

PENDULO INVERTIDO CONTROLADO CON TECNICAS DE TIEMPO REAL: DESARROLLO Y MODELADO DE LA PLANTA

Montalvo, Alexis.

admONTALVO@UTN.EDU.EC

Carrera de Ingeniería en Mecatrónica, Universidad Técnica del Norte, Ibarra, Ecuador

Resumen—El presente artículo consiste del péndulo invertido el cual una planta de 2do orden donde el estudiante, partiendo de su modelo matemático puede implementar diferentes tipos de control; ya que este tipo de planta a pesar de ser antigua demuestra ser un sistema que no posee una única solución, convirtiéndolo en una herramienta de investigación muy versátil. Se determinó los requerimientos del sistema, las dimensiones, las cargas a soportar y con base en esta información se seleccionó el material, la geometría del dispositivo y el tipo de actuador.

Se realizó el diseño mecánico teórico y se lo comparo con los cálculos obtenidos en un software de diseño, obteniendo resultados similares.

La manufactura del péndulo invertido se realizó de acuerdo a parámetros definidos anteriormente, incorporando las normas que todo equipo de laboratorio experimental debe cumplir.

Se determinó variables y constantes que intervienen en el sistema y a partir de esto se logró obtener su función de transferencia. Las pruebas de funcionamiento demuestran que la planta soluciona el problema planteado.

Índice de Términos—Péndulo, Planta, Modelo Matemático, Diseño Mecánico.

I. INTRODUCCIÓN

Para comenzar hablar del péndulo invertido hay que remontarse hasta el principio de los años 60, por aquel entonces el estudiante J.K. Robergeen dio la primera solución al problema de estabilización del péndulo invertido para lo cual aplico un controlador lineal. Es notable que a 'un hoy casi 50 años después no se ha conseguido un estudio unitario y satisfactorio a dicho problema.

En la actualidad existe un gran número de sistemas que tienden a la inestabilidad y necesitan ser controlados con una mayor eficiencia, rapidez y precisión.

El péndulo invertido es un sistema no lineal y naturalmente inestable; está montado en un carro de tal manera que el poste puede girar libremente 'únicamente en el plano vertical, el carro se mueve sobre una pista recta guiado por un par de

rieles e impulsado por una fuerza externa F .

El péndulo invertido es conocido por ser uno de los problemas más importantes y clásicos de la teoría de control. Su aplicación en la vida cotidiana va desde el control de estabilidad de grúas hasta la construcción de vehículos de desplazamiento para humanos, es el caso del famoso vehículo Segall [1].

Hay que tener presente que dentro de la UTN y especialmente en la facultad de ingeniería, no se cuenta con módulos ni plantas basados en hardware y software abierto, orientados para el uso didáctico o como base para el desarrollo de investigación científica.

A menudo, el péndulo invertido es utilizado como ejemplo académico, principalmente por ser un sistema de control accesible. Este permite mostrar las principales diferencias del sistema en lazo abierto y de su estabilización en bucle cerrado. Pese a existir diferentes técnicas a la hora de diseñar el regulador 'óptimo capaz de estabilizar el péndulo, no todas representan la mejor opción, aunque en muchas de ellas se puede encontrar ventajas que las demás no presentan.

II. METODOLOGÍA

En este capítulo se define y sintetiza el conjunto de fases que se debe seguir durante el desarrollo del sistema de péndulo invertido, en primera instancia se parte de la investigación teórica, se establece un método de selección del modelo que satisfaga las necesidades que demanda un equipo de laboratorio, se presentan soluciones, posteriormente se diseña el sistema mecánico, eléctrico y finaliza con la construcción del prototipo.

Requerimientos técnicos.

Es primordial realizar una revisión bibliográfica en diversas fuentes de información para conocer acerca de los modelos de péndulo invertido óptimos para su experimentación dentro de un laboratorio. El modelo matemático de un péndulo invertido no varía en su estructura base lo que cambia son la cantidad de variables a controlar, aquí ponderará el sistema que ofrezca control sobre la mayor cantidad de variables posibles.

Método de selección

Matriz QFD

Se aplicó la función de calidad (o QFD, por sus siglas inglesas) es un método de diseño de productos y servicios que recoge las demandas y expectativas de los clientes y las traduce, en pasos sucesivos, a características técnicas y operativas satisfactorias [13]. De aquí se obtendrá las características que el modelo debe tener para satisfacer de la mejor manera las necesidades requeridas. Se realizó 2 matrices de selección la Tabla1 muestra la matriz de selección del diseño mientras que la Tabla2 muestra la matriz de selección del motor.

Tabla1. Matriz QFD de Diseño

PÉNDULO INVERTIDO	CARRO		BASE	
	CARRO-PÉNDULO CON RUEDAS	CARRO-PÉNDULO SIN RUEDAS	SISTEMA CON BASE GRANDE	SISTEMA CON BASE PERQUEÑA
TRASLADO	3	2	1	3
ESTABILIDAD	2	3	3	1
FRICCIÓN	3	1	3	1
DURABILIDAD	2	3	3	2
TOTAL	10	9	10	7

A continuación, se muestra los criterios de incidencia:

Elementos: Traslado, Estabilidad, Fricción y Durabilidad.

Por medio de la matriz se seleccionó el modelo “Carro Péndulo con Ruedas” y “Sistema con Base Grande”. Este será el diseño a desarrollar.

Tabla1. Matriz QFD de Motor

MOTOR	MOTOR PASO PASO	MOTOR LINEAL DC	MOTOR LINEAL AC
CAMBIO DE GIRO	3	2	1
PRECISIÓN	3	3	1
VELOCIDAD	1	3	3
TORQUE	2	2	3
TOTAL	9	10	8

A continuación, se muestra los criterios de incidencia:

Elementos: Cambio de giro, Precisión, Velocidad y Torque.

Por medio de la matriz se seleccionó el modelo “Motor Lineal DC” éste será el motor que llevará el sistema.

Diseño Mecánico.

En la fase de diseño mecánico se parte de los parámetros para determinar las características que posee el péndulo. Dentro de estos se encuentran el tipo de actuador que se va a utilizar, el tipo de riel, el número de péndulos, el soporte sobre el que van a reposar, el tipo de estructura que soportará todo el sistema, el peso del equipo y el tipo de materiales.

A partir de esto, es necesario realizar un análisis dinámico del sistema empleando fórmulas matemáticas y software que contribuyan a obtener el dimensionamiento de los elementos, ubicar los puntos críticos y la selección de componentes electrónicos.

Seguido del estudio dinámico, se analiza la estructura estáticamente para obtener las cargas máximas en el mecanismo y seleccionar adecuadamente los materiales. El análisis de cargas se realiza analíticamente con fórmulas y se corrobora mediante software.

Se construye la estructura en donde se ubican los componentes electrónicos, se realiza un modelo matemático

del péndulo y se obtiene las ecuaciones matemáticas que describen el modelo, finalmente se procede con las pruebas de funcionamiento.

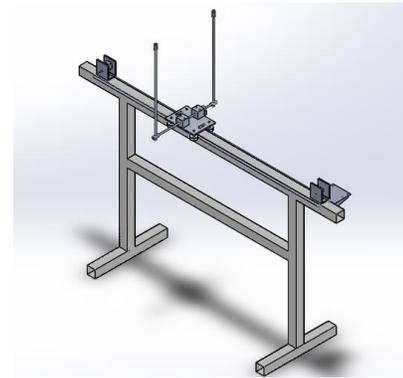


Figura 1. Diseño Mecánico

Ensamblaje y Construcción

Luego de finalizar las fases de diseño del sistema, se elaboran los planos, se adquiere los materiales necesarios para la manufactura del péndulo, se realiza el ensamblaje de toda la planta incluyendo sus componentes electrónicos y finalmente las pruebas de funcionamiento.

Modelo Matemático

Una vez establecido el diseño que tendrá péndulo invertido, se establece todos sus parámetros y variables; esto con la finalidad de obtener el modelo matemático de la física del péndulo y finalmente obtener una ecuación diferencial que describa la relación dinámica entre el carro y el péndulo del sistema.

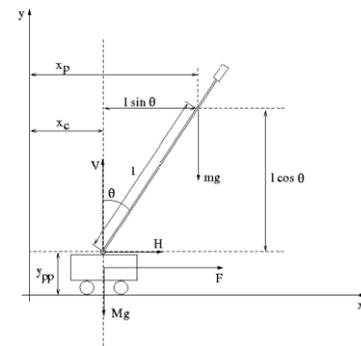


Figura 2. Parámetros del Modelo Matemático

Se tomó en cuenta todos los parámetros que intervienen en la dinámica del péndulo tal y como muestra la figura2. Aplicando sumatorias se obtiene como resultado las siguientes ecuaciones que describen la relación dinámica entre el carro y el péndulo. La ecuación 1 está en función de la aceleración angular que posee el carro al momento de su desplazamiento, mientras que la ecuación 2 está en función de la aceleración angular que se produce en el péndulo cuando este gira.

$$\ddot{x} = \frac{(F - ml(\ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta) - f_c \dot{x})}{(M + m)} \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{mgl \sin \theta - ml\ddot{x} \cos \theta - f_p \dot{\theta}}{I_p + ml^2} \quad (2)$$

III. RESULTADOS

La dinámica del modelo matemático está descrita de manera algebraica por lo que es necesario reemplazar los parámetros por valores numéricos, algunos de los mismos son dados por especificaciones técnicas del péndulo mientras que para encontrar otros es necesario realizar ciertos procesos de experimentación.

Centro de Gravedad del Péndulo.

El péndulo está compuesto por un eje de aluminio y una cabeza de cobre, es posible calcular su centro de gravedad mediante ciertos cálculos físicos y matemáticos, para nuestra aplicación lo vamos hacer mediante el siguiente experimento. Con el péndulo desmontado, se lo balancea de manera horizontal sobre un borde hasta encontrar el punto de balance, 'este será el centro de masa del péndulo.

Como resultado del experimento el centro de gravedad del péndulo se ubica a 0.304m de su lado sin carga.

Momento de Inercia del Péndulo.

El punto de inercia del péndulo puede ser calculado tomando cuidadosamente la medida del objeto y conociendo la densidad de las partes que lo componen, aunque tal como en el ejemplo anterior existe una manera más fácil de hacerlo.

Cuando el péndulo oscila formando un pequeño ángulo este puede ser tomado como un sistema armónico simple, la fuerza que lleva al péndulo de regreso a su equilibrio es proporcional a este punto. Este sistema se mueve en un movimiento armónico simple produciendo una oscilación T.

IV. CONCLUSIONES

- Mediante el estudio de campo y recopilación de información de la estructura de un péndulo invertido determinó la forma básica carro-péndulo ya que este modelo es ideal para obtener una relación dinámica entre los 2, lo que al final da como resultado una ecuación que describe el modelo matemático del sistema.
- Plantas existentes en el mercado sirvieron de modelo en el diseño final del sistema, tomando la forma de la base grande, rígida que proporciona una buena estabilidad y la manera de traslación por medio de un sistema de poleas con correa ancladas al carro, que se desplaza a lo largo de una riel; la posición de los encades que toman los datos del motor así como también la del péndulo.
- Se seleccionó en la base Acero ASTM A36 debido a su robustez, dimensiones estandarizadas de 5cmx5cm ideales para su diseño, para el carro se seleccionó el aluminio por su peso reducido en relación a otros

metales, para las ruedas se usó duraron por su fácil manufactura además de no necesitar el uso de lubricantes para su funcionamiento ideal, finalmente para los péndulo se determinó el uso de varillas de aluminio huecas ya que al no estar expuestas a grandes fuerzas su composición satisface las condiciones de fricción colocando al final un peso de cobre ya que gracias a su densidad es un material óptimo.

- En la construcción del sistema se puso especial cuidado en sectores críticos como la riel y la forma de las llantas que son primordiales en el desplazamiento del péndulo y un error en su manufactura daría como resultado una planta diferente al modelo matemático calculado.
- Al tomar el esquema básico del péndulo se logró determinar cada uno de sus parámetros, constantes y variables; que al derivarlas y realizando sumatorias en X y Y obtuvimos como resultado 2 ecuaciones que describen la relación dinámica entre la posición del carro y la posición angular del péndulo.

V. RECOMENDACIONES

- Se recomienda el uso de la planta en posibles próximos trabajos de grado implementando diversos tipos de controladores.
- Se sugiere realizar un péndulo invertido con una base móvil.
- Se recomienda variar la altura del péndulo al momento de implementar un controlador y verificar su funcionamiento con esta variación.
- Se sugiere utilizar otras poleas que posean un diámetro mayor para evitar el roce existente con el eje que conecta los 2 péndulos.
- Se recomienda cambiar el eje que conecta a los 2 péndulos por uno sólido debido a que puede llegar a deformarse debido al contacto constante al que está sujeto y no por el peso de los péndulos en sí.
- Se propone que sea un requisito que todos los trabajos de grado se realicen en Látex ya que esto le da un grado mayor de profesionalismo.

REFERENCIAS

- [1] A. Hernández, M. Legaspi, and J. Peláez, Control inteligente del péndulo invertido. Universidad Complutense de Madrid, 2012.
- [2] F. Ortega, Modelado y control del péndulo invertido sobre carro mediante sistemas híbridos. Universidad de Sevilla, Escuela Superior Técnica de Ingenieros, 2012.
- [3] R. W. Meaton, Motores Eléctricos: selección, mantenimiento y reparación. McGraw-Hill, Interamericana, 1991.
- [4] NSK, "http://www.nsk.com/," 2012.
- [5] Optibelt, http://www.optibelt.com/, 2016.
- [6] I. SA, Transmisiones por Correas Dentadas de Tiempo y Síncronas, Manual de Selección, Aug. 2010.
- [7] STMicroelectronics, VNH2SP30-E Automotive fully integrated H-bridge motor driver, 2013.

- [8] A. Technologies, HEDM-55xx/560x and HEDS-55xx/56xx Quick Assembly Two and Three Channel Optical Encoders, Nob 2014.
- [9] A. Lazalde, J. Torres, and D. Vila-Vinas, “Hardware libre (v1.2),” Buen Conocer - FLOK Society documento de política pública, jan 2015, proyecto realizado bajo convenio con el Ministerio Coordinador del Conocimiento y Talento Humano, la Secretaria Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación y el Instituto de Altos Estudios Nacionales del Ecuador (IAEN).
- [10] A. García Oses, Diseño de una red CAN bus con Arruino. Universidad Pública de Navarra, 2015, trabajo Fin de Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales.
- [11] D. Ballester, William, Ciencia e Ingeniería de los Materiales. REVERTE S.A., 2007, Bogotá.
- [12] Ensinger,
 “<http://www.ensinger.es/es/materiales/plasticos-deingenieria/Poliamida/>,” 2016.
- [13] F. M. Enrique Yacuzzi, QFD: CONCEPTOS, APLICACIONES Y NUEVOS DESARROLLOS. Universidad del CEMA, 2009.
- [14] F. C. Luna, Levantamiento y Estabilización del Péndulo Invertido, Feb. 2003.
- [15] J. K. N. Richard G. Budines, Diseño e Ingeniería Mecánica de Shirley. McGraw-Hill Interamericana, 2008.
- [16] ELECTRÓNICA PROJECTS, “[HTTPS://WWW.PJRC.COM/](https://www.pjrc.com/),” 2014.

BIOGRAFÍA DE AUTOR

Autor. – Alexis Damián Montalvo Guerrero. Nació el 28 de Septiembre de 1992 en el cantón Bolívar. Realizó sus estudios secundarios en el colegio Mario Oña Perdomo obteniendo el título de Físico Matemático. Actualmente es egresado de la carrera de Ingeniería Mecatrónica de la Universidad Técnica del Norte de la ciudad de Ibarra.

Área de interés: Automatización y control industrial, programación microcontroladores, electrónica y robótica.