de aprendizaje:

  Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana.

  Estándares de desempeño profesional docente:

  El docente implementa procesos de enseñanza-aprendizaje en un clima que promueve la participación y el debate.

- **ESTRATEGIA METODOLÓGICA:**

  ERCA (Experiencia, Reflexión, Conceptualización, Aplicación)

- **ACTIVIDADES**

  EXPERIENCIA

  El estudiante realizará la siguiente lectura.

FUNCIONES

DESARROLLO HISTÓRICO DEL CONCEPTO EN LOS SIGLOS XVII Y XVIII

Siglos XVII y XVIII

El rápido desarrollo de las matemáticas de los siglos XVII y XVIII, las matemáticas de los siglos venideros y muy particularmente el desarrollo del concepto de función, se inicia con la publicación de los trabajos de Descartes, Fermat, Newton y Leibniz a partir del año 1600.
Dentro de los catalizadores que durante este período fomentaron la formalización del concepto de función se citan los siguientes.

a) La **introducción de sistemas coordenados**. En el "Discurso del Método", Descartes expone su visión del sistema coordenado. Si bien no consideró el uso de los números negativos –no muy populares en la época–, su sistema sienta las bases para lo que hoy se llama en su honor "Sistema Cartesiano de Coordenadas". Es fácil intuir que Descartes distinguía el concepto de dependencia entre cantidades, el papel de la variable independiente y la variable dependiente, cantidades que permanecen constantes, entre otros. Sin embargo, nunca brindó una definición explícita. Se cita de nuevo a Barahona

"... el hecho de tener ecuaciones para representar determinadas curvas no implica haber definido el concepto de función. Lo que si había era una clara concepción de la dependencia entre las variables expresadas mediante fórmulas..."

b) El uso que hizo Fermat de **ecuaciones para representar ciertas curvas**. En el año 1629 había encontrado las ecuaciones de la recta, la circunferencia con centro en el origen, la elipse, la parábola y la hipérbola.

c) El uso de Galileo de **fórmulas** para relacionar ciertas cantidades, en particular, para representar las relaciones que se generan entre determinadas variables, al estudiar algún fenómeno. Por su potencial importancia a nivel de la didáctica de la matemática, y su demostrada efectividad en la historia de la ciencia, se listan ahora una síntesis de la forma de trabajar sugerida por Galileo:

Método sugerido por Galileo para abordar problemas científicos:
1. A partir de los datos recolectados al observar un fenómeno, crear un modelo ideal al desechar variables que no influyen en forma determinante en los resultados. **2.** A partir de reiteradas repeticiones del experimento, se obtiene el promedio de las mediciones, tomando en cuenta correcciones resultantes de factores perturbadores. **3.** A partir de las mediciones obtenidas en los experimentos, se formulan hipótesis matemáticas, con el objetivo de obtener conclusiones basadas en razonamientos lógicos. **4.** Nuevamente, mediante experimentación, se verifican las conclusiones con el fin de verificar las hipótesis planteadas.

Los hechos a) y b) citados anteriormente, también marcan el nacimiento de la Geometría Analítica. Este sin embargo, es tema para otro artículo.

El primer gran aporte de esta época hacia la formalización del concepto de función surge con Newton y su teoría de **fluxiones**. En su teoría las magnitudes están descritas como movimientos continuos, de manera tal que la variable “dependiente” se va generando en forma continua a partir de la variable “independiente”. Newton utilizó la palabra **genita**, que en latín significa generada o nacida, para referirse a expresiones de la forma Ax^n.

Para varios autores, “genitum” surge como la primera expresión usada para referirse al concepto de función.

En julio de 1698 Leibniz escribe una carta a Johann Bernoulli:

> Me agrada que usted use el término función en el sentido que lo sugiero...

En agosto del mismo año, en su respuesta Bernoulli escribe:

> Para denotar una función de alguna indeterminada, por ejemplo, la indeterminada x, uso la correspondiente letra mayúscula X ó la letra griega “*x*x”, de modo que se pueda ver al mismo tiempo de que cantidad indeterminada depende la función...

La primera definición de función aparece en 1699 en un artículo de Johann Bernoulli publicado en "Acta Eroditorum":

> Aquí denotamos por función de una variable una cantidad compuesta, de una o varias maneras, de esta cantidad variable y constantes.

A partir de este momento, la idea intuitivamente geométrica de función utilizada por Leibniz, adquiere un carácter más abstracto, al atribuírsele por primera vez, un sentido analítico.

En 1737, Clairaut utiliza funciones en el sentido descrito por Bernoulli, y para denotarlas utiliza símbolos como π_x y σ_x.

El símbolo f (x) fue usado por primera vez por Eüler en 1740 en un artículo llamado "Additamentun". Más tarde, en 1748, en el capítulo primero de su "Introductio in Analysis Infinitorum", Eüler se refirió al concepto de función de la manera siguiente:

> Toda relación entre x y y tal como se representa en el plano mediante una curva trazada a mano libre.

Luego escribe,

> Por lo tanto cada expresión analítica, en la cual aparecen aparte de una cantidad variable "z", otras cantidades constantes que componen esta expresión, es una función de esta "z". Algunas de estas expresiones son por ejemplo:
>
> $$a + 3z, \text{ ó}$$
> $$az - 4zz, \text{ ó}$$
> $$az + baa - zz - c.$$

En el mismo trabajo aclara:

> Se acostumbra denominar como funciones a las cantidades dependientes de otras, tal que, como consecuencia de la variación de las últimas cambian también las primeras.

Es en extremo interesante recordar que el desarrollo del análisis se daba paralelo a todas estas situaciones. En particular, el concepto de función continua (y la terminología pertinente) aún estaba por acuñarse.

A la fecha, no existía un claro entendimiento entre el papel del dominio de la función, y la relación que determina la variable dependiente en términos de la variable independiente.

Siempre dentro del mismo documento, y haciendo uso de su noción de función Eüler escribe:

> Una curva continua es de tal naturaleza que puede ser expresada por una sola función de x. Pero si una línea curva es de tal naturaleza que varias partes de ella, BM, MD, DN, etc; son expresadas por varias funciones de x, de modo que la parte de BM ha sido definida con la ayuda de una función, la parte MD es descrita por otra función y así sucesivamente, entonces llamaremos a esta curva línea discontinua o mixta e irregular, porque ella no está formada de acuerdo a una ley constante sino a partes de varias curvas continuas.

Posteriormente, en el año 1755, en su obra "Instituciones Calculi Diferencials", Eüler escribe al referirse a la idea de función:

> ... es una expresión algebraica que puede ser anotada por una sola fórmula analítica tal como un polinomio, un seno, un coseno, un logaritmo o aún una integral de cualquiera de estas expresiones.

En 1787, en su afán de dotar al cálculo de un fundamento netamente algebraico, Lagrange escribió:

> El Algebra no es otra cosa que la teoría de funciones. En el Algebra las cantidades buscadas deben ser funciones de cantidades dadas, es decir, expresiones representadas por diferentes operaciones, las cuales es necesario realizar con esas cantidades para obtener los valores buscados.

En palabras del mismo Lagrange,

> Llamamos función de una o varias cantidades a toda expresión de cálculo en la cual estas cantidades entran de cualquier manera, mezcladas o no, con otras cantidades que consideramos como valores dados e invariables, mientras que las cantidades de la función pueden recibir todos los valores posibles. Así, en las funciones no consideramos más que las cantidades que suponemos variables, sin ninguna consideración a las constantes que pueden estar mezcladas.

Entre los años 1750 y 1801, el concepto de función, en el sentido entendido por Eüler generó polémica y ocupó la mente de muchos matemáticos de Europa. La discusión se centraba en si una función debía o no ser expresada mediante una sola fórmula. Al estudiar el **problema de las cuerdas vibrantes** destacaban las soluciones de Daniel Bernoulli (quien obtuvo la solución por medio de una única fórmula expresada por medio de una serie trigonométrica) y la de Jean D’alambert (cuya solución podía ser dada por fórmulas diferentes para diferentes valores del argumento). Se tenía entonces un mismo problema, con dos soluciones diferentes.

En particular los matemáticos de la época pensaban que la solución de Bernoulli estaba incompleta. En 1801, Jean Fourier demostró que la suma de una serie infinita de funciones trigonométricas puede expresarse en intervalos diferentes mediante fórmulas diferentes. Este hecho puso fin a la discusión, y como el mismo Fourier lo sugirió, lo más importante es cómo se expresan los valores que toma la función, y que si dichos valores se pueden expresar de una o de varias maneras no era lo esencial. En la práctica, no había diferencia alguna entre las soluciones de Bernoulli y D'alambert.

REFLEXIÓN

¿Qué elementos intervienen en el concepto de función?

CONCEPTUALIZACIÓN

Con base en la lectura: El estudiante escribirá que errores de concepto tienen las primeras definiciones si realizamos un análisis comparativo con la definición actual.

APLICACIÓN

- Resaltar los términos matemáticos que aparecen en el texto. Posteriormente seleccionar 5 de esos términos y consultar su definición. Elaborar un glosario con los mismos.

- Identificar los nombres de los matemáticos que aparecen en el documento. Posteriormente consultar **brevemente** sus biografías, señalando puntualmente los aportes que hicieron al concepto de función.

- **RECURSOS**

HUMANOS

- Docente
- Estudiantes

TECNOLÓGICO

- Internet
- Computador
- Proyectos

MATERIALES

- Material de escritorio
- Pizarra

TÉCNICOS

- Texto de lectura
- Video

- **FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

"Una función es una regla de correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto."

NICOLÁS BOURBAKI

- **EVALUACIÓN**

INDICADOR DE EVALUACIÓN

Comprende conceptos de función mediante su fundamentación epistemológica.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

Leer detalladamente el documento "Desarrollo histórico del concepto en los siglos xvii y xvii". Posteriormente y con base en este realizar las siguientes actividades:

Responder las siguientes preguntas:

 ¿A qué se hace referencia, la definición función de Johann Bernoulli con respecto a los elementos que intervienen en ella?

 ¿Qué importancia tiene la definición de función en el siglo XVII y XVIII?

 Elabore un organizador grafico en el que explique las diferentes definiciones de función que se plantearon a lo largo del Siglo XVII y XVIII y que denote su evolución.

- **ACTIVIDADES DE REFUERZO**

  Mirar el video Funciones I de la siguiente dirección en YOUTUBE

  https://www.youtube.com/watch?v=nOWyoCcx744

- **OBSERVACIONES**

  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ……………………………

- **BIBLIOGRAFÍA**

Apostol, T. M. "Análisis Matemático". Addison Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1981.

Barahona, M. "Historia y evolución del concepto de función". Ediciones Librería Francesa, San José, 1992.

Bartle, R. y Sherbert, D. R. "Introducción al Análisis Matemático de una Variable". Editorial Limusa. México, 1996.

Bell, E.T. "Historia de las matemáticas". Fondo de Cultura Económica, Estados Unidos de América, 1997

Gutierrez, D., Jimenez, M., Jimenez, F., Rodriguez, L., Salazar, M. "Evolución del Concepto de Función y sus implicaciones en la enseñanza media de Costa Rica". Tesis para optar al Grado de Licenciados en Enseñanza de las Matemáticas. Sede de Occidente. UCR. II semestre, 2003.

Hitt, F. "Funciones en contexto". Pearson Educación. México, 2002.

Ruiz Higueras, L. "La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico". Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones e Intercambio Científico, 1998.

Spivak, M. "Cálculo Infinitesimal". Editorial Reverté, España, 2005.

Villalobos, L. "Un enfoque humano de la Matemática". Editorial: Escuela de Agricultura de la Región Húmeda (EARTH), 1995.

GUÍA NRO. 2

LA FUNCIÓN CUADRÁTICA Y CÚBICA CON BASE EN LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

René Descartes Isaac Newton Gottfried Leibniz

Descartes, con sus aplicaciones de métodos algebraicos en geometría, mostró el camino para la introducción de la noción de función. Se cree que con la introducción del concepto de fluxión, ***Newton,*** le da un sentido cinemático al el concepto función. El nombre de *"función"* proviene del matemático, **Leibniz,** término que usó por primera vez en su obra *"Methodus Tangentium Inversa Sen de fontionibus"* el cual fue utilizado para designar las cantidades cuyas variaciones están ligadas por una ley.

LA FUNCIÓN CUADRÁTICA Y CÚBICA CON BASE EN LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO:**

Desarrollar una compresión integral del concepto de función cuadrática y cúbica.

- **OBJETIVO:**

Desarrollar la compresión integral de funciones cuadrática y cúbica con base la fundamentación epistemológica.

- **ESTÁNDAR DE CALIDAD EDUCATIVO:**

Estándares de aprendizaje:

Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana.

Estándares de desempeño profesional docente:

El docente implementa procesos de enseñanza-aprendizaje en un clima que promueve la participación y el debate.

- **ESTRATEGIA METODOLÓGICA:**

ERCA (Experiencia, Reflexión, Conceptualización, Aplicación)

- **ACTIVIDADES**

EXPERIENCIA

El estudiante realizará la siguiente lectura.

FUNCIONES
DESARROLLO HISTÓRICO DEL CONCEPTO EN LOS SIGLOS XIX Y XX

Siglo XIX

Es en la primera mitad del siglo XIX, cuando Cauchy, Lobachevsky, Dirichlet y Riemann, a través de la teoría de funciones establecida en 1797 por Joseph Lagrange, dan una definición más rigurosa y general que la dada por Eüler.

En su Curso de Análisis Algebraico de 1827, Cauchy escribió:

> Cuando unas cantidades variables están ligadas entre ellas de tal manera que, dando el valor de una de ellas, se puede deducir el valor de las otras, concebimos de ordinario estas diversas cantidades expresadas por medio de una que toma el nombre de variable independiente y las otras cantidades expresadas por medio de la variable independiente son las que llamamos funciones de esta variable.

En 1834, Lobachevsky escribió:

> El concepto general exige llamar función de x a un número, el cual se da para cada x y paulatinamente varía junto con x. El valor de la función puede estar dado por una expresión analítica, o por una condición, es decir, la dependencia puede existir y quedarse desconocida.

Las palabras de Lobachevsky merecen dos observaciones:

- Establece por primera vez la condición de que la función debe asignar un valor a todo “número” en (lo que sería) su dominio.
- Se desliga la necesidad de conocer en forma expresamente analítica el criterio de asignación de valores.

El primer matemático en dar una definición satisfactoria del concepto de función fue Gustav Dirichlet, Hay dos oraciones atribuidas a Dirichlet, ambas del año 1837:

> Una cantidad variable “y” se llama función de la cantidad variable “x” si a cada valor de “x” le corresponde un solo y determinado valor de “y”.

Y

> Si una variable y está relacionada con otra variable x de tal manera que siempre que se atribuya un valor numérico a x hay una regla según la cual queda determinado un único valor de y, entonces se dice que y es una función de la variable independiente x.

Para declarar por cimentada la definición de función, en 1858 Riemann escribió:

> Se dirá que y es función de x si a todo valor de x corresponde un valor bien determinado de y cualquiera que sea la forma de la relación que une a x y a y.

La siguiente etapa en el desarrollo del concepto de función se inició casi de inmediato por el mismo Dirichlet al sugerir que:

> Una función podía ser expresada, incluso solamente con palabras.

La intención era desligar el concepto de función de fenómenos físicos o de fórmulas concretas. El ejemplo clásico lo dió el mismo Dirichlet:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & si\ x\ es\ un\ número\ irracional, \\ 1, & si\ x\ es\ un\ número\ racional. \end{cases}$$

Este ejemplo abrió el portillo para la definición de muchas otras funciones y curvas con las más extrañas características.

Sería tarea de los matemáticos que vivieron en la época de la teoría de conjuntos, muchos años más tarde, agregar las palabras “perteneciendo a un conjunto” en los lugares apropiados.

Siglo XX

> *El concepto de función es casi tan fundamental y primitivo como el concepto de conjunto. Una relación funcional está formada por pares de elementos, al igual que un conjunto está formado por elementos individuales.*
>
> Hausdorf (1978).

La percepción del concepto de función en el siglo XX se desliga ya del uso de variables numéricas, y alcanza los altos grados de generalidad con la que se le conoce hoy en día. Ya no es necesario que la variable independiente sea un número real o complejo, ni su valor debe de ser de tal naturaleza. El desarrollo de las matemáticas al final del siglo XIX e inicio de siglo XX, y los requerimientos de otras disciplinas como la física, hicieron inevitable pasar al estudio de funciones definidas sobre conjuntos arbitrarios con valores en conjuntos arbitrarios.

Buscando el rigor que de sustento al uso de este concepto dentro de las estructuras altamente formales y abstractas de las matemáticas del siglo XX, la definición del concepto de función se ve enmarcado dentro del dominio de la teoría de conjuntos, y en particular, se utiliza la noción de gráfico para darle sustento formal.

Definición 1.1

Sean A y B conjuntos. Una **función** f : A! B de A en B es un subconjunto f de A _ B tal que:

a) para todo elemento a en A existe un elemento b en B con (a, b) en f ; y **b)** si (a, b) y (a, b0) son elementos de f , entonces b = b0.

Con respecto a esta definición general de función, Azcárate y Deulofeu observan:

> Hay que resaltar que se trata de una última generalización del concepto, y que, como tal, pierde muchos de los atributos que tenían las definiciones clásicas, como son la idea de variación, de continuidad, de la variable como parámetro temporal, de dependencia, característicos de la mayoría de problemas que generaron la necesidad del concepto de función

Una de las ventajas de esta generalización basada en la teoría de conjuntos (al entender que los elementos u objetos del dominio pueden ser muy variados en muchos aspectos), es la riqueza de situaciones en las que el concepto de función se hace presente. Una situación elemental, pero que incluso se ha escapado al tratamiento dado a este trabajo, es el caso de conjuntos de pares ordenados, lo que produce funciones de varias variables independientes, las cuales pueden representar por ejemplo, fenómenos físicos o fórmulas para fenómenos que dependen de varias variables.

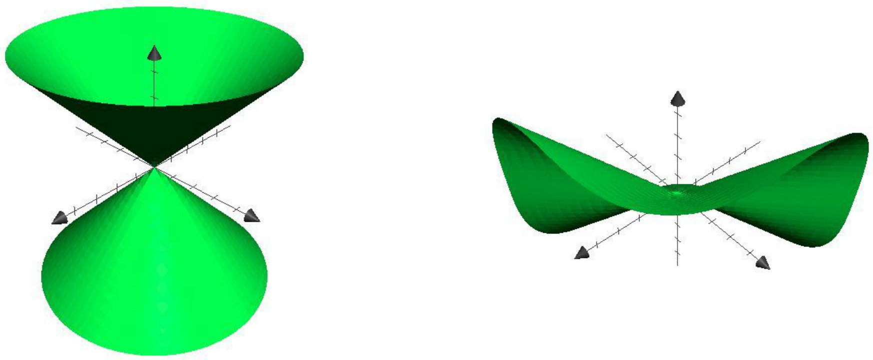


Figura: $x^2 + y^2 = z^2$ y $x^3 + y^3 = z^3$

Por ejemplo,

$$x^n + y^n = z^n$$

del último teorema de Fermat. Si bien la relación anterior es para números enteros x, y y z, se pueden considerar como variables de valor real. Los gráficos de la Figura son respectivamente los casos *n = 2 y n = 3*.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Es mucho el desarrollo de la matemática moderna, y en consecuencia son muchos los avances y las áreas en las que el concepto de función se estudia hoy en día. Pensar en hacer un recuento de cómo el concepto de función se enmarca en la matemática moderna es una labor titánica.

REFLEXIÓN

¿Cómo surge la conceptualización de las funciones de grado 2 y de grado 3 en los siglos XIX y XX?

CONCEPTUALIZACIÓN

Con base en la lectura: El estudiante escribirá un concepto de función cuadrática y cúbica.

APLICACIÓN

- Resaltar los términos matemáticos que aparecen en el texto. Posteriormente seleccionar 12 de esos términos y consultar su definición. Elaborar un glosario con los mismos.

- Identificar los nombres de los matemáticos que aparecen en el documento. Posteriormente consultar **brevemente** sus biografías, señalando puntualmente los aportes que hicieron al concepto de función.

- **RECURSOS**

HUMANOS

- Docente
- Estudiantes

TECNOLÓGICO

- Internet
- Computador
- Proyectos

MATERIALES

- Material de escritorio
- Pizarra

TÉCNICOS

- Texto de lectura
- Video

- **FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

"Una función es una regla de correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto."

NICOLÁS BOURBAKI

- **EVALUACIÓN**

INDICADOR DE EVALUACIÓN

Comprende conceptos de función mediante su fundamentación.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

Leer detalladamente el documento "Desarrollo histórico del concepto en los siglos XIX y XX". Posteriormente y con base en este realizar las siguientes actividades:

Responder las siguientes preguntas:

 ¿Qué influencia tiene Descartes en la conceptualización de función cuadrática?

 ¿Qué importancia tiene la definición de función en el siglo XIX y XX?

 Elabore un organizador grafico en el que explique la utilización de funciones de grado dos y tres lo largo del Siglo XIX y XX y que denote su evolución.

- **ACTIVIDADES DE REFUERZO**

  Mirar el video Funciones I de la siguiente dirección en YOUTUBE

  https://www.youtube.com/watch?v=nOWyoCcx744

- **OBSERVACIONES**

  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  …………………………

- **BIBLIOGRAFÍA**

Apostol, T. M. "Análisis Matemático". Addison Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1981.

Barahona, M. "Historia y evolución del concepto de función". Ediciones Librería Francesa, San José, 1992.

Bartle, R. y Sherbert, D. R. "Introducción al Análisis Matemático de una Variable". Editorial Limusa. México, 1996.

Bell, E.T. "Historia de las matemáticas". Fondo de Cultura Económica, Estados Unidos de América, 1997

Gutierrez, D., Jimenez, M., Jimenez, F., Rodriguez, L., Salazar, M. "Evolución del Concepto de Función y sus implicaciones en la enseñanza media de Costa

Rica". Tesis para optar al Grado de Licenciados en Enseñanza de las Matemáticas. Sede de Occidente. UCR. II semestre, 2003.

Hitt, F. "Funciones en contexto". Pearson Educación. México, 2002.

Ruiz Higueras, L. "La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico". Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones e Intercambio Científico, 1998.

Spivak, M. "Cálculo Infinitesimal". Editorial Reverté, España, 2005.

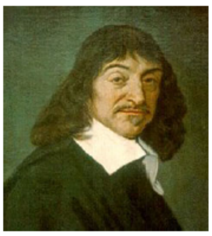
Villalobos, L. "Un enfoque humano de la Matemática". Editorial: Escuela de Agricultura de la Región Húmeda (EARTH), 1995.

GUÍA NRO. 3

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

EL PLANO CARTESIANO Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

El Plano Cartesiano es la intersección perpendicular de dos rectas reales. Su nombre se le atribuye e honor a su creador Rene Descartes (1596-1650). Célebre filosofo matemático frances que quiso fundamentar su pensamiento filosófico en el método de tomar un punto de partida sobre el que edificaría todo.



ANECDOTA: Ocurrió un 10 de noviembre de 1619, recostado en su cama observaba el vuelo de una mosca, y se le ocurrió que la posición de la mosca podía proyectarse en cada momento de su vuelo, hacia la superficie tridimensional. Visto en el plano bidimensional, se podía ubicar la mosca en cada punto que se podía localizar por las dos rectas que se cortaban perpendicularmente en dichos puntos.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

EL PLANO CARTESIANO Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO:**

  Representar **funciones elementales** por medio de tablas, gráficas, fórmulas y relaciones.

- **OBJETIVO:**

  Representar **funciones elementales** por medio de gráficas en el plano cartesiano con un enfoque en la fundamentación epistemológica.

- **ESTÁNDAR DE CALIDAD EDUCATIVO:**

  Estándares de aprendizaje:

  Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana.

  Estándares de desempeño profesional docente:

  El docente implementa procesos de enseñanza-aprendizaje en un clima que promueve la participación y el debate.

- **ESTRATEGIA METODOLÓGICA:**

  ERCA (Experiencia, Reflexión, Conceptualización, Aplicación)

- **ACTIVIDADES**

  EXPERIENCIA

  El estudiante realizará la siguiente lectura.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES
DESDE UNA PERSPECTIVA DE LA HISTORIA DE LA CIENCIA

El estudio de las relaciones entre dos magnitudes y su representación mediante **tablas y gráficas** es de gran utilidad para describir, interpretar, predecir y explicar fenómenos naturales y cotidianos que se relacionan de manera funcional.

En muchas ocasiones necesitaremos que los datos recogidos en una tabla sean representados gráficamente y utilizaremos el **sistema de referencia cartesiano**.

*El sistema de referencia cartesiano se llama así en honor al filósofo, científico y matemático francés **René Descartes** que vivió entre los años 1596 y 1650. Descartes quiso fundamentar su pensamiento filosófico en la necesidad de tomar un «punto de partida» sobre el que edificar todo el conocimiento. En Geometría, Descartes también comenzó tomando un "punto de origen" para poder representar la geometría plana.*

Hernandez Gonzalez Miguel, Prieto Perez José Luis (2007); HISTORIA DE LA CIENCIA VOL. 1; Fundación Canaria Orotava de historia de la ciencia. Pg. 181 - 182

… Diofanto había planteado y resuelto diversas ecuaciones indeterminadas. Estas ecuaciones no tienen una solución única sino que, por el contrario las soluciones son muchas. Diofanto, sin embargo, no presto mucha atención a esta multiplicidad contentándose con hallar una de estas soluciones en el campo de los números racionales. La reinterpretación de estas ecuaciones tiene un papel fundamental en el establecimiento de la geometría analítica.

Toda esta efervescencia matemática generó una amplia reflexión metodológica en torno al método de descubrimiento de los teoremas matemáticos. Se acusará a los grandes matemáticos del periodo clásico y helenístico de ocultar los procesos mediante los que obtuvieron sus resultados, que aparecen siempre presentados en sus tratados de modo sintético. *Los geómetras antiguos empleaban en sus demostraciones un método diferente al seguido en la fase inventiva, y procedían así, entre otras razones, para ocultar el secreto del Arte…*, dirá Descartes. Se escrutará la obra de los clásicos en busca de pistas y se concederá una importancia extraordinaria a aquellos tratados en los que se aborda la diferencia entre el método de descubrimiento y el método de demostración.

De cualquier forma, el redescubrimiento del método analítico reinterpretado por Descartes en clave algebraica resultará fundamental para la construcción de su soñada *Matemática Universal*; en él se encuentra el origen y el fundamento de *La Geometría*: Descarte toma la línea recta como representación de toda magnitud, denota a ésta medida simbología algebraica y opera con ellas según las reglas aritméticas de esta disciplina. De esta forma conserva, del Análisis Geométrico, el auxilio que recibe de la imaginación y del Algebra, reformada la notación, la mecanización operacional que permite su simbolismo.

La esencia del método la expresará Descartes con estas palabras: *La solución de uno cualquiera de estos problemas geométricos no consiste nada más que hallar un punto para cuya completa determinación falta una condición… En cualquiera de estos casos se llega a una ecuación que contiene dos cantidades incógnitas…*; y así lo sintetizará Fermat: *Siempre que en una ecuación final se* *encuentran dos cantidades incógnitas, se tiene un lugar geométrico, describiendo el extremo de una de ellas una línea recta o curva.*

Queda así claro que el principio fundamental de la Geometría Analítica consiste en el descubrimiento de que las ecuaciones indeterminadas en dos incógnitas f(x,y)=0, se corresponden con lugares geométricos determinados por todos los puntos cuyas coordenadas relativas a dos ejes satisfacen la ecuación. Descartes encuentra que el <<el lugar buscado>> puede expresarse mediante una relación entre dos variables x e y de las que afirma: *Como sólo hay una condición a expresar* […] *podemos dar un valor cualquiera a una de las cantidades desconocidas x e y, y encontrar el valor de la otra mediante la ecuación* […]. Aparece aquí de un modo implícito la notación de función (una de las variables, y, toma diferentes valores dependientes de los que toma la otra, x) así como la obtención de una ecuación algebraica como solución a un problema geométrico (La de una conica en el caso de Descartes). Morris Kline en su libro *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días* se refiere a la importancia de la Geometría Analítica en estos términos:

> *Cuando Wallis y Newton empezaron a usar letras para designar tanto números positivos como negativos, llegando incluso a referirse a números complejos, fue posible resumir en un solo tratamiento algebraico muchos casos que la geometría pura tenía que considerar separadamente* […] *El mérito más importante de la geometría analítica fue dotar a la ciencia del utillaje matemático que siempre había necesitado, y que había empezado a exigir abiertamente en el siglo XVII; herramientas cuantitativas* […] *La geometría analítica posibilitó la expresión de formas y trayectorias de modo algebraico, y de ellas podía extraerse información cuantitativa.*

Las imágenes que Galileo había proyectado en El ensayo sobre el lenguaje en que estaba escrito el libro de la naturaleza cobraban ahora encarnadura real: la matematización del Universo dejaba de ser una quimera.

REFLEXIÓN

¿Con sus propias palabras explique la importancia del plano cartesiano en el estudio de funciones?

CONCEPTUALIZACIÓN

Con base en la lectura: El estudiante elaborará un esquema en el que denote la importancia de la representación gráfica de una función.

APLICACIÓN

El estudiante elabora un mapa conceptual de los elementos que intervienen en la representación gráfica de una función

- **RECURSOS**

HUMANOS

- Docente
- Estudiantes

TECNOLÓGICO

- Internet
- Computador
- Proyectos

MATERIALES

- Material de escritorio
- Pizarra

TÉCNICOS

- Texto de lectura
- Video

- **FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

*"El sistema de referencia cartesiano se llama así en honor al filósofo, científico y matemático francés **René Descartes** que vivió entre los años 1596 y 1650. Descartes quiso fundamentar su pensamiento filosófico en la necesidad de tomar un «punto de partida» sobre el que edificar todo el conocimiento. En Geometría, Descartes también comenzó tomando un "punto de origen" para poder representar la geometría plana."*

RENÉ DESCARTES

- **EVALUACIÓN**

  INDICADOR DE EVALUACIÓN

  Representa **funciones elementales** por medio de gráficas.

  ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

Responda las siguientes preguntas en base a la lectura planteada:

- Explique la relación que existe entre el álgebra y la geometría y la necesidad de la representación gráfica de funciones generada en el contexto de la evolución de las matemáticas.
- Como influyó Rene Descartes en lo que hoy conocemos como representación gráfica de funciones y cuál era su finalidad.

- **ACTIVIDADES DE REFUERZO**

  Mirar el video Medida de Lugares Geométricos de la siguiente dirección en YOUTUBE

  https://www.youtube.com/watch?v=AFesTLfFeHk

- **OBSERVACIONES**

  …………………………………………………………………………………

  …………………………………………………………………………………

  …………………………………………………………………………………

  …………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

…………………………….

- **BIBLIOGRAFÍA**

Apostol, T. M. "Análisis Matemático". Addison Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1981.

Barahona, M. "Historia y evolución del concepto de función". Ediciones Librería Francesa, San José, 1992.

Bartle, R. y Sherbert, D. R. "Introducción al Análisis Matemático de una Variable". Editorial Limusa. México, 1996.

Bell, E.T. "Historia de las matemáticas". Fondo de Cultura Económica, Estados Unidos de América, 1997

Gutierrez, D., Jimenez, M., Jimenez, F., Rodriguez, L., Salazar, M. "Evolución del Concepto de Función y sus implicaciones en la enseñanza media de Costa Rica". Tesis para optar al Grado de Licenciados en Enseñanza de las Matemáticas. Sede de Occidente. UCR. II semestre, 2003.

Hitt, F. "Funciones en contexto". Pearson Educación. México, 2002.

Ruiz Higueras, L. "La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico". Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones e Intercambio Científico, 1998.

Spivak, M. "Cálculo Infinitesimal". Editorial Reverté, España, 2005.

Villalobos, L. "Un enfoque humano de la Matemática". Editorial: Escuela de Agricultura de la Región Húmeda (EARTH), 1995.

GUÍA NRO. 4

MEDIDA DE ÁNGULOS

LOS ÁNGULOS Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

EL RADIAN. La palabra radián es de moderna cosecha, que fue utilizada en 1871 por James Thomson, hermano del célebre físico Lord Kelvin (William Thomson), apareció por primera vez en la impresión del examen en cuestiones planteadas por él en Queen College de Belfast en 1873. Sugerencias anteriores fueron "rad" y "radial". En trigonometría elemental se siguen usando grados.

Lord Kelvin (William Thomson)

MEDIDA DE ÁNGULOS

LOS ÁNGULOS Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO:**

  Identificar los diferentes sistemas de medida de ángulos.

- **OBJETIVO:**

  Estudiar la historia de los diferentes sistemas de medida de ángulos basados en la fundamentación epistemológica.

- **ESTÁNDAR DE CALIDAD EDUCATIVO:**

  Estándares de aprendizaje:

  Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana.

  Estándares de desempeño profesional docente:

  El docente implementa procesos de enseñanza-aprendizaje en un clima que promueve la participación y el debate.

- **ESTRATEGIA METODOLÓGICA:**

  ERCA (Experiencia, Reflexión, Conceptualización, Aplicación)

- **ACTIVIDADES**

EXPERIENCIA

El estudiante realizará la siguiente lectura.

ÁNGULOS

La astronomía es la fuerza que condujo los avances en trigonometría.

Historia de la medición de ángulos.

La **historia de la trigonometría y de las funciones trigonométricas** podría extenderse por más de 4000 años. Los babilonios determinaron aproximaciones de medidas de ángulos o de longitudes de los lados de los triángulos rectángulos. Varias tablas grabadas sobre arcilla lo testimonian. Por ejemplo, una tablilla babilonia escrita en cuneiforme, denominada Plimpton 322 (en torno al 1900 a. C.) muestra quince ternas pitagóricas y una columna de números que puede ser interpretada como una tabla de funciones trigonométricas; sin embargo, existen varios debates sobre si, en realidad, se trata de una tabla trigonométrica.

Plimpton 322.

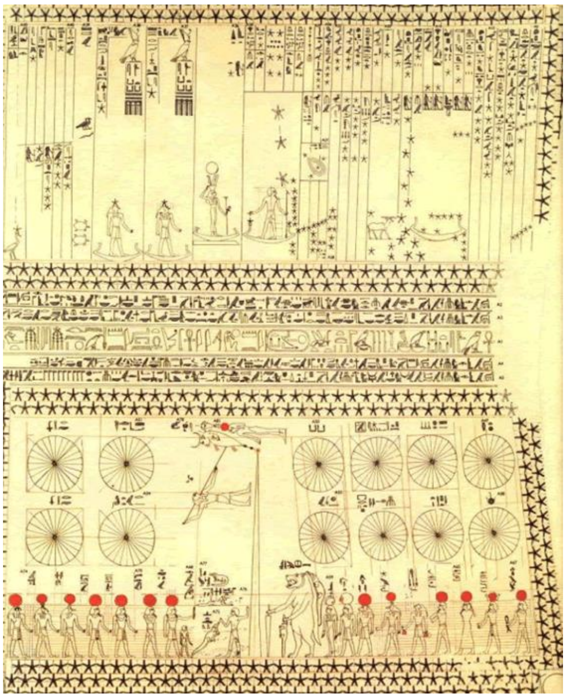
La unidad común de medida angular, el grado, se cree que se originó con los babilonios. En general se supone que la división de un círculo en 360 partes se basaba en la cercanía de este número a la duración del año, los 365 días.

Hiparco es uno de los grandes astrónomos griegos, la trigonometría tiene aparentemente sus inicios con sus trabajos.
Ciertamente los babilonios, egipcios y los primeros griegos sabían mucha astronomía antes de Hiparco, ellos también determinaron la posición de muchas estrellas en la esfera celeste antes que él, pero Hiparco es a quien se le atribuye la primera tabla de cuerdas.
Debe recordarse que en los días de Hiparco no existía tal cosa como las “razones trigonométricas”. Los griegos y, después de ellos, los hindúes y los árabes utilizaron "líneas" trigonométricas. Al principio, éstas tomaron la forma de cuerdas en un círculo y se hizo obligatorio hasta Claudio Ptolomeo asociar valores numéricos (o aproximaciones) con las cuerdas. Es probable que la medida de 360 grados procediera de la astronomía, donde el zodíaco había sido dividido en doce "signos" o 36 "decanos". Un ciclo de 360 días podía fácilmente hacerse coincidir con el sistema de los signos zodiacales y decanos al subdividir cada signo en treinta partes y cada decano en diez partes. Nuestro sistema común de medición de ángulos puede provenir de esta correspondencia. Además, dado que el sistema babilónico de posición para fracciones fue obviamente superior a las fracciones de unidad egipcias y a las fracciones comunes griegas, era natural para Claudio Ptolomeo subdividir sus grados en sesenta *partes (minutae primae)*, cada una de estas últimas en sesenta *partes (minutae secundae)* y así sucesivamente. Los traductores han sostenido que las frases latinas usadas en esta conexión han dado origen a nuestras palabras "minuto" y "segundo". Fue sin duda el sistema sexagesimal el que llevó a Ptolomeo a subdividir el

diámetro de su círculo trigonométrico en 120 partes, cada una de ellas a su vez subdividida en sesenta minutos y cada minuto en sesenta segundos.

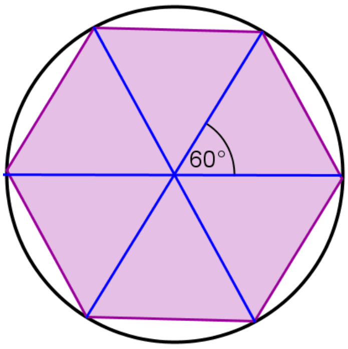
Los egipcios dividieron a los 360 grados de la eclíptica en 36 secciones de 10 grados cada uno. Esta división era 2300 años a. C. cada sección de diez grados (llamado decano de la palabra griega diez) contenía una constelación de estrellas, alineadas a lo largo de la eclíptica. Dado que la Tierra realiza una rotación completa en 24 horas, las estrellas en un nuevo decanato se levantarán sobre el horizonte más o menos cada 40 minutos. El sistema de decanos se utilizó para determinar las horas de la noche y las estaciones.

En la siguiente figura las divisiones en la parte superior de la tabla representan decanatos. La tabla se lee de derecha a izquierda y las imágenes representan Marte (el barco y el toro), Orión con las tres estrellas como el Sol y la Luna, Sirius, Júpiter, Saturno, Mercurio y Venus. La sección inferior contiene imágenes de dioses de las estrellas o los demonios. Ellos representan a algunos de los días más importantes del año. El cuadro es en gran parte simbólico y funcional, pero no contiene imágenes de algunos grupos importantes de las estrellas.



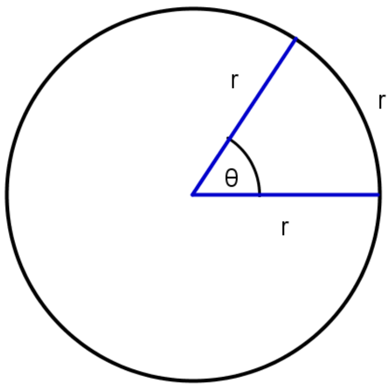
División de 360 grados de la eclíptica en 36 secciones de 10 grados cada uno.

Otra razón puede haber sido el hecho de que un círculo se divide naturalmente en seis partes iguales, cada uno que subtiende una cuerda igual al radio. Como sistema de numeración, el sistema sexagesimal es obsoleto, pero la división del círculo en 360 partes ha sobrevivido no sólo en la medida angular, sino también en la división de una hora en 60 minutos y un minuto en 60 segundos.



Hexágono regular inscrito en una circunferencia.

En tiempos más recientes la medida en radianes se ha adoptado universalmente como la unidad natural de medida angular. Un radián es el ángulo, que abarca una longitud de arco igual a un radio de la circunferencia. Dado que un círculo completo incluye dos radios $2\pi(\approx 6.28)$ a lo largo de la circunferencia, y cada uno de estos radios corresponden a un ángulo central de un radián, tenemos $360° = 2\pi$ radianes, por lo que $1\,radian = \frac{360°}{2\pi} \approx 57.29°$; un radián es una unidad más conveniente que el grado. Una razón para usar radianes es que simplifica muchas fórmulas. Por ejemplo, un arco circular de ángulo θ (donde θ está en radianes) subtiende un arco de longitud dada $s = r\,\theta$; pero si θ está en grados, la fórmula correspondiente es $s = \pi\, r\, \theta/180$. Del mismo modo, el área de un sector circular de ángulo θ es un $A = r^2\theta/2$ para θ en radianes y $A = \pi r^2\theta/360$ para θ en grados. El uso de radianes libera estas fórmulas del "incomodo factor no deseado" $\frac{\pi}{180}$ ó $\frac{\pi}{360}$.



Un radián.

Aún más importante, es el hecho de que un ángulo pequeño y su seno son casi iguales numéricamente si el ángulo es pequeño, la aproximación es cierta sólo si el ángulo se mide en radianes. Por ejemplo, usando una calculadora nos encontramos con que el seno de un grado $(sen\,1°)$ es 0.0174524; pero si el $1°$ es convertido a radianes, tenemos $1° = 2\pi/360° \approx 0.0174524$, por lo que el ángulo y su seno son iguales dentro de una cienmilésima. Para un ángulo de 0.5° (una vez más se expresa en radianes) el acuerdo es dentro de un millón, y así sucesivamente. Se expresa como $lim_{\theta\to 0}(sen\,\theta)/\theta\ = 1$.

La palabra radián es de moderna cosecha, que fue utilizada en 1871 por James Thomson, hermano del célebre físico Lord Kelvin (William Thomson), apareció por primera vez en la impresión del examen en cuestiones planteadas por él en Queen College de Belfast en 1873. Sugerencias anteriores fueron “rad” y “radial”. En trigonometría elemental se siguen usando grados.

LOS PRIMEROS ÁNGULOS.

En la época tan remota, de la construcción de las pirámides los sacerdotes de Egipto y de Sumeria ya estaban bien enterados de dos hechos que se observan en la bóveda celeste. Uno de estos fenómenos consiste en que siempre transcurre el mismo tiempo entre los momentos en que dos estrellas dadas pasan por el meridiano de un mismo lugar, o sea entre los instantes en que cada una de estas estrellas alcanza su más alta posición.

El otro hecho consiste en que, para cada lugar determinado del globo terrestre en el momento de pasar una estrella por el meridiano, el ángulo formado por la visual dirigido a ella y la línea horizontal (ángulo de altura) es siempre el mismo, como lo es el ángulo que dicha visual forma con el cenit (distancia cenital).

Los marinos fenicios también recogían información acerca de los fenómenos del firmamento, se dio un segundo paso de gran trascendencia. Los griegos de litoral ya sabían que la diferencia entre las distancias cenitales meridianas de dos estrellas dadas, cualesquiera es siempre la misma para dos lugares cualesquiera de la Tierra. Así es que en Menfis (Latitud $30°$ norte) la estrella sirio pasa por el meridiano a la distancia cenital de $45°5'$ sur, y la estrella Aldebarán pasa por el meridiano a la distancia aproximada de $14°$ la diferencia es de $32'5$. Los pueblos marítimos del mundo antiguo comprendieron que esto sucedía debido a que las estrellas guardaban entre sí distancias constantes y a causa de la redondez de la Tierra. Hasta hace unos 250 años a. C. se tenía poco conocimiento de las distancias. Por aquellos tiempos Eratóstenes llevó a cabo sus primeras mediciones del tamaño de la Tierra. A éstas siguió la invención de los mapas, los primeros fueron mapas celestes.

La construcción de mapas celestes proporcionó la base técnica necesaria para las grandes navegaciones y más adelante veremos que esta construcción tuvo la virtud de estimular ulteriores descubrimientos de nuevos recursos matemáticos.

REFLEXIÓN

Sobre la base de que necesidad aparecen las medidas de ángulos.

CONCEPTUALIZACIÓN

Con base en la lectura: El estudiante escribirá un párrafo en donde describirá sobre la base de que necesidad aparece el estudio de los ángulos y los sistemas de medición de estos.

APLICACIÓN

- Elaborar un cuadro comparativo que condense la información correspondiente al desarrollo histórico de la medición de Angulos.

- Resaltar los términos matemáticos que aparecen en el texto. Posteriormente seleccionar 12 de esos términos y consultar su definición. Elaborar un glosario con los mismos.

- Identificar los nombres de los matemáticos que aparecen en el documento. Posteriormente consultar **brevemente** sus biografías, señalando puntualmente los aportes que hicieron a la medición de ángulos.

- Consultar las aplicaciones de los ángulos en diferentes ciencias y campos del conocimiento. Anexar fuentes bibliográficas.

- **RECURSOS**

HUMANOS

- Docente
- Estudiantes

TECNOLÓGICO

- Internet
- Computador

- Proyectos

MATERIALES

- Material de escritorio
- Pizarra

TÉCNICOS

- Texto de lectura
- Video

- **FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

"Una función es una regla de correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto."

NICOLÁS BOURBAKI

- **EVALUACIÓN**

INDICADOR DE EVALUACIÓN

Identifica los diferentes sistemas de medida de ángulos.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

Responder las siguientes preguntas:

- Que fue lo que llevo a que el hombre tenga la necesidad de estudiar la medida de ángulos.
- Cuáles fueron las principales aportaciones y empleo de las medidas de ángulos delo egipcios.
- Cuáles fueron las principales aportaciones y empleo de las medidas de ángulos de los griegos.
- Cuáles fueron las principales aportaciones y empleo de las medidas de ángulos de otras culturas a lo largo de la historia.

- **ACTIVIDADES DE REFUERZO**

Mirar el video Medida de Ángulos de la siguiente dirección en YOUTUBE

https://www.youtube.com/watch?v=Pc1m9OktIFI

- **OBSERVACIONES**

……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………
…………………………

- **BIBLIOGRAFÍA**

Apostol, T. M. "Análisis Matemático". Addison Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1981.

Barahona, M. "Historia y evolución del concepto de función". Ediciones Librería Francesa, San José, 1992.

Bartle, R. y Sherbert, D. R. "Introducción al Análisis Matemático de una Variable". Editorial Limusa. México, 1996.

Bell, E.T. "Historia de las matemáticas". Fondo de Cultura Económica, Estados Unidos de América, 1997

Gutierrez, D., Jimenez, M., Jimenez, F., Rodriguez, L., Salazar, M. "Evolución del Concepto de Función y sus implicaciones en la enseñanza media de Costa Rica". Tesis para optar al Grado de Licenciados en Enseñanza de las Matemáticas. Sede de Occidente. UCR. II semestre, 2003.

Hitt, F. "Funciones en contexto". Pearson Educación. México, 2002.

Ruiz Higueras, L. "La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico". Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones e Intercambio Científico, 1998.

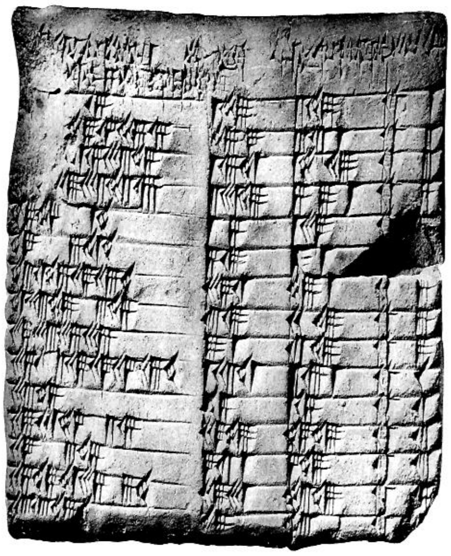
Spivak, M. "Cálculo Infinitesimal". Editorial Reverté, España, 2005.

Villalobos, L. "Un enfoque humano de la Matemática". Editorial: Escuela de Agricultura de la Región Húmeda (EARTH), 1995.

GUÍA NRO. 5

LA TRIGONOMETRÍA Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

INICIOS DE LA TRIGONOMETRÍA: Los babilonios determinaron aproximaciones de medidas de ángulos o de longitudes de los lados de los triángulos rectángulos. Varias tablas grabadas sobre arcilla seca lo testimonian. Así, por ejemplo, una tablilla babilónica escrita en cuneiforme, denominada Plimpton 322 (en torno al 1900 a. C.) muestra quince ternas pitagóricas y una columna de números que puede ser interpretada como una tabla de funciones trigonométricas



Tablilla babilonia Plimpton 322

LA TRIGONOMETRÍA Y SU FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

- **DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO:**

  Desarrollar una compresión de la evolución de la trigonometría como ciencia parte de la matemática.

- **OBJETIVO:**

  Comprender cada una de las etapas de evolución de la trigonometría a lo largo de la historia y comprender su importancia de estudio, con base en su epistemología.

- **ESTÁNDAR DE CALIDAD EDUCATIVO:**

  Estándares de aprendizaje:

  Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana.

  Estándares de desempeño profesional docente:

  El docente implementa procesos de enseñanza-aprendizaje en un clima que promueve la participación y el debate.

- **ESTRATEGIA METODOLÓGICA:**

  ERCA (Experiencia, Reflexión, Conceptualización, Aplicación)

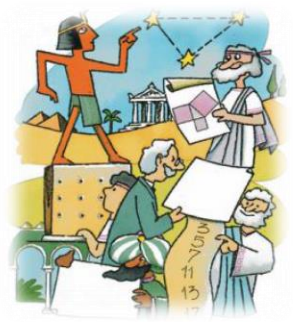
- **ACTIVIDADES**

EXPERIENCIA

El estudiante realizará la siguiente lectura.

HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA

INTRODUCCIÓN



La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos, siendo su significado etimológico "medida de triángulos". Se divide en dos ramas fundamentales:

Trigonometría plana: Se ocupa de las figuras bidimensionales, o sea, las contenidas en un plano.

Trigonometría esférica: Se ocupa de los triángulos que forman parte de la superficie de una esfera. El estudio de la trigonometría permite resolver una gran cantidad de situaciones y problemas en el mundo real, resultando fundamental especialmente en cualquier tipo de aplicación basada en geometrías y distancias.

De hecho sus primeras aplicaciones fueron en el ámbito de la astronomía, la navegación y la geodesia; casos en los que no es posible hacer mediciones de manera directa o donde las distancias son inaccesibles, como la distancia de la Tierra a la Luna o la medida del radio del Sol.

Otras aplicaciones interesantes de la trigonometría se realizan en Física, o en Ingeniería en casi todas sus ramas, siendo muy importante en el estudio de fenómenos periódicos, por ejemplo en el flujo de corriente alterna para la ingeniería eléctrica.

HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA

Los orígenes de la trigonometría se remontan a las matemáticas de la antigüedad. Su evolución está relacionada con los trabajos y avances científicos y tecnológicos que se fueron presentando de acuerdo a los distintos pueblos y culturas donde se iba y se ha desarrollado.

Babilonia y Egipto

Hace más de 3.000 años los babilonios y los egipcios ya empleaban los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para realizar medidas en agricultura los primeros, y nada más y nada menos que en la construcción de las pirámides por los segundos.
También se aplicaron en los primeros estudios de astronomía para el cálculo de la posición de cuerpos celestes y la predicción de sus órbitas, en los calendarios y el cálculo del tiempo, y por supuesto en navegación para mejorar la exactitud de la posición y de las rutas.
Fueron los egipcios quienes establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos, criterio que se ha mantenido hasta hoy en día.

Grecia antigua (Ancient Greece)

Los conocimientos de los pueblos anteriores pasaron a Grecia, donde destacó el matemático y astrónomo Hiparco de Nicea en el S.II a.C, siendo uno de los principales desarrolladores de la trigonometría.

Hiparco construyó las tablas de “cuerdas1” para la resolución de triángulos planos, que fueron las precursoras de las tablas de las funciones trigonométricas de la actualidad.

300 años más tarde el astrónomo alejandrino Tolomeo adoptó el sistema numérico sexagesimal (base 60) de los babilonios.
Tolomeo incorporó también en su gran libro de astronomía “El Almagesto” una tabla de cuerdas con un error menor que 1/3.600 de unidad. Junto a ella explicaba su método para compilarla, y a lo largo del libro daba bastantes ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los conocidos.
Además de eso Tolomeo enunció el llamado “teorema de Menelao”, utilizado para resolver triángulos esféricos, y aplicó sus teorías trigonométricas en la construcción de astrolabios y relojes de sol. La trigonometría de Tolomeo se empleó durante muchos siglos como introducción básica para los astrónomos.

India (India)

Al mismo tiempo que los griegos, los astrónomos de la India desarrollaron también un sistema trigonométrico, pero basado en la función seno en vez de en cuerdas. Aunque, al contrario que el seno utilizado en la actualidad, esta función no era una proporción, sino la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada. Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para esa función seno en sus tablas.

Arabia. (Arabia)

A finales del siglo VIII los astrónomos árabes continuaron con los estudios de trigonometría heredados de los pueblos de Grecia y de la India, pero prefirieron trabajar con la función seno.

De esta forma, a finales del siglo X ya habían completado tanto la función seno como las otras cinco funciones trigonométricas: coseno tangente, cotangente, secante y cosecante.

También descubrieron y demostraron teoremas fundamentales de la trigonometría, tanto para triángulos planos como esféricos, donde incorporaron el triángulo polar.

Estos matemáticos árabes fueron quienes dieron lugar, con sus aproximaciones a los valores modernos de las funciones trigonométricas.

Todos estos descubrimientos los fueron aplicando a la astronomía, logrando medir el tiempo astronómico, e incluso los utilizaron para encontrar la dirección de la Meca, tan fundamental a la hora de realizar las cinco oraciones diarias requeridas por la ley islámica orientados en esa dirección.

Los científicos árabes también compilaron tablas de gran exactitud.

Además, el primer estudio de las trigonometría plana y esférica como ciencias matemáticas independientes lo realizó el gran astrónomo Nasir al-Din al-Tusi en su obra “Libro de la figura transversal”.

Occidente (Occident)

La trigonometría se introdujo en occidente sobre el siglo XII a través de traducciones de libros de astronomía arábigos. En Europa fue el matemático y astrónomo alemán Johann Müller, más conocido como Regiomontano, quien realizó el primer trabajo importante en esta materia, llamado “De Triangulus”.

Durante el siguiente siglo otro astrónomo alemán, Georges Joachim, conocido como Retico, introdujo el concepto moderno de funciones trigonométricas como proporciones en vez de como longitudes de ciertas líneas.

Ya en el S.XVI el matemático francés François Viete incorporó en su libro "Canon matemáticas" el triángulo polar en la trigonometría esférica, y encontró fórmulas para expresar las funciones de ángulos múltiples en función de potencias de las funciones de los ángulos simples.

Desde entonces, la trigonometría como estudio de las líneas circulares, y el álgebra de los polinomios, se prestan mucho apoyo.

Trigonometría en tiempos modernos

A principios del S.XVII se produjo un gran avance en los cálculos trigonométricos gracias al matemático escocés John Napier, que fue el inventor de los logaritmos. También encontró reglas mnemotécnicas para resolver triángulos esféricos, y algunas proporciones para resolver triángulos esféricos oblicuos, llamadas analogías de Napier.

Medio siglo después, el genial Isaac Newton inventó el cálculo diferencial e integral, logrando así representar muchas funciones matemáticas mediante el uso de series infinitas de potencias de la variable x.

En la rama de trigonometría, Newton encontró la serie para el sen x, y series similares para el cos x y la tg x.

Con la invención del Cálculo, las funciones trigonométricas fueron incorporadas al Análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.

Por último, en el siglo XVIII, el matemático suizo Leonhard Euler fue quien verdaderamente fundó la trigonometría moderna, definiendo las funciones trigonométricas mediante expresiones con exponenciales de números complejos. Euler demostró que las propiedades básicas de la trigonometría eran simplemente producto de la aritmética de los números complejos.

Fuente: Historia y didáctica de la matemática_Francisco Luis Flores Gil

REFLEXIÓN

A lo largo de la historia ¿Cuál fue la evolución de la trigonometría?

CONCEPTUALIZACIÓN

El estudiante escribirá un concepto de trigonometría.

APLICACIÓN

- Elaborar un cuadro comparativo que condense la información correspondiente al desarrollo histórico de la trigonometría.

- Resaltar los términos matemáticos que aparecen en el texto. Posteriormente seleccionar 12 de esos términos y consultar su definición. Elaborar un glosario con los mismos.

- Identificar los nombres de los matemáticos que aparecen en el documento. Posteriormente consultar **brevemente** sus biografías, señalando los aportes que hicieron a la trigonometría.

- Consultar las aplicaciones de la trigonometría en diferentes ciencias y campos del conocimiento. Anexar fuentes bibliográficas.

- **RECURSOS**

HUMANOS

- Docente
- Estudiantes

TECNOLÓGICO

- Internet
- Computador
- Proyectos

MATERIALES

- Material de escritorio
- Pizarra

TÉCNICOS

- Texto de lectura
- Video

- **FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

"Quizás el primer matemático europeo que se adentró en el campo de la trigonometría fue Johann Müller, conocido como Regiomontano debido a la traducción al latín de su ciudad de origen: Königsberg. Su obra fundamental es De Triangulis Omnimodis*, en la que, con una estructura similar a los Elementos de Euclides, trata sobre las definiciones básicas relacionadas con la trigonometría, establece el Teorema de los Senos y otros 55 teoremas más y los aplica a la resolución de triángulo, ofrece una fórmula para calcular el área de un triángulo en función de 2 de sus lados y el ángulo que forman, y, finalmente, se ocupa de diversos aspectos de la trigonometría esférica.."*

Johann Müller

- **EVALUACIÓN**

INDICADOR DE EVALUACIÓN

Identificar la evolución de la trigonometría como ciencia parte de la matemática.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

Leer detalladamente el documento "Historia de la trigonometría". Posteriormente y con base en este realizar las siguientes actividades:

Responder las siguientes preguntas:

 ¿A qué se hace referencia, cuando en el texto se menciona que los primeros elementos de la trigonometría se emplearon en Babilonia y en

Egipto para el cálculo de la posición de los cuerpos celestes y la predicción de sus órbitas?

 ¿Qué importancia tiene la Meca para los islamitas y cuál fue su “influencia” en el desarrollo histórico de la trigonometría?

 ¿Qué entiende por Trigonometría plana y por trigonometría esférica? Elaborar un dibujo para establecer diferencias entre estas.

 En el texto se menciona en repetidas ocasiones que la evolución histórica de la trigonometría estuvo relacionada con el desarrollo de diferentes actividades como la astronomía, la agricultura, la navegación, etc. ¿De qué manera consideras que pueden utilizarse los triángulos para describir este tipo de situaciones? Explicar

ACTIVIDADES DE REFUERZO

- Mirar el video Trigonometría II de la siguiente dirección en YOUTUBE
  https://www.youtube.com/watch?v=_ycojt2J3AU

- **OBSERVACIONES**
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  ………………………………………………………………………………………
  …………………………..
- **BIBLIOGRAFÍA**

Apostol, T. M. "Análisis Matemático". Addison Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1981.

Barahona, M. "Historia y evolución del concepto de función". Ediciones Librería Francesa, San José, 1992.

Bartle, R. y Sherbert, D. R. "Introducción al Análisis Matemático de una Variable". Editorial Limusa. México, 1996.

Bell, E.T. "Historia de las matemáticas". Fondo de Cultura Económica, Estados Unidos de América, 1997

Gutierrez, D., Jimenez, M., Jimenez, F., Rodriguez, L., Salazar, M. "Evolución del Concepto de Función y sus implicaciones en la enseñanza media de Costa Rica". Tesis para optar al Grado de Licenciados en Enseñanza de las Matemáticas. Sede de Occidente. UCR. II semestre, 2003.

Hitt, F. "Funciones en contexto". Pearson Educación. México, 2002.

Ruiz Higueras, L. "La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico". Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones e Intercambio Científico, 1998.

Spivak, M. "Cálculo Infinitesimal". Editorial Reverté, España, 2005.

Villalobos, L. "Un enfoque humano de la Matemática". Editorial: Escuela de Agricultura de la Región Húmeda (EARTH), 1995.

6.7. IMPACTOS

A nivel social el impacto de esta guía será sobre la sociedad que integra el Colegio Universitario "UTN", tanto a docentes, directivos, y estudiantes. Puesto que esta guía plantea un proceso de enseñanza aprendizaje el cual rescata e involucra la historia de los conocimientos que se comparten en matemática con la finalidad de valorar, analizar y reflexionar acerca de la importancia de esta ciencia; Propone que la investigación acerca de antecedentes históricos motivará e impulsará la curiosidad por los fundamentos del surgimiento de la matemática, posibilitando cimentar oportunamente los conocimientos, bajo la guía de los docentes, esto a la vez contribuirá a contrarrestar la deficiencia de la utilización de recursos y aportará a concienciar que la matemática es la ciencia aliada de los seres humanos.

A nivel pedagógico, permitirá tener un mejor acercamiento del estudiante con la historia de los conocimientos que aprende en matemática, lo cual es ventajoso en el sentido de que el educando ya no verá a las matemáticas como conceptos puramente abstractos aparentemente salidos de la nada, sino que podrá investigar, analizar y reflexionar acerca de la necesidad de incursionar en el campo de esta ciencia.

A nivel metodológico, brindará a los docentes y estudiantes una herramienta de apoyo de fácil e interesante estudio lo cual aporta gradualmente a un corresponsal desenvolvimiento en los ambientes de aprendizaje, posibilitando desarrollar las habilidades cognitivas que le permiten al estudiante ser crítico con el conocimiento adquirido.

6.8. DIFUSIÓN

La difusión de la guía se la realizó mediante una socialización que se llevó a cabo con la participación de padres de familia, docentes, estudiantes y directivos de la institución, explicando y mostrando la estructura y manejo. Acogiendo las sugerencias e inquietudes de los presentes.

6.9. BIBLIOGRAFÍA

- ALMEIDA, E. (12 de septiembre de 2013). Introducción al BGU 2013. Ibarra, Imbabura, Ecuador.
- ANDRANGO, A, MEJÍA, P. (2010). “El aprendizaje de la matemática en los estudiantes del primer año de bachillerato especialidad físico matemático, en los colegios universitario “UTN” y nacional Ibarra, durante el año lectivo 2009-2010”, Tesis de pregrado, Universidad Técnica del Norte. Ibarra.
- BALLÉN, J. (2012). “El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo”, Tesis de posgrado, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.
- CALERO, M. (2013) “Aprendizaje sin límites: Constructivismo”, primera edición, editorial Alfa omega.
- CAMBURSANO, S., ANDRADA, S. (2013) “Enseñanza de la psicología en las ciencias de la educación” Editorial Brujas.
- CARLOSAMA, J. (2012). “El aprendizaje significativo de matemática en los estudiantes de 2do año de bachillerato especialidad físico matemático en los colegios: nacional “Ibarra”, nacional “Víctor Mideros”, Tesis de pregrado, Universidad Técnica del Norte, Ibarra.
- DÍAZ-BARRIGA, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5 (2), en http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html

- GALDOS, L. 2007. Matemática Galdós, editorial. Madrid, España. Pg. 6-7, 24 – 27, 30 – 32
- GUERRERO, D. (2011). “Incidencia motivacional de las estrategias metodológicas aplicadas en la enseñanza de las expresiones algebraicas, en octavo grado, en un colegio de carácter oficial de la ciudad de Manizales”, Tesis de posgrado, Universidad Nacional de Colombia. Manizales.
- LAUREN, B. y otros (2001). “La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos”. Paidós-MEC. Pg.6-7
- MESA, Fernando, Fernández Sánchez, Oscar, Mónica Angulo, Cruz (2012) “Formación de profesores de matemática” primera edición, editorial ECOE, Bogotá
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. (2010). Libro De Matemáticas. Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica. Quito, Ecuador. Pg. 23
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. (2011). Libro del Docente. Curso de pedagogía y didáctica. Programa de formación continua del magisterio fiscal. Quito, Ecuador. Pg. 123, 161
- MONSERRATE, M. (2011). “La motivación y su incidencia en la predisposición en los estudiantes para abordar el aprendizaje de la matemática en el 10mo año de educación básica de los colegios urbanos marginales de la ciudad de pasaje del periodo lectivo 2010 - 2011”, Tesis de pregrado, Universidad de Machala. Machala
- MUZÁS, M Dolores, Blanchard, Mercedes, (2007) “propuesta metodológica para profesores flexibles”
- ORDÓÑEZ, C. (2004). Pensar pedagógicamente desde el constructivismo. De las concepciones a las prácticas pedagógicas. Revista de Estudios Sociales, No. 19, pp. 7 – 12.
- ORTIZ, F. (2005). “historia de la matemática” primera edición, volumen uno, Lima, Perú.

- PÉREZ, M. (2013). "UNA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS RETOS Y CONQUISTAS A TRAVÉS DE SUS PERSONAJES". Editorial visión libros, Madrid, España.
- RODRIGUEZ, T. (2012) "Metodología y evaluación: desarrollo de destrezas con criterio de desempeño" Editorial Letra sabia.
- SÁENZ, E. (2005). "Apuntes para el curso Historia de las Matemáticas" Universidad Autónoma de Nueva León.
- SCHUNK, D. H. (2012). Teorías del Aprendizaje (Sexta ed.). (M. Vega Pérez, Ed.) México: Pearson.
- TERRÉ, V. y García, C. (2009). "Desarrollo del aprendizaje cognitivo", Editorial Suzaeta. Madrid. España.
- WOOLFOLK, A. (2010) "Psicología Educativa", decimoprimera edición, editorial Pearson educación, México.

Linkografía

- Evaluación Del Aprendizaje En Los Alumnos Con Necesidades Educativas Especiales.

  http://educrea.cl/evaluacion-del-aprendizaje-en-los-alumnos-con-necesidades-educativas-especiales/

  Recuperado el 10 de enero del 2015
- Tipos de Evaluación Educativa
  http://educacion.laguia2000.com/evaluacion/tipos-de-evaluacion-educativa
  Recuperado el 10 de enero del 2015
- Tipos de Evaluación
  http://www.mzapata.uncu.edu.ar/upload/tipos-de-evaluacion.pdf
  Recuperado el 10 de enero del 2015
- Aprendizaje basado en problemas

http://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_basado_en_problemas.pdf
Recuperado el 10 de enero del 2015

- Ideas De Los Profesores De Física Sobre La Enseñanza De La Solución De Problemas En El Bachillerato
http://apice.webs.ull.es/pdf/142-046.pdf
Recuperado el 10 de enero del 2015
- Aprendizaje basado en competencias y habilidades
http://www2.uca.es/escuela/emp_je/jornadaseees/documentos/ponencias/ponencia_sevilla.pdf
Recuperado el 10 de enero del 2015
- Evaluación del Aprendizaje
http://www.monografias.com/trabajos93/la-evaluacion-aprendizaje/la-evaluacion-aprendizaje.shtml
Recuperado el 10 de enero del 2015
- Usar la evaluación en el aula para mejorar
http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-162385.html
Recuperado el 10 de enero del 2015
- Evaluación educativa: Cómo mejorar el aprendizaje de los alumnos por medio de la evaluación.
http://www.consejo.org.ar/publicaciones/ue/ue69/educa.htm
Recuperado el 10 de enero del 2015
- Evaluación dentro del proceso de Enseñanza-aprendizaje
http://medicina.usac.edu.gt/fase4/docu-apoyo-aseiv/evaluacion-dentro-del-proceso-ea.pdf

  Recuperado el 10 de enero del 2015

ANEXOS

ANEXO 1

MATRIZ FODA

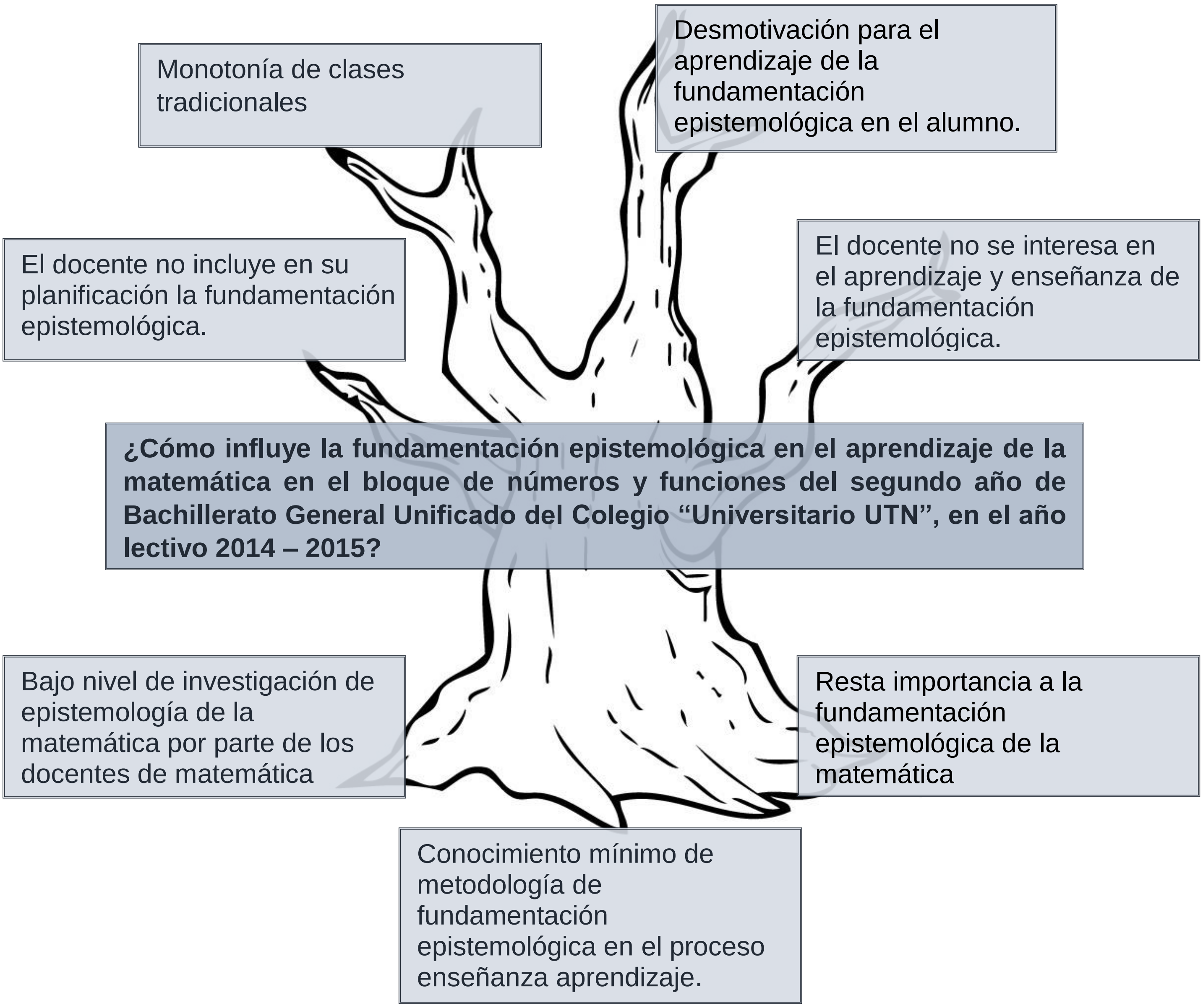
Tabla Nro. 18: Matriz FODA

<table>
<tr><th colspan="4">FODA</th></tr>
<tr><td colspan="2">INTERNO</td><td colspan="2">INTERNO</td></tr>
<tr><td colspan="2">FORTALEZAS</td><td colspan="2">DEBILIDADES</td></tr>
<tr><td>AUMENTAR</td><td>¿En que eres bueno?
¿Tienes algo que te diferencie?
✓ Tener acceso al apoyo de alumnos-maestros.
✓ Buen ambiente del aula
✓ Participación en clase de los alumnos, clases dinámicas.
✓ Confianza entre estudiantes y alumnos-maestros.
✓ Materiales didácticos gratuitos.</td><td>¿Qué puedes mejorar?
¿Tienes menos ventaja que otros?
✓ Deshonestidad académica.
✓ Bulling entre compañeros.
✓ Abuso de autoridad.
✓ Mal de uso de la tecnología en los docentes
✓ Desinterés por aprender de parte de los estudiantes.
✓ Distracciones en clase, mal uso de la tecnología
✓ Escaso dominio de material tecnológico (calculadoras)
✓ Excesivo número de deberes.
✓ Deficiente metodología de algunos docentes.
✓ Miedo a pedir ayuda en temas que no se entienden de parte de los estudiantes.
✓ Escasa motivación para mejorar el aprendizaje.</td><td>DISMINUIR</td></tr>
<tr><td colspan="2">OPORTUNIDADES</td><td colspan="2">AMENAZAS</td></tr>
<tr><td colspan="2">EXTERNO</td><td colspan="2">EXTERNO</td></tr>
<tr><td>APROVECHAR</td><td>¿Qué oportunidades tienes a tu alcance?
¿De qué tendencia te puedes beneficiar?
✓ Apoyo económico e infraestructural de la Universidad Técnica del Norte.
✓ Acceso a becas para estudiantes de alto rendimiento académico.
✓ Refuerzo académico.
✓ Exámenes de Recuperación
✓ Acceso a actividades extracurriculares.</td><td>¿Qué te podría distraer?
¿Qué hace tu competencia?
✓ Influencia negativa de factores externos en la formación integral del estudiante del Colegio.
✓ Presencia de Hogares disfuncionales.
✓ Deficiente vinculación de los padres de familia en el proceso enseñanza-aprendizaje.</td><td>NEUTRALIZAR</td></tr>
</table>

Autor: Christian Paspuel

ANEXO 2

ÁRBOL DEL PROBLEMA



ANEXO 3

MATRIZ DE COHERENCIA

Tabla Nro. 19: Matriz de coherencia

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVO GENERAL
¿Cómo influye la fundamentación epistemológica en el aprendizaje de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio "Universitario UTN", en el año lectivo 2014 – 2015?	Determinar la influencia de la fundamentación epistemológica en el aprendizaje de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio "Universitario UTN", en el año lectivo 2014 – 2015.
INTERROGANTES DE INVESTIGACIÓN	**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**
✓ ¿Es posible mejorar la calidad del aprendizaje de los significados de los objetos matemáticos, considerando el estudio epistemológico del desarrollo de la matemática? ✓ ¿Qué tan eficaces resultan los diseños instruccionales con apoyo en el análisis epistemológico del desarrollo de la matemática en la construcción de los significados de los objetos matemáticos?	✓ Diagnosticar la influencia de la fundamentación epistemológica en el aprendizaje de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio "Universitario UTN", en el año lectivo 2014 – 2015. ✓ Estructurar los fundamentos teóricos y científicos que sustenten el tema de investigación.

✓ ¿Cuál es el efecto del el estudio epistemológico del desarrollo de la matemática, en las concepciones de los estudiantes sobre la ciencia en general y de la matemática en particular?	✓ Proponer una guía didáctica de estrategias metodológicas para la enseñanza con fundamentación epistemológica de la matemática en el bloque de números y funciones del segundo año de Bachillerato General Unificado. ✓ Socializar una guía didáctica de las estrategias metodológicas con los y las estudiantes y docentes del Colegio Universitario "UTN" del área de matemática.

Autor: Christian Paspuel

ANEXO 4

ENCUESTA PARA ESTUDIANTES

UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Encuesta dirigida a los **estudiantes** de segundo año de bachillerato general unificado del Colegio “UNIVERSITARIO UTN” de la ciudad de Ibarra.

Cordialmente solicito llenar la siguiente encuesta, misma que está encaminada a obtener información sobre la enseñanza de la epistemología de la matemática.

Marque con una **X** la respuesta que Ud. crea conveniente.

1. Disfruta usted de las clases de matemáticas.

Mucho	Poco	Nada

2. Las clases de matemáticas que usted recibe son:

Teóricas	Prácticas	Teórico - práctica

3. Cuando recibe un conocimiento nuevo con antecedentes históricos, el interés en el tema que genera en usted es:

Alto	Medio	Bajo

4. El conocimiento que tiene usted de la historia de la matemática es:

Alto	Medio	Bajo

5. ¿En el transcurso de la vida estudiantil usted ha investigado a cerca de la historia de la matemática?

Siempre	A veces	Nunca

6. Qué nivel de interés genera o generaría en usted el aprendizaje de la historia de la matemática.

Alto	Medio	Nulo

7. ¿Conoce usted si en el texto guía que utiliza usted existen temas que realce la historia de la matemática?

Si	No

8. ¿Qué nivel de conocimiento cree usted que tiene el docente de matemática de la historia de la asignatura?

Alto	Medio	Nulo

9. ¿EL docente imparte la asignatura de matemáticas incluyendo en los contenidos la historia donde amerite?

Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca

10. Conoce usted el significado o la definición de epistemología.

Si	No

Sabiendo que la epistemología es una disciplina que estudia cómo se genera y se valida el conocimiento de las ciencias o también dicho de otra manera es el estudio de la historia de la ciencia de forma válida y en el caso de la matemática, es el estudio de su historia. Conteste las siguientes interrogantes.

11. Cree usted que la enseñanza de la epistemología con los contenidos de la matemática incentive al aprendizaje de forma.

Alta	Media	Baja

12. Cree usted que la incidencia en el aprendizaje significativo de la matemática con su epistemología sería:

Mejor	Igual	Bajo

13. ¿Para el aprendizaje le gustaría tener un software educativo sobre epistemología de matemática relacionados a los contenidos de la materia?

Si	No

14. ¿Para el aprendizaje le gustaría tener una página web interactiva, dinámica y didáctica sobre epistemología de matemática relacionados a los contenidos de la materia? Gira

Si	No

15. ¿Para el aprendizaje le gustaría tener una guía didáctica sobre epistemología de matemática relacionados a los contenidos de la materia?

Si	No

ANEXOS 5

MATRIZ INSTRUMENTAL

Tabla Nro. 20: Matriz Instrumental

TIPOS	MÉTODOS	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
✓ Investigación de Campo. ✓ Investigación Documental. ✓ Investigación Descriptiva. ✓ Proyecto Factible.	✓ Observación Científica ✓ Inductivo-Deductivo ✓ Histórico – Lógico ✓ Analítico – Sintético ✓ Estadístico	Observación	Ficha de observación
		Recolección de Información	Uso de la Tecnología
		Encuesta	Cuestionario

Autor: Christian Paspuel

ANEXOS 6

FOTOGRAFÍAS

Fotografía Nro. 1: Sr. Christian Paspuel y los estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado. (Socializando la propuesta)

Fotografía Nro. 2: Sr. Christian Paspuel y los estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado. (Socializando la propuesta)

Fotografía Nro. 3: Sr. Christian Paspuel y los estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado. (Socializando la propuesta)

COLEGIO UNIVERSITARIO "UTN"
Anexo a la Facultad de Educación, Cuenca y Tecnología
Ibarra-Ecuador

Ibarra, 16 de Junio de 2015

CERTIFICADO

Que el señor PASPUEL MONROY CHRISTIAN GULFRAN con número de cédula 1002437802 socializo y validó la guía didáctica de **"INFLUENCIA DE LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL BLOQUE DE NÚMEROS Y FUNCIONES DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO "UNIVERSITARIO UTN", EN EL AÑO LECTIVO 2014 – 2015."**, a los señores docentes del área de Matemática y Física del Colegio universitario "UTN". Acción que se llevó a cabo el día 12 de junio del 2015.

Particular que informo para los fines pertinentes.

Atentamente,

Lic. HERNÁN SARMIENTO
INSPECTOR GENERAL

COLEGIO UNIVERSITARIO
UTN
INSPECCION GENERAL
IBARRA - ECUADOR

COLEGIO UNIVERSITARIO "UTN"
Anexo a la Facultad de Educación, Cuenca y Tecnología
Ibarra-Ecuador

Ibarra, 26 de Mayo de 2015

CERTIFICADO

Que el señor PASPUEL MONROY CHRISTIAN GULFRAN con número de cédula 1004096762, aplico encuestas a los docentes del área Matemática y Física y estudiantes de segundo año de Bachillerato General Unificado del Colegio universitario "UTN", como parte del desarrollo de su trabajo de grado titulado: **"INFLUENCIA DE LA FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL BLOQUE DE NÚMEROS Y FUNCIONES DEL SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO "UNIVERSITARIO UTN", EN EL AÑO LECTIVO 2014 – 2015."**. Acción que se llevó a cabo el 19 de mayo del 2015.

Particular que informo para los fines pertinentes.

Atentamente,

Lic. HERNÁN SARMIENTO
INSPECTOR GENERAL

COLEGIO UNIVERSITARIO
UTN
INSPECCIÓN GENERAL
IBARRA - ECUADOR