



**“UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA EN CIENCIAS APLICADAS  
CARRERA DE INGENIERÍA EN MECATRÓNICA”**

**TRABAJO DE GRADO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO EN MECATRÓNICA**

**TITLE:**

**“INVERTED PENDULUM CONTROLLED VIA REAL-TIME  
TECHNIQUES: PLANT DEVELOPMENT AND MODELING”**

**TEMA:**

**“PÉNDULO INVERTIDO CONTROLADO CON TÉCNICAS DE  
TIEMPO REAL: DESARROLLO Y MODELADO DE LA  
PLANTA”**

**Autor:**

**ALEXIS DAMIAN MONTALVO GUERRERO**

**Director tesis:**

**Ing. Cosme Mejía**

**Ibarra-Ecuador**

**2017**



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE  
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA  
AUTORIZACIÓN DE USO Y PUBLICACIÓN  
A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE**

**IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA.**

La Universidad Técnica del Norte dentro del proyecto Repositorio Digital Institucional, determinó la necesidad de disponer de textos completos en formato digital con la finalidad de apoyar los procesos de investigación, docencia y extensión de la Universidad. Por medio del presente documento dejo sentada mi voluntad de participar en este proyecto, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

<b>Datos de Contacto :</b>	
<b>CÉDULA DE IDENTIDAD:</b>	0401702477
<b>APELLIDOS Y NOMBRES:</b>	Alexis Damián Montalvo Guerrero
<b>DIRECCIÓN:</b>	Conjunto Habitacional Atlanta II, La Victoria
<b>EMAIL:</b>	admONTALVOG@UTN.EDU.EC
<b>TELÉFONO FIJO:</b>	062-615148
<b>TELÉFONO MÓVIL:</b>	0991645388

<b>DATOS DE LA OBRA:</b>	
<b>TÍTULO:</b>	<b>INVERTED PENDULUM CONTROLLED VIA REAL-TIME TECHNIQUES: PLANT DEVELOPMENT AND MODELING</b>
<b>AUTOR:</b>	ALEXIS DAMIAN MONTALVO GUERRERO
<b>FECHA:</b>	
<b>PROGRAMA:</b>	PREGRADO
<b>TÍTULO POR EL QUE OPTA:</b>	INGENIERO EN MECATRÓNICA
<b>DIRECTOR:</b>	Ing. Cosme Mejía

## **AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD**

Yo, Alexis Damián Montalvo Guerrero con cédula de identidad Nro. 040170247-7, en calidad de autor y titular de los derechos patrimoniales de la obra o trabajo de grado descrito anteriormente, hago entrega del ejemplar respectivo en formato digital y autorizo a la Universidad Técnica del Norte, la publicación de la obra en el Repositorio Digital Institucional y uso del archivo digital en la Biblioteca de la Universidad con fines académicos, para ampliar la disponibilidad del material y como apoyo a la educación, investigación y extensión; en concordancia con la Ley de Educación Superior Artículo 144.

## **CONSTANCIA DE ORIGINALIDAD Y RESPONSABILIDAD**

El autor manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrollo sin violar derechos de autores de terceros, por lo tanto la obra es original, y que es el titular de los derechos patrimoniales, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, 25/7/2017



Firma

Nombre: Alexis Damián Montalvo Guerrero

Cédula: 040170247-7



## LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

### CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE GRADO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE

Yo, Alexis Damián Montalvo Guerrero, con cédula de identidad Nro. 040170247-7, manifiesto mi voluntad de ceder a la Universidad Técnica del Norte los derechos patrimoniales consagrados en la Ley de Propiedad Intelectual del Ecuador, artículos 4, 5 y 6, en calidad de autor (es) de la obra o trabajo de grado denominado: **INVERTED PENDULUM CONTROLLED VIA REAL-TIME TECHNIQUES: PLANT DEVELOPMENT AND MODELING.**, que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero en Mecatrónica, en la Universidad Técnica del Norte, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Técnica del Norte.

Ibarra, 25/7/2017

Firma

Nombre: Alexis Damián Montalvo Guerrero

Cédula: 040170247-7

---

## DECLARACIÓN

Yo, ALEXIS DAMIAN MONTALVO GUERRERO, declaro bajo juramento que el trabajo aquí escrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Universidad Técnica del Norte - Ibarra, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.



Nombre: ALEXIS DAMIAN MONTALVO GUERRERO

Cédula: 040170247-7

---

## CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente Trabajo de Grado “INVERTED PENDULUM CONTROLLED VIA REAL-TIME TECHNIQUES: PLANT DEVELOPMENT AND MODELING”, fue desarrollado por el egresado ALEXIS DAMIAN MONTALVO GUERRERO, bajo mi supervisión, lo cual certifico en honor a la verdad.



Ing. Cosme Mejía

DIRECTOR DEL PROYECTO

---

# AGRADECIMIENTO

No es fácil dar gracias, no lo digo por que me cueste decirlo o expresarlo, se complica cuando haz tenido la fortuna de a lo largo de tu camino universitario, conocer a tantas personas que de una u otra forma colaboraron en gran medida a tu desarrollo no solo académico sino también personal que a mi parecer a fin de cuentas es lo que importa, Sin embargo, habiendo dicho lo anterior existen personas que marcan tu vida de mayor manera: mis padres Sandra y Fausto quienes son los cimientos que me sostienen, siempre estando allí brindándome su apoyo, comprensión, consejos y cuando lo necesitaba dándome un buen halón de orejas para enderezar mi camino, con el único objetivo de mantenerme centrado en lo que debo hacer; procurando que nada me falte.

La familia siempre que la necesite estuvo allí, en especial a mi tía Caty presta en cualquier necesidad que surgía en mi vida universitaria, la estabilidad emocional hace que uno se concentre solo en lo verdaderamente importante por eso es imposible no mencionar a mi novia Karla, la reponsable de ese equilibrio.

La vida dentro de las aulas es muy complicada, pero se hace más facil cuando cuentas con buenos compañeros que se convierten en grandes amigos, que al fin y al cabo son con quienes más convives a lo largo de esta etapa a todos ellos gracias por estar en las buenas y malas.

Son pocos los amigos que al final se vuelven importantes en tu vida, y en mi caso particular Mauricio se convirtió en un hermano con apellido diferente, quién diría que compartiríamos el trabajo más determinante de nuestra vida universitaria a ti, gracias por que lo logramos juntos.

Pero que sería un estudiante sin un guía, sin un maestro, sin un tutor y en mi caso tuve dos, los ingenieros Cosme Mejía y Xavier Rosero siempre estaré agradecido por sus enseñanzas, fueron de enorme ayuda en los momentos de duda, con buenos consejos para poner en práctica.

Alexis Montalvo

---

# DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios; en cada momento que me sentí decaído y desmotivado hubo algo que me impulsaba a seguir adelante y finalizar este hermoso pero arduo camino que escogí.

A mis padres, pilares fundamentales en mi vida, las personas que me acompañaron, aconsejaron, brindaron todo su apoyo y comprensión en cada momento. Ellos inculcaron valores, principios, carácter, empeño y perseverancia características indispensables en la búsqueda de cumplir mis objetivos. Gracias a ellos soy lo que soy y les estaré eternamente agradecido.

---

# RESUMEN

El péndulo invertido es una planta de 2do orden donde el estudiante, partiendo de su modelo matemático puede implementar diferentes tipos de control; ya que este tipo de planta a pesar de ser antigua demuestra ser un sistema que no posee una única solución, convirtiéndolo en una herramienta de investigación muy versátil.

Se determinó los requerimientos del sistema, las dimensiones, las cargas a soportar y con base en esta información se seleccionó el material, la geometría del dispositivo y el tipo de actuador.

Se realizó el diseño mecánico teórico y se lo comparó con los cálculos obtenidos en un software de diseño, obteniendo resultados similares.

La manufactura del péndulo invertido se realizó de acuerdo a parámetros definidos anteriormente, incorporando las normas que todo equipo de laboratorio experimental debe cumplir.

Se determinó variables y constantes que intervienen en el sistema y a partir de esto se logró obtener su función de transferencia.

Las pruebas de funcionamiento demuestran que la planta soluciona el problema planteado.

---

# ABSTRACT

The inverted pendulum is a 2nd order plant where the student, starting from his mathematical model can implement different types of control; since this type of plant despite being old proves to be a system that does not have a single solution, making it a very versatile research tool. The system requirements, the dimensions, the loads to be supported were determined and based on this information the material, the geometry of the device and the type of actuator were selected. The theoretical mechanical design was made and compared to the calculations obtained in a design software, obtaining similar results. The manufacturing of the inverted pendulum was performed according to previously defined parameters, incorporating the standards that all experimental laboratory equipment must comply with.

It was determined variables and constants that intervene in the system and from this it was possible to obtain its transfer function.

Performance tests show that the plant solves the problem posed.

---

# Índice general

<b>IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA.</b>	<b>I</b>
<b>AUTORIZACIÓN DE USO A FAVOR DE LA UNIVERSIDAD</b>	<b>II</b>
<b>CONSTANCIAS</b>	<b>II</b>
<b>CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR</b>	<b>III</b>
<b>DECLARACIÓN</b>	<b>IV</b>
<b>CERTIFICACIÓN</b>	<b>V</b>
<b>AGRADECIMIENTO</b>	<b>VI</b>
<b>DEDICATORIA</b>	<b>VII</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>VIII</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>IX</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>XIV</b>
<b>Índice de Ecuaciones</b>	<b>XIV</b>
<b>PROBLEMA</b>	<b>1</b>
<b>OBJETIVOS</b>	<b>2</b>
<b>ANTECEDENTES</b>	<b>3</b>
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	<b>4</b>
<b>ALCANCE</b>	<b>5</b>
<b>1 FUNDAMENTO TEÓRICO</b>	<b>6</b>
1.1 PÉNDULO INVERTIDO . . . . .	6
1.2 MOTOR LINEAL . . . . .	6
1.2.1 Tipos de Motores CC . . . . .	8
1.2.2 Efecto de la Variación de Voltaje . . . . .	11
1.3 RODAMIENTOS . . . . .	11
1.3.1 Características de Rodamientos . . . . .	11
	<b>X</b>

1.4	FUENTE DE ALIMENTACION . . . . .	12
1.5	CORREA . . . . .	12
1.5.1	Selección de Correa y Poleas . . . . .	13
1.6	DRIVER VNH2SP30 . . . . .	14
1.7	ENCODER . . . . .	14
1.8	FINALES DE CARRERA . . . . .	15
1.9	ARDUINO . . . . .	16
1.9.1	Introducción . . . . .	16
1.9.2	Aspectos Técnicos . . . . .	16
1.9.3	Arduino en Ecuador . . . . .	17
1.10	MATERIALES . . . . .	18
1.10.1	Metales . . . . .	18
1.10.2	Nilon(Duralón) . . . . .	18
<b>2</b>	<b>METODOLOGÍA</b> . . . . .	<b>19</b>
2.1	MARCO METODOLÓGICO . . . . .	19
2.1.1	Fundamento Teórico . . . . .	19
2.1.2	Matriz QFD . . . . .	19
2.1.3	Posibles Soluciones . . . . .	19
2.1.4	Diseño Mecánico . . . . .	20
2.1.5	Selección de Correa y Poleas . . . . .	20
2.1.6	Construcción y Ensamblaje . . . . .	20
2.1.7	Modelo Matemático . . . . .	21
2.1.8	Pruebas de Funcionamiento . . . . .	21
2.1.9	Manual de Usuario . . . . .	21
2.2	POSIBLES SOLUCIONES . . . . .	21
2.2.1	Por Tipo de Riel . . . . .	21
2.2.2	Por Tipo de Base . . . . .	22
2.3	SELECCIÓN DE LA MEJOR SOLUCIÓN . . . . .	23
2.4	DIMENSIONAMIENTO DE LA EXTRUCTURA . . . . .	24
2.5	DISEÑO DEL PÉNDULO . . . . .	24
2.5.1	Diseño del Eje del Péndulo . . . . .	24
2.6	DISEÑO DE LA RUEDA . . . . .	28
2.7	DISEÑO DE LA BASE . . . . .	30
2.8	SELECCIÓN DE MATERIALES . . . . .	31
2.8.1	Carro y Péndulo . . . . .	31
2.8.2	Base . . . . .	31
2.9	SELECCIÓN DEL MOTOR . . . . .	32
2.9.1	CONDICIONES INICIALES . . . . .	32
2.10	SELECCIÓN DE LA CORREA Y POLEAS . . . . .	32
2.11	SELECCIÓN DEL DRIVER . . . . .	34
2.12	MODELO MATEMÁTICO DEL PÉNDULO INVERTIDO . . . . .	34
<b>3</b>	<b>PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS</b> . . . . .	<b>37</b>
3.1	PRUEBAS . . . . .	37
3.1.1	Parámetros . . . . .	37
3.1.2	Centro de Gravedad del Péndulo . . . . .	37
3.1.3	Momento de Inercia del Péndulo . . . . .	38

3.1.4	Fricción del Péndulo . . . . .	38
3.1.5	Fricción del Carro . . . . .	39
3.1.6	Encoders . . . . .	39
3.1.7	Finales de Carrera . . . . .	39
3.1.8	Driver del Motor . . . . .	40
<b>4</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>43</b>
4.1	CONCLUSIONES . . . . .	43
4.2	RECOMENDACIONES . . . . .	44
	<b>Bibliografía</b>	<b>45</b>
<b>A</b>	<b>Características del Duralón</b>	<b>47</b>
<b>B</b>	<b>Efecto General de la Variación del Voltaje en las Características de Motores CC</b>	<b>49</b>
<b>C</b>	<b>Tabla de Factores de Servicios Básicos Para Máquinas</b>	<b>51</b>
<b>D</b>	<b>Tabla de Selección del Paso para Transmisiones de Tiempo</b>	<b>53</b>
<b>E</b>	<b>Tabla XL Relaciones de Velocidad</b>	<b>55</b>
<b>F</b>	<b>Tabla de Capacidad de Transmisión (en HP) por cada pulgada de ancho de la correa</b>	<b>57</b>
<b>G</b>	<b>MANUAL DE USUARIO</b>	<b>59</b>
G.1	PRECAUCIONES . . . . .	59
G.2	TÉCNICO . . . . .	59
G.2.1	Especificaciones Técnicas . . . . .	59
G.2.2	Descripción de Componentes . . . . .	60
G.3	OPERACIÓN. . . . .	60
G.3.1	Colocar la planta en un lugar donde no pueda chocar con nada . . . . .	60
G.3.2	Colocar el carro en la posición central de la riel . . . . .	60
G.3.3	Verificar que los péndulos permanezcan estáticos y paralelos exactamente en la misma posición . . . . .	61
G.3.4	Encender el controlador . . . . .	61
G.3.5	Encender la fuente de alimentación del motor . . . . .	61
<b>H</b>	<b>PLANOS ESTRUCTURALES DEL PÉNDULO INVERTIDO</b>	<b>63</b>

## Índice de figuras

1	Diagrama Básico de Péndulo Invertido . . . . .	3
---	--	---

1.1	Diagrama esquemático de motores cc con devanado en derivación . . . . .	8
1.2	Curvas típicas de velocidad y par para motores de cc con devanado en derivación . . . . .	8
1.3	Diagrama esquemático de motores de cc con devanado en serie . . . . .	9
1.4	Curvas típicas de par, flujo del campo y la velocidad para motores de cc con devanado en serie . . . . .	9
1.5	Diagrama esquemático de motores cc con devanado compuesto . . . . .	10
1.6	Curvas típicas de par, flujo total y velocidad para motores de cc con devanado compuesto . . . . .	10
1.7	Rodamiento rígido de bolas de una hilera de ranura profunda . . . . .	11
1.8	Fuente de Poder DC . . . . .	12
1.9	Correa Dentada Tipo Omega . . . . .	13
1.10	Driver VNH2SP30 . . . . .	14
1.11	HEDM-5500 . . . . .	15
1.12	Final de carrera . . . . .	15
1.13	Arduino UNO Pinout Diagram . . . . .	17
2.1	Péndulo-Carro con Ruedas . . . . .	22
2.2	Péndulo-Carro sin Ruedas . . . . .	22
2.3	Péndulo invertido con Base Grande . . . . .	23
2.4	Péndulo invertido con Base Pequeña . . . . .	23
2.5	Croquis del Péndulo Invertido . . . . .	24
2.6	Diagrama de fuerzas Eje-Péndulo . . . . .	25
2.7	Diagrama de cuerpo libre Eje-Péndulo . . . . .	25
2.8	Diámetros Interno y Externo del Péndulo y el Eje . . . . .	26
2.9	Parte Infinitesimal . . . . .	26
2.10	Modelo de Rueda y Fuerza que soporta . . . . .	28
2.11	Diagrama de Cuerpo Libre, Fuerzas y Momentos de la Rueda . . . . .	29
2.12	Bosquejo de la Base . . . . .	30
2.13	Diagrama de Cuerpo Libre de la Base . . . . .	30
2.14	Diagrama de Fuerzas y Momentos de la Base . . . . .	31
2.15	Dibujo esquemático del péndulo y el carro. . . . .	35

## Índice de cuadros

2.1	Matriz de Ponderación . . . . .	23
2.2	Características Iniciales del Motor . . . . .	32
2.3	Matriz de Ponderación del Motor . . . . .	32
2.4	Características del Motor . . . . .	33
2.5	Características del Driver . . . . .	34
2.6	Parámetros de la función de transferencia . . . . .	35
2.7	Derivadas de los parámetros . . . . .	36

3.1	Parámetros de Inercia . . . . .	38
G.1	Especificaciones Técnicas . . . . .	59

## Índice de ecuaciones

2.1	Ecuación de Momentos . . . . .	25
2.2	Ecuación de $\tau_{yy}$ . . . . .	26
2.3	Ecuación de $\tau$ en tubo hueco . . . . .	27
2.4	Ecuación de $\tau$ . . . . .	27
2.5	Ecuación del Centro del círculo de Mohr . . . . .	27
2.6	Ecuación del Radio del círculo de Mohr . . . . .	27
2.7	Ecuación de $\tau_1$ círculo de Mohr . . . . .	27
2.8	Ecuación de $\tau_3$ círculo de Mohr . . . . .	27
2.9	Ecuación de $\tau_2$ círculo de Mohr . . . . .	27
2.10	Ecuación del Esfuerzo Máximo círculo de Mohr . . . . .	28
2.11	Ecuación del Factor de Diseño . . . . .	28
2.12	Ecuación del Factor de Diseño . . . . .	28
2.13	Ecuación del Factor de Diseño en función de $\tau_{max}$ . . . . .	29
2.14	Ecuación de $\tau_{max}$ en función de fuerza y área . . . . .	29
2.15	Sumatoria de fuerzas en X Base . . . . .	30
2.16	Sumatoria de fuerzas en Y Base . . . . .	30
2.17	Ecuación de Momentos en función de Peso y Longitud . . . . .	31
2.18	Sumatoria de fuerzas en X Modelo Matemático . . . . .	34
2.19	Sumatoria de fuerzas en Y Modelo Matemático . . . . .	34
2.20	Sumatoria de Torques en el Punto Pivot . . . . .	34
2.21	Función de transferencia aceleración lineal . . . . .	36
2.22	Función de transferencia aceleración angular . . . . .	36
3.1	Ecuación de la Oscilación . . . . .	38
3.2	Ecuación de la Inercia respecto al Punto Pivot . . . . .	38
3.3	Ecuación de $\tau$ . . . . .	38
3.4	Ecuación de Fricción . . . . .	39

---

# PROBLEMA

El péndulo invertido es conocido por ser uno de los problemas más importantes y clásicos de la teoría de control. Su aplicación en la vida cotidiana va desde el control de estabilidad de grúas hasta la construcción de vehículos de desplazamiento para humanos, es el caso del famoso vehículo segway [1].

Hay que tener presente que dentro de la UTN y especialmente en la facultad de ingeniería, no se cuenta con módulos ni plantas basados en hardware y software abierto, orientados para el uso didáctico o como base para el desarrollo de investigación científica.

A menudo, el péndulo invertido es utilizado como ejemplo académico, principalmente por ser un sistema de control accesible. Este permite mostrar las principales diferencias del sistema en lazo abierto y de su estabilización en bucle cerrado. Pese a existir diferentes técnicas a la hora de diseñar el regulador óptimo capaz de estabilizar el péndulo, no todas representan la mejor opción, aunque en muchas de ellas se puede encontrar ventajas que las demás no presentan.

---

# OBJETIVOS

## **Objetivo Principal:**

- Modelar la planta de un péndulo invertido controlado en tiempo real, a partir de la construcción del sistema mecánico, para su utilización en el laboratorio de mecatrónica.

## **Objetivos Específicos:**

- Determinar los requisitos y parámetros necesarios para realizar el diseño del péndulo.
- Aplicar ingeniería inversa para obtener los elementos constitutivos del sistema mecánico.
- Mecanizar los elementos.
- Construir la estructura.
- Obtener la función de transferencia de la planta.

---

# ANTECEDENTES

Para comenzar hablar del péndulo invertido hay que remontarse hasta el principio de los años 60, por aquel entonces el estudiante J.K. Robergeen dio la primera solución al problema de estabilización del péndulo invertido para lo cuál aplicó un controlador lineal. Es notable que aún hoy casi 50 años después no se ha conseguido un estudio unitario y satisfactorio a dicho problema.

En la actualidad existe un gran número de sistemas que tienden a la inestabilidad y necesitan ser controlados con una mayor eficiencia, rapidez y precisión.

El péndulo invertido es un sistema no lineal y naturalmente inestable; está montado en un carro de tal manera que el poste puede girar libremente únicamente en el plano vertical, el carro se mueve sobre una pista recta guiado por un par de rieles e impulsado por una fuerza externa  $F$  tal y como se muestra en la figura 1

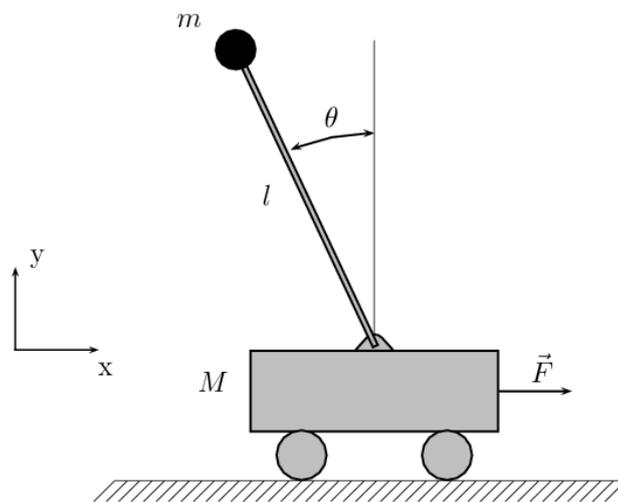


Figura 1: Diagrama Básico de Péndulo Invertido

Extraído de:

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b6/Cart-pendulum.png>

---

# JUSTIFICACIÓN

Al conseguir los objetivos del proyecto, se desea demostrar que es posible controlar un sistema de control de dinámica rápida a través de una red de campo (basada en una capa física o de enlace).

Por las características ampliamente estudiadas del péndulo invertido, siendo éste una planta no lineal de segundo orden, y considerando que muchos sistemas físicos reales son similares, esta planta se convierte en un sistema útil para el ensayo de soluciones de control, así como de base de una pedagogía para el desarrollo de sistemas de control más eficientes o de poco estudio en el país.

Este proyecto permitirá cumplir dos metas:

- Afianzar el conocimiento teórico adquirido por el estudiante a través de la implementación de sistemas reales.
- Servir como plataforma para el ensayo de nuevas soluciones de control obtenidas a través de la investigación.

---

# ALCANCE

La construcción del péndulo constituye un proyecto impulsado por el grupo de sistemas inteligentes de la UTN en el que se podrá probar diferentes técnicas de diseño de controladores tales como control óptimo y control por posicionamiento de polos (espacio de estados); implementación de observadores y observadores óptimos. Todo esto en base a funciones de transferencia sustentadas matemáticamente que podrían comprender el modelado de retardos de propagación y procesamiento.

A partir del diseño planteado se establecerán los procesos de mecanizado de los diferentes elementos que conforma el diseño mecánico para su posterior ensamblaje. Una vez construido el sistema mecánico se obtendrá la función de transferencia de la planta.

El control a implementarse en el péndulo se realizará a través de varios sistemas microprocesados comunicados mediante una red de campo (control distribuido).

Además la planta contará con una HMI (interfaz humano-máquina) implementada en un ordenador, con el fin de establecer un sistema de supervisión y adquisición de datos del péndulo para un posterior análisis off-line. Todo los sistemas es basarán en software y hardware libre.

---

# Capítulo 1

## FUNDAMENTO TEÓRICO

### 1.1. PÉNDULO INVERTIDO

El péndulo invertido es un sistema no lineal utilizado muy frecuentemente a nivel académico para la experimentación e implementación de distintos tipos de controladores, esto se debe al buen número de variables y puntos inestables que intervienen en el sistema y que deben ser controladas, mostrando un grado de complejidad adecuado para poner a prueba al estudiante interesado en ramas como el control, sistemas, electrónica y mecatrónica, todo esto a pesar de su apariencia simple. Los algoritmos desarrollados para su control pueden ser adaptados a diversas aplicaciones entre las que tenemos la caminata de robots bípedos, a nivel industrial encontramos su aplicación en las grúas de los puertos encargadas de transportar los grandes contenedores (grúas pórtico), en donde su punto de equilibrio debe ser cuidado en extremo ya que involucra un gran riesgo a nivel económico y sobre todo humano, más aplicaciones son el posicionamiento satelital y vehículos como el segway.

En el controlador del péndulo invertido se presentan básicamente 2 problemas: el de estabilidad local en torno a la posición de equilibrio, que es análogo al problema del malabarista que pretende mantener un palo en la punta de un dedo; y el problema de levantar el péndulo desde su posición de reposo hasta la posición en la que se mantiene erguido hacia arriba. Este último problema se conoce con su denominación inglesa de problema del swing up [2].

### 1.2. MOTOR LINEAL

Los motores eléctricos más comunes son motores rotatorios, es decir, que generan el movimiento a lo largo de un eje. Cuando es requerido un motor de tipo lineal son necesarios sistemas que trasformen el movimiento rotatorio en lineal. Estos sistemas de transmisión del motor son generalmente compuestos de engranajes y correas siempre sometidos a roces que causan pérdidas de la potencia generada.

En un motor lineal se implementa el motor a lo largo de una dirección sin que necesite ningún mecanismo de transmisión, esto conlleva una menor dispersión de la potencia generada. Un ejemplo, una de las áreas en las que ha encontrado aplicación el uso de motores lineales es en el transporte con monorraíl. En este tipo de transporte se ha podido combinar la aplicación de propulsión mediante motores lineales con sistemas magnéticos de levitación, debido al hecho de que tales motores no necesitan transferir al suelo la potencia producida. El resultado es una fuerte disminución de las pérdidas por rozos y por eso un alto rendimiento.

A pesar de que el desarrollo de los primeros motores lineales se remonta al último decenio del 1800, tales motores no han suscitado sustanciales intereses prácticos antes del 1950. Hoy en día son siempre más empleados en campos de aplicación en los que sean requeridos movimientos lineales de alta precisión de desplazamiento y velocidad. Algunos de estos son las máquinas de desplazamiento, máquinas textiles, puertas correderizas, sistemas ópticos, transporte monorraíl, etc.[2]

”Los motores de cc se usan para convertir energía de cc en energía mecánica. Son muy adecuados para usarse como motores de velocidad constante o ajustable. Los tipos disponibles (devanado de derivación, en serie o compuesto) proporcionan la variedad de características par-velocidad en las aplicaciones que requieren”[3]

- Aceleración suave, retardo o desaceleración
- Una transición suave, aceleración o retardo (desaceleración) cuidadosamente controlada
- Cambios de velocidad controlados en variedades grandes o pequeñas
- Acoplamiento preciso y efectivo de la velocidad
- Control o límite de par o tensión

En su construcción los elementos más importantes de los motores de cc son la armadura y el armazón. El armazón, también llamado yugo o campo, sirve como carcasa o alojamiento del flujo magnético. La armadura es el elemento rotatorio del motor incluye la flecha, el núcleo de la armadura y el conmutador. Se agregan sujetadores en los extremos a la armadura para completar la carcasa o almacenamiento del motor, y contiene los cojinetes que ponen en posición la armadura dentro del armazón para obtener el entrehierro apropiado, o espacio entre ambos[3].

## 1.2.1. Tipos de Motores CC

### Motores con devanado en derivación

En la figura 1.1 podemos observar el diagrama esquemático de un motor cc con devanado en derivación.

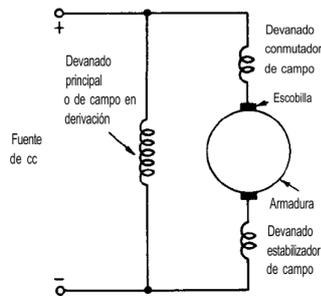


Figura 1.1: Diagrama esquemático de motores cc con devanado en derivación

Extraído de: [3]

El devanado de campo principal o de campo en derivación se conecta en paralelo con el devanado de armadura a través de la fuente de alimentación de potencia cc de voltaje constante.

Las características típicas de operación del motor con devanado en derivación se muestra en la figura 1.2. Estas características son muy apropiadas para el uso general, debido a que la corriente y el flujo del campo son independientes de la corriente de armadura o de carga. la velocidad del motor con devanado en derivación se puede cambiar haciendo variar la corriente del campo en derivación o el voltaje de armadura. normalmente, existe poca caída de velocidad con el aumento de carga, y rara vez excederá esa caída el 5% [3].

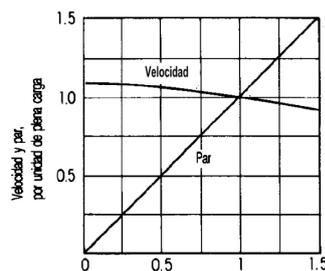


Figura 1.2: Curvas típicas de velocidad y par para motores de cc con devanado en derivación

Extraído de: [3]

### Motores con devanado en serie

En la figura 1.3 apreciamos el diagrama esquemático del motor devanado en serie. El devanado en serie está conectado en serie con el devanado de armadura a través

de la fuente de cc de voltaje constante. Los devanados conmutadores de campo, como se describió en el caso de los motores con devanado en derivación, se usan a veces en los motores con devanado en serie.

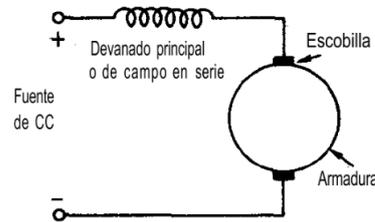


Figura 1.3: Diagrama esquemático de motores de cc con devanado en serie

Extraído de: [3]

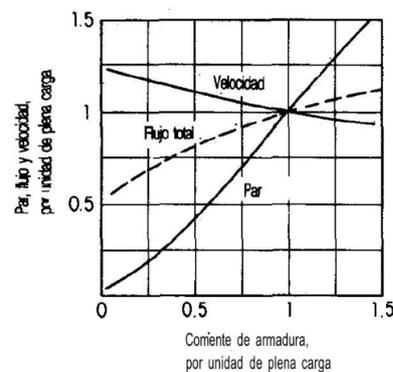


Figura 1.4: Curvas típicas de par, flujo del campo y la velocidad para motores de cc con devanado en serie

Extraído de: [3]

Las características típicas de operación. En la figura 1.4 se muestran las curvas características del motor con devanado en serie. El motor en serie desarrollará un alto par de arranque, y es bueno para servicio de grúas y cargas de alta inercia. El par y la velocidad son muy sensibles a la corriente de carga (que es también la corriente de campo) debido al correspondiente cambio de flujo.[3]

### Motores con devanado compuesto

En la figura 1.5 se aprecia el diagrama esquemático para el motor cc con devanado compuesto. El devanado de campo consiste en un devanado en paralelo y un devanado en serie. Cada devanado tiene vueltas y calibres de alambre semejantes a los devanados de campo de los motores con devanados en paralelo y devanado en serie.

La proporción de flujo total suministrada por el devanado en serie determina el grado de compuesto. Puede hacerse variar el grado de compuesto para adecuarse a las

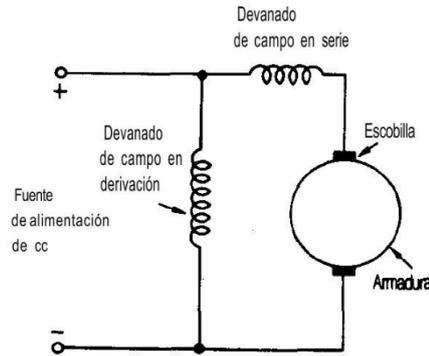


Figura 1.5: Diagrama esquemático de motores cc con devanado compuesto

Extraído de: [3]

características de velocidad deseadas. Un campo en serie fuerte dará características de velocidad que se aproximan a las de un motor en serie, mientras que un campo en serie débil arrojará características que se aproximan a las de un motor en derivación. Los motores con campo en serie, que producen del 40 al 75 % del flujo total, son los que se usan más frecuentemente, en más del 50% de las aplicaciones. Los motores con devanado compuesto, y que tienen campo en serie que produce del 10 al 25% del flujo total (ligeramente compuestos), se usan también en algunas aplicaciones industriales de tipo general. Por lo tanto, en términos generales, las características de velocidad quedan entre las de los motores con devanado en derivación y las de los motores con devanado en serie figura 1.6. Los motores con devanado compuesto se pueden usar cuando la variación de velocidad se permite con variación de carga.

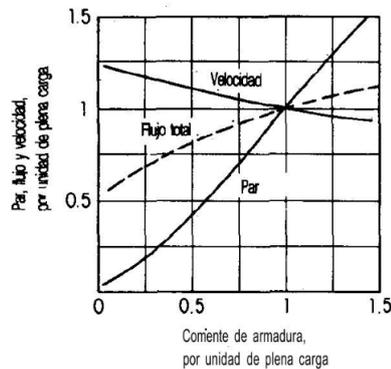


Figura 1.6: Curvas típicas de par, flujo total y velocidad para motores de cc con devanado compuesto

Extraído de: [3]

El par de arranque del motor con devanado compuesto es alto, aunque no tan alto como el del motor con devanado en serie. El par aumentará rápidamente con la carga debido a que el campo en serie aumentará rápidamente con la carga debido a que el campo en serie aumentará el flujo. La velocidad disminuirá rápidamente por la misma razón. Sin embargo, el motor no se desbocará con cargas ligeras debido al flujo del campo en derivación[3].

### 1.2.2. Efecto de la Variación de Voltaje

El efecto que produce la variación de voltaje en las características de los motores de cc con devanado en derivación y con devanado compuesto se muestra en el ANEXO B.

## 1.3. RODAMIENTOS

En general, los rodamientos están formados por dos anillos, los elementos rodantes, y una jaula, y se clasifican en rodamientos radiales o rodamientos de apoyo dependiendo de la dirección de la carga principal. Además, dependiendo del tipo de elementos rodantes, se clasifican en rodamientos de bolas o rodillos, y se subclasifican más en función de sus diferencias en diseño o uso específico.[4]

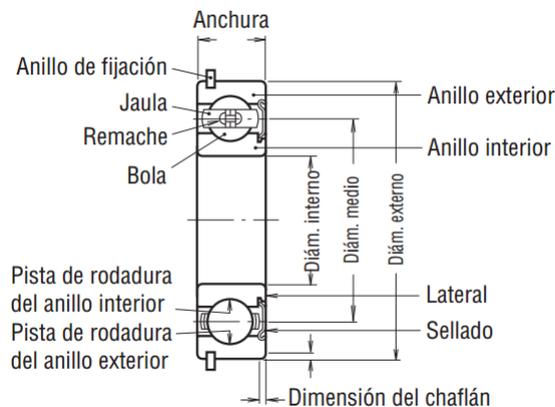


Figura 1.7: Rodamiento rígido de bolas de una hilera de ranura profunda

Extraído de: <http://www.nsk.com/>

### 1.3.1. Características de Rodamientos

En comparación con los casquillos, los rodamientos presentan una serie de ventajas:

- Su par inicial o fricción es bajo y la diferencia entre el par inicial y el funcionamiento es muy pequeña.
- Con el avance de la estandarización a nivel mundial, los rodamientos se pueden encontrar en cualquier parte y son fácilmente intercambiables.
- El mantenimiento, la sustitución y la inspección resultan sencillos a consecuencia de la simplicidad de la estructura de montaje.

- La mayor parte de rodamientos pueden soportar cargas tanto radiales como axiales de forma simultánea o independiente.
- Los rodamientos se pueden utilizar en una amplia gama de temperaturas.
- Los rodamientos se pueden precargar para conseguir holguras negativas y conseguir una mayor rigidez.

Además, cada uno de los distintos tipos de rodamientos presentan sus ventajas particulares[4].

## 1.4. FUENTE DE ALIMENTACION

Una fuente de alimentación es el sistema encargado de suministrar la electricidad necesaria para alimentar a equipos de laboratorio o computadoras.



Figura 1.8: Fuente de Poder DC

## 1.5. CORREA

Las correas dentadas han demostrado ser una ayuda fiable y perfectamente adaptadas al uso continuo intensivo[5]. Sus principales ventajas son:

- Gran resistencia y capacidad de transmisión
- Larga duración
- Importante reducción del ruido
- Construcción compacta
- Gran precisión de posicionado
- Gran seguridad de funcionamiento
- Reducción de los costes globales de la transmisión
- Rendimiento elevado y duradero

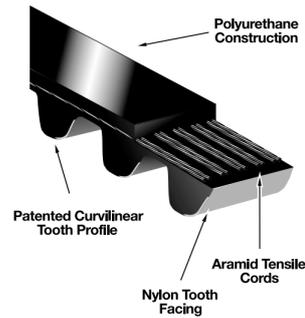


Figura 1.9: Correa Dentada Tipo Omega

Extraído de: <http://www.gates.com/>

### 1.5.1. Selección de Correa y Poleas

Para su selección se siguen pasos que los mismos fabricantes proporcionan en manuales de selección, en este caso seleccionamos el manual de selección proporcionado por Intermec S.A.[6]. En donde nos indica los pasos a seguir y que se detallan a continuación además que todas las tablas que se usan para su selección son extraídas del mismo manual de selección.

- **Reuna la información necesaria.-** En este paso reunimos datos como: HP y tipo de Unidad Motriz, RPM de la Unidad Motriz, RPM de la Unidad de la máquina a impulsar, Diámetros de los ejes y Dimensión de los Cuñeros, Distancias entre centros de los ejes y el Tipo de Equipo a Impulsar. Toda esta información es indispensable para seguir los siguientes pasos.
- **Determinar la Potencia de Diseño en HP.-** La potencia de diseño es un factor ya predeterminado que seleccionamos según el tipo de aplicación que se le dará a la banda, este factor se lo obtiene de la tabla que está en el Anexo C.
- **Elija el Paso de la Correa.-** En el Anexo D encontramos una tabla donde tenemos que intersecar los RPM de la unidad motriz ubicados en la sección vertical, con los HP de la potencia de diseño ubicados en la sección horizontal. Al cruzar estas 2 líneas encontrará el paso de la correa recomendada.
- **Establezca la Relación de Velocidad.-** La relación de velocidad se obtiene dividiendo los RPM mayores entre los RPM menores.
- **Encuentre una transmisión Estándart.-** El Anexo E muestra una tabla de selección estandar correspondiente al paso de la correa seleccionada en el punto 3. Luego, ubique la relación de velocidad (punto 4) en la primera columna a la izquierda. Para la mayoría de relaciones de velocidad encontrará más de una combinación de poleas. Siguiendo por el mismo renglón están las distancias entre los ejes (en pulgadas) que se obtienen con cada una de las correas estandar.
- **Ancho de la Correa.-** El Anexo F muestra la capacidad de transmisión por cada pulgada de ancho que transmite la correa seleccionada cruzando el número de dientes de la polea más pequeña con las RPM de la misma. Divida la potencia de diseño

del punto 2 entre los HP por pulgada y encontrará el ancho requerido (en pulgadas). Seleccione el ancho estandar más próximo que figura en la parte inferior.[6]

## 1.6. DRIVER VNH2SP30

El VNH2SP30-E es un motor driver destinado a una amplia gama de aplicaciones automotrices. El dispositivo incorpora un controlador en alto monolítico dual y dos interruptores en bajo. El conmutador en alto conductor lateral está diseñado utilizando la reconocida tecnología VIPower M0 de STMicroelectronics que permite una integración eficiente dado por un verdadero MOSFET de potencia con un circuito de señal / protección inteligente[7].



Figura 1.10: Driver VNH2SP30

Extraído de: <http://www.st.com/>

## 1.7. ENCODER

El sistema cuenta con 2 encoders HEDM-5500. Los modelos HEDS-5500/5540, HEDS-5600/5640, HEDM-5500/5540 y HEDM-5600 son codificadores ópticos de dos y tres canales de alto rendimiento y bajo coste. Estos codificadores enfatizan alta confiabilidad, alta resolución y fácil montaje. Cada codificador contiene una fuente de LEDs, un circuito integrado con detectores y circuitos de salida, y una rueda de código que gira entre el emisor y el detector IC. Las salidas de las HEDS-5500/5600 y HEDM-5500/5600 son dos ondas cuadradas. Los HEDS-5540/5640 y HEDM-5540 también tienen una tercera salida índice de canal además de la cuadratura de dos canales. Este índice de salida es un grado eléctrico 90, pulso de índice verdadero alto que se genera una vez para cada rotación completa de la rueda de código. La serie de HEDS utiliza las ruedas de código de metal, mientras que la serie de HEDM utiliza una rueda de código de la película que permite las resoluciones a 1024 CPR. Estos codificadores pueden montarse rápida y fácilmente en un motor. Para motores de mayor diámetro, las HEDM-5600 y HEDS-5600/5640 cuentan con orejas de montaje externas. Las señales de cuadratura y el pulso de índice se acceden a través de cinco pasadores cuadrados de 0,025 pulgadas ubicados en centros de 0,1 pulgadas. Actualmente se dispone de resoluciones estándar entre 96 y 1024 cuentas por revolución.[8]

Características:

- Salida cuadrada de dos canales con impulso de índice opcional.
- Montaje rápido y fácil.
- No se requiere ajuste de señal.
- Oídos de montaje externo disponibles.
- Bajo costo.
- Resoluciones hasta 1024 cuentas por revolución.
- Tamaño pequeño  $-40^{\circ}\text{C}$  a  $100^{\circ}\text{C}$  temperatura de funcionamiento.
- Compatible con TTL.
- Suministro único de 5 V.



Figura 1.11: HEDM-5500

Extraído de: <http://www.avagotech.com/>

## 1.8. FINALES DE CARRERA

Sensores finales de carrera o también llamados sensores de contacto son interruptores mecánicos utilizados para la detección de obstáculos, como por ejemplo palancas, objetos o en este caso elementos motorizados. Posee 2 estados alto y bajo que pueden ser configurados dependiendo de su aplicación. El dispositivo se compone de 2 partes: un



Figura 1.12: Final de carrera

Extraído de: <http://www.superrobotica.com/S320132.htm>

actuador y el cuerpo en donde se encuentran los contactos. Sus ventajas son: operación

sencilla y visible, carcasa durable, cierres herméticos, alta repetitividad, inmunidad a la interferencia de ruido eléctrico, ausencia de corriente de fuga, caídas de voltaje mínimas y capacidad de conmutar cargas más elevadas que otras.

## 1.9. ARDUINO

### 1.9.1. Introducción

Entre las implementaciones de HL (Hardware Libre) más representativas está Arduino, una plataforma informática basada en un tablero microcontrolador simple y un ambiente de desarrollo para escribir software en él. Está dirigido a artistas, diseñadores, aficionados y demás interesados en crear dispositivos o ambientes interactivos. Este microcontrolador permite el funcionamiento de varios dispositivos derivados como el Arduino Geiger (detector de radiación), pHduino (medidor de pH), Xoscillo (osciloscopio) y OpenPCR (análisis de ADN) [9].

Lazalde et al. [9] exponen que Arduino bajo la licencia de Creative Commons "Attribution ShareAlike 3.0" (2010), lo que significa que:

- Cualquier persona puede producir copias, rediseñarlo o incluso vender placas de hardware.
- Cualquier persona que vuelva a publicar el diseño de referencia debe atribuirlo al equipo original de Arduino.

### 1.9.2. Aspectos Técnicos

García Osés [10] especifica la conformación del Arduino : El Arduino UNO es muy popular por su sencillez, coste y dimensiones. Utiliza el microcontrolador ATmega328P, fabricado por ATMEL. Cuenta con las siguientes características técnicas:

- Voltaje: 5V.
- Voltaje de entrada (recomendado): 7-12V.
- Voltaje de entrada (límites): 6-20V.
- Pines de entradas y salidas digitales: 14.
- Corriente en pines de entrada y salida: 40mA.
- Pines de entrada analógica: 6.
- Corriente en pin de 3.3V: 50mA.
- Memoria Flash: 32KB.

- SRAM: 2KB.
- EEPROM: 1KB.
- Velocidad reloj: 16MHz.
- Dimensiones: 68.6x53.4mm.

### Arduino UNO Pinout Diagram

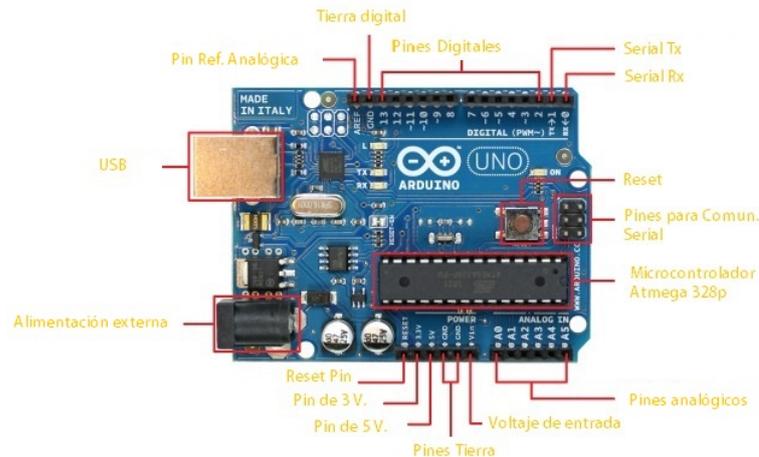


Figura 1.13: Arduino UNO Pinout Diagram

EL arduino IDE al momento de esta investigación se encuentra en la versión 1.6.12 en su página oficial.

### 1.9.3. Arduino en Ecuador

En Ecuador los estudiantes son los principales impulsores del desarrollo de proyectos de hardware libre. En la Campus Party celebrada en Quito en 2013, estudiantes de la Universidad Politécnica de Chimborazo, la Universidad Técnica de Loja y la Universidad Salesiana de Quito desarrollaron dispositivos electrónicos basados en Arduino. Un ejemplo de Hardware Libre producido en el Ecuador es la aeronave no tripulada llamada Gavilán UAV-2, diseñada por las Fuerzas Aéreas Ecuatorianas (FAE) para vigilancia de áreas de difícil acceso como la selva [9].

## 1.10. MATERIALES

### 1.10.1. Metales

Los metales son elementos químicos capaces de conducir la electricidad y el calor, poseen un brillo característico, en su mayoría se encuentran en estado sólido a tem-

peratura ambiente. Son tenaces, dúctiles, maleables y poseen buena resistencia mecánica [11].

### **1.10.2. Nilon(Duralón)**

También conocido como poliamida, (PA) son polímeros semicristalinos. Se distinguen dos tipos. Poliamidas estructuradas a partir de un solo material de partida (p. ej. PA 6) y poliamidas estructuradas a partir de 2 materiales de partida (p. ej. PA 66). Las poliamidas poseen un magnífico cuadro de propiedades mecánicas, una tenacidad muy elevada y unas excelentes características de deslizamiento y resistencia al desgaste. Las poliamidas absorben diferentes cantidades de humedad, con lo cual se ven influenciadas las características mecánicas y la precisión dimensional.

En la fabricación de productos semielaborados se distinguen la extrusión y la colada. Mediante proceso la colada es posible fabricar productos semi elaborados de poliamida de mayores dimensiones y un grado de cristalización superior (mayor resistencia mecánica), los cuales contienen menos tensiones internas. Por el contrario, el método de extrusión permite fabricar con costes más bajos.[12]

- Una resistencia mecánica, dureza, rigidez y tenacidad medias-elevadas
- Una elevada capacidad de amortiguación mecánica
- Buena resistencia a la fatiga
- Excelente resistencia al desgaste
- Buenas propiedades de deslizamiento
- En la mayoría de los casos, elevada absorción de humedad
- En la mayoría de los casos, reducida estabilidad dimensional

---

# Capítulo 2

## METODOLOGÍA

En este capítulo se define y sintetiza el conjunto de fases que se debe seguir durante el desarrollo del sistema de péndulo invertido, en primera instancia se parte de la investigación teórica, se establece un método de selección del modelo que satisfaga las necesidades que demanda un equipo de laboratorio, se presentan soluciones, posteriormente se diseña el sistema mecánico, eléctrico y finaliza con la construcción del prototipo.

### 2.1. MARCO METODOLÓGICO

#### 2.1.1. Fundamento Teórico

Es primordial realizar una revisión bibliográfica en diversas fuentes de información para conocer acerca de los modelos de péndulo invertido óptimos para su experimentación dentro de un laboratorio. El modelo matemático de un péndulo invertido no varía en su estructura base lo que cambia son la cantidad de variables a controlar, aquí ponderará el sistema que ofrezca control sobre la mayor cantidad de variables posibles.

#### 2.1.2. Matriz QFD

Se aplicó la función de calidad (o QFD, por sus siglas inglesas) es un método de diseño de productos y servicios que recoge las demandas y expectativas de los clientes y las traduce, en pasos sucesivos, a características técnicas y operativas satisfactorias[13]. De aquí se obtendrá las características que el modelo debe tener para satisfacer de la mejor manera las necesidades requeridas.

#### 2.1.3. Posibles Soluciones

Para realizar el diseño del péndulo, es conveniente en primera instancia ordenar por jerarquía los requisitos que debe poseer el equipo, en función a esto, definir los

parámetros de diseño y a continuación un bosquejo del modelo escogido. La funcionalidad del péndulo se determina por la cantidad de variables que se pueda controlar, esto se lo hace mediante un análisis dinámico, su durabilidad y robustez para el trato que se da a los equipos de laboratorio con una adecuada selección de materiales.

Una vez construido y comprobado el sistema, se necesita una correcta señalización de elementos para que no existan inconvenientes al momento de hacer uso de la planta.

#### **2.1.4. Diseño Mecánico**

En la fase de diseño mecánico se parte de los parámetros para determinar las características que posee el péndulo. Dentro de éstos se encuentran el tipo de actuador que se va a utilizar, el tipo de riel, el número de péndulos, el soporte sobre el que van a reposar, el tipo de estructura que soportará todo el sistema, el peso del equipo y el tipo de materiales.

A partir de esto, es necesario realizar un análisis dinámico del sistema empleando fórmulas matemáticas y software que contribuyan a obtener el dimensionamiento de los elementos, ubicar los puntos críticos y la selección de componentes electrónicos.

Seguido del estudio dinámico, se analiza la estructura estáticamente para obtener las cargas máximas en el mecanismo y seleccionar adecuadamente los materiales. El análisis de cargas se realiza analíticamente con fórmulas y se corrobora mediante software.

Se construye la estructura en donde se ubican los componentes electrónicos, se realiza un modelo matemático del péndulo y se obtiene las ecuaciones matemáticas que describen el modelo, finalmente se procede con las pruebas de funcionamiento.

#### **2.1.5. Selección de Correa y Poleas**

Se efectúa el proceso de selección detallado en el manual de selección de Transmisión de Correas dentadas de tiempo y sincrónicas[6], siguiendo los pasos mostrados en la sección 1.5.1.

#### **2.1.6. Construcción y Ensamblaje**

Luego de finalizar las fases de diseño del sistema, se elaboran los planos, se adquiere los materiales necesarios para la manufactura del péndulo, se realiza el ensamblaje de toda la planta incluyendo sus componentes electrónicos y finalmente las pruebas de

funcionamiento.

### **2.1.7. Modelo Matemático**

Una vez establecido el diseño que tendrá péndulo invertido, se establece todos sus parámetros y variables; esto con la finalidad de obtener el modelo matemático de la física del péndulo y finalmente obtener una ecuación diferencial que describa la relación dinámica entre el carro y el péndulo del sistema.

### **2.1.8. Pruebas de Funcionamiento**

Se realizan las pruebas de todos y cada uno de los componentes electrónicos que conforman la planta, esto se lo hace de manera individual, y así dejar listo al sistema para la implementación de cualquier tipo de control con el que se desee experimentar.

### **2.1.9. Manual de Usuario**

Se elaborará un manual de usuario para el correcto uso del sistema de péndulo invertido, con imágenes ilustradas y datos de seguridad a tener en cuenta cuando se utilice el péndulo. Para establecer el uso correcto del péndulo se tomará en cuenta manuales de sistemas similares.

## **2.2. POSIBLES SOLUCIONES**

A continuación se detalla posibles diseños como solución para la problemática expuesta en este trabajo de investigación.

### **2.2.1. Por Tipo de Riel**

#### **Carro-Péndulo con Ruedas**

En la figura 2.1 se observa un diseño donde el carro que lleva el péndulo recorre una estructura que posee 2 rieles una a cada lado de la base, el carro a su vez posee 4 ruedas que se acoplan a la forma de la riel.

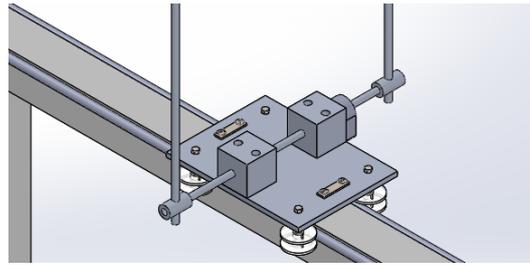


Figura 2.1: Péndulo-Carro con Ruedas

### Carro-Péndulo sin Ruedas

En la figura 2.2 observamos el mismo carro que se desplaza por una base que posee 2 rieles centrales que se acoplan a la estructura misma del carro sin la necesidad de que este posea ruedas sino que guían al carro ya que atraviezan su estructura.

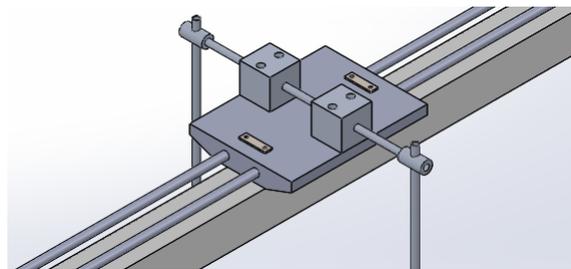


Figura 2.2: Péndulo-Carro sin Ruedas

### 2.2.2. Por Tipo de Base

#### Sistema con Base Grande

En la figura 2.3 observamos el carro sobre una estructura robusta capaz de hacer al sistema independiente, estable y de un traslado medianamente sencillo.

#### Sistema con Base Pequeña

En la figura 2.4 se observa un sistema de péndulo invertido hasta cierto punto portable, que cumple con el objetivo de dar soporte al carro mientras este se traslada a lo largo de la riel que lo guía.

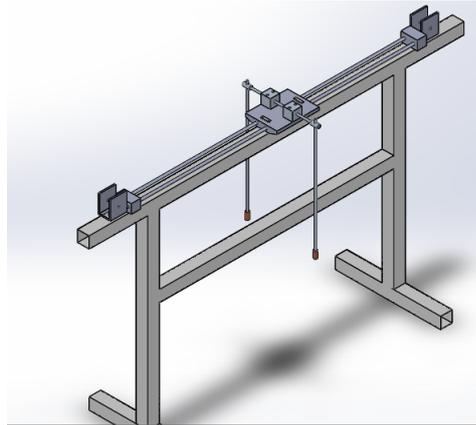
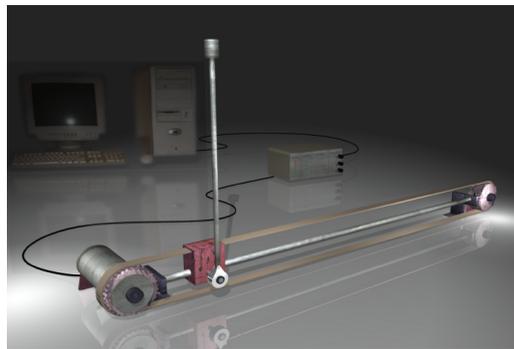


Figura 2.3: Péndulo invertido con Base Grande

Figura 2.4: Péndulo invertido con Base Pequeña  
Extraído de: [14]

## 2.3. SELECCIÓN DE LA MEJOR SOLUCIÓN

Para la selección de la mejor solución se realiza una matriz en la que se pondera cada una de las necesidades en la cual el valor de 1 representa malo, 2 neutro y 3 bueno. Se tomará en cuenta el traslado, estabilidad, fricción y durabilidad. Se analiza estas características para que el sistema cumpla con los parámetros que un equipo de laboratorio debe satisfacer.

PÉNDULO INVERTIDO	CARRO		BASE	
	CARRO-PÉNDULO CON RUEDAS	CARRO-PÉNDULO SIN RUEDAS	SISTEMA CON BASE GRANDE	SISTEMA CON BASE PERQUEÑA
TRASLADO	3	2	1	3
ESTABILIDAD	2	3	3	1
FRICCIÓN	3	1	3	1
DURABILIDAD	2	3	3	2
TOTAL	10	9	10	7

Cuadro 2.1: Matriz de Ponderación

De la matriz de ponderación representada en el cuadro 2.1 se observan las diferentes combinaciones de posibles soluciones presentadas, en la matriz se aprecia claramente

la mejor solución para el carro y la mejor solución para la base, tomando las 2 mejores opciones se obtiene como resultado que la combinación de Carro-Péndulo con base grande es la solución con mayor puntaje, siendo finalmente el modelo seleccionado para su diseño y posterior elaboración.

## 2.4. DIMENSIONAMIENTO DE LA EXTRACTURA

La figura 2.5 muestra a través de un croquis el dimensionamiento que tendrá el diseño de la estructura.

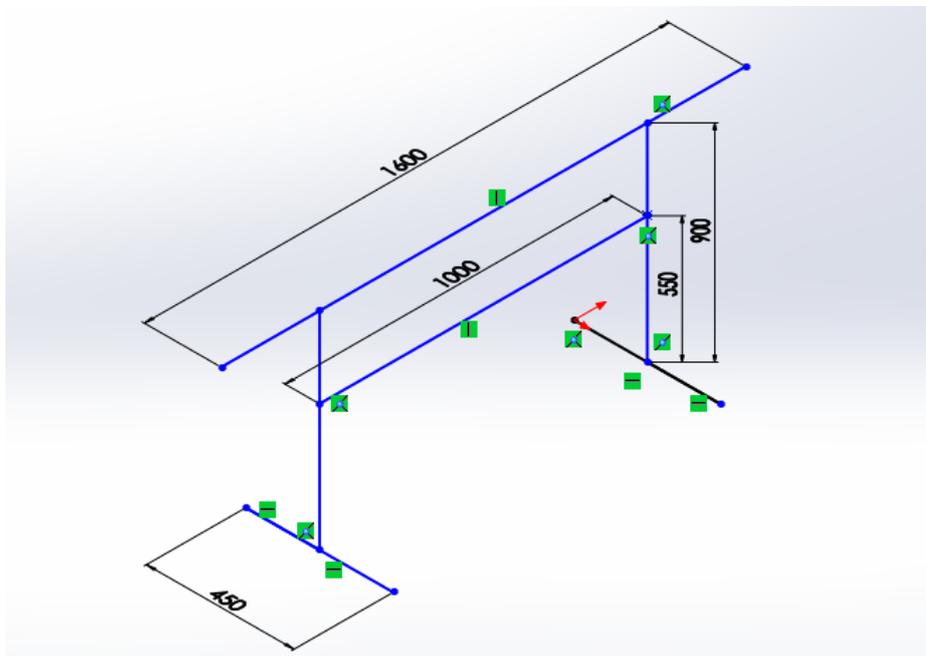


Figura 2.5: Croquis del Péndulo Invertido

## 2.5. DISEÑO DEL PÉNDULO

### 2.5.1. Diseño del Eje del Péndulo

El sistema cuenta con 2 péndulos uno a cada lado del carro estos se sujetan al carro a través de un eje que soportará el peso del mismo por lo que se debe analizar las cargas, momentos, torques y deformación a las que el eje puede estar sujeto, partimos desde el diagrama de fuerzas mostrado en la figura 2.6.

Tomando estas fuerzas creamos un diagrama de cuerpo libre en donde se observa los momentos y torque que actúan sobre este mecanismo tal y como muestra la figura 2.7;

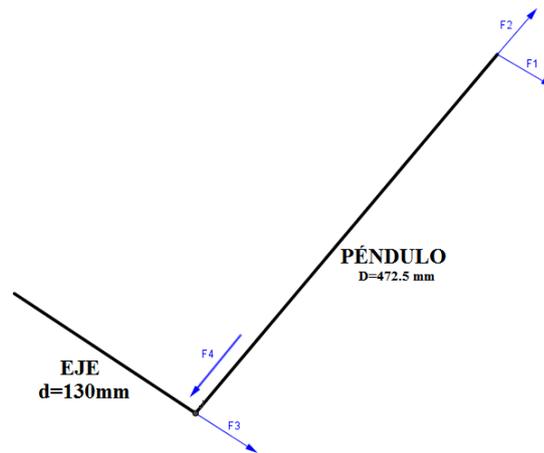


Figura 2.6: Diagrama de fuerzas Eje-Péndulo

la figura 2.8 por otra parte muestra los diámetros que poseen tanto el eje como el péndulo ya que poseen la misma geometría.

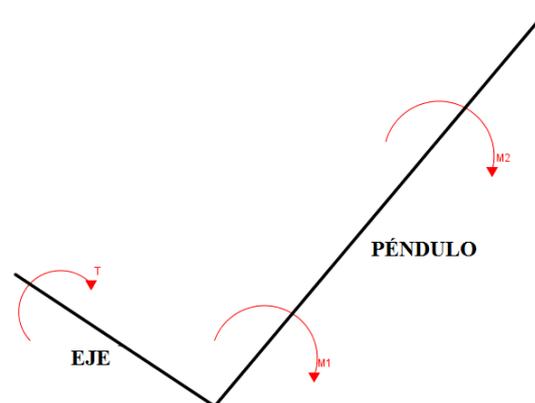


Figura 2.7: Diagrama de cuerpo libre Eje-Péndulo

Se calcula los momentos  $M_1, M_2$  &  $T$  aplicando la ecuación 2.1, reemplazando los valores correspondientes según donde se produce el momento.

$$M = \text{Peso} * \text{Distancia} \quad (2.1)$$

Reemplazando valores obtenemos:

$$\begin{aligned} M_1 &= P_{total} * Distancia_{eje} \\ M_1 &= 71gr \left( 9,81 \frac{m}{s^2} \right) (0,13m) \\ M_1 &= 90,54Nm \end{aligned}$$

$$M_2 = P_{pendulo} * Distancia_{pendulo}$$

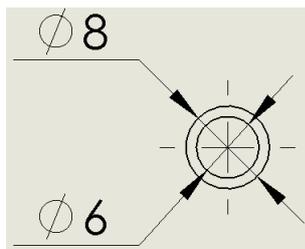


Figura 2.8: Diámetros Interno y Externo del Péndulo y el Eje

$$M_2 = 41gr \left( 9,81 \frac{m}{s^2} \right) (0,4725m)$$

$$M_2 = 190,04Nm$$

$$T = P_{total} * Distancia_{eje}$$

$$T = 71gr \left( 9,81 \frac{m}{s^2} \right) (0,13m)$$

$$T = 90,54Nm$$

Se calcula la Inercia del eje aplicando la ecuación 2.2 reemplazando los valores de los diámetros del eje y del Torque.

$$\tau_{yy} = \frac{T * R}{I} \leftrightarrow \frac{T(R_2 - R_1)}{\frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{4}} \quad (2.2)$$

$$\tau = \frac{190,04 * 10^3 (4 - 3)}{\frac{\pi(4^4 - 3^4)}{4}}$$

$$\tau = 1,382MPa$$

Tomamos un parte infinidecimal del péndulo como se muestra en la figura 2.9 para observar con mayor claridad los momentos que actúan sobre éste.

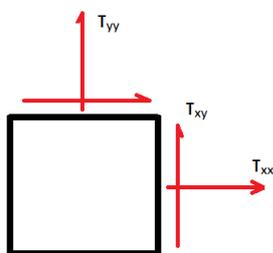


Figura 2.9: Parte Infinidecimal

Aquí tenemos la incógnita del valor de  $\tau_{xy}$  el mismo que se calcula con la ecuación 2.3 reemplazando los momentos 1 y 2.

$$\tau_{xy} = \frac{(M1 + M2)(R_2 - R_1)}{I}$$

$$\tau_{xy} = \frac{(M1 + M2)(R_2 - R_1)}{\frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{4}} \quad (2.3)$$

$$\tau_{xy} = 2,041MPa$$

Con la ecuación 2.4 calculamos  $\tau_{yy}$  parámetro que usaremos posteriormente; aquí reemplazamos los valores de los radios interno y externo del péndulo.

$$\tau_{yy} = \frac{\tau \cdot R}{I} \leftrightarrow \frac{\tau(R_2 - R_1)}{\frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{4}} \quad (2.4)$$

$$\tau_{yy} = 1,382MPa$$

Obtenido estos valores se procede a aplicar el método del círculo de Mohr y posteriormente calcular su factor de diseño, asumiendo que  $\tau_{yy} = 0$ .

$$C = \frac{\tau_{xx} - \tau_{yy}}{2}$$

$$= \frac{2,041MPa - 0}{2} \quad (2.5)$$

$$C = 1,02MPa$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\tau_{xx} - \tau_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.6)$$

$$R = 1,717MPa$$

Se toma los valores de  $C$  y  $R$  obtenidos de las ecuaciones 2.5 y 2.6 para obtener  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$  a partir de las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9.

$$\tau_1 = C + R \quad (2.7)$$

$$\tau_1 = 2,737MPa$$

$$\tau_3 = C - R \quad (2.8)$$

$$\tau_3 = -0,697MPa$$

$$\tau_2 = 0 \quad (2.9)$$

Se aplica la ecuación 2.10 para encontrar  $\tau_m$  y reemplazar los valores obtenidos de las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9.

$$\tau_m = \sqrt{\frac{1}{2} (\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2)} \quad (2.10)$$

$$\tau_m = 2MPa$$

Finalmente se calcula el factor de diseño con la ecuación 2.11, donde se reemplaza el valor del límite elástico del aluminio 1050[15] material utilizado en la estructura, el mismo que se obtiene del libro de y el valor de  $\tau_m$  obtenido de la ecuación 2.10.

$$FactordeDiseño = \frac{S_y}{\tau_m} \quad (2.11)$$

$$FactordeDiseño = 17$$

El factor de diseño obtenido es de 17 pero esto era de esperarse ya que los momentos y cargas a las que el péndulo es y será sometido no son tan significativas.

## 2.6. DISEÑO DE LA RUEDA

La figura 2.10 muestra el modelo que lleva la rueda y los puntos de apoyo sobre los que descansará el peso del carro, para su diseño se toma la rueda como una viga fija con 2 apoyos en sus extremos; la figura 2.10 muestra una variable  $a$ .

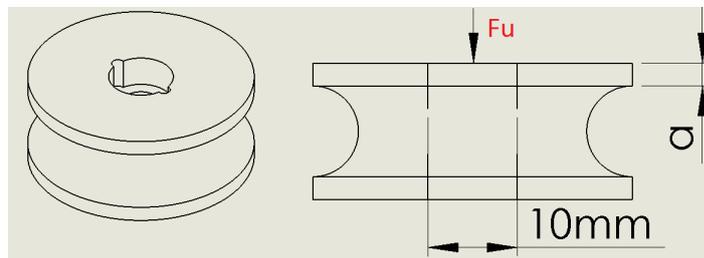


Figura 2.10: Modelo de Rueda y Fuerza que soporta

La masa total del carro es de 1.2 Kg, al tener 4 apoyos(ruedas) para reposar esta masa se divide para 4, por lo que consideramos una masa de 255 gramos obteniendo así un peso de 2,5 N; el cuál será representado por  $F_u$  tal y como se muestra en la figura 2.10. Conocido el valor de  $F_u$  obtenemos los diagramas de cuerpo libre, fuerza y momentos los mismos que se muestran en la figura 2.11.

Para obtener  $a$  primero se calcula  $\tau_{max}$ .

$$FS = \frac{0,577 * S_y}{\tau_{max}} \quad (2.12)$$

Asumiendo un factor de diseño de 2 y un  $S_y = 10,78MPa$  que es el del Nylon(Duralón) como se indica en el Anexo A. Se despeja  $\tau_{max}$  de la ecuación 2.12.

$$\tau_{max} = \frac{0,577S_y}{2} \quad (2.13)$$

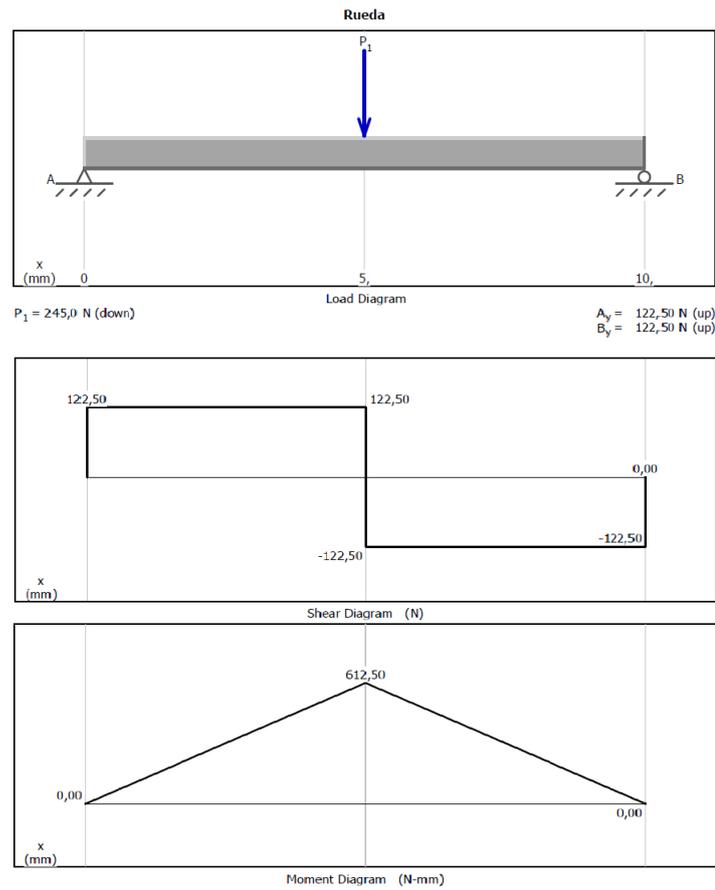


Figura 2.11: Diagrama de Cuerpo Libre, Fuerzas y Momentos de la Rueda

La ecuación 2.14 muestra el equivalente de  $\tau_{max}$  en función de la fuerza y el área de la rueda.

$$\tau_{max} = \frac{3V}{2A} \quad (2.14)$$

$$A = \frac{3V}{2\tau_{max}}$$

En la ecuación 2.14 reemplazamos la ecuación 2.13; así también el área  $A = a \cdot b$

$$A = \frac{3V}{2\tau_{max}}$$

$$a \cdot b = \frac{3V}{0,577S_y}$$

$$a = \frac{3(1,3N)}{0,577(10,78MPa)(0,003m)}$$

$$a = 0,0002m$$

El valor de la variable  $a$  se usa en el diseño de la rueda tal y como muestra la figura 2.10.

## 2.7. DISEÑO DE LA BASE

Cuando se diseña la base de la planta hay que ponderar que no puede existir deformación sobre ella ya que sobre esta se apoyan las rieles sobre las que se moverá el péndulo por lo que si esta se deforma la planta en general dejaría de ser útil. Para su diseño se toma a la base como una viga sujeta en sus 2 extremos. Se utilizarán las características del acero ASTM A36. La figura 2.12 muestra el bosquejo con las cotas de la base además de la geometría del tubo y la figura 2.13 diagrama de cuerpo libre sobre ella, con una Fuerza  $P_1=1kg$ .

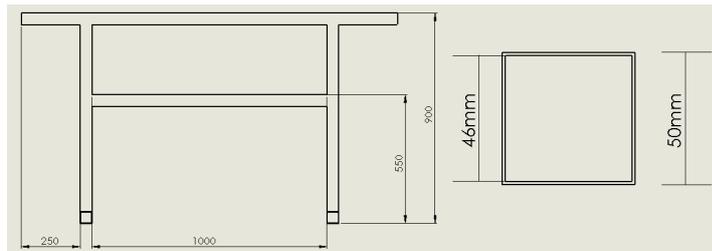


Figura 2.12: Bosquejo de la Base

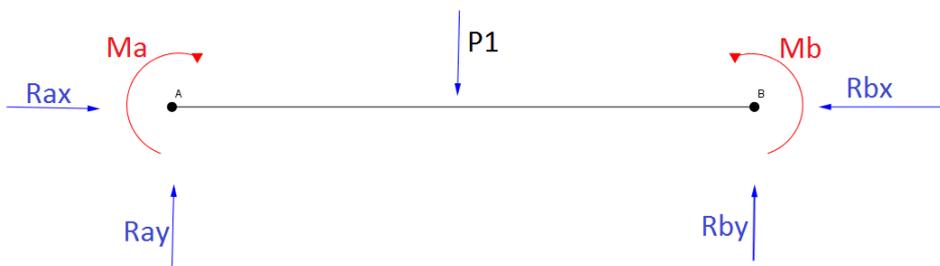


Figura 2.13: Diagrama de Cuerpo Libre de la Base

El objetivo es verificar si el material seleccionado arrojará un factor de diseño adecuado para la aplicación; por lo que comenzamos calculando las reacciones que intervienen.

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0 \\ (500mm)(1kg)(9,8 \frac{m}{s^2}) - (1000mm)(R_{BY})(9,8 \frac{m}{s^2}) &= 0 \\ R_{BY} &= 5N \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} R_{AY} &= R_{AY} \\ R_{AY} &= 5N \end{aligned} \quad (2.16)$$

Los momentos a partir de la ecuación 2.17, donde P es el peso, L la longitud. Su diagrama se muestra en la figura 2.15 así como también el diagrama de fuerzas.

$$M = \frac{PL}{8} \quad (2.17)$$

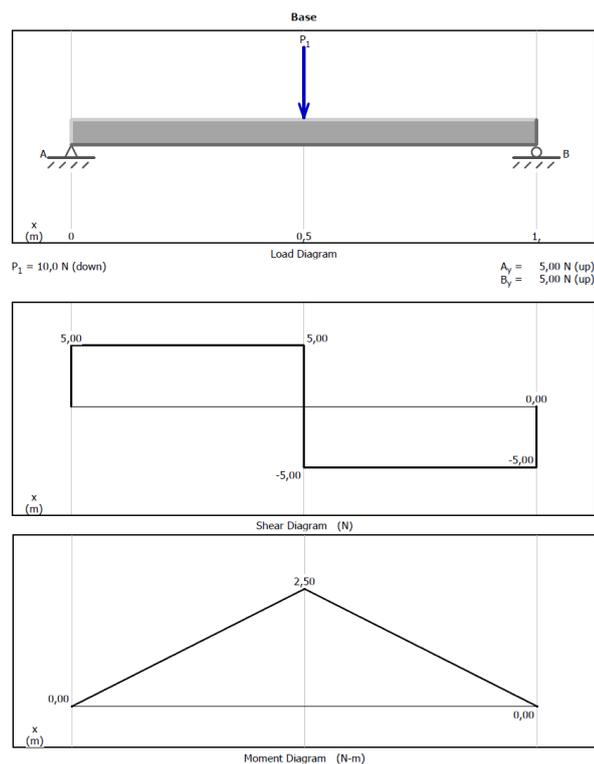


Figura 2.14: Diagrama de Fuerzas y Momentos de la Base

$$M_A = \frac{(10)(1000)}{8}$$

$$M_A = 1250 \text{MPA}$$

$$M_B = \frac{(10)(1000)}{8}$$

$$M_B = 1250 \text{MPA}$$

## 2.8. SELECCIÓN DE MATERIALES

### 2.8.1. Carro y Péndulo

La selección de material se concentró en materiales livianos pero con la resistencia de fluencia necesaria para soportar las cargas y esfuerzos a los que iban a ser sometidos. Por lo que se decantó por el aluminio para la estructura del carro y de péndulo; con la excepción de sus puntas las mismas que serán de cobre debido a su peso y versatilidad de manufactura. En las ruedas se optó por el nylon mejor conocido en el medio como duralón por su facilidad de manufactura y adquisición, además de que este posee la característica de no necesitar de lubricantes, esto se debe a la rotación que realizará; calentará el material haciendo que la fricción producida sea muy baja.

### 2.8.2. Base

El material idóneo para la base será un acero así que se decidió utilizar el ASTM A36; satisface muy bien los requerimientos y dimensiones del sistema.

## 2.9. SELECCIÓN DEL MOTOR

### 2.9.1. CONDICIONES INICIALES

El motor debe cumplir con las siguientes condiciones iniciales detalladas en la tabla 2.2.

VELOCIDAD 1500 RPM  
POTENCIA 64 WATTS

Cuadro 2.2: Características Iniciales del Motor

En la actualidad existe una amplia gama de motores de los cuales se ecogió motores paso paso, motor lineal dc y motor lineal ac; para la selección de la mejor opción se realiza una matriz en la que se pondera cada una de las necesidades en la cual el valor de 1 representa malo, 2 neutro y 3 bueno. Se tomó en cuenta el cambio de giro, precisión, velocidad y torque.

La matriz ponderada de la tabla 2.3 nos da como resultado que la mejor alternativa es un motor lineal dc, ya que satisface las necesidades de la planta a implementar. Se consideró diferentes opciones en el mercado nacional, seleccionando finalmente un motor lineal dc cuyas características se detallan en el cuadro 2.4.

## 2.10. SELECCIÓN DE LA CORREA Y POLEAS

La selección la realizamos en 5 pasos que se detallan en la sección 1.5.1 del marco teórico:

### Requerimientos

- HP y Tipo de Unidad Motriz = Motor eléctrico 94Watts=0,126HP
- RPM de la unidad Motriz =2000RPM
- 1000 RPM
- Distancia de 1,3m= 51,18"
- Banda Carga Ligera

MOTOR	MOTOR PASO PASO	MOTOR LINEAL DC	MOTOR LINEAL AC
CAMBIO DE GIRO	3	2	1
PRESICIÓN	3	3	1
VELOCIDAD	1	3	3
TORQUE	2	2	3
<b>TOTAL</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>8</b>

Cuadro 2.3: Matriz de Ponderación del Motor

VELOCIDAD	2000 RPM
POTENCIA	94 WATTS

Cuadro 2.4: Características del Motor

### Potencia del Diseño e HP

La potencia de diseño esta dada por el producto entre la Polea Motriz= 0,126 HP y el Factor de Servicio para Bandas de Carga Ligera= 1,5; este factor de servicio se obtiene de la tabla Factores de Servicio Básicos para Máquinas adjunta en el Anexo C. Por lo que la Potencia de Diseño = 0,18HP.

### Paso de la Correa

En el Anexo D se muestra el resultado de cruzar 0.19HP con los 1000RPM lo que nos muestra una correa XL.

### Relación de Velocidad

La relación de velocidad está dada por la relación entre las RPM Motriz= 2000 y RPM Impulsada= 1000, entonces obtenemos una relación de velocidad = 2.

### Transmisión Estandar

El Anexo E se señala la dimensión de las poleas con su respectiva distancia entre los centros de los ejes, esto se selecciona con la relación de velocidad obtenida del paso anterior, sin embargo la distancia que se requiere desborda esta tabla por lo que se seleccionó la 570XL que posee la longitud necesaria. Por lo que poleas y correa seleccionada serían.

- Polea Motriz= 30XL
- Polea Impulsada = 30XL
- Longitud de la Correa Estandart = 570XL
- Distancia entre los centros = 51,18"

### Ancho de la Correa

Con 30 dientes en la polea motriz y una correa de 1" de ancho se obtienen 1,23HP por lo que se optó por tomar un ancho menor entonces se seleccionó 1/4" la cual trasmite  $1,23 * 0,15 = 0,1845HP$ . Estos datos se obtienen del Anexo F en donde tomando el dato de las RPM del Motor se obtiene la capacidad de transmisión por ancho de banda en HP. Entonces se determina que la correa y poleas más adecuadas son:

- Polea Motriz 30XL025

- Polea Impulsada 30XL025
- Correa 570XL025

Respecto a las poleas y debido a que las correas tienen una presión inherente suave lateral, es necesario utilizar al menos una polea con pestañas para evitar que la correa se descarrile. Sin embargo y como es el caso cuando la longitud de la correa es 8 veces mayor al diámetro de la polea menor, o cuando los ejes no son horizontales, o la transmisión tiene más de 2 poleas, ambas deben tener pestañas. Entonces las 2 poleas que se usarán deben tener pestañas. Todo esto según las normas y sugerencias que menciona el manual de selección de Intermec S.A. [6].

## 2.11. SELECCIÓN DEL DRIVER

El motor a utilizar con un esfuerzo máximo calculado llegará a consumir 12V a 5A, para darle un buen factor de seguridad se decidió seleccionar un driver que duplique el valor del amperaje y soporte hasta un 50% más de voltaje que el que se utilizará. El driver VNH2SP30 satisface estas características. El cuadro 2.5 muestra los parámetros ponderados que posee.

$$\begin{array}{ll} V_{in_{max}} & 12 \text{ V} \\ I_{in_{max}} & 15 \text{ A} \end{array}$$

Cuadro 2.5: Características del Driver

## 2.12. MODELO MATEMÁTICO DEL PÉNDULO INVERTIDO

El modelamiento matemático es el objetivo final de este trabajo de tesis para el mismo debemos analizar la dinámica del sistema estableciendo parámetros tal y como se muestran en la figura 2.15.

En la tabla 3.1 se explica a detalle cada uno de los parámetros

La sumatoria de fuerzas en X

$$F = H + M\ddot{X}_c + f_c\dot{X}_c \quad \text{donde } H = m\ddot{X}_p \quad (2.18)$$

La sumatoria de fuerzas en Y

$$V = mg + m\ddot{Y}_p \quad \text{entonces } V = mg - ml(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \quad (2.19)$$

donde  $\dot{Y}_c = \ddot{Y}_c = 0$

Sumatoria de torques alrededor del punto pivot  $X_c, Y_{pp}$  :

$$\sum \tau = I_p \ddot{\theta} \quad (2.20)$$

Reemplazando los valores del cuadro 2.7 y despejando  $\ddot{x}$  en la ecuación 2.18 obtenemos:

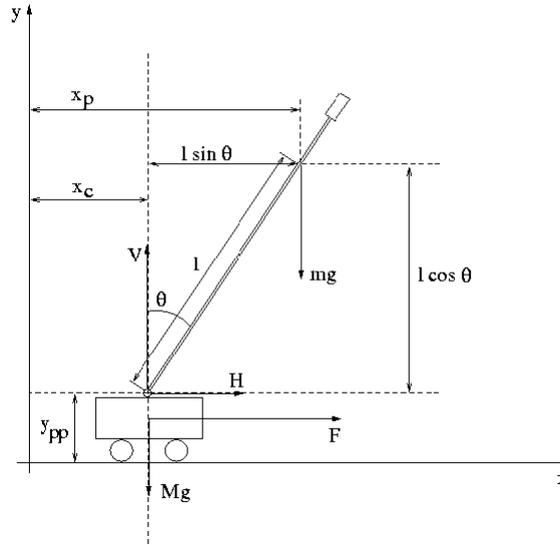


Figura 2.15: Dibujo esquemático del péndulo y el carro.

$x_p$	Coordenada en X del centro de gravedad del péndulo
$y_p$	Coordenada en Y del centro de gravedad del péndulo
$x_c$	Coordenada en X del centro de gravedad del carro
$y_c$	Coordenada en Y del centro de gravedad del carro
$y_{pp}$	Coordenada en Y del Punto Pivot
$l$	Distancia del centro de gravedad del péndulo al Punto Pivot
$\theta$	Ángulo del péndulo con respecto al eje Y positivo
$m$	Masa del péndulo (load and rod)
$M$	Masa del Carro
$F$	Fuerza aplicada al carro
$V$	Fuerza de reacción vertical del péndulo
$H$	Fuerza de reacción horizontal del péndulo
$I_p$	Momento de Inercia del péndulo con respecto al Punto Pivot
$f_p$	Fricción viscosa del péndulo en el Punto Pivot
$f_c$	Fricción Dinámica del carro

Cuadro 2.6: Parámetros de la función de transferencia

$$\begin{aligned}
 F &= M\ddot{X}_c + f_c\dot{X}_c + m\ddot{X}_p \\
 F &= M\ddot{x} + f_c\dot{x} + m(\ddot{x} + l\ddot{\theta}\cos\theta - l\dot{\theta}^2\sin\theta) \\
 &\quad \updownarrow \\
 (M + m)\ddot{x} &= F - ml(\ddot{\theta}\cos\theta + \dot{\theta}^2\sin\theta) - f_c\dot{x}
 \end{aligned}$$

Reemplazando valores en la ecuación 2.20 obtenemos:

$$\begin{aligned}
 I_p\ddot{\theta} + f_p\dot{\theta} &= Vl\sin\theta - Hl\cos\theta \\
 I_p\ddot{\theta} + f_p\dot{\theta} &= (mg - ml\ddot{\theta}\sin\theta - ml\dot{\theta}^2\cos\theta)(l\sin\theta) - m(\ddot{x} + l\ddot{\theta}\cos\theta - l\dot{\theta}^2\sin\theta)(l\cos\theta) \\
 I_p\ddot{\theta} + f_p\dot{\theta} &= m(gl\sin\theta - l^2\ddot{\theta}(\sin^2\theta + \cos^2\theta) - \ddot{x}l\cos\theta) \\
 I_p\ddot{\theta} + f_p\dot{\theta} &= m(gl\sin\theta - l^2\ddot{\theta} - \ddot{x}l\cos\theta) \text{ ya que } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \\
 &\quad \updownarrow \\
 I_p\ddot{\theta} + f_p\dot{\theta}, (I_p + ml^2)\ddot{\theta} &= mgl\sin\theta - ml\ddot{x}\cos\theta - f_p\dot{\theta}
 \end{aligned}$$

Derivando obtenemos que:

$$\begin{array}{ll}
 X_c = x & X_p = x + l \sin \theta \\
 \dot{X}_c = \dot{x} & \dot{X}_p = \dot{x} + l \dot{\theta} \cos \theta \\
 \ddot{X}_c = \ddot{x} & \ddot{X}_p = \ddot{x} + l \ddot{\theta} \cos \theta - l \dot{\theta}^2 \sin \theta \\
 Y_c = y = 0 & Y_p = Y_{pp} + l \cos \theta \\
 \dot{Y}_c = 0 & \dot{Y}_p = -l \dot{\theta} \sin \theta \\
 \ddot{Y}_c = 0 & \ddot{Y}_p = -l \ddot{\theta} \sin \theta - l \dot{\theta}^2 \cos \theta
 \end{array}$$

Cuadro 2.7: Derivadas de los parámetros

La relación dinámica entre la posición del carro y la posición angular del péndulo están dados por las ecuaciones 2.21 y 2.22

$$\ddot{x} = \frac{(F - ml(\ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta) - f_c \dot{x})}{(M + m)} \quad (2.21)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{mgl \sin \theta - ml\ddot{x} \cos \theta - f_p \dot{\theta}}{I_p + ml^2} \quad (2.22)$$

---

## Capítulo 3

# PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Este capítulo se refiere a las pruebas realizadas y resultados obtenidos en este trabajo de investigación. Partiendo desde la matriz QFD que fué la herramienta elegida para ponderar las necesidades a satisfacer con el péndulo, posterior a esto se selecciona la mejor opción de las soluciones propuestas, luego se hace el estudio dinámico del sistema se limita dimensiones.

### 3.1. PRUEBAS

#### 3.1.1. Parámetros

La dinámica del modelo matemático está descrito de manera algebraica por lo que es necesario reemplazar los parámetros por valores numéricos, algunos de los mismos son dados por especificaciones técnicas del péndulo mientras que para encontrar otros es necesario realizar ciertos procesos de experimentación.

#### 3.1.2. Centro de Gravedad del Péndulo

El péndulo está compuesto por un eje de aluminio y una cabeza de cobre, es posible calcular su centro de gravedad mediante ciertos cálculos físicos y matemáticos, para nuestra aplicación lo vamos hacer mediante el siguiente experimento.

Con el péndulo desmontado, se lo balancea de manera horizontal sobre un borde hasta encontrar el punto de balance, éste será el centro de masa del péndulo.

Como resultado del experimento el centro de gravedad del péndulo se ubica a 0.304m de su lado sin carga.

### 3.1.3. Momento de Inercia del Péndulo

El punto de inercia del péndulo puede ser calculado tomando cuidadosamente la medida del objeto y conociendo la densidad de las partes que lo componen, aunque tal como en el ejemplo anterior existe una manera más fácil de hacerlo.

Cuando el péndulo oscila formando un pequeño ángulo este puede ser tomado como un sistema armónico simple, la fuerza que lleva al péndulo de regreso a su equilibrio es proporcional a este punto. Este sistema se mueve en un movimiento armónico simple produciendo una oscilación  $\tau$ . La expresión para este periodo esta dada por la ecuación 3.1

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgD}} \quad (3.1)$$

siendo  $I$  el momento de inercia con respecto al punto pivot,  $m$  la masa del péndulo (péndulo + carga) y  $D$  la distancia del punto pivot hasta el centro de gravedad del péndulo. Despejando  $I$  de la ecuación 3.1 obtenemos:

$$I = \frac{\tau^2 mgD}{4\pi^2} \quad (3.2)$$

El único parámetro que haría falta es un periodo de tiempo. Esto se consigue contando el número de periodos durante un determinado número de tiempo. Si el periodo de tiempo escogido es lo suficientemente grande obtendremos un muy buen estimado del periodo de inercia. Siempre tomando en cuenta el rango de  $\sin \theta \approx \theta$ . Hay que tomar en cuenta que el ángulo disminuirá su amplitud debido a la fricción que existe en el péndulo.

Calculo de  $\tau$

$$\tau = \frac{\text{PeriodeTiempo}(s)}{\text{NumerodePeriodos}} = \frac{60}{43} = 1,39 \quad (3.3)$$

Entonces los parámetros para el cálculo de la Inercia son:

$$\begin{aligned} \tau &= 1,39 \\ m &= 0,072kg \\ g &= 9,81m/s^2 \\ D &= 0,38m \end{aligned}$$

Cuadro 3.1: Parámetros de Inercia

Reemplazando los parámetros en la ecuación 3.2 obtenemos:

$$I = 0,02627kg/rad$$

### 3.1.4. Fricción del Péndulo

Cuando el péndulo esta hacia abajo y se le aplica una fuerza sacándolo de su punto de equilibrio, éste describirá un movimiento armónico simple. La disminución de éste

movimiento está dado por la función  $f(t) = ae^{-bt}$ . siendo  $a$  la condición inicial y  $b \geq 0$  dependiendo de la fricción viscosa en el  $pp$ . Fuera del punto de equilibrio el péndulo oscilará y su amplitud disminuirá en un factor de 0.5 en un periodo de  $X$  segundos.

Reemplazando los valores en la ecuación 3.4 obtenemos:

$$0,5a = ae^{60b}$$

$$b = \frac{\log 0,5}{60} \quad (3.4)$$

$$b = -0,01$$

Entonces la fricción del péndulo sería 0.01 Ns/rad.

### 3.1.5. Fricción del Carro

Al tratar de mover el carro existe una fuerza resistiva que trata de impedir que salga de su equilibrio, esto se debe a la fricción estática. Según la posición sobre la pista donde se encuentre el carro esta varía debido a la tensión que ejerce la banda, esta variación es significativa por lo que para iniciar el sistema el carro siempre debe colocarse en la mitad de la pista en donde se determinó que su fricción oscila entre 0,8N y 1,4N por lo que se seleccionó una fricción promedio igual a:  $f_c = 1,1N$

### 3.1.6. Encoders

El sistema cuenta con 2 encoders HEDM-5500 uno colocado en el punto pivot en el eje de los péndulos sobre el carro, y otro sobre el eje al que está conectado el motor. Cada encoder cuenta con 2000 puntos que equivalen a  $\pi$ ; Esto se corrobora con la siguiente programación realizada en arduino UNO. Su conexión se detalla en el manual de usuario proporcionado por el fabricante [8].

```
#include <Encoder.h>

// Change these two numbers to the pins connected to your encoder.
// Best Performance: both pins have interrupt capability
// Good Performance: only the first pin has interrupt capability
// Low Performance: neither pin has interrupt capability
Encoder myEnc(5, 6);
// avoid using pins with LEDs attached

void setup() {
  Serial.begin(9600);
  Serial.println("Basic_Encoder_Test:");
}

long oldPosition = -999;

void loop() {
  long newPosition = myEnc.read();
  if (newPosition != oldPosition) {
    oldPosition = newPosition;
    Serial.println(newPosition);
  }
}

/*****
  END FILE
*****/
```

La librería Encoder.h utilizada para el desarrollo de este programa se obtuvo de la fuente [16].

### 3.1.7. Finales de Carrera

El sistema posee 2 finales de carrera cada ubicado a cada extremo de la pista, son un sistema de protección y su finalidad es hacer las veces de paros de emergencia ya

que si estos son activados el sistema completo se detendrá. Si los sensores son activados estos enviarán una señal de 0 lógico lo que detendrá el sistema. Para verificar su correcto funcionamiento se elaboró la siguiente programación en arduino UNO.

```
void setup() {
  //start serial connection
  Serial.begin(9600);
  //configure pin2 as an input and enable the internal pull-up resistor
  pinMode(2, INPUT_PULLUP);
  pinMode(13, OUTPUT);
}

void loop() {
  //read the pushbutton value into a variable
  int sensorVal = digitalRead(2);
  //print out the value of the pushbutton
  Serial.println(sensorVal);

  // Keep in mind the pullup means the pushbutton's
  // logic is inverted. It goes HIGH when it's open,
  // and LOW when it's pressed. Turn on pin 13 when the
  // button's pressed, and off when it's not:
  if (sensorVal == HIGH) {
    digitalWrite(13, LOW);
  } else {
    digitalWrite(13, HIGH);
  }
}
/*****
END FILE
*****/
```

### 3.1.8. Driver del Motor

El driver VNH2SP30 es un puente H con el que el sistema cuenta para poder controlar el motor que posee, la programación utilizada para su correcto funcionamiento fue la siguiente. Para verificar su diagrama de conexión ir al manual de usuario del fabricante [7].

```
#define BRAKEVCC 0
#define CW 1
#define CCW 2
#define BRAKEGND 3
#define CS.THRESHOLD 100

/* VNH2SP30 pin definitions
xxx[0] controls '1' outputs
xxx[1] controls '2' outputs */
int inApin[2] = {7, 4}; // INA: Clockwise input
int inBpin[2] = {8, 9}; // INB: Counter-clockwise input
int pwmpin[2] = {5, 6}; // PWM input
int cspin[2] = {2, 3}; // CS: Current sense ANALOG input
int enpin[2] = {0, 1}; // EN: Status of switches output (Analog pin)

int statpin = 13;

void setup()
{
  Serial.begin(9600);

  pinMode(statpin, OUTPUT);

  // Initialize digital pins as outputs
  for (int i=0; i<2; i++)
  {
    pinMode(inApin[i], OUTPUT);
    pinMode(inBpin[i], OUTPUT);
    pinMode(pwmpin[i], OUTPUT);
  }
  // Initialize braked
  for (int i=0; i<2; i++)
  {
    digitalWrite(inApin[i], LOW);
    digitalWrite(inBpin[i], LOW);
  }
  // motorGo(0, CW, 1023);
  // motorGo(1, CCW, 1023);
}

void loop()
{
  motorGo(0, CW, 1023);
  motorGo(1, CCW, 1023);
  delay(500);

  motorGo(0, CCW, 1023);
  motorGo(1, CW, 1023);
  delay(500);

  if ((analogRead(cspin[0]) < CS.THRESHOLD) && (analogRead(cspin[1]) < CS.THRESHOLD))
    digitalWrite(statpin, HIGH);
}

void motorOff(int motor)
```

```
{
// Initialize braked
for (int i=0; i<2; i++)
{
digitalWrite(inApin[i], LOW);
digitalWrite(inBpin[i], LOW);
}
analogWrite(pwmpin[motor], 0);
}

/* motorGo() will set a motor going in a specific direction
the motor will continue going in that direction, at that speed
until told to do otherwise.

motor: this should be either 0 or 1, will selet which of the two
motors to be controlled

direct: Should be between 0 and 3, with the following result
0: Brake to VCC
1: Clockwise
2: CounterClockwise
3: Brake to GND

pwm: should be a value between ? and 1023, higher the number, the faster
it'll go
*/
void motorGo(uint8_t motor, uint8_t direct, uint8_t pwm)
{
if (motor <= 1)
{
if (direct <=4)
{
// Set inA[motor]
if (direct <=1)
digitalWrite(inApin[motor], HIGH);
else
digitalWrite(inApin[motor], LOW);

// Set inB[motor]
if ((direct==0)||(direct==2))
digitalWrite(inBpin[motor], HIGH);
else
digitalWrite(inBpin[motor], LOW);

analogWrite(pwmpin[motor], pwm);
}
}
}
```



---

# Capítulo 4

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1. CONCLUSIONES

- Mediante el estudio de campo y recopilación de información de la estructura de un péndulo invertido determinó la forma básica carro-péndulo ya que este modelo es ideal para obtener una relación dinámica entre los 2, lo que al final da como resultado una ecuación que describe el modelo matemático del sistema.
- Plantas existentes en el mercado sirvieron de modelo en el diseño final del sistema, tomando la forma de la base grande, rígida que proporciona una buena estabilidad y la manera de traslación por medio de un sistema de poleas con correa ancladas al carro, que se desplaza a lo largo de una riel; la posición de los encoders que toman los datos del motor así como también la del péndulo.
- Se seleccionó en la base Acero ASTM A36 debido a su robustez, dimensiones standarizadas de 5cmx5cm ideales para su diseño, para el carro se seleccionó el aluminio por su peso reducido en relación a otros metales, para las ruedas se usó duralón por su fácil manufactura además de no necesitar el uso de lubricantes para su funcionamiento ideal, finalmente para los péndulo se determinó el uso de varillas de aluminio huecas ya que al no estar expuestas a grandes fuerzas su composición satisfase las condiciones de fricción colocando al final un peso de cobre ya que gracias a su densidad es un material óptimo.
- En la construcción del sistema se puso especial cuidado en sectores críticos como la riel y la forma de las llantas que son primordiales en el desplazamiento del péndulo y un error en su manufactura daría como resultado una planta diferente al modelo matemático calculado.
- Al tomar el esquema básico del péndulo se logró determinar cada uno de sus parámetros, constantes y variables; que al derivarlas y realizando sumatorias en X y Y obtuvimos como resultado 2 ecuaciones que describen la relación dinámica entre la posición del carro y la posición angular del péndulo.

## 4.2. RECOMENDACIONES

- Se recomienda el uso de la planta en posibles próximos trabajos de grado implementando diversos tipos de controladores.
- Se sugiere realizar un péndulo invertido con una base móvil.
- Se recomienda variar la altura del péndulo al momento de implementar un controlador y verificar su funcionamiento con esta variación.
- Se sugiere utilizar otras poleas que posean un diámetro mayor para evitar el roce existente con el eje que conecta los 2 péndulos.
- Se recomienda cambiar el eje que conecta a los 2 péndulos por uno sólido debido a que puede llegar a deformarse debido al contacto constante al que está sujeto y no por el peso de los péndulos en sí.
- Se propone que sea un requisito que todos los trabajos de grado se realicen en Latex ya que esto le da un grado mayor de profesionalismo.

---

# Bibliografía

- [1] A. Hernández, M. Legaspi, and J. Peláez, *Control inteligente del péndulo invertido*. Universidad Complutense de Madrid, 2012.
- [2] F. Ortega, *Modelado y control del péndulo invertido sobre carro mediante sistemas híbridos*. Universidad de Sevilla, Escuela Superior Técnica de Ingenieros, 2012.
- [3] R. W. Meaton, *Motores Eléctricos: selección, mantenimiento y reparación*. McGraw-Hill, Interamericana, 1991.
- [4] NSK, “<http://www.nsk.com/>,” 2012.
- [5] optibelt, <http://www.optibelt.com/>, 2016.
- [6] I. SA, *Transmisiones por Correas Dentadas de Tiempo y Síncronas, Manual de Selección*, Aug. 2010.
- [7] STMicroelectronics, *VNH2SP30-E Automotive fully integrated H-bridge motor driver*, 2013.
- [8] A. Technologies, *HEDM-55xx/560x and HEDS-55xx/56xx Quick Assembly Two and Three Channel Optical Encoders*, Nob 2014.
- [9] A. Lazalde, J. Torres, and D. Vila-Viñas, “Hardware libre (v1.2),” Buen Conocer - FLOK Society documento de política pública, jan 2015, proyecto realizado bajo convenio con el Ministerio Coordinador del Conocimiento y Talento Humano, la Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación y el Instituto de Altos Estudios Nacionales del Ecuador (IAEN).
- [10] A. García Osés, *Diseño de una red CAN bus con Arduino*. Universidad Pública de Navarra, 2015, trabajo Fin de Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales.
- [11] D. Calliester, William, *Ciencia e Ingeniería de los Materiales*. REVERTE S.A., 2007, bogota.
- [12] Ensinger, “<http://www.ensinger.es/es/materiales/plasticos-de-ingenieria/poliamida/>,” 2016.
- [13] F. M. Enrique Yacuzzi, *QFD: CONCEPTOS, APLICACIONES Y NUEVOS DESARROLLOS*. Universidad del CEMA, 2009.
- [14] F. C. Luna, *Levantamiento y Estabilización del Péndulo Invertido*, Feb. 2003.
- [15] J. K. N. Richard G. Budynas, *Diseño e Ingeniería Mecánica de Shigley*. McGraw-Hill Interamericana, 2008.
- [16] Electrónica Projects, “<https://www.pjrc.com/>,” 2014.



# Anexos A

## Características del Duralón

Características del duralon®					
GENERALES		METODO DE PRUEBA DIN-ASTM	UNIDADES DURALON®		
			C 100	C 90	C 80
Densidad		g/cm <sup>3</sup>	1.15	1.14	1.12
Temp. Fusión	ASTM D789	°C	220	208/210	202/206
Abs./Humedad					
- en aire		%	2.5	2.3	2.0
- en agua		%	6.5	4.5	3.0

MECANICAS					
	METODO DE PRUEBA DIN-ASTM	UNIDADES	C 100	C 90	C 80
Resist./Tracción	ASTM D638	kg/cm <sup>2</sup>	560/815	407/713	357/611
Elong./Tracción fase elástica	ASTM D638	%	10/25	10/30	10/45
Resist. compresión (deform. 10%)	ASTM D695	kg/cm <sup>2</sup>	850	800	750
Resist./compres. (sin deformación)		Kg/cm <sup>2</sup>	140	125	110
Resist./Flexión	DIN 53432 ASTM D790	Kg/cm <sup>2</sup>	815/1530	408/1325	306/1170
Modulo/elasticidad	ASTM D638	Kg/cm <sup>2</sup>	2240/3570	785/2550	610/2240
Resist. esfuerzo cortante	ASTM D732	Kg/cm <sup>2</sup>	650	550	450
Resist. impacto a 20°C	DIN 53453	Kg/cm <sup>2</sup>	s/rupt.	s/rupt.	s/rupt.
Resist. impacto con ranura	DIN 53453	Kg/m <sup>2</sup>	8.2/4.4	6/4.1	s/rupt/15.3

COEFICIENTES DE FRICCIÓN/DESGASTE / ABRASION DURALON®			
	C 100	C 90	C 80
- Estático en seco	0.4	0.35	0.3
- Dinámico en seco	0.3	0.22	0.15
- Estático en aceite	0.10	0.10	0.10
- Dinámico en aceite	0.08	0.08	0.08
- Estático con circulación forzada en aceite	0.002	0.011	0.02
- Dinámico con circulación forzada en aceite	-	-	-
- Estático en agua	0.23	0.23	0.23
- Dinámico en agua	0.19	0.18	0.19

MATERIAL	COEFICIENTE FRICCIÓN	ABRASION MICRONES Km
DURALON®	0.35/0.43	0.1
Poliéster (PETP)	0.64	0.5
Poliétileno alta densidad (PE/HD)	0.25	1.0/4.6
Poliacetal	0.34	4.8
Polimetil meta acrilato (PMMA)	0.54	4.8
Polivinil Cloruro (PVC)	0.60	5.6
Poliétileno baja densidad (PE/LD)	0.58	7.1
Acilonitril Butadieno-estirolo (ABS)	0.60	8.4
Co-poliacetal	0.32	8.9
Polipropileno (PP)	0.30	11
Teflón	0.22	21



# Anexos B

## Efecto General de la Variación del Voltaje en las Características de Motores CC

Creación de voltaje	Par de arranque y par máx. de operación	Velocidad a plena carga	Eficiencia			Corriente a plena Carga	Aumento de temperatura a plena Carga	Capacidad máx. de sobrecarga	Ruido magnético
			Plena carga	% de carga	½ carga				
<b>Devanado en Derivación</b>									
Voltaje de 120%	Aumento de 30%	110%	Ligero aumento	Sin cambio	Ligero descenso	Disminuye 17%	Aumenta en el campo principal en el campo del conmutador y en la armadura disminuyen.	Aumento de 30%	Ligero Aumento
Voltaje de 110%	Aumento de 15%	105%	Ligero aumento	Sin cambio	Ligero descenso	Disminuye 8.5%	Aumenta en el campo principal en el campo del conmutador y en la armadura disminuye	Aumento de 15 %	Ligero Aumento
Voltaje de 90%	Disminución de 16%	95%	Ligero descenso	Sin cambio	Ligero aumento	Aumenta 11.5%	Disminuye en el campo principal en el campo del conmutador y en la armadura aumenta	Descenso de 16%	Ligero Descenso
<b>Devanado Compuesto</b>									
Voltaje de 120%	Aumento de 30%	112%	Ligero aumento	Sin cambio	Ligero descenso	Disminuye 17%	Aumenta en el campo principal en el campo del conmutador y en la armadura disminuyen.	Aumento de 30%	Aumenta ligeramente
Voltaje de 110%	Aumento de 15%	104%	Ligero aumento	Sin cambio	Ligero descenso	Disminuye 8.5%	Aumenta en el campo principal en el campo del conmutador y en la armadura disminuye	Aumento de 15 %	Aumenta ligeramente
Voltaje de 90%	Disminución de 16%	96%	Ligero descenso	Sin cambio	Ligero aumento	Aumenta 11.5%	Disminuye en el campo principal en el campo del conmutador y en la armadura aumenta	Descenso de 16%	Disminuye Ligeramente



# Anexos C

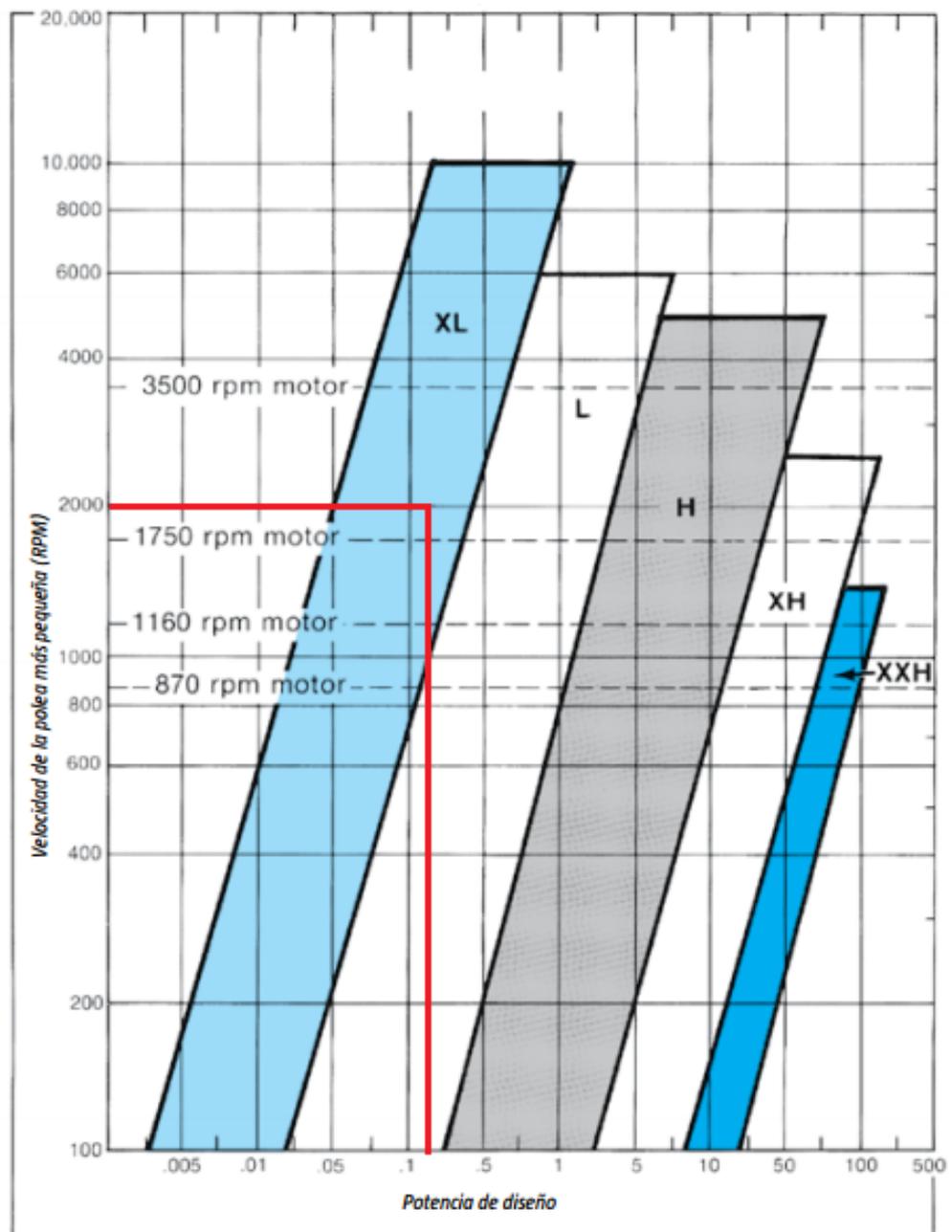
Tabla de Factores de Servicios Básicos Para Máquinas

TIPO		FACTOR
Agitadores, batidores (Pala o propulsor)	Líquido	1.6
	Semilíquido	1.7
Maquinaria de panadería	Batidoras de masa	1.6
Maquinaria para ladrillos y barro	Taladros, batidoras y granuladores	1.7
	amasaderas	2.0
Centrifugadoras		1.9
Compresores	Recíprocos	2.2
	centrifugos	1.7
Transportadores	Banda, carga ligera;	1.5
	banda para horno, mineral, carbon,	1.7
	apron cangilón, espiral, helicoidal	1.8
Ventiladores, Sopladores	Centrifugos, propulsor, ventiladores	1.8
	para minas, sopladores positivos	2.0
Generadores y excitadores		1.8
Molinos de martillos		1.9
Grúas, elevadores		1.8
Maquinaria para lavanderías	General	1.6
	Extractores, lavadoras	1.8
Eje de línea		1.7
Máquinas herramientas	Taladros, tornos	1.6
	máquinas de tornillo, esme- ril	1.7
	fresadoras, cepillos, troque- les	1.7
Molinos	Bola, varilla, granulo, etc.	2.2
Maquinaria para papel	Agitadores, calandrias, secadoras,	1.6
	desfibradoras, bombas nash	1.9
Maquinaria para imprentas	Imprentas, periódicos, rotativas, planas, revista; máquinas de linotipo, cortadoras, plegadoras	1.6
Bombas	Centrifugas, engranes rotarias,	1.7
	tubular, recíprocas	2.2
Maquinarias para plantas de hule		1.8
Maquinarias para aserraderos		1.8
Cribas	Vibradoras, (agitadoras)	1.7
	tambor, cánci- co	1.5
Maquinaria textil	Telares, hilanderías, carretes, urdimbre	1.8
		1.7
Maquinaria para trabajos en madera	Tornos, sierras sinfin, sierras circulares,	1.4
	cepillos	1.6



# Anexos D

Tabla de Selección del Paso para Transmisiones de Tiempo





# Anexos E

## Tabla XL Relaciones de Velocidad

### XL Relaciones de Velocidad de 1.80 a 2.57

Relación de Velocidad	Combinación de Poleas		Distancias entre centros en pulgadas usando correas estándar																							
	Motriz	Impulsada	60 XL	70 XL	80 XL	90 XL	100 XL	110 XL	120 XL	130 XL	140 XL	150 XL	160 XL	170 XL	180 XL	190 XL	200 XL	210 XL	220 XL	230 XL	240 XL	250 XL	260 XL			
	No. Dientes	No. Dientes																								
1.80	20XL	36XL	—	—	—	—	2.14	2.65	3.16	3.66	4.17	4.67	5.17	5.68	6.18	6.68	7.18	7.68	8.18	8.69	9.19	9.69	10.19			
1.82	22XL	40XL	—	—	—	—	2.33	2.84	3.35	3.86	4.36	4.87	5.37	5.87	6.37	6.88	7.38	7.88	8.38	8.88	9.38	9.88	10.38			
1.82	11XL	20XL	1.42	1.93	2.43	2.94	3.44	3.94	4.44	4.94	5.44	5.94	6.44	6.94	7.44	7.94	8.45	8.95	9.45	9.95	10.45	10.95	11.45			
1.83	24XL	44XL	—	—	—	—	—	2.52	3.03	3.54	4.05	4.56	5.06	5.56	6.07	6.57	7.07	7.57	8.07	8.58	9.08	9.58	10.08			
1.83	12XL	22XL	1.26	1.77	2.28	2.78	3.28	3.79	4.29	4.79	5.29	5.79	6.29	6.79	7.29	7.79	8.29	8.79	9.29	9.79	10.30	10.80	11.30			
1.87	15XL	28XL	—	—	1.80	2.31	2.82	3.32	3.83	4.33	4.83	5.33	5.84	6.34	6.84	7.34	7.84	8.34	8.84	9.34	9.84	10.34	10.84			
1.88	16XL	30XL	—	—	1.64	2.15	2.66	3.17	3.67	4.18	4.68	5.18	5.68	6.18	6.69	7.19	7.69	8.19	8.69	9.19	9.69	10.19	10.69			
1.90	21XL	40XL	—	—	—	—	—	2.37	2.89	3.40	3.90	4.41	4.91	5.42	5.92	6.42	6.92	7.43	7.93	8.43	8.93	9.43	9.93			
1.91	22XL	42XL	—	—	—	—	—	2.21	2.73	3.24	3.75	4.25	4.76	5.26	5.76	6.27	6.77	7.27	7.77	8.28	8.78	9.28	9.78			
1.91	11XL	21XL	1.36	1.87	2.38	2.88	3.39	3.89	4.39	4.89	5.39	5.89	6.39	6.89	7.39	7.89	8.39	8.89	9.39	9.89	10.40	10.90	11.40			
2.00	30XL	60XL	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.36	3.88	4.40	4.91	5.42	5.92	6.43	6.93	7.44	7.94	8.45			
2.00	24XL	48XL	—	—	—	—	—	—	—	2.79	3.31	3.82	4.33	4.84	5.35	5.85	6.35	6.86	7.36	7.86	8.37	8.87	9.37			
2.00	22XL	44XL	—	—	—	—	—	—	2.61	3.12	3.63	4.14	4.65	5.15	5.66	6.16	6.66	7.17	7.67	8.17	8.67	9.17	9.67			
2.00	21XL	42XL	—	—	—	—	—	2.25	2.77	3.28	3.79	4.30	4.80	5.31	5.81	6.31	6.82	7.32	7.82	8.32	8.82	9.33	9.83			
2.00	20XL	40XL	—	—	—	—	—	2.42	2.93	3.44	3.95	4.45	4.96	5.46	5.97	6.47	6.97	7.47	7.97	8.48	8.98	9.48	9.98			
2.00	18XL	36XL	—	—	—	—	2.23	2.74	3.25	3.76	4.26	4.77	5.27	5.77	6.27	6.78	7.28	7.78	8.28	8.78	9.28	9.78	10.28			
2.00	16XL	32XL	—	—	—	2.04	2.55	3.06	3.56	4.07	4.57	5.07	5.58	6.08	6.58	7.08	7.58	8.08	8.58	9.09	9.59	10.09	10.59			
2.00	15XL	30XL	—	—	1.68	2.20	2.71	3.21	3.72	4.22	4.73	5.23	5.73	6.23	6.73	7.23	7.74	8.24	8.74	9.24	9.74	10.24	10.74			
2.00	14XL	28XL	—	—	1.85	2.36	2.87	3.37	3.87	4.38	4.88	5.38	5.88	6.38	6.89	7.39	7.89	8.39	8.89	9.39	9.89	10.39	10.89			
2.00	12XL	24XL	—	1.66	2.17	2.67	3.18	3.68	4.18	4.68	5.19	5.69	6.19	6.69	7.19	7.69	8.19	8.69	9.19	9.69	10.19	10.69	11.19			
2.00	11XL	22XL	1.30	1.82	2.32	2.83	3.33	3.83	4.34	4.84	5.34	5.84	6.34	6.84	7.34	7.84	8.34	8.84	9.34	9.84	10.34	10.84	11.34			
2.10	21XL	44XL	—	—	—	—	—	2.12	2.65	3.16	3.68	4.19	4.69	5.20	5.70	6.21	6.71	7.21	7.72	8.22	8.72	9.22	9.72			
2.10	20XL	42XL	—	—	—	—	—	2.29	2.81	3.33	3.84	4.34	4.85	5.35	5.86	6.36	6.86	7.37	7.87	8.37	8.87	9.37	9.88			
2.13	15XL	32XL	—	—	1.55	2.08	2.59	3.10	3.61	4.11	4.62	5.12	5.62	6.13	6.63	7.13	7.63	8.13	8.63	9.13	9.63	10.14	10.64			
2.14	28XL	60XL	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.92	3.45	3.97	4.48	5.00	5.51	6.01	6.52	7.03	7.53	8.04			
2.14	14XL	30XL	—	—	1.72	2.24	2.75	3.26	3.77	4.27	4.77	5.28	5.78	6.28	6.78	7.28	7.78	8.28	8.79	9.29	9.79	10.29	10.79			
2.18	22XL	48XL	—	—	—	—	—	—	2.35	2.88	3.40	3.91	4.42	4.93	5.44	5.94	6.45	6.95	7.45	7.96	8.46	8.96	9.46			
2.18	11XL	24XL	1.18	1.70	2.21	2.72	3.22	3.73	4.23	4.73	5.23	5.74	6.24	6.74	7.24	7.74	8.24	8.74	9.24	9.74	10.24	10.74	11.24			
2.20	20XL	44XL	—	—	—	—	—	—	2.16	2.69	3.21	3.72	4.23	4.74	5.24	5.75	6.25	6.76	7.26	7.76	8.26	8.77	9.27			
2.22	18XL	40XL	—	—	—	—	—	1.97	2.50	3.02	3.53	4.04	4.55	5.05	5.56	6.06	6.56	7.07	7.57	8.07	8.57	9.07	9.57			
2.25	16XL	36XL	—	—	—	1.79	2.31	2.83	3.34	3.85	4.35	4.86	5.36	5.87	6.37	6.87	7.37	7.87	8.38	8.88	9.38	9.88	10.38			
2.29	21XL	48XL	—	—	—	—	—	—	2.39	2.92	3.44	3.96	4.47	4.98	5.48	5.99	6.49	7.00	7.50	8.00	8.51	9.01	9.51			
2.29	14XL	32XL	—	—	1.60	2.12	2.64	3.15	3.65	4.16	4.66	5.17	5.67	6.17	6.68	7.18	7.68	8.18	8.68	9.18	9.68	10.18	10.68			
2.33	18XL	42XL	—	—	—	—	—	—	2.38	2.90	3.41	3.93	4.43	4.94	5.45	5.95	6.45	6.96	7.46	7.96	8.47	8.97	9.47			
2.33	12XL	28XL	—	1.41	1.93	2.45	2.96	3.46	3.97	4.47	4.97	5.48	5.98	6.48	6.98	7.48	7.98	8.48	8.99	9.49	9.99	10.49	10.99			
2.40	30XL	72XL	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
2.40	20XL	48XL	—	—	—	—	—	—	2.43	2.97	3.49	4.00	4.51	5.02	5.53	6.03	6.54	7.04	7.55	8.05	8.55	9.06	9.56			
2.40	15XL	36XL	—	—	—	1.83	2.35	2.87	3.38	3.89	4.40	4.90	5.41	5.91	6.42	6.92	7.42	7.92	8.42	8.92	9.43	9.93	10.43			
2.44	18XL	44XL	—	—	—	—	—	—	2.25	2.78	3.30	3.81	4.32	4.83	5.34	5.84	6.35	6.85	7.35	7.86	8.36	8.86	9.37			
2.50	24XL	60XL	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.08	3.62	4.14	4.66	5.17	5.68	6.19	6.70	7.21	7.71			
2.50	16XL	40XL	—	—	—	—	2.06	2.59	3.11	3.62	4.13	4.64	5.14	5.65	6.15	6.66	7.16	7.66	8.16	8.67	9.17	9.67	10.17			
2.50	12XL	30XL	—	—	—	—	2.84	3.35	3.86	4.36	4.87	5.37	5.87	6.37	6.88	7.38	7.88	8.38	8.88	9.38	9.88	10.38	10.88			
2.55	11XL	28XL	—	1.45	1.98	2.49	3.00	3.51	4.01	4.52	5.02	5.52	6.03	6.53	7.03	7.53	8.03	8.53	9.03	9.53	10.04	10.54	11.04			
2.57	28XL	72XL	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
2.57	14XL	36XL	—	—	—	1.87	2.40	2.92	3.43	3.94	4.44	4.95	5.45	5.96	6.46	6.96	7.47	7.97	8.47	8.97	9.47	9.98	10.48			



# Anexos F

## Tabla de Capacidad de Transmisión (en HP) por cada pulgada de ancho de la correa

### XL (paso 1/5")

#### Capacidad de Transmisión (en HP) por cada pulgada de ancho de la correa

RPM Eje más Rápido	No. de Dientes de la Polea Pequeña												
	10XL	11XL	12XL	14XL	15XL	16XL	18XL	20XL	21XL	22XL	24XL	26XL	30XL
	Diámetro permitido de la polea pequeña												
	.637	.700	.764	.891	.955	1.019	1.146	1.273	1.337	1.401	1.528	1.783	1.910
100	.02	.02	.02	.03	.03	.03	.04	.04	.04	.04	.05	.06	.06
200	.04	.04	.05	.06	.06	.07	.07	.08	.08	.09	.10	.11	.12
300	.06	.07	.07	.09	.09	.10	.11	.12	.13	.13	.14	.17	.18
400	.08	.09	.10	.11	.12	.13	.14	.16	.17	.17	.19	.23	.24
500	.10	.11	.12	.14	.15	.16	.18	.20	.21	.22	.24	.29	.30
600	.12	.13	.14	.17	.18	.19	.22	.24	.26	.27	.29	.34	.37
700	.14	.15	.17	.20	.21	.23	.26	.28	.30	.31	.34	.40	.43
800	.16	.17	.19	.23	.24	.26	.30	.33	.34	.36	.40	.46	.49
900	.18	.20	.22	.26	.27	.30	.33	.37	.39	.40	.44	.51	.55
1000	.20	.22	.24	.29	.31	.33	.37	.41	.43	.45	.49	.57	.62
1100	.22	.25	.26	.31	.34	.36	.40	.45	.47	.49	.54	.63	.68
1160	.23	.26	.28	.33	.36	.38	.42	.46	.50	.52	.56	.66	.71
1200	.24	.27	.29	.34	.37	.39	.44	.49	.52	.54	.59	.68	.74
1300	.26	.29	.31	.37	.40	.42	.48	.53	.56	.58	.64	.74	.80
1400	.28	.31	.34	.40	.43	.46	.52	.57	.60	.63	.69	.80	.86
1500	.30	.34	.36	.43	.46	.49	.55	.61	.64	.67	.74	.86	.92
1600	.33	.36	.40	.46	.49	.53	.59	.65	.69	.72	.79	.91	.98
1700	.35	.38	.42	.49	.52	.56	.63	.67	.73	.77	.83	.97	1.04
1750	.36	.39	.43	.50	.53	.58	.64	.72	.75	.79	.86	1.00	1.07
1800	.37	.40	.44	.51	.55	.59	.66	.74	.77	.81	.88	1.03	1.10
2000	.41	.45	.49	.57	.62	.65	.74	.82	.86	.90	.98	1.15	1.23
2200	.45	.49	.54	.63	.68	.72	.81	.90	.94	.99	1.08	1.25	1.34
2400	.49	.54	.59	.68	.74	.79	.88	.98	1.03	1.07	1.18	1.37	1.46
2600	.53	.58	.64	.74	.80	.85	.96	1.06	1.12	1.17	1.25	1.48	1.58
2800	.57	.63	.69	.80	.86	.92	1.03	1.15	1.20	1.26	1.37	1.59	1.71
3000	.61	.67	.74	.86	.92	.98	1.10	1.23	1.28	1.34	1.46	1.71	1.82
3200	.65	.72	.79	.91	.98	1.05	1.18	1.30	1.37	1.43	1.56	1.81	1.94
3400	.69	.77	.83	.97	1.04	1.11	1.25	1.38	1.45	1.52	1.66	1.92	2.05
3500	.72	.79	.86	1.00	1.07	1.15	1.28	1.42	1.49	1.57	1.71	1.98	2.11
3600	.74	.81	.88	1.03	1.10	1.18	1.32	1.46	1.54	1.61	1.75	2.03	2.16
3800	.78	.83	.93	1.09	1.17	1.24	1.39	1.54	1.62	1.70	1.84	2.13	2.27
4000	.82	.90	.98	1.15	1.23	1.30	1.46	1.63	1.71	1.78	1.94	2.24	2.39
4200	.86	.94	1.03	1.20	1.28	1.37	1.53	1.71	1.78	1.86	2.03	2.35	2.50
4400	.90	.99	1.08	1.25	1.34	1.43	1.61	1.78	1.86	1.95	2.12	2.45	2.61
4600	.94	1.03	1.13	1.31	1.40	1.50	1.68	1.86	1.95	2.04	2.21	2.55	2.71
4800	.98	1.07	1.18	1.37	1.46	1.56	1.75	1.94	2.03	2.13	2.30	2.65	2.82
5000	1.02	1.12	1.23	1.42	1.52	1.63	1.82	2.01	2.11	2.20	2.39	2.75	2.92
5500	—	—	—	—	1.67	1.78	2.00	2.20	2.30	2.41	2.61	2.99	3.18
6000	—	—	—	—	1.82	1.94	2.16	2.39	2.50	2.61	2.82	3.23	3.41
6500	—	—	—	—	1.96	2.09	2.34	2.57	2.69	2.80	3.03	3.42	3.64
7000	—	—	—	—	2.11	2.24	2.50	2.75	2.87	2.99	3.23	3.65	3.84
7500	—	—	—	—	2.25	2.39	2.66	2.92	3.05	3.18	3.41	3.84	4.03
8000	—	—	—	—	—	—	2.82	3.10	3.23	3.34	3.59	4.02	4.21
8500	—	—	—	—	—	—	2.97	3.26	3.39	3.52	3.76	4.19	4.37
9000	—	—	—	—	—	—	3.13	3.41	3.55	3.68	3.92	4.34	4.51
9500	—	—	—	—	—	—	3.28	3.56	3.70	3.83	4.07	4.47	4.63
10000	—	—	—	—	—	—	3.41	3.71	3.84	3.97	4.21	4.59	4.72

Los valores impresos en azul pueden ser usados si una reducción de la vida útil de la correa es permitida

#### NOTA

Para encontrar la capacidad en HP de anchos diferentes a una pulgada (1"), multiplique el valor de la tabla por el factor de ancho a continuación:

#### Factores de Ancho

Ancho Correa	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2	5/8	3/4	7/8	1	1-1/4	1-1/2
Factor de Ancho	.15	.21	.28	.35	.42	.57	.71	.86	1.0	1.29	1.56



---

# Anexos G

## MANUAL DE USUARIO

### G.1. PRECAUCIONES

- Colocar el péndulo en un lugar donde no pueda llegar a impactar con nada a su alrededor al momento de que los péndulos oscilen.
- Verificar que el sistema esté bien lubricado en los ejes de las poleas y los pernos de los ejes bien ajustados.
- Antes de encender el sistema asegurarse de que todos los componentes eléctricos y electrónicos estén conectados de manera adecuada tal y como se detallan en sus esquemas de conexión.
- Siempre se debe mantener una distancia prudente cuando el péndulo comience su funcionamiento ya que este puede llegar a oscilar de manera brusca lo que podría llegar a impactar con alguna persona que permanezca cerca.
- Al encender el sistema la fuente de alimentación del motor se debe encender al final.

### G.2. TÉCNICO

#### G.2.1. Especificaciones Técnicas

MASA DEL DISPOSITIVO	11 KG
MASA DEL CARRO PÉNDULO	1 KG
FUENTE DEL MOTOR	12V
MÁXIMO CONSUMO DE CORRIENTE	4A
MATERIALES DEL PRODUCTO	Acero ASTM A36 Aluminio Cobre Duralón

Cuadro G.1: Especificaciones Técnicas

## G.2.2. Descripción de Componentes

### Base

Es la que se encarga de sostener todo el sistema, posee rieles donde descansa el carro y proporciona la estabilidad que el sistema necesita para su correcto funcionamiento, al final de cada extremo de la riel se localiza un final de carrera que hará las veces de paro de emergencia si llega a hacer falta, además posee a cada extremo piezas en forma de U atravesadas por un eje que sostiene una polea, a un extremo tiene una base sobre la que descansa el motor cuyo eje atraviesa una de las piezas en U la misma que en su interior cuenta con un encoder que se encarga de medir velocidad del motor y posición del carro a lo largo de la riel.

### Carro

Posee 4 ruedas que apoya en las rieles de la base por donde se traslada, sostiene mediante un eje los 2 péndulos que el sistema posee, cuenta con un encoder que se usa para determinar la posición y velocidad que tienen los péndulos.

## G.3. OPERACIÓN.

### G.3.1. Colocar la planta en un lugar donde no pueda chocar con nada



### G.3.2. Colocar el carro en la posición central de la riel



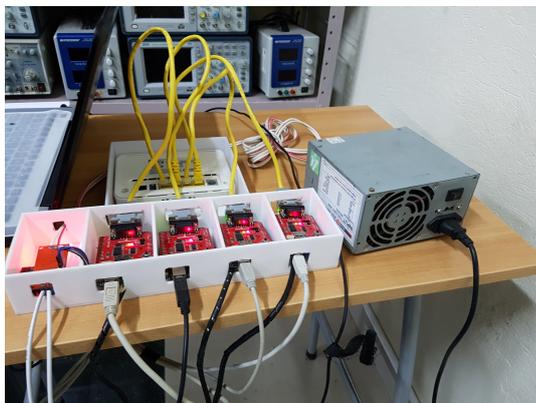
**G.3.3. Verificar que los péndulos permanezcan estáticos y paralelos exactamente en la misma posición**



**G.3.4. Encender el controlador**



**G.3.5. Encender la fuente de alimentación del motor**





---

# **Anexos H**

## **PLANOS ESTRUCTURALES DEL PÉNDULO INVERTIDO**

