



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
(UTN)**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA
(FECYT)**

**CARRERA: PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS
EXPERIMENTALES**

**INFORME FINAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN, EN LA
MODALIDAD PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

TEMA:

**“Estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos
de la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato de la
Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi”.**

**Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de Licenciado en
Pedagogía de las Matemáticas y la Física**

**Línea de investigación: Gestión, Calidad de Educación, Procesos pedagógicos
e idiomas**

Autor: Erazo Hernández Jean Carlos

Director: MSc. Jaime Oswaldo Rivadeneira Flores

Ibarra – 2022



UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA

En cumplimiento del Art. 144 de la Ley de Educación Superior, hago la entrega del presente trabajo a la Universidad Técnica del Norte para que sea publicado en el Repositorio Digital Institucional, para lo cual pongo a disposición la siguiente información:

| DATOS DEL CONTACTO | | | |
|-----------------------------|--|------------------------|------------|
| CÉDULA DE IDENTIDAD: | 040213452-2 | | |
| APELLIDOS Y NOMBRES: | Erazo Hernández Jean Carlos | | |
| DIRECCIÓN: | Ibarra, Imbabura | | |
| EMAIL: | jeancarloserazo@gmail.com | | |
| TELEFONO FIJO: | 0991759843 | TELEFONO MOVIL: | 0991759843 |

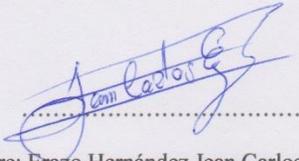
| DATOS DE LA OBRA | |
|--------------------------------|--|
| TÍTULO: | Estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi |
| AUTOR: | Erazo Hernández Jean Carlos |
| FECHA: DD/MM/AAAA | 31/03/2022 |
| SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO | |
| PROGRAMA: | <input checked="" type="checkbox"/> PREGRADO <input type="checkbox"/> POSGRADO |
| TÍTULO POR EL QUE OPTA: | Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física. |
| ASCESOR/DIRECTOR | MSc. Jaime Oswaldo Rivadeneira Flores |

CONSTANCIAS

El autor Erazo Hernández Jean Carlos manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es original y que es el titular de los derechos patrimoniales, por lo que asume la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 31 días del mes de marzo de 2022

EL AUTOR:

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Jean Carlos Erazo Hernández", written over a horizontal dotted line.

Nombre: Erazo Hernández Jean Carlos

CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR

Ibarra, 31 de marzo del 2022

MSc. Jaime Oswaldo Rivadeneira Flores
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

CERTIFICA:

Haber revisado el presente informe final del trabajo de titulación, el mismo que se ajusta a las normas vigentes de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología (FECYT) de la Universidad Técnica del Norte; en consecuencia, autorizo su presentación para los fines legales pertinentes.



MSc. Jaime Oswaldo Rivadeneira Flores

C.C.: 100161457-5

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL

El Tribunal Examinador del trabajo de titulación “Estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi” elaborado por Erazo Hernández Jean Carlos, previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física, aprueba el presente informe de investigación en nombre de la Universidad Técnica del Norte:

(f):

MSc. Jaime Oswaldo Rivadeneira Flores

C.C.: 100161457-5

(f):

MSc. Jaime Oswaldo Rivadeneira Flores

C.C.: 100161457-5

(f):

MSc. Orlando Ayala

C.C.: 100119666-4

(f):

MSc. Nevy Álvarez

C.C.: 100339666-8

DEDICATORIA

“El presente trabajo de titulación está dedicado a mi familia y amigos que estuvieron presentes en mi trayectoria estudiantil, cada momento de esfuerzo se ve reflejado en la culminación de esta etapa y seguramente no será la última”

Jean Carlos Erazo

AGRADECIMIENTO

Agradezco a la Universidad Técnica del Norte por darme la oportunidad de formarme con una educación de calidad.

A todos y cada uno de los docentes que me han fortalecido en el aprendizaje durante todo mi proceso de formación profesional.

Al Msc. Orlando Ayala por su entrega como docente dando siempre lo mejor en sus enseñanzas con sabiduría y disciplina; siendo una inspiración en mi futuro profesional.

Al MSc. Jaime Rivadeneira por su ayuda, guía y dedicación en el presente trabajo de titulación como tutor.

Finalmente, a mis amigos con quienes siempre mutuamente nos apoyamos para lograr terminar esta etapa universitaria.

Jean Carlos Erazo

RESUMEN

La motivación dentro de materias como las matemáticas o la física para los estudiantes es algo que esperan de parte de un docente, ya que desean alguien que sea apasionado y ame lo que hace para disfrutar el aprendizaje, para los docentes esto puede ser un problema por los temas que se deben impartir puesto que suelen ser en varios casos abstractos y memorísticos, por esta razón deciden usar técnicas, estrategias o metodologías que mejoren la manera de captar la atención, sin embargo varias de estas maneras de enseñanza resultan anticuadas lo que no contribuye en el aprendizaje significativo. El objetivo de la presente investigación es diseñar estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi. La presente investigación es mixta; es decir, está en el paradigma de tipo cuantitativo y cualitativo; el universo investigado consta de 190 estudiantes del segundo año de bachillerato, para propósito de reducir tiempo se usó la muestra representativa de este universo la cual fue de 49 estudiantes, a los cuales se les aplicó una encuesta de forma virtual en la plataforma Google Forms; para ello se elaboró un cuestionario de 14 preguntas. Con la información recopilada se obtuvo como resultado principal que el problema en la enseñanza de las cónicas y en concreto de la elipse es la falta de estrategias metodológicas activas junto con recursos didácticos y aunque estos suelen usarse por algunos docentes se concluye que no tienen la correcta forma de llevarlos a cabo con éxito de manera que se llegue a un aprendizaje significativo.

Palabras clave: Motivación, estrategias metodológicas activas, aprendizaje significativo.

ABSTRACT

Motivation within subjects such as mathematics or physics for students is something they expect from a teacher, since they want someone who is passionate and loves what they do to enjoy learning, for teachers this can be a problem because the topics that should be taught since they are usually abstract and rote in several cases, for this reason they decide to use techniques, strategies or methodologies that improve the way of capturing attention, however several of these ways of teaching are outdated which does not contribute in meaningful learning. The objective of this research is to design active methodological strategies for meaningful learning of the conic "The Ellipse" in the second year of Baccalaureate of the Unidad Educativa José Julián Andrade, in the province of Carchi. The present investigation is mixed; that is to say, it is in the paradigm of quantitative and qualitative type; The investigated universe consists of 190 students of the second year of high school, to reduce time, the representative sample of this universe was used, which was 49 students, to whom a survey was applied virtually on the Google Forms platform; For this purpose, a 14-question questionnaire was developed. With the information collected, the main result was obtained that the problem in the teaching of conics and specifically of the ellipse is the lack of active methodological strategies together with didactic resources and although these are usually used by some teachers, it is concluded that they do not have the correct way to carry them out successfully so that significant learning is achieved.

Keywords: Motivation, active methodological strategies, significant learning.

INDICE DE CONTENIDOS

| | |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| Motivaciones para la realización de la investigación | 1 |
| El problema de investigación..... | 1 |
| Justificación | 2 |
| Los impactos de la investigación | 2 |
| Objetivos..... | 2 |
| Objetivo General..... | 2 |
| Objetivos Específicos..... | 3 |
| Los problemas y dificultades | 3 |
| Estructura del informe..... | 3 |
| Capítulo I: Marco Teórico | 4 |
| 1.1. El aprendizaje significativo..... | 4 |
| 1.1.1. El aprendizaje..... | 4 |
| 1.1.2. Teorías de educación..... | 5 |
| a) Clasificación. | 5 |
| Conductismo. | 5 |
| Cognitivismo..... | 5 |
| Constructivismo..... | 5 |
| b) El constructivismo como un aprendizaje significativo..... | 6 |
| 1.2. El currículo de educación..... | 6 |
| 1.2.1. Definición | 6 |
| 1.2.2. Elementos del currículo | 7 |
| 1.2.3. Estrategias metodológicas en el aprendizaje significativo..... | 7 |
| 1.3. Estrategias metodológicas activas..... | 8 |
| 1.3.1. Definición | 8 |
| 1.3.2. Importancia de la implementación de estrategias metodológicas activas en el aula | 9 |
| 1.3.3. Tipos de estrategias metodológicas activas | 10 |
| Uso de material Didáctico..... | 10 |

| | |
|--|----|
| Etnomatemática..... | 10 |
| El juego..... | 10 |
| El comic..... | 10 |
| Historia de las matemáticas..... | 11 |
| Cálculos mentales..... | 11 |
| Modelización..... | 11 |
| Demostraciones..... | 11 |
| Problemas contextualizados..... | 12 |
| Solución de problemas..... | 12 |
| Niveles de dificultad..... | 12 |
| Redescubrimiento..... | 13 |
| 1.4. La geometría analítica en el segundo de bachillerato..... | 13 |
| 1.4.1. Objetivos..... | 14 |
| 1.4.2. Destrezas..... | 14 |
| 1.5. La Cónica..... | 15 |
| 1.5.1. La Elipse..... | 16 |
| Capítulo II: Materiales y Métodos..... | 18 |
| 2.1. Tipo de investigación..... | 18 |
| 2.2. Métodos, técnicas e instrumentos..... | 18 |
| 2.2.1. Métodos..... | 18 |
| a) Inductivo..... | 18 |
| b) Deductivo..... | 18 |
| c) Analítico..... | 19 |
| d. Sintético..... | 19 |
| 2.2.2. Técnicas..... | 19 |
| a. Encuesta..... | 19 |
| 2.2.3. Instrumentos..... | 19 |
| 2.3. Preguntas de investigación..... | 19 |
| 2.4. Matriz de operacionalización de variables..... | 20 |
| 2.5. Participantes..... | 20 |

| | |
|---|----|
| 2. 6. Procedimiento y análisis de datos | 21 |
| Capítulo III: Análisis y Discusión de Resultados | 22 |
| 3.1 Análisis e interpretación de la encuesta dirigida a los estudiantes | 22 |
| Capitulo IV: Propuesta..... | 29 |
| 4.1. Título de la propuesta..... | 29 |
| 4.2. Introducción | 29 |
| 4.3. Impactos..... | 29 |
| 4.4. Objetivos | 29 |
| 4.4.1. Objetivo General..... | 29 |
| 4.4.2. Objetivos específicos | 30 |
| CONCLUSIONES | 64 |
| RECOMENDACIONES..... | 64 |
| BIBLIOGRAFÍA | 65 |
| ANEXOS | 68 |

INDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1 <i>Matriz de variables</i> | 20 |
| Tabla 2 <i>Participantes</i> | 20 |
| Tabla 3 <i>Importancia de las cónicas en la vida cotidiana</i> | 22 |
| Tabla 4 <i>Complejidad en la comprensión de temas como la elipse</i> | 23 |
| Tabla 5 <i>El aprendizaje significativo en la elipse</i> | 23 |
| Tabla 6 <i>Uso de recursos digitales</i> | 24 |
| Tabla 7 <i>Aprender con estrategias metodológicas activas</i> | 25 |
| Tabla 8 <i>Uso de material didáctico</i> | 25 |
| Tabla 9 <i>Aprender la cónica elipse con recursos didácticos</i> | 26 |
| Tabla 10 <i>Aprendizaje de la elipse mediante un prototipo</i> | 27 |
| Tabla 11 <i>Estrategias y la motivación</i> | 27 |

INDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 <i>Formación de cónicas a partir del corte con el plano</i> | 15 |
| Figura 2 <i>La elipse y sus características</i> | 16 |
| Figura 3 <i>Bosquejo de telescopio reflector Newtoniano</i> | 35 |
| Figura 4 <i>Bosquejo cono de Apolonio</i> | 36 |
| Figura 5 <i>Comic – El problema de Newton</i> | 37 |
| Figura 6 <i>Bosquejo del Coliseo Romano</i> | 42 |
| Figura 7 <i>Bosquejo método del jardinero</i> | 43 |
| Figura 8 <i>Características de la elipse a partir del método del jardinero</i> | 44 |
| Figura 9 <i>Entendiendo la elipse a partir del planteo geométrico</i> | 45 |
| Figura 10 <i>Supuesto modelo del perímetro del Coliseo Romano</i> | 48 |
| Figura 11 <i>Vista superior del Coliseo Romano</i> | 48 |
| Figura 12 <i>Comparación entre la ecuación y el Coliseo Romano</i> | 49 |
| Figura 13 <i>Bosquejo de práctica con un vaso de agua</i> | 52 |
| Figura 14 <i>Elipse con centro (h, k)</i> | 53 |
| Figura 15 <i>Órbita elíptica</i> | 58 |
| Figura 16 <i>Bosquejo de la órbita elíptica de la Tierra</i> | 60 |

INTRODUCCIÓN

Motivaciones para la realización de la investigación

En la labor docente existen varios aspectos que se deben tener en cuenta como el currículo, la planificación, las metodologías, entre otras que recaen en un solo objetivo, lograr un aprendizaje significativo de manera que se enriquezca la experiencia estudiantil. Se parte desde la idea de motivar al estudiante a aprender no solamente en el aula, sino estableciendo un impacto dentro del desarrollo en cada momento de su vida de manera autónoma, esto se puede lograr con las estrategias metodológicas activas si se desarrollan de manera correcta y con la suficiente información, tiempo y trabajo. Actualmente por la reciente aplicación de modalidades virtuales estas estrategias han tenido mayor popularidad ya que constituyen una mejor experiencia en el constructivismo, pero de la misma forma apresurada en que se las ha implementado se han producido errores en el desarrollo, disminuyendo su efectividad en la enseñanza – aprendizaje.

Por estas razones el presente trabajo se enfocó en la identificación y estudio de estrategias metodológicas activas que facilitan la comprensión de temas complejos dentro de las matemáticas para demostrar a los estudiantes y docentes que la participación activa de ambos es una manera de aprender valorando los errores dentro del proceso de aprendizaje, puesto que estos son los que llevan a cada individuo a entender un tema significativamente.

El problema de investigación

Los temas abstractos de las matemáticas o la física a los estudiantes les producen desánimo por ser memorísticos, es el caso del estudio de las cónicas y en particular de la elipse dado que suele ser difícil de enseñar de manera didáctica por la falta de estrategias o una guía que le permita al educador mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Ser docente es una profesión que requiere de constante actualización, hoy dentro de una era completamente digital el uso de recursos que mejoren el desarrollo de la clase es indispensable, esto dentro de las estrategias metodológicas activas es lo que se necesita para alcanzar una educación de calidad, puesto que no se ha evidenciado su uso correcto en los últimos años de modalidad virtual, y esta situación ha generado que estudiantes tengan vacíos de conocimiento al no completar de manera propia los temas que provocan conflicto tanto a educadores como a educandos en el proceso educativo.

Las estrategias metodológicas activas requieren un estudio profundo antes de ser aplicadas esto es algo que varios docentes no han realizado a cabalidad; básicamente se debe analizar el tema que se quiere impartir y que estrategias usar, es solo el comienzo para llevar a la educación por un camino didáctico dando a los estudiantes un anexo que sea significativo, no solamente un documento que leer, si no un recurso que puedan guardar y usar cuando lo necesiten sea de manera virtual o física.

Justificación

La presente investigación se justifica ya que su desarrollo tuvo como beneficiarios directos: a los estudiantes puesto que el proceso de aprendizaje en base a estrategias metodológicas activas que se presenta en la guía se realizó en base a sus necesidades, y a los docentes dado que esta información siendo verídica tiene un impacto en la mejora de su práctica pedagógica que se puede tomar como una base para enseñar e incentivando a los educadores en cambiar o actualizar sus formas de enseñanza.

Los beneficiarios indirectos del presente trabajo son los representantes legales de cada uno de los estudiantes puesto que estas estrategias metodológicas activas suponen una mejora en la calidad educativa y rendimiento académico, además incitan a cada estudiante en su inteligencia, creatividad, toma de decisiones y trabajo en equipo, estimulando a que busquen respuestas lógicas y provocando curiosidad que los lleve a continuar e inspirarse en su futuro estudiantil.

El presente trabajo es de interés para la sociedad educativa en general pues la cronología con la que se trata cada uno de los temas puede ser un punto de estudio futuro dentro del currículo para una reforma que cambie el trato de cada tema mucho más en las matemáticas y la física, dado que el currículo suele ser confuso para los docentes y varios temas deberían ser reorganizados.

Los impactos de la investigación

En el ámbito educativo se busca mejorar la motivación y atención de los educandos para formar un aprendizaje significativo, este trabajo es solo un ejemplo que muestra que si es posible ser didácticos incluso en los temas más complicados con la correcta implementación de las estrategias metodológicas activas y con una correcta cronología. Además, para los docentes que apenas inician el estudio de dichas estrategias es un recurso de apoyo en el cual pueden referenciarse para realizar sus propias creaciones y que de esta manera mejoren su forma de enseñar.

En el ámbito social a causa de que se busca formar estudiantes con habilidades y competitividad que enriquezcan el ámbito estudiantil.

Objetivos

Objetivo General

- Determinar cómo las estrategias metodológicas activas ayudan en el desarrollo del aprendizaje significativo en la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi.

Objetivos Específicos

- Recopilar información bibliográfica sobre estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse”.
- Analizar si en el segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi, se usan las estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse”.
- Diseñar una guía didáctica con el uso de estrategias metodológicas activas que denoten el aprendizaje significativo de la cónica “La Elipse”.

Los problemas y dificultades

La principal dificultad se presentó en la aplicación de la encuesta en los estudiantes ya que al momento de la realización de esta investigación se continúa con la educación virtual por la pandemia que ocasionó el COVID – 19; por lo tanto se decidió usar el software de Google Forms para después continuar con la tabulación de datos.

Estructura del informe

El presente trabajo de investigación está compuesto por 4 capítulos.

Capítulo I: Marco teórico, que contiene todos los hallazgos que sustentan la investigación y son la base en la realización de los objetivos planteados.

Capítulo II: Materiales y métodos, en donde se describe el tipo de investigación que se aplicó, las técnicas e instrumentos, los participantes y el procedimiento para el análisis de datos.

Capítulo III: Análisis y discusión de resultados, que presenta el análisis de resultados de la encuesta que se aplicó a los estudiantes.

Capítulo IV: Propuesta, consta de una guía didáctica en donde se aplican estrategias metodológicas activas en la enseñanza de la cónica “la elipse”; y finalmente se detallan las conclusiones y recomendaciones.

Capítulo I: Marco Teórico

1.1.El aprendizaje significativo

Un referente clave para el aprendizaje significativo es David Ausubel, quien afirma que esta forma de aprendizaje es un proceso en donde el estudiante asimila la información nueva con la que ya posee, así reconstruye su conocimiento.

El aprendizaje significativo se puede conseguir a través de las representaciones ya que el análisis de estos recursos en la clase ayuda a despejar dudas, además el uso de gráficos o material didáctico es una buena idea para poner en práctica a los estudiantes (García, 2018). Realizar trabajos en clase con estos materiales permite que los estudiantes compartan ideas entre ellos y se permitan resolver problemas a partir del uso del material o recurso didáctico así se fomenta el trabajo colaborativo y se aumenta la curiosidad del estudiante frente al uso de estos materiales ya que se sale de la monotonía de una clase como cualquier otra.

1.1.1. *El aprendizaje*

La adquisición de conocimiento se logra a partir de experiencias y vivencias es así como el ser humano aprende naturalmente, el constructivismo es por esto una práctica que se basa en las conclusiones internas de cada individuo el cual también es una parte importante del aprendizaje significativo (García, 2018). Para lograrlo también hay que considerar las equivocaciones ya que esa es la mejor forma de aprender, al asimilar un error la memoria a largo plazo guarda ese recuerdo y lo usará automáticamente en otra ocasión como una advertencia de lo que no se debe hacer, comprender los errores y enseñar hace que el constructivismo funcione sin importar en que materia se use y estableciendo el aprendizaje significativo de manera implícita.

El aprendizaje no es generalizado para todos, aunque se confunde muchas veces la igualdad de oportunidades educativas con los ritmos de aprendizaje, la verdad es que estos segundos son la capacidad de cada persona para asimilar un tema y comprenderlo de manera en la que pueda usarlo a futuro (Castro, Zambrano, Párraga, Mendoza, & Zambrano, 2019). No sirve de nada obligar a los educandos a asimilar los contenidos con un solo ritmo de estudio, cada estudiante es un mundo completamente diferente y su perspectiva frente a la asimilación de contenidos debe ir acorde a sus necesidades educativas.

Por estas razones anteriormente expuestas es preciso exponer también las teorías de la educación y reconocer como funcionan cada una para aprovecharlas todas en lugar de centrarse solo en una ya que si formaron parte de la historia por ende deben tener aspectos que resalten su uso en el aula y de no poseerlos considerar que es lo que no debe hacerse y mejorar el aprendizaje de contenidos con la evolución actual de la educación.

1.1.2. Teorías de educación

La definición de una teoría en general pertenece a un estudio dentro de una rama específica donde se recopilan datos frente a un fenómeno y ciertas aplicaciones, en la educación es muy útil el estudio de las teorías ya que además de ser un antecedente histórico presenta resultados aplicables en el entorno profesional; Sáez, (2016) afirma que “La Teoría de la educación explica y fundamenta, pues, los conocimientos de educación y por qué esos conocimientos de educación se comportan del modo en que lo hacen” (p. 19). Cada ciencia es completamente individual para su enseñanza, pero las teorías siempre suelen indicar como tratarlas y como lectores podemos usarlas con ciertas modificaciones, dependiendo los objetivos que queremos alcanzar.

a) Clasificación. Existen varias teorías de la educación, pero esta investigación se centra en tres que se muestran a continuación.

Conductismo. El conductismo es una corriente psicológica y sus principales representantes son: Iván Petrovich Pavlov, John Broadus Watson, Edward Thorndike y Burrhus Frederic Skinner, que aplicada a la educación tiene la finalidad de condicionar al estudiante, como afirma Valdez, (2012) “El conductismo pretende que el alumno responda a los estímulos ambientales y que se convierta en un ser auto-disciplinado” (párrafo treceavo). Un punto importante dentro de esta teoría es la retroalimentación para lograr un mejor resultado que para comprobarse se requiere de la evaluación cuantitativa.

Cognitivismo. El cognitivismo es una corriente psicológica y sus principales representantes Jerome Bruner, J. Novak , Avram Noam Chomsky, Ulric Neisser y Albert Bandura en donde se asume la mente del estudiante como un ente activo, así lo afirma Valdez, (2012) frente a esta corriente en la educación; “Según esta teoría el aprendizaje es un proceso de modificación de significados que resulta de la interacción entre la nueva información y el sujeto” (párrafo dieciseisavo). El trabajo del docente se ve reflejado al indagar en los conocimientos previos de los estudiantes para lograr interiorizar en el aprendizaje, y la manera de evaluar los resultados de esta teoría se requiere a partir de contextos reales.

Constructivismo. El constructivismo se da a partir de la necesidad de explicar la naturaleza del conocimiento humano y sus representantes más destacados del constructivismo son: Jean Piaget, David Ausubel y David Jonassen.

De manera parecida al cognitivismo se establece el conocimiento a partir de conocimientos previos, pero con una participación menos activa del docente, como afirma Valdez, (2012) “El constructivismo busca promover los procesos de crecimiento del alumno en el entorno al que pertenece, por eso las aproximaciones constructivistas coinciden en la participación activa del alumno...” (párrafo vigésimo octavo). Por lo que el educador pasa a ser un mediador dentro del conocimiento, en donde presenta los temas y requiere de estrategias o metodologías que permitan

explotar las habilidades de los estudiantes, llevándolos a un autodescubrimiento para finalmente lograr un aprendizaje significativo.

b) El constructivismo como un aprendizaje significativo. La educación es una disciplina que se forma a través del tiempo y con la guía de un educando quien aporta el conocimiento, en donde si se logra de forma correcta el aprendizaje, se generan hábitos dentro del estudiante quien interioriza los nuevos conocimientos y los recordará en un futuro.

Los aspectos de una educación se pueden mejorar al realizar una mejora en la forma de enseñar, desde un punto de vista constructivista, Castillo (2008) afirma que el educando que aprende de con el método constructivista asume los conocimientos cuando estos se ven reflejados en una práctica o interacción con su medio, las situaciones que enfrentan o inducen a un problema producen un desequilibrio y esto permite el aprendizaje con los errores que se van cometiendo. Los contenidos matemáticos dentro de un contexto constructivista a veces pueden verse limitados por su complejidad de entendimiento al ser realmente abstractos, pero entender los principios básicos de las matemáticas son esenciales para temas de mayor complejidad, las bases son la clave en las matemáticas.

Por lo tanto, hacer que un estudiante construya su aprendizaje en las matemáticas es la mejor forma de entender cómo funcionan, las demostraciones son una forma de entender desde cero como surgen las fórmulas o ecuaciones matemáticas, Castillo (2008) indica que hay propuestas didácticas basadas en el constructivismo para abordar temas como algebra básica, la didáctica es la mejor manera de enseñar significativamente, los materiales didácticos permiten una comprensión espacial y concreta que es más fácil para aprender.

1.2. El currículo de educación

1.2.1. Definición

Poseer un orden dentro del estudio es completamente útil e importante y en el Ministerio de Educación, (2016) se presenta la siguiente definición:

El currículo es la expresión del proyecto educativo que los integrantes de un país o de una nación elaboran con el fin de promover el desarrollo y la socialización de las nuevas generaciones y en general de todos sus miembros; en el currículo se plasman en mayor o menor medida las intenciones educativas del país, se señalan las pautas de acción u orientaciones sobre cómo proceder para hacer realidad estas intenciones y comprobar que efectivamente se han alcanzado. (párrafo primero)

Para un docente esta organización se ve reflejada en la planificación curricular y su propósito en términos generales se da por la necesidad de la estructuración de una planificación curricular que responde al logro de aprendizajes que puedan generalizarse a distintos contextos, trasladando el conocimientos hacia la resolución de problemas en el sector educativo.

Ante este panorama es necesario enfrentar los cambios y retos permanentes, por lo que se hace indispensable una transformación de los procesos pedagógicos aplicados con la visión de enseñanza y aprendizaje significativo para la planificación, ejecución y evaluación de estos, lo que lo convierte en una guía para el profesor para que este a su vez guíe a los estudiantes en el desarrollo de todas las acciones que los llevarán a alcanzar unos objetivos de aprendizaje.

1.2.2. Elementos del currículo

Dentro de los elementos, Santiváñez (2019) presenta las siguientes definiciones:

Objetivos._ Responde ¿para qué?, la acción educativa señala la intencionalidad del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se conoce como objetivos, aprendizaje del educando

Contenidos._ Responde a qué se aprende en función de los objetivos. Están organizados en áreas de formación, niveles, ciclos, cursos o temas. Se seleccionan según exigencias de carácter pedagógico, psicológico, lógico y social

Estrategias Didácticas._ Responde ¿cómo se enseña y cómo se aprende? Las estrategias (de enseñanza y de aprendizaje) determinan, el tipo de experiencias, condiciones e interacciones que se van a generar para lograr el aprendizaje del alumno.

Evaluación._ Responde a cuáles son las técnicas e instrumentos que informan el tipo y nivel de logro alcanzado por los educandos en relación con los objetivos. Ayudan a tomar decisiones, mejorar el trabajo y superar dificultades en el aprendizaje. (p. 6)

Los criterios metodológicos y técnicas de evaluación también forman parte del currículo, estos orientan la actividad académica y al estar presentes en el currículo se sabe a dónde queremos llegar contemplando el tiempo de acción de cada uno, organizar esto facilita el trabajo del docente porque hablando de cualquier materia por ejemplo las matemáticas se debe establecer un límite ya que de manera general la materia es muy amplia pero al organizar los temas y existiendo continuidad en ellos se mejora el aprendizaje.

El uso de un plan para impartir conocimiento es una buena opción ya que mejora el orden del conocimiento, Izarra (2018) afirma que: “El Plan de acción permitirá superar y optimizar la deficiente gestión de las estrategias metodológicas activas teniendo como propósito desarrollar talleres pedagógicos” (p. 25).

1.2.3. Estrategias metodológicas en el aprendizaje significativo

La aplicación de las estas estrategias supone una mejora en la enseñanza aprendizaje, puesto que los docentes forman una estabilidad de profesor – alumno en la clase en donde la confianza a equivocarse y preguntar es la base de aprender significativamente, además de ser estrategias interactivas que salen de la rutina de ser una clase tradicional en lugar de eso hace participe al alumno.

Para realizar estas estrategias metodológicas con éxito es necesario que el docente involucre su creatividad en la realización de recursos que deben ser diseñados con un propósito u objetivo en la clase.

Los recursos al ser diseñados por el docente tienen, aunque desde una perspectiva individual, la intención de facilitar el aprendizaje de manera significativa, estos por lo general se requiere que se realicen por alguien con la vasta experiencia en el tema que se vaya a impartir, de esta manera la explicación será más acertada, Vargas (2017) afirma en sus conclusiones que el docente identifica las necesidades de la materia para crear el material didáctico, muchas veces estos recursos pueden ser tecnológicos como programas o presentaciones que faciliten la comprensión del tema, estos tienen la ventaja de permanecer dentro de la plataforma o que puedan guardarse en cada dispositivo así el estudiante puede revisarlos posteriormente.

La elaboración de recursos didácticos permite generar curiosidad en los estudiantes y la discusión en grupo es propia ya que el profesor al conocer la respuesta puede plantear preguntas que estén dirigidas a los contenidos por estudiar, así el educando descubre y analiza sus logros con el material didáctico lo que permite un aprendizaje significativo y da lugar a un vínculo de confianza con el profesor, se pierden miedos al participar y compartir dudas.

Hay que entender que estas estrategias buscan que los estudiantes aprendan por sí mismos, y van más allá de la aula de clase incentivando al estudiante a formar hábitos de estudio, en donde descubre su mejor forma de aprender sin necesidad del profesor más que como un refuerzo o fuente de consulta, la educación requiere cambiar y provocar este cambio en los estudiantes es solo el principio para lograr alumnos capaces de elegir como continuar con su vida académica y lograrlo de manera satisfactoria, puesto que una de las principales dificultades al momento de seguir un carrera universitaria es elegirla y esto además de otros factores viene acompañado por la falta de decisión y el no estar preparados para exámenes que pongan a prueba sus conocimientos a partir de problemas, las matemáticas aportan ese objetivo, aprender a razonar con mayor rapidez y lógica sin permitir que la presión del momento afecte el resultado; independientemente de la carrera para la que un estudiante se prepare hay que hacerle entender que las matemáticas le serán útiles sin importar la situación y que desarrollar su agilidad mental le será útil junto con una forma de estudio correcta y personalizada que el mismo pueda crear a partir de sus necesidades académicas.

1.3. Estrategias metodológicas activas

1.3.1. Definición

Las estrategias metodológicas activas, son actividades, técnicas y medios que se planean de acuerdo con las necesidades de los estudiantes a los que se dirigen, los objetivos que acotan y la naturaleza de las áreas y cursos, todo con el objetivo de hacer una docencia más efectiva en el proceso de aprendizaje (Lema, 2017).

Varias de estas técnicas requieren mucho más que la preparación profesional y formal, dentro de las matemáticas un docente debe tener presente el lado humano del aprendizaje, las estrategias metodológicas activas son una forma de interactuar con los estudiantes llevándolos a un aprendizaje significativo que promete permanecer a lo largo del tiempo y usarse en cualquier situación si lo amerita.

Cuando se apliquen las metodologías y se pongan en práctica en su totalidad, causarán algunos cambios positivos en los estudiantes, donde podrán adquirir habilidades de investigación de manera significativa y desarrollar su capacidad intelectual, experiencia, ética y moral (Lema, 2017).

El aprendizaje dentro de una metodología activa busca formar personas capaces de aprender a aprender, y formar valores que incentiven el seguir aprendiendo, puesto que la educación es la única manera de dejar una huella que merezca la pena recordar en la historia del mundo.

1.3.2. Importancia de la implementación de estrategias metodológicas activas en el aula

Las matemáticas siempre han sido vistas como un punto difícil dentro del aprendizaje en general y esto se da por la falta de entendimiento dentro de su valor en la vida diaria, se trata de una ciencia complicada pero que reúne aspectos precisos dentro de su perfección, es por esta razón que muchos estudiantes deciden establecerla como una materia aburrida, Fabres (2016) afirma que:

La matemática, como una expresión de la mente humana, refleja la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética. Sus elementos básicos son: lógica e intuición, análisis y construcción, generalidad y particularidad. Aunque diversas concepciones han destacado aspectos diferentes, es únicamente el juego de estas fuerzas opuestas y la lucha por su síntesis lo que constituye la vida, la utilidad y el supremo valor. (p. 89)

Las estrategias metodológicas permiten evitar caer en la monotonía dentro del aprendizaje y se puede afirmar que aprender jugando es posible.

Atraer la atención de los educandos es un punto clave en la enseñanza dentro del aula, existen varias maneras de lograrlo, Fabres (2016) afirma que:

Para lograr que nuestros estudiantes se interesen en la geometría, hay que tener presente que el medio que los rodea está lleno de elementos geométricos. Sólo necesitan un poco de observación dirigida para apreciarlos; el aprendizaje de la geometría se hace más fácil y entretenido, si los alumnos pueden trabajar con materiales concretos, tener la experiencia de tocar y palpar; es necesario estructurar una secuencia programática de acuerdo con el desarrollo intelectual de los alumnos. (p. 88)

La observación dirigida es una herramienta, ya que el estudiante centra su atención en lo que el profesor sugiere y desde eso permitirse obtener conclusiones mejorando la experiencia de aprendizaje.

1.3.3. Tipos de estrategias metodológicas activas

A continuación, se presentan algunos tipos de metodologías activas con una breve definición para tener en cuenta cómo pueden aplicarse dentro del aula, claro está que para usar cualquiera de estas, hay que estudiarlas a fondo junto con el tema a impartir.

Uso de material Didáctico. En esta estrategia se presenta material didáctico por lo general de manera concreta para su manipulación en donde se busca que el estudiante promueva el interiorizar sus conocimientos aplicándolos a la vida real.

Es importante reconocer también que actualmente el uso de material didáctico se puede establecer como recursos didácticos ya que en un ambiente de educación virtual los docentes se ven en la posibilidad de realizar una clase con softwares o simuladores como un complemento que mejore el aprendizaje.

Etnomatemática. La Etnomatemática trabaja con las matemáticas a partir de la historia dentro de un contexto cultural siendo útil y aplicándose en un sentido recreativo para fomentar el aprendizaje junto con la preservación de costumbres y tradiciones.

De manera didáctica hay que mencionar que la etnomatemática puede llevarse a partir de un juego de roles; Marrero, (2021) afirma que esta práctica es muy humana y enriquecedora para los estudiantes y genera curiosidad en los alumnos incentivándoles a investigar en el tema que se haya tratado.

El juego. El juego se realiza en un ambiente lúdico que por lo general lo realiza el docente dependiendo de lo que se quiera impartir en la clase, es recomendable usar un tema específico que permita jugar.

El juego puede ser una modificación de algo muy conocido, pero con el tema de la clase, así el docente se permite crear este recurso y compartirlo con sus estudiantes; Farias & Rojas, (2010) mencionan que el juego es motivacional y estimula el trabajo en equipo dentro del aula que permite soluciones creativas.

El comic. Se realiza con la intención de introducir al tema que se va a estudiar, puesto que los estudiantes requieren de un motivante inicial en la mayoría de los casos para comenzar una clase es una buena opción que básicamente cuenta una historia creada por el docente que incluya el tema a estudiarse.

El comic puede ser con personajes ficticios o con una caricatura que represente a un personaje importante dentro del tema que se esté tratando; Flores, y otros, (2017) afirman que la tira comica posee ventajas en su uso, ya que mejorar la capacidad critica dentro de los debates que surjan, mejoran la capacidad imaginativa y puede aplicarse en cualquier nivel académico esto favorece el trabajo en equipo de los estudiantes y fortalece un aprendizaje significativo (p. 25).

Historia de las matemáticas. Se trabaja desde la historia de las matemáticas como un preámbulo en donde se presenta por lo general a personajes importantes en la historia de las matemáticas y así motivar a los estudiantes.

Se debe diferenciar a la historia de las matemáticas de la etnomatemática mencionada anteriormente, puesto que la etnomatemática habla de un pueblo en particular que enriquezca la cultura del medio de los alumnos, en cambio la historia de las matemáticas habla universalmente de cualquier hecho o personaje.

Cálculos mentales. Consiste en el uso de los datos numéricos que presente el problema para mediante estrategias planteadas por el docente, como el uso de la memoria, la lógica, entre otros obtener una solución.

Esta estrategia se va mejorando con el tiempo y es totalmente una responsabilidad de práctica del estudiante que se puede conseguir al incentivarlo con juegos como cartas, ajedrez, entre otros. Valle, (2016) denota en sus conclusiones que el cálculo mental mejora considerablemente la toma de decisiones en el entorno real y esto es un aspecto que se explota en la práctica matemática dando lugar a un manejo de tiempo y control de situaciones.

Modelización. Un modelo matemático tiene como objetivo establecer una fórmula o ecuación para un estudio en donde se representa la relación entre distintas variables, parámetros y restricciones, de esta manera se involucra al estudiante en un contexto de la vida real ya que los datos se recomiendan siempre sean usados a partir de un estudio real.

Proponer una modelación busca llevar una interpretación de manera universal con una fórmula o ecuación puesto que las matemáticas son el lenguaje que todo el mundo conoce de la misma forma es una actividad enriquecedora para el estudiante. Mora, (2003) menciona que esto no es solamente un capricho de los matemáticos docentes ya que está presente en todas las investigaciones y es un trabajo que nos simplifica el entendimiento del estudio que realicemos, por lo que es importante que se enseñe en las escuelas siendo una manera didáctica y curiosa de resumir las palabras en lenguaje matemático.

Demostraciones. Las demostraciones son un ejercicio que se realiza para hacer entender al estudiante como se obtienen las fórmulas que se conocen desde un principio en la teoría, así también se mejora la utilización de procesos algebraicos.

En la historia las demostraciones se realizaban a partir de la geometría, esto con los años se ha ido simplificando por la intención de optimizar tiempo y muchas veces el estudiante solo prefiere reconocer la fórmula o ecuación que se va a ocupar en lugar de comprender como es que se llegó a ella. Mora, (2003) afirma que los docentes deben darle un tiempo especial a estas demostraciones y aunque suelen ser rigurosas con un complemento o recurso didáctico se puede evitar ser tradicionalista y cautivar al estudiante, de modo que se le de una mayor importancia.

Problemas contextualizados. Estos problemas se centran en la utilización de contextos de la vida real para introducir al estudiante en el problema y reconozca que el uso de las matemáticas si son útiles en la práctica cotidiana.

Las pruebas Pisa son una referencia para determinar el nivel de matemáticas en cada país que participa, y los problemas contextualizados siempre han estado presentes dentro de estas, Bolívar, (2015) establece en su estudio que estos problemas tienen la intención de fomentar el desarrollo de competencias, algo que debe hacerse desde temprana edad ya que este tipo de problemas pueden resolverse con varias alternativas y métodos heurísticos incluso que pueden facilitar el encontrar una solución, pero hay que guiar a los estudiantes para que aprendan a usarlos de manera correcta y logren reconocer procesos cognitivos para trabajar con toda la información que les brinda el problema.

Solución de problemas. Se trata de cuantificar las habilidades de los estudiantes mediante la solución de problemas con un modelo establecido, en donde se presenta ejemplos y posteriormente se permite mostrar un problema para la práctica de los estudiantes y evaluación.

Muchas veces la calidad es mejor que la cantidad y esto ocurre con la actividad de solucionar problemas, por lo general se lo realiza como tarea o dentro de un trabajo en clase, pero esto no quiere decir que deba ser automática su resolución, aunque se tenga el modelo establecido por el tema, es el docente quien propone en el problema cierta complejidad para incentivar la inteligencia de los alumnos. Mora, (2003) afirma que el valor didáctico agregado que tiene el solucionar problemas está dado por la forma en como lo realice el estudiante, dado que las matemáticas tienen varias formas de encontrar soluciones, no existen límites en hacerse de manera autónoma.

Niveles de dificultad. Esta estrategia se basa en el uso de conceptos básicos que llevan al estudiante a un ejercicio o problemas más complejo, así los niveles cambian de dificultad logrando utilizar el un tema específico y estudiarse desde lo más básico.

Los niveles de dificultad son usados como un reto que se presenta al estudiante de manera implícita, el trabajo se asigna sin ningún tipo de indicación además del tema a tratarse, además los niveles de cada ejercicio varían dependiendo como los hayan planteado el docente, esto se hace desde siempre pero siempre se había visto como un indicador para cuantificar el tiempo de la realización del trabajo o tarea, de manera didáctica hay que colocar los ejercicios de manera inteligente por el educando para que cada ejercicio tenga relación con el siguiente y se aprenda desde lo básico del tema.

En este tipo de asignaciones se puede realizar una combinación de ejercicios como tal y problemas contextualizados para conseguir que el estudiante relacione cada proceso con la vida real de manera cognitiva en la resolución.

Redescubrimiento. El redescubrimiento presenta problemas por lo general que no tienen un contexto previo, es decir que la única indicación es resolverlo sin ninguna introducción al tema que se está tratando así el estudiante analiza la situación y redescubre.

El redescubrir trata de manejar los conocimientos previos para tener una idea fresca en cuanto al tema posterior a tratarse, así esta estrategia puede usarse como un indicador diagnóstico de aprendizaje y permite al docente reconocer desde que punto partir y si los estudiantes están lo suficientemente preparados para el tema nuevo.

El docente tiene la total libertad de usar cualquiera de estos tipos de estrategias metodológicas activas, el verdadero reto está presente en poder aplicar el tema que se está estudiando, puesto que varios temas de las matemáticas son bastante difíciles de aplicarse, aunque no imposible, hay que tener mucha paciencia y creatividad frente a lo que queremos como resultado para nuestros estudiantes y aprender también en el proceso de enseñanza como educadores, es muy recomendable usar varios de las estrategias antes mencionadas con un orden pedagógica y lógicamente llevado para que así los estudiantes entiendan como cada parte de la clase tiene relación y que el final busca de un aprendizaje completamente significativo.

1.4.La geometría analítica en el segundo de bachillerato

En el texto de segundo año de Bachillerato para las matemáticas del Gobierno Ecuatoriano presenta en sus contenidos una guía de estudio que los docentes pueden ocupar, en particular la geometría es un tema que parte desde los ángulos, trigonometría el estudio de lugares geométricos, el estudio de las cónicas y dentro de estas está la elipse que es un tema bastante amplio el cual muchas veces requiere de varios ejercicios de refuerzo para aprender, pero aplicar las metodologías activas pueden ser una opción como hemos visto anteriormente, puesto que aprender la geometría en su totalidad es algo completamente recomendado para continuar con una formación académica adecuada.

La geometría es una materia que desarrolla habilidades que a futuro les serán muy útiles a los estudiantes, Fabres (2016) afirma que:

El docente que enseña geometría debe tener presente que el fin de su enseñanza es desarrollar en los estudiantes ciertas habilidades que les permitan: analizar características y propiedad de las figuras geométricas en tres, dos y una dimensión, y desarrollar argumentos para relacionarlas; usar sistemas de representación para lograr la localización espacial; aplicar transformaciones para analizar situaciones matemáticas; usar la visualización y el razonamiento espacial para la construcción de modelos geométricos con los cuales explicar fenómenos reales y situaciones matemáticas particulares. (p. 89)

Varios aspectos cotidianos necesitan del uso de la geometría y su estudio formal resulta enriquecedor para cualquiera que desee aprender y profundizar su conocimiento en un ámbito de investigación que requiera de este tema, naturalmente en la etapa de bachillerato se presentan las bases solamente y a partir de esto el estudiante es el responsable de seguir construyendo su

conocimiento, pero obtener estas bases es una gran ayuda puesto que no presentará dificultades a futuro en temas más complejos.

1.4.1. Objetivos

Tener claros los objetivos dentro de un proyecto por pequeño que sea siempre es una ventaja ya que nos permite analizar a donde queremos llegar, muchas veces se piensa que las matemáticas solo tienen el objetivo de memorizar y esto no es así.

El texto de matemáticas para segundo año de Bachillerato presenta los siguientes objetivos dentro del estudio de las cónicas; Ministerio de Educación (2016):

Producir, comunicar y generalizar información de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos para comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país y tomar decisiones con responsabilidad social.

Desarrollar la curiosidad y la creatividad en el uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación. (p. 5)

Estos objetivos además de ser orientados a las matemáticas se aprecia que buscan un desarrollo holístico para el estudiante ya que así se potencializaría sus habilidades dentro de su formación académica y esto es lo que precisamente se busca con el futuro de la educación a partir de nuevas metodologías y formas de enseñanza ya que el aprender de manera memorística aunque es importante también hay que aprender a diferenciar cuando es necesario y en su lugar de usar otras habilidades que se pueden desarrollar con la ayuda del aprendizaje significativo.

1.4.2. Destrezas

Las destrezas dentro de la preparación de los estudiantes en cada materia son un indicador de resultados puesto que nos establece lo que debemos conseguir a partir de cada elemento estudiado, Ministerio de Educación (2016) afirma las siguientes en base a la geometría analítica:

M.5.2.16. Describir la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola como lugares geométricos en el plano.

M.5.2.17. Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos. (p. 164)

Los puntos antes mencionados requieren que el estudiante sea evaluado para entender como ha funcionado el aprendizaje y cuantificar si este necesita una mejora, las metodologías activas presentan una facilidad en cuanto a la evaluación aunque de forma previa.

Es decir; el docente al participar junto al estudiante de manera activa reconoce en que aspectos puede el educando necesitar ayuda y buscar una mejor condición de llegar a el con otra estrategia o metodología según el caso, el objetivo es tener presentes las destrezas que nos muestra el currículo en el que nos basamos para completar el estudio.

Además, incluir estas destrezas dentro de las estrategias metodológicas activas nos permite impulsar la efectividad en las que estas impactan en la enseñanza – aprendizaje, así tanto estudiantes como docentes tienen claro que se debe aprender o evaluar; y puesto que no todos los estudiantes aprenden de la misma manera hace que incluso ellos busquen otra forma o creen su plan de estudios en base a estas destrezas y logren sus metas de aprendizaje por sí mismos.

1.5.La Cónica

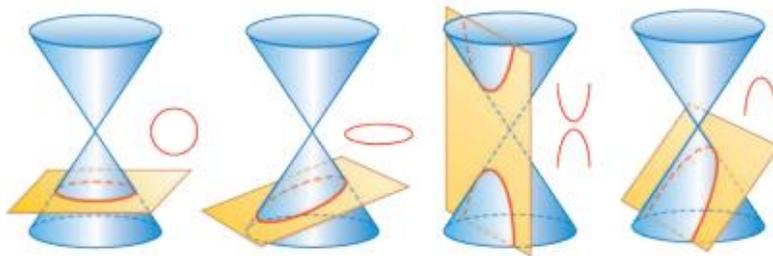
La cónica es el estudio del lugar geométrico formado por la curva que se obtiene como intersección de una superficie cónica de revolución y un plano, entre estas están: La circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola.

Estas tienen varias aplicaciones dentro de la arquitectura y la ingeniería puesto que desde la antigüedad existen estructuras que poseen estas formas por su estabilidad y funcionalidad.

A continuación, se muestra una imagen que indica la cónicas a partir de los cortes que se generan con el plano.

Figura 1

Formación de cónicas partir del corte con el plano



Nota: Imagen extraída del texto de Ministerio de Educación, (2016).

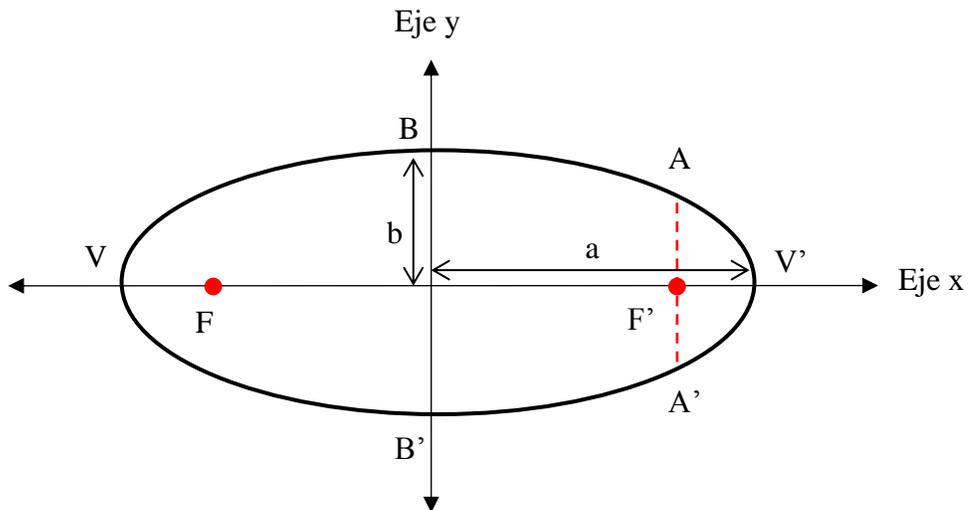
1.5.1. La Elipse

Es un lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.

En el siguiente gráfico se muestra las características principales de la elipse de manera general, y a continuación una descripción de sus ecuaciones.

Figura 2

La elipse y sus características



Nota: Elaboración propia

Características principales

$\overline{VV'}$ → Eje mayor

$\overline{BB'}$ → Eje menor

$\overline{AA'}$ → Lado Recto

Forma canónica de la elipse según su eje

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } x$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } y$$

Forma ordinaria de la elipse según su eje.

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } x$$

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} + \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } y$$

Forma general de la elipse

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Longitud de lado recto

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

Excentricidad

$$e = \frac{c}{a} \rightarrow \text{Grado de achatamiento de la curva}$$

$e = 0 \rightarrow$ La elipse se acerca a ser una circunferencia

$e = 1 \rightarrow$ El grado de achatamiento es mayor

Debe cumplirse la siguiente condición: $0 < e < 1$

Vértice y eje menor según su eje

| Eje x | Eje y |
|-----------------------|-----------------------|
| $V = [(h + a) ; k]$ | $V = [h ; (k + a)]$ |
| $V' = [(h - a) ; k]$ | $V' = [h ; (k - a)]$ |
| $B = [h ; (k + b)]$ | $B = [(h + b) ; k]$ |
| $B' = [h ; (k - b)]$ | $B' = [(h + b) ; k]$ |

Foco según su eje

| Eje x | Eje y |
|---------------------|----------------------|
| $F = [(h + c) ; k]$ | $F = [h ; (k + c)]$ |
| $F = [(h - c) ; k]$ | $F = [h ; (k - c)]$ |

Nota: Las características antes descritas fueron extraídas del libro de geometría analítica de Charles H. Lehmann, (1993).

Capítulo II: Materiales y Métodos

2.1. Tipo de investigación

La presente es una investigación mixta; es decir, está en el paradigma de tipo cuantitativo y cualitativo.

En el marco del paradigma cuantitativo esta investigación es de alcance descriptivo porque se ha detallado propiedades y características de las variables de enseñanza y aprendizaje activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi; la investigación descriptiva establece y mide variables para especificarlas dentro del estudio que se lleva a cabo en la investigación (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018, p. 105).

Cualitativamente está en el marco del diseño no experimental, ya que según Hernández-Sampieri y Mendoza (2018) en este tipo de investigación se logra al no manipular variables dado que estas ocurren al momento de tomar la información. Además, esta investigación es transversal o transeccional porque la variable ha sido medida en un tiempo particular, se aplicó una encuesta dirigida a los estudiantes con el fin de analizar el uso de las estrategias metodológicas activas para un aprendizaje significativo para la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato, para así comprender el fenómeno social que presenta la educación actual desde una perspectiva real de los encuestados.

Cualitativamente este es un estudio que está en el marco del diseño de una investigación acción, porque se propondrá unas estrategias de enseñanza aprendizaje activas para la cónica “La Elipse” en el segundo año de Bachillerato. “La investigación acción está concentrada en resolver problemas de diferentes índoles” (Hernández-Sampieri-Mendoza, 2018, p. 223).

El enfoque de esta investigación es práctico y técnico científico frente a las necesidades educativas que requiera el estudiante y el docente para llegar a un aprendizaje significativo.

2.2. Métodos, técnicas e instrumentos

2.2.1. Métodos

a) Inductivo. Se aplicó en el análisis y discusión de resultados, ya que se observó cada uno de los indicadores o preguntas de la encuesta, para obtener conclusiones de carácter general; la inducción al ser un elemento que utilizamos a diario para establecer conclusiones a partir de pequeños cambios u observaciones particulares.

b) Deductivo. Este método fue aplicado en la propuesta de solución al problema detectado, en la medida en que partiendo de teoría general sobre estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse”.

Se llegó a diseñar una propuesta particular que consiste en una guía, el método deductivo requiere de proposiciones generales de las cuales podamos deducir otras que puedan ser analizadas para resolver así el problema.

c) Analítico. El método analítico se utilizó en el marco teórico, en la medida en que se descompuso todos los referentes teóricos relacionados a estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse” y así entender a cabalidad toda la estructura que subyace a la forma de analizar que va de los efectos a la causa, entendiendo el proceso que debe seguirse para llegar al propósito del marco teórico.

d. Sintético. Este método se lo aplicó tanto en al análisis y discusión de resultados, como en la propuesta, ya que se construyó todo partiendo del conocimiento de sus partes o elementos. El método sintético es utilizado en todas las ciencias experimentales ya que mediante ésta se extraen las leyes generalizadoras, y lo analítico es el proceso derivado del conocimiento a partir de las leyes.

2.2.2. Técnicas

a. Encuesta. Se aplicó una encuesta a los estudiantes del tercer año de Bachillerato de la Unidad Educativa “José Julián Andrade”, la misma que se empleó en las aulas de la institución mencionada la primera semana de diciembre de 2021.

Una vez que se diseñó y aprobó la encuesta, se obtuvo la autorización de las autoridades del plantel, se procedió a informar de los objetivos a los encuestados y se les entregó la encuesta fotocopiada para que la llenen en aproximadamente 15 minutos.

2.2.3. Instrumentos

En el caso de la encuesta, el instrumento diseñado fue un cuestionario, en el que cada pregunta hace relación a un indicador.

2.3. Preguntas de investigación

Las preguntas de investigación que sirvieron de guía para el presente estudio están relacionadas directamente con los objetivos específicos, y son:

- ¿Existen bases teóricas y científicas relacionadas a estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse”?
- ¿En el segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, de la provincia del Carchi se usan estrategias metodológicas activas para aprendizajes significativos de la cónica “La Elipse”?
- ¿Se puede diseñar una guía didáctica con el uso de estrategias metodológicas activas que denoten el aprendizaje significativo de la cónica “La Elipse”?

2.4. Matriz de operacionalización de variables

Tabla 1

Matriz de variables

| Variables | Indicadores | Técnica | Fuente de información |
|------------------------------|---------------------|----------------|------------------------------|
| Estrategias metodológicas | Activas | Encuesta | Estudiantes |
| | Motivación | Encuesta | Estudiantes |
| | Recursos didácticos | Encuesta | Estudiantes |
| El aprendizaje significativo | Vida cotidiana | Encuesta | Estudiantes |
| | Recursos Digitales | Encuesta | Estudiantes |
| | Recursos didácticos | Encuesta | Estudiantes |
| La elipse | Motivación | Encuesta | Estudiantes |
| | Monótono | Encuesta | Estudiantes |
| | Entendible | Encuesta | Estudiantes |

Nota: Elaboración propia.

2.5. Participantes

El universo investigado consta de 190 estudiantes del segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa José Julián Andrade, distribuidos de la siguiente manera:

Tabla 2

Participantes

| Paralelo | Número de estudiantes |
|-----------------|------------------------------|
| A | 31 |
| B | 33 |
| C | 32 |
| D | 33 |
| E | 30 |
| F | 31 |

Nota: Elaboración propia.

Para propósito de reducir tiempo y recursos se aplicó la muestra representativa de este universo investigado, para lo cual se utilizó la siguiente fórmula matemática.

$$n = \frac{N \cdot \delta^2 \cdot Z^2}{(N - 1) \cdot E^2 + \delta^2 \cdot Z^2}$$

Donde:

n: Tamaño de la muestra.

N: Universo por estudiarse.

δ^2 : Varianza de la población equivale a 0,25.

E: Límite aceptable de error de muestra que varía entre 0,01 – 0,09 (1% y 9%).

Z: Valor obtenido mediante niveles de confianza, equivale a 1,96.

Entonces;

$$n = \frac{(190) \cdot (0,25)^2 \cdot (1,96)^2}{(190 - 1) \cdot (0,06)^2 + (0,25)^2 \cdot (1,96)^2}$$

$$n = 49$$

La muestra aplicada fue probabilística ya que cada elemento del universo estudiado tuvo la oportunidad de ser tomado en cuenta para la aplicación de la encuesta.

2. 6. Procedimiento y análisis de datos

Luego de diseñar la encuesta en base a las variables de investigación, con la aprobación previa del rector(a) de la unidad educativa, la encuesta se aplicó virtualmente utilizando la plataforma Google Forms.

Los datos obtenidos se tabularon en SPSS versión 22, para luego realizar tablas de frecuencias en donde los datos fueron analizados técnicamente

Capítulo III: Análisis y Discusión de Resultados

3.1 Análisis e interpretación de la encuesta dirigida a los estudiantes

La encuesta fue aplicada a un total de 49 estudiantes de segundo año de bachillerato, en donde el 38,8 % corresponde al género femenino y el 61,2 % corresponde al género masculino; dentro de estos el 30,6 % pertenece al paralelo A, el 32,7 % al paralelo B, y 36,7 % al paralelo C.

Además, al momento de la realización de la encuesta el 28,6 % vive en el sector rural y el 71,4 % en el sector urbano; de estos el 4,1 % son de nacionalidad colombiana y 95,9 % de nacionalidad ecuatoriana.

Tabla 3

Importancia de las cónicas en la vida cotidiana

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|------------|----------------|
| Algunas veces | 12 | 24,5 % |
| Casi Siempre | 25 | 51,0 % |
| Siempre | 12 | 24,5 % |
| Nunca | 0 | 0 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

Tomando como referencia la última alternativa, los estudiantes están de acuerdo en que el aprendizaje de las cónicas es importante para comprender situaciones de la vida cotidiana puesto que ninguno de los encuestados respondió con dicha opción, esto es algo positivo ya que el docente puede permitirse utilizar recursos didácticos que mencionen casos de la vida real con interacciones entre los alumnos y opiniones que lleven a debates críticos y con conclusiones lógicas. Granados & Padilla, (2021) mencionan que presentar actividades que tengan un vínculo con la vida cotidiana es una parte de la etapa motivacional de la clase, siendo un punto importante por el cual empezar, realizar preguntas promueve una lluvia de ideas que facilitan el capturar la atención de los estudiantes, el docente debe estar atento y listo a responder dudas que surjan para hacer que se responda el ¿para qué?, dentro de la vida real.

Tabla 4*Complejidad en la comprensión de temas como la elipse*

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 29 | 59,2 % |
| Casi Siempre | 17 | 34,7 % |
| Nunca | 1 | 2,0 % |
| Siempre | 2 | 4,1 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

Tomando como referencias las dos primeras alternativas muestran que la mayoría de los estudiantes tienen dificultad en comprender temas de la sección de cónicas y en particular la elipse, esto es preocupante puesto que aprender de manera correcta esta parte de la geometría analítica es muy importante para usarlos a futuro. Valbuena, Gutiérrez, & Berrio, (2021) afirman que la exigencia académica dentro del saber matemático requiere como conocimientos básicos a las cónicas, por ende también a un docente que este totalmente capacitado y tenga dominio cognitivo para enseñar al estudiante y que este ofrezca un aporte significativo en el aprendizaje.

Tabla 5*El aprendizaje significativo en la elipse*

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 27 | 55,1 % |
| Casi Siempre | 14 | 28,6 % |
| Nunca | 5 | 10,2 % |
| Siempre | 3 | 6,1 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

Tomando como referencia las dos primeras alternativas se demuestra que la mayoría de los estudiantes quienes tienen dificultades en recordar a futuro características de la elipse, esto es preocupante ya que denota que no se está logrando un aprendizaje significativo. Guamán & Venet, (2019) afirman que para conseguirlo es importante que el docente tenga presentes aspectos tanto académicos, cognitivos y afectivo – emocionales con el alumno para así permitirle dar su máximo potencial tanto en las clases notando mayor participación que se genera a través de la discusión de temas que sean llevados con la ayuda de recursos didácticos dado que estos son los que mejoran la posibilidad de un aprendizaje significativo.

Tabla 6

Uso de recursos digitales

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 6 | 12,2 % |
| Casi Siempre | 10 | 20,4 % |
| Nunca | 4 | 8,2 % |
| Siempre | 29 | 59,2 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

De acuerdo con la última alternativa una considerable cantidad de estudiantes afirman que los docentes usan recursos digitales, relacionando el repentino cambio que tuvo la educación al momento de esta investigación con la modalidad virtual es lógico pensar que varios docentes tuvieron que aprender a usar recursos digitales para lograr impartir sus clases con mejor calidad, este cambio supone una mejora en la educación. Dallanos & Rocío, (2010) mencionan en sus conclusiones que luego del uso del prototipo virtual que crearon llamado OVA se puede notar una mejoría luego de realizar ensayos de comparación en los estudiantes, este es un prototipo de prueba que aun requiere actualizaciones ya que afirman que la atención no es lo suficientemente convincente perdiéndose en el uso y volviendo monótono, pero puesto que es un software que surge como idea pedagógica es importante establecer que usar recursos digitales supone una mejora en la educación y que los problemas que aparecen en el transcurso de la creación de estos desaparecerán con el tiempo y la correcta investigación, logrando que los prototipos educativos dentro de los recursos digitales atraigan tanto la atención como una red social, obviamente tomará tiempo de estudio incluso psicológico.

Tabla 7*Aprender con estrategias metodológicas activas*

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 7 | 14,3 % |
| Casi Siempre | 13 | 26,5 % |
| Siempre | 29 | 59,2 % |
| Nunca | 0 | 0 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

Las alternativas dos y tres muestran que a los estudiantes les gustaría aprender con estrategias metodológicas activas, lo cual es importante ya que indica que los docentes deberían tomar la decisión de capacitarse para conseguir implementarlo en la clase y hacer que el alumnado mejore en base a un aprendizaje interactivo y que llegue a ser significativo. Mora, (2003) menciona que las estrategias metodológicas activas para las matemáticas son una manera de fomentar la discusión didáctica entre colegas para así obtener la mejor forma de llevar a cabo las estrategias dentro del aula, dado que los pasos para implementar las estrategias varían según el docente es preciso tener varias opiniones.

Tabla 8*Uso de material didáctico*

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 16 | 32,7 % |
| Casi Siempre | 14 | 28,6 % |
| Nunca | 12 | 24,5 % |
| Siempre | 7 | 14,3 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

El uso de material didáctico en varios temas de la matemática es difícil de implementar dado lo abstracto del tema, esto se puede notar por el resultado de las dos primeras opciones; dentro de las cónicas la elipse es un tema difícil de interpretar con material didáctico ya que su forma y elementos son bastante rigurosos. Aun así, la investigación permite con la creatividad del docente realizar elementos que potencialicen el aprendizaje de los estudiantes llevando contextos matemáticos a la vida real y permitiendo a los estudiantes generar preguntas y ser participativos dentro del aula con sus compañeros y el docente siendo estos debates que se generan de manera natural una forma de aprender sin la presión de dar una respuesta correcta, en lugar de esto aprender a equivocarse y recordarlo en un futuro.

Tabla 9

Aprender la cónica elipse con recursos didácticos

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 11 | 22,4 % |
| Casi Siempre | 20 | 40,8 % |
| Siempre | 18 | 36,7 % |
| Nunca | 0 | 0 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

De acuerdo con las opciones dos y tres se observa que a los estudiantes les gustaría aprender el tema de la cónica Elipse con recursos didácticos esto ya que en el último año educativo debido a la educación virtual los estudiantes han experimentado un cambio de adaptación en donde el uso de softwares como PowerPoint, GeoGebra y simuladores virtuales han sido útiles para la enseñanza, pero hay que reconocer que estos suelen ser difíciles de manejar si no se tiene conocimiento, por tanto es importante además de usarlos mejorar su contenido con otras estrategias metodológicas y con una investigación completa del tema que se va a impartir para dar a los estudiantes un recurso que merezca la pena el tiempo de estudio.

Tabla 10*Aprendizaje de la elipse mediante un prototipo*

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 11 | 22,4 % |
| Casi Siempre | 15 | 30,6 % |
| Siempre | 23 | 46,9 % |
| Nunca | 0 | 0 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

Al tomar como referencia las opciones dos y tres se obtiene que la mayoría de los encuestados afirman que les gustaría aprender mediante un prototipo manipulativo, esto es un punto que resaltar dentro de la educación, siendo las matemáticas rigurosas hay que demostrarlo con ejemplos manipulativos que lo afirmen como son los prototipos, ya que estos dan una idea clara de cómo funciona lo abstracto y como podría usarse en otro contexto dentro de trabajos como la ingeniería, medicina, arquitectura, entre otros.

Tabla 11*Estrategias y la motivación*

| | Frecuencia | Porcentaje |
|---------------|-------------------|-------------------|
| Algunas veces | 9 | 18,4 % |
| Casi Siempre | 16 | 32,7 % |
| Nunca | 7 | 14,3 % |
| Siempre | 17 | 34,7 % |
| Total | 49 | 100,0 % |

Fuente: encuesta diciembre 2021. Elaboración propia.

La motivación en una clase es una de las partes más importantes para su correcto desarrollo, tomando como referencia a todas las alternativas podemos observar cierta igualdad lo que denota que no siempre existe motivación en los estudiantes y si bien es un factor bastante complejo de controlar y provocar es necesario. Espinoza, (2017) afirma que las situaciones que se crean mediante las estrategias y recursos didácticos son de máximo valor de aprendizaje en los educandos ya que se provoca en los estudiantes confianza emocional lo cual es un origen de motivación distinto a la enseñanza tradicional.

Finalmente, en base al análisis que se realizó en este capítulo se puede argumentar que el principal problema en la enseñanza de las cónicas y en concreto de la elipse es la falta de estrategias metodológicas activas junto con recursos didácticos y aunque estos suelen usarse por algunos docentes no tienen la correcta forma de llevarlos a cabo con éxito de manera que se llegue a un aprendizaje significativo.

Capítulo IV: Propuesta

4.1. Título de la propuesta

GUÍA DIDÁCTICA CON EL USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS QUE DENOTAN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA CÓNICA “LA ELIPSE”

4.2. Introducción

De acuerdo con el análisis presentado en el capítulo anterior se demuestra que los docentes no hacen el correcto uso de las estrategias metodológicas activas, junto con los recursos didácticos que permitan un aprendizaje significativo de la cónica “la elipse” para estudiantes que cursan el segundo año de bachillerato.

Por tal situación se ha examinado la necesidad de diseñar una guía que contenga varias estrategias metodológicas activas que se desarrollen junto con recursos didácticos para el tema de la cónica “la elipse”; manejando herramientas tecnológicas básicas que están al alcance de cualquier educador, de esta manera se han seleccionado didácticamente estrategias que procuran una cronología en el aprendizaje y coherencia en su enseñanza.

Para el desarrollo de cada estrategia se ha priorizado las destrezas con criterio de desempeño presentes en el currículo nacional; además se ha añadido enlaces de videos enseñando como se desarrollan las estrategias desde la virtualidad que pueden ser vistos tanto por docentes y estudiantes.

4.3. Impactos

Se ha considerado los elementos del currículo nacional junto con la teoría del constructivismo y el aprendizaje significativo que esta conlleva para desarrollar las estrategias metodológicas activas que motiven al estudiante y mejoren su comprensión en el tema de la cónica “la elipse”.

Al diseñar estas estrategias se busca que los estudiantes sean motivados y exploren los límites de sus capacidades incentivando la inteligencia y creatividad dentro y fuera del aula, así cada aprendizaje se volverá significativo en base a cada experiencia personal. En cuanto a los docentes estas estrategias serán una fuente de información que se vuelvan una base para futuras aplicaciones.

4.4. Objetivos

4.4.1. Objetivo General

- Elaborar una guía didáctica con el uso de estrategias metodológicas activas que denotan el aprendizaje significativo de la cónica “la elipse”.

4.4.2. Objetivos específicos

- Investigar estrategias metodológicas activas en el área de matemáticas.
- Diseñar estrategias metodológicas activas junto con recursos didácticos para el aprendizaje significativo de la cónica “la elipse”.

GUÍA DIDÁCTICA

2022



ESTRATEGIAS
METODOLÓGICAS
ACTIVAS

LA CÓNICA “ELIPSE”

AUTOR: JEAN CARLOS ERAZO

PRESENTACIÓN:

La motivación dentro de la clase es un aspecto que suele ser muy difícil de mantener, los estudiantes muchas veces pierden el interés y esto es un problema en el proceso de enseñanza – aprendizaje, por lo general se da por la monotonía de materias como la matemática o física que tienen procesos abstractos y mecánicos en la aplicación de resolver ejercicios, por esto el docente debe ser quién provoque el interés y curiosidad los educandos, por esta razón las estrategias metodológicas activas son una forma didáctica de introducir al estudiante de manera humana, permitiendo errores en el proceso de aprendizaje para aprender de la mejor manera, significativamente.

El proceso para desarrollar estrategias metodológicas activas lleva consigo en el final autorrealización en los estudiantes al superar un reto en el que están interesados, esta guía presenta como mejorar el aprendizaje de la cónica “la elipse”, un tema que suele ser tratado de manera tradicional, presentando simplemente las ecuaciones para resolver ejercicios de manera mecánica y sin elementos que aporten al desarrollo de aprendizajes significativos.

El contenido a tratarse parte de estrategias metodológicas activas contemplando los subtemas de la elipse que se describen a continuación:

- Definición general y su historia.
- La elipse en su centro origen.
- La elipse con centro en (h, k) .
- Ecuación general de la elipse.

OBJETIVOS:

Objetivo General

- Elaborar una guía didáctica con el uso de estrategias metodológicas activas que denotan el aprendizaje significativo de la cónica “la elipse”.

Objetivos Específicos

- Investigar estrategias metodológicas activas en el área de matemáticas.
- Diseñar estrategias metodológicas activas junto con recursos didácticos para el aprendizaje significativo de la cónica “la elipse”.

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS:

Las estrategias metodológicas activas son una forma de interactuar con los estudiantes llevándolos a un aprendizaje significativo que promete permanecer a lo largo del tiempo y usarse en cualquier situación si lo amerita.

Estas actualmente se han popularizado en el uso didáctico para la enseñanza, y para los docentes supone una mejora en la cautivar al estudiante con la motivación dentro de un panorama estricto y abstracto como lo son las matemáticas o la física.

Características:

- Innovadoras dentro de la didáctica en la enseñanza – aprendizaje.
- Se pueden implementar en cualquier tema con un estudio previo del docente.
- El alumno adopta un papel de protagonista.

Funciones:

- Motivar al alumno.
- Crear un ambiente humano de aprendizaje.
- Evaluación visible y transversal en el proceso.

DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO:

Las destrezas con criterio de desempeño dentro de la preparación de los estudiantes en cada materia son un indicador de resultados puesto que nos establece lo que debemos conseguir a partir de cada elemento estudiado.

TEMA 1. La elipse definición general y su historia.

| | |
|---|---|
| Estrategias para utilizarse | <ul style="list-style-type: none"> - Historia de las matemáticas - El comic - Uso de material didáctico (Prototipo) |
| Objetivo | Describir la elipse a partir de una historia realizada con el comic para motivar al estudiante y observar cómo se genera dicha cónica a partir del cono de Apolonio. |
| Destreza con criterio de desempeño | M.5.2.16. Describir la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola como lugares geométricos en el plano. |
| Recurso didáctico | Prototipo, Kahoot! |
| Descripción | <p>Introducir a los estudiantes con una historia que fomente la curiosidad del estudiante.</p> <p>Usar el prototipo para identificar como se forman las cónicas a partir del corte de un plano.</p> <p>Presentar el comic elaborado referente a la elipse e incentivar una discusión para formar un debate.</p> |
| Procedimiento | <p>Una vez presentado el ejemplo anterior del docente el estudiante tiene la tarea de realizar un comic con una historia sobre la elipse con personajes ficticios o que sean referentes en el tema.</p> <p>Presentar los parámetros de la tarea:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se puede realizar grupos de estudiantes. - Dar un tiempo conveniente para la creación del comic. - Interpretar el comic entre los estudiantes para desarrollar un juego de roles en la lectura. - Debatir al final la historia. <p>Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.</p> |
| Videos | <p>Comic y prototipo: https://youtu.be/nfwPq9vIQ8I</p> <p>Tutorial Pixton: https://youtu.be/aubvxojrgVE</p> |

DESARROLLO

Tema 1:

La elipse definición general y su historia.

Estrategias:

- Historia de las matemáticas
- El comic
- Uso de material didáctico (Prototipo)

Objetivo:

- Describir la elipse a partir de una historia realizada con el comic para motivar al estudiante y observar cómo se genera esta con el cono de Apolonio.

Introducción:

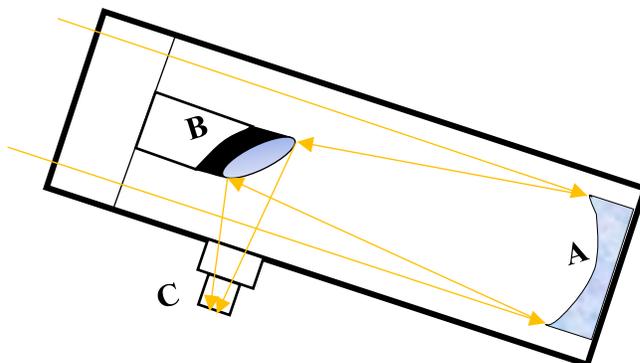
¿Sabes cómo funciona el telescopio Newtoniano?

A finales de 1668 Isaac Newton construyó el telescopio reflector Newtoniano nombrado así por su creador, este tuvo una gran trayectoria antes de ser completamente funcional.

Funciona básicamente con dos espejos, uno primario y otro secundario, como se observa en la figura, la luz entra se refleja en el espejo primario que gracias a su forma concentra los rayos en un punto más pequeño que chocan en el espejo secundario el cual finalmente dirige la luz al ocular para observar la imagen.

Figura 3

Bosquejo de telescopio Reflector Newtoniano



- A) Espejo primario
- B) Espejo secundario
- C) Ocular

Nota: Elaboración propia.

Actividad de apertura:

Con la historia anterior generar preguntas para llegar al tema de la elipse y su uso en la vida real.

- ¿Qué forma tiene el espejo primario?
- ¿Qué forma tiene el espejo secundario?
- ¿Cómo crees que dedujo Newton que debía usar el espejo secundario con forma elíptica?
- ¿Sabes cómo se forman estas figuras mediante los rayos de luz?
- ¿Qué características tiene la elipse?

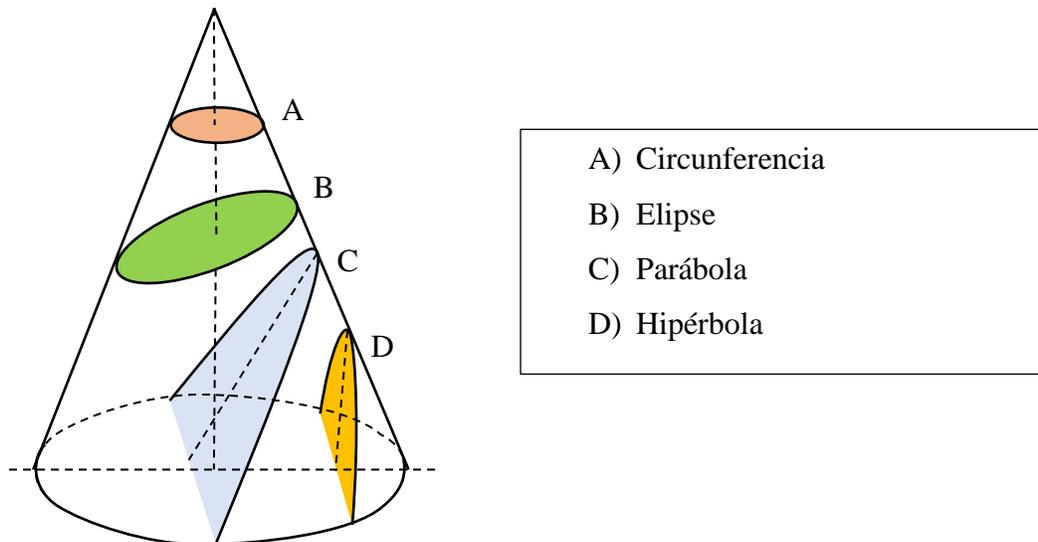
Presentar el prototipo cono de Apolonio y como este genera las cónicas.

Apolonio fue un matemático y astrónomo que estudio las cónicas a profundidad nació alrededor del 262 A.C. y falleció alrededor del 190 A.C.

Con sus investigaciones observó que las curvas de las cónicas se generan al cortar un cono con diferentes inclinaciones en el plano que lo atraviesa.

Figura 4

Bosquejo cono de Apolonio



Nota: Elaboración propia.

Los estudiantes pueden realizar el cono de Apolonio de plastilina y cortarlo como se muestra en la figura para su manipulación.

Actividad de desarrollo:

Presentar el comic realizado por el docente en donde se resuelve la pregunta planteada en la historia y se posteriormente definir la elipse como lugar geométrico.

COMIC – EL PROBLEMA DE NEWTON

Figura 5

Comic – El problema de Newton







Así fue como Isaac Newton logro resolver su problema con el telescopio y pudo concluir su construcción, este invento revolucionaria la manera de observar el cosmos hasta la actualidad con telescopios recientes como el James Webb.



Actividad de cierre:

Una vez presentado el ejemplo anterior del docente el estudiante tiene la tarea de realizar un comic con una historia sobre la elipse con personajes ficticios o que sean referentes en el tema.

Presentar los parámetros de la tarea:

- Se puede realizar grupos de estudiantes.
- Dar un tiempo conveniente para la creación del comic.
- Interpretar el comic entre los estudiantes para desarrollar un juego de roles en la lectura.
- Debatir al final la historia.

Mira el siguiente video tutorial para realizar tu comic: <https://youtu.be/aubvxojrgVE>

Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.

En esta ocasión se decidió utilizar la Plataforma: **Kahoot!**

El estudiante debe ingresar al siguiente enlace:

<https://kahoot.it/>

A continuación debe ingresar el siguiente PIN y responder las preguntas: **01040768**

Rubrica de evaluación de las actividades:

| Indicadores | Muy Satisfactorio (Puntos) | Satisfactorio (Puntos) | Poco Satisfactorio (Puntos) | Puntaje (Puntos) |
|---|----------------------------|------------------------|-----------------------------|------------------|
| Relaciona la teoría con la practica | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Utiliza adecuadamente los recursos otorgados | 2 | 1,5 | 1 | 2 |
| Responde con rigurosidad las preguntas generadas en el cuestionario | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Desarrolla los ejercicios | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Trabaja en Equipo | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Total | | | | |

TEMA 2. La elipse en su centro origen.

| | |
|---|--|
| Estrategias para utilizarse | <ul style="list-style-type: none"> - Uso de material didáctico (Prototipo, Software) - Demostraciones - Modelación |
| Objetivo | Describir la elipse como lugar geométrico a partir de la historia de las matemáticas, uso de material didáctico y la modelación. |
| Destreza con criterio de desempeño | M.5.2.16. Describir la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola como lugares geométricos en el plano. |
| Recurso didáctico | Prototipo, GeoGebra, Kahoot! |
| Descripción | <p>Introducir a los estudiantes con una historia en donde se usa la elipse en la vida real.</p> <p>Usar el prototipo llamado el método del jardinero y simulador para describir la elipse en su centro origen como lugar geométrico enseñando sus características en el proceso y demostrando la forma canónica de la elipse.</p> <p>Modelar la ecuación del Coliseo Romano.</p> |
| Procedimiento | <p>Una vez presentada la modelización por parte del docente se les asigna la tarea a los estudiantes para que ellos realicen una modelización en donde se involucre la ecuación de la elipse en su centro origen.</p> <p>Presentar los parámetros de la tarea:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se puede realizar grupos de estudiantes. - Dar un tiempo conveniente para la modelización. - Presentar la modelización por parte de cada grupo. - Debatir cada caso de modelización por parte de cada grupo. <p>Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.</p> |
| Videos | <p>Prototipo y demostración: https://youtu.be/XOMPdFrliuw</p> <p>GeoGebra: https://youtu.be/jgtmI05zD0I</p> |

DESARROLLO

Tema 2:

La elipse en su centro origen.

Estrategias:

- Uso de material didáctico (Prototipo, Software)
- Demostraciones
- Modelación

Objetivo:

- Describir la elipse como lugar geométrico a partir de la historia de las matemáticas, uso de material didáctico y la modelación.

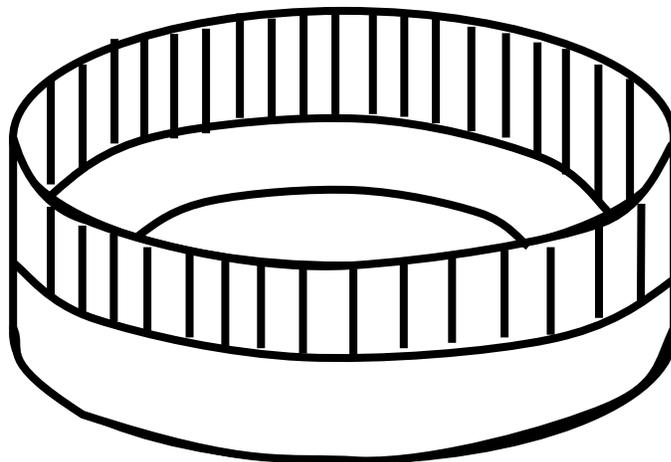
Introducción:

¿Sabes cómo se construyó el Coliseo Romano?

En un imperio desestabilizado después de la muerte de Nerón el senado llama a Vespasiano quien decide construir esta estructura que era diferente a las demás puesto que solo se hacían teatros, pero este es un anfiteatro.

Figura 6

Bosquejo del Coliseo Romano



Nota: Elaboración propia.

Observar el siguiente video para conocer esta fascinante historia:

<https://www.youtube.com/watch?v=vMzCFu42Mfw>

Actividad de apertura

Con la historia anterior plantear preguntas

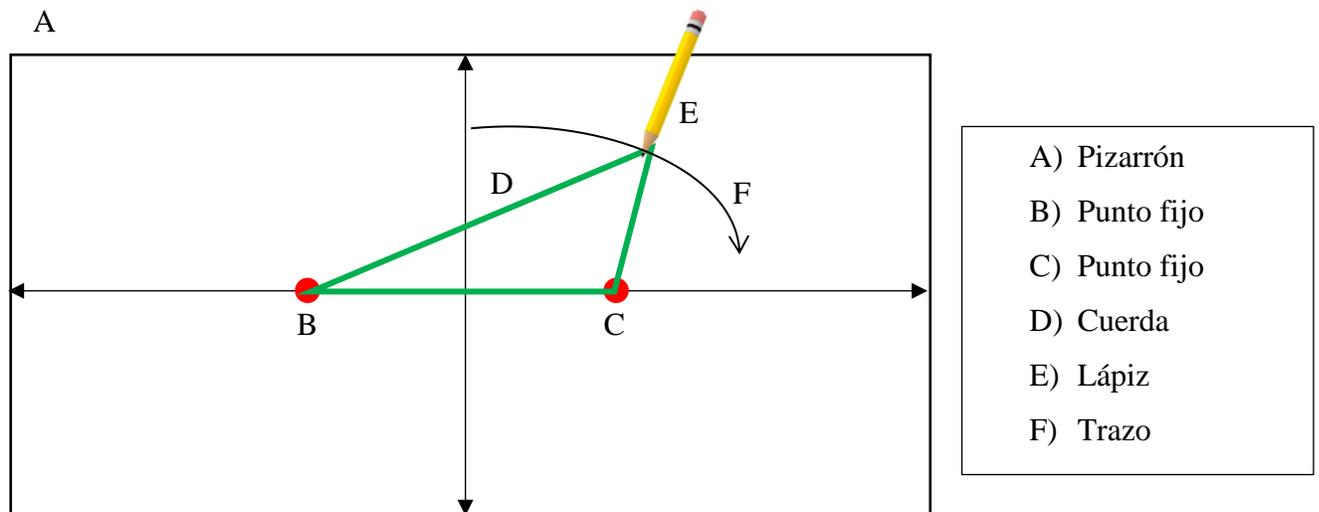
- ¿Qué método crees que usaron para trazar la elipse en los planos del coliseo?
- ¿Crees que se puede modelar la ecuación real del Coliseo Romano?
- ¿En qué otras estructuras has observado esta forma?

Presentar el prototipo el método del jardinero y como este fue usado para trazar el perímetro del Coliseo Romano.

El método del Jardinero consiste en colocar dos puntos fijos a igual distancia y con una cuerda mayor al doble de la distancia entre estos puntos colocaremos un lápiz que trace la cónica. Esta cónica resulta ser la elipse.

Figura 7

Bosquejo método del jardinero



Nota: Elaboración propia.

Observa cómo se hace esta práctica con el prototipo y como se realiza la demostración de la ecuación canónica de la elipse:

<https://youtu.be/XOMPdFrluww>

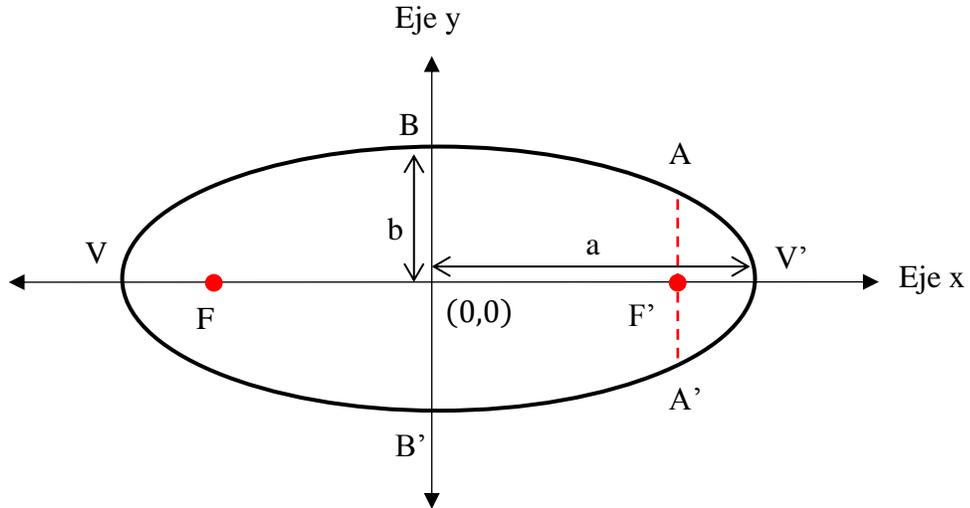
Realiza esta práctica de forma virtual con la ayuda de GeoGebra, guíate en el siguiente video tutorial:

<https://youtu.be/jgtmI05zD0I>

Una vez dibujada la elipse con centro en el origen reconozcamos algunas las características:

Figura 8

Características de la elipse a partir del método del jardinero



Nota: Elaboración propia.

Podemos afirmar que la elipse son todos los puntos cuya suma de distancia hasta los focos siempre es constante.

Podemos observar que los puntos fijos se llaman focos

$\overline{VV'}$ → Eje mayor

$\overline{BB'}$ → Eje menor

$\overline{AA'}$ → Lado Recto

Actividad de desarrollo

Ahora ya habiendo usado el prototipo podemos empezar a obtener datos a partir de la elipse y demostrar la ecuación canónica de la elipse.

Primero podemos afirmar que la distancia de la cuerda que usamos es siempre constante mediante el trazo de la elipse. Si llamamos l a esta distancia podemos escribir lo siguiente.

$$l = \text{constante}$$

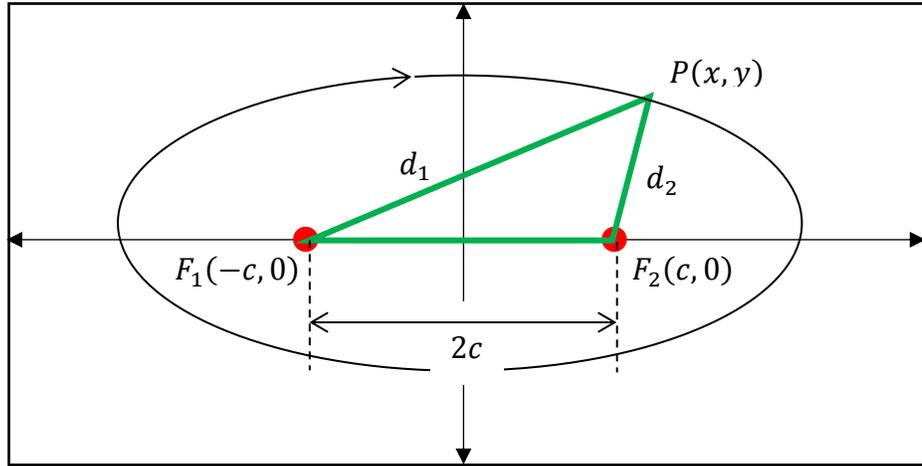
Ahora sabemos que la distancia l conocida se describe como la suma de todas sus distancias, porque se puede ver que se forma un triángulo con un punto arbitrario que tomemos de la elipse, por lo tanto:

$$l = d_1(P, F_1) + d_2(P, F_2) + 2c$$

Observemos en el prototipo esto:

Figura 9

Entendiendo la elipse a partir del planteo geométrico



Nota: elaboración propia.

Observemos también que la distancia de la cuerda si la dividimos a la mitad debe ser mayor que la distancia de los focos, de lo contrario no sería posible hacer la elipse. Por lo tanto:

$$\frac{l}{2} > 2c \rightarrow l > 4c$$

$$\therefore d_1(P, F_1) + d_2(P, F_2) + 2c > 4c \rightarrow d_1(P, F_1) + d_2(P, F_2) > 2c$$

En conclusión de esta parte la suma de las dos distancia debe ser constante y mayor que $2c$

Para fines de orden con la ecuación nombraremos a “ c ” como “ a ”

Escribimos lo que obtuvimos ya como una ecuación pero sin olvidar la restricción.

$$d_1(P, F_1) + d_2(P, F_2) = 2a \quad ; \quad a > c \text{ siendo } a \in \mathbb{R}$$

Ahora especifiquemos las coordenadas de los puntos que tenemos.

Recordemos la fórmula de distancia entre puntos

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Entonces usando la distancia entre puntos podemos escribir lo siguiente:

$$d_1(P, F_1) + d_2(P, F_2) = 2a \quad ; \quad a > c \text{ siendo } a \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{(x + c)^2 + (y - 0)^2} + \sqrt{(x - c)^2 + (y - 0)^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x + c)^2 + (y)^2} + \sqrt{(x - c)^2 + (y)^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\left(\sqrt{(x+c)^2 + y^2}\right)^2 = \left(2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$(x+c)^2 - (x-c)^2 + y^2 - y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$(x+c)^2 - (x-c)^2 + y^2 - y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$(x+c)^2 - (x-c)^2 = 4a\left(a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)$$

$$\frac{4cx}{4} = \frac{4a\left(a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)}{4}$$

$$\frac{cx}{a} = \frac{a\left(a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)}{a}$$

$$\frac{cx}{a} = a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\left(\frac{cx}{a} - a\right)^2 = \left(-\sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2$$

$$\frac{c^2x^2}{a^2} - 2cx + a^2 = (x-c)^2 + y^2$$

$$\frac{c^2x^2}{a^2} - 2cx + a^2 = x^2 - 2cx + c^2 + y^2$$

$$x^2 \frac{c^2}{a^2} - x^2 - y^2 = c^2 - a^2$$

$$x^2 \left(\frac{c^2}{a^2} - 1\right) - y^2 = c^2 - a^2$$

$$x^2 \left(\frac{c^2 - a^2}{a^2}\right) - y^2 = c^2 - a^2$$

En este punto hay que observar y reconocer que la restricción que planteamos al inicio afecta el desarrollo de la ecuación, $a > c$ nos indica que a debe ser mayor que c incluso si estas se elevan al cuadrado como vemos en la ecuación que estamos desarrollando, por esta razón se procede multiplicando por menos uno de la siguiente manera.

$$x^2 \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2}\right) + y^2 = a^2 - c^2$$

Ahora la expresión $a^2 - c^2$ como sabemos por la restricción debe ser un número positivo y para generalizarlo podemos escribirlo como b^2 ; es decir

$$a^2 - c^2 = b^2$$

Reemplazamos esto y tenemos lo siguiente.

$$x^2 \left(\frac{b^2}{a^2} \right) + y^2 = b^2$$

Ahora si dividimos la ecuación anterior entre b^2 obtenemos finalmente, la ecuación canónica de la elipse.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Este desarrollo es solamente para una elipse centrada en el origen, con los focos en el eje x, por lo tanto es una elipse horizontal.

Entonces respondiendo a la pregunta; ¿en el Coliseo Romano se usó el método del jardinero para trazar su perímetro?

La ecuación anterior la dedujimos a partir del prototipo del método del jardinero y algebra básica.

Entonces, si googleamos rápidamente las dimensiones del Coliseo Romano obtenemos los siguientes datos:

Sus dimensiones son: 187,75 x 155,60 m.

Por lo tanto asumiendo que es una elipse, 187,75 pertenece al eje mayor y 155,60 por consecuencia al eje menor.

Entonces:

$$a = \frac{187,75}{2} = 93,875 \rightarrow \text{Semieje mayor}$$

$$b = \frac{155,60}{2} = 77,8 \rightarrow \text{Semieje menor}$$

Reemplazamos en la ecuación;

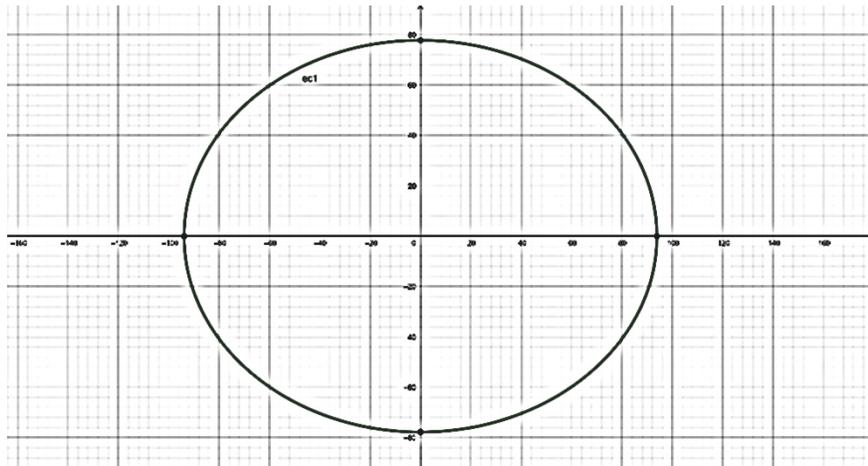
$$\frac{x^2}{(93,875)^2} + \frac{y^2}{(77,8)^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{8812,515} + \frac{y^2}{6052,84} = 1$$

Usando GeoGebra podemos graficar esta elipse y con una imagen de Google Maps la vista superior del Coliseo Romano.

Figura 10

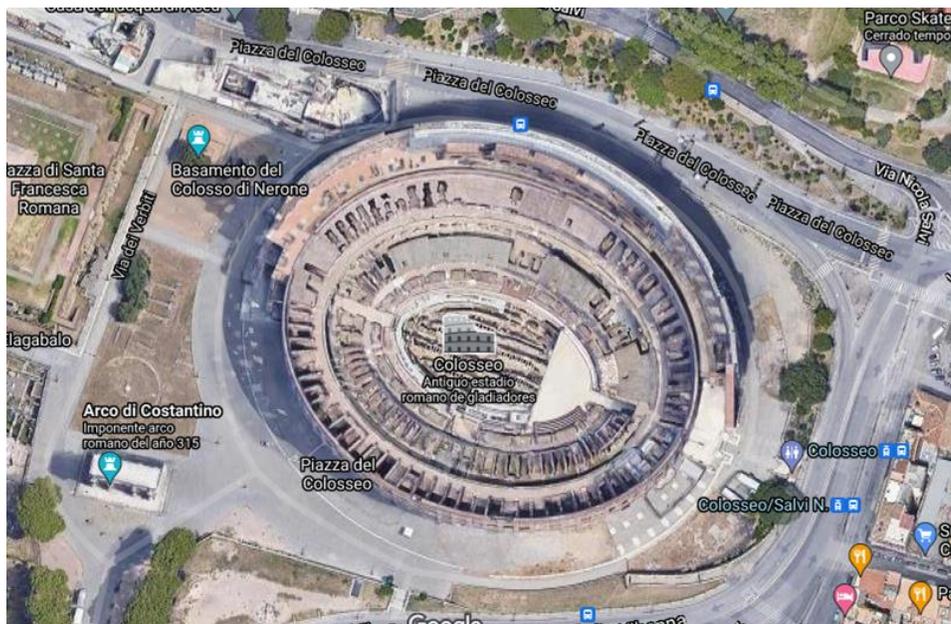
Supuesto modelo del perímetro del Coliseo Romano



Nota: Elaboración propia con el Software GeoGebra.

Figura 11

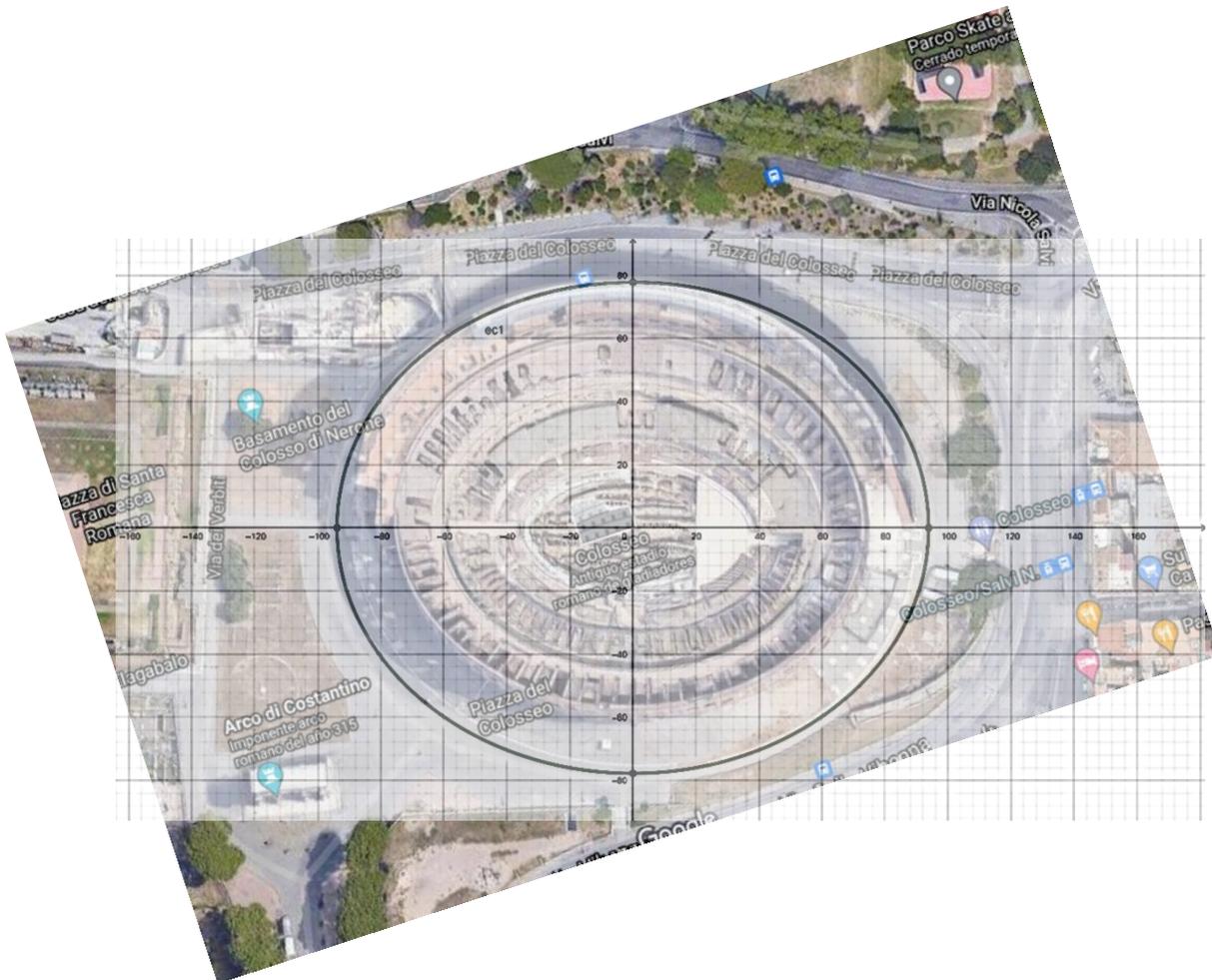
Vista superior del Coliseo Romano



Nota: Tomado de (Google, s.f.)

Figura 12

Comparación entre la ecuación y el Coliseo Romano.



Nota: Elaboración propia.

Podemos concluir que el modelo que conseguimos de la ecuación canónica a partir del método del jardinero, si funciona en la vida real y además esto puede haberse usado para trazar el perímetro del Coliseo Romano, dado que como observamos coinciden.

Además los datos reales que buscamos del Coliseo nos permiten afirmar que la ecuación es correcta ya que se consiguió el perímetro, obviamente existe un margen de error por la imagen satelital de Google Maps, pero el procedimiento es correcto.

Actividad de cierre

Una vez presentada la modelización por parte del docente se les asigna la tarea a los estudiantes para que ellos realicen una modelización en donde se involucre la ecuación de la elipse en su centro origen.

Presentar los parámetros de la tarea:

- Se puede realizar grupos de estudiantes.
- Dar un tiempo conveniente para la modelización.
- Presentar la modelización por parte de cada grupo.
- Debatar cada caso de modelización por parte de cada grupo.

Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.

En esta ocasión se decidió utilizar la Plataforma: **Kahoot!**

El estudiante debe ingresar al siguiente enlace:

<https://kahoot.it/>

A continuación debe ingresar el siguiente PIN y responder las preguntas: **06594229**

Rubrica de evaluación de las actividades:

| Indicadores | Muy Satisfactorio (Puntos) | Satisfactorio (Puntos) | Poco Satisfactorio (Puntos) | Puntaje (Puntos) |
|---|----------------------------|------------------------|-----------------------------|------------------|
| Relaciona la teoría con la practica | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Utiliza adecuadamente los recursos otorgados | 2 | 1,5 | 1 | 2 |
| Responde con rigurosidad las preguntas generadas en el cuestionario | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Desarrolla los ejercicios | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Trabaja en Equipo | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Total | | | | |

TEMA 3. La elipse con centro en (h, k) .

| | |
|---|--|
| Estrategias para utilizarse | <ul style="list-style-type: none"> - Demostraciones - Uso de material didáctico (Software) |
| Objetivo | Demostrar la ecuación de la elipse con centro en (h, k) entender sus características y observar cómo se comporta con la ayuda de un software. |
| Destreza con criterio de desempeño | M.5.2.17. Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos. |
| Recurso didáctico | Desmos, Kahoot! |
| Descripción | <p>Introducir a los estudiantes con una situación curiosa en la vida real.</p> <p>Demostrar la ecuación de la elipse con centro en (h, k).</p> <p>Presentar el uso de Desmos.</p> |
| Procedimiento | <p>Una vez presentada la demostración se procede a la práctica en el software Desmos para los estudiantes.</p> <p>Presentar los parámetros de la tarea:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se puede realizar grupos de estudiantes. - Dar un tiempo conveniente para la práctica. - Discutir los resultados al final de la clase. <p>Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.</p> |
| Video tutorial | Demostración y uso de Desmos: https://youtu.be/Fquvxz-G3ZI |

DESARROLLO

Tema 3:

La elipse con centro en (h, k) .

Estrategias:

- Demostraciones
- Uso de material didáctico (Software)

Objetivo:

- Demostrar la ecuación de la elipse con centro en (h, k) entender sus características y observar cómo se comporta con la ayuda de un software.

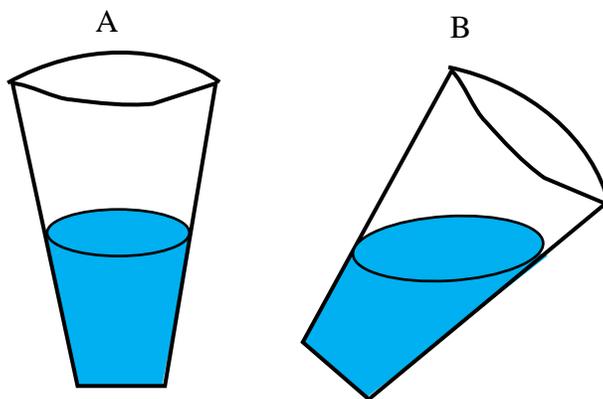
Introducción:

¿Has observado que figuras se forman en un vaso de agua al momento de tomar de él?

Realiza esta sencilla practica en tu casa, toma un vaso de vidrio y llénalo hasta la mitad. Si permanece derecho el agua forma una circunferencia, pero a medida que lo inclinamos podemos observar una elipse.

Figura 13

Bosquejo de práctica con un vaso de agua



Nota: Elaboración propia

El caso del vaso B desde el punto de vista de quien toma el agua debe ser una elipse con centro en el origen, pero si alguien más lo observa desde otra mesa, ¿Cómo sería su ecuación?

El punto de vista resulta ser relativo es algo que también ocurre en el espacio, los planetas para tener una ubicación deben considerarse desde un punto de referencia, y esto puede ser relativo dependiendo de referencia se tome.

Actividad de apertura

Recordemos que hasta ahora las ecuaciones que conocemos son solo para la elipse en su centro origen.

Según su eje:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } x$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } y$$

Entonces si queremos una ecuación que sea en cualquier punto del plano, ¿es posible?

La respuesta es sí, esto puede demostrarse; como observamos a continuación.

Actividad de desarrollo

Demostración de la ecuación con **centro en (h, k)** ; así es como se conoce que está en cualquier punto del plano.

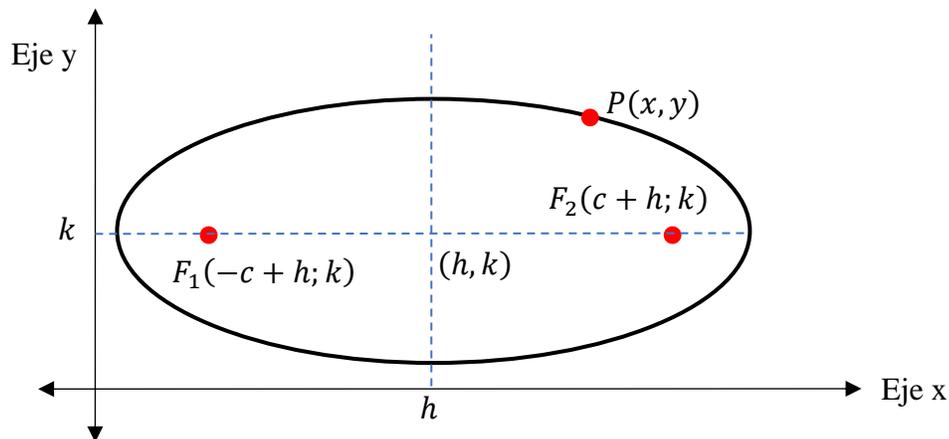
Partiremos desde el planteamiento con el que demostramos la ecuación canónica.

$$d_1(P, F_1) + d_2(P, F_2) = 2a \quad ; \quad a > c \text{ siendo } a \in \mathbb{R}$$

Recordemos la ecuación de distancia entre puntos pero con la particularidad de agregar (h, k) ; ya que este será el nuevo centro.

Figura 14

Elipse con centro (h, k)



Nota: Elaboración propia.

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Entonces usando la distancia entre puntos podemos escribir lo siguiente:

$$d_1(P, F_1) + d_2(P, F_2) = 2a; \quad a > c \text{ siendo } a \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{(x + c - h)^2 + (y - k)^2} + \sqrt{(x - c - h)^2 + (y - k)^2} = 2a$$

$$\left(\sqrt{(x + c - h)^2 + (y - k)^2}\right)^2 = \left(2a - \sqrt{(x - c - h)^2 + (y - k)^2}\right)^2$$

$$(x + c - h)^2 + (y - k)^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x - c - h)^2 + (y - k)^2} + (x - c - h)^2 + (y - k)^2$$

$$(x + c - h)^2 - (x - c - h)^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x - c - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$4c(x - h) = 4a \left(a - \sqrt{(x - c - h)^2 + (y - k)^2} \right)$$

$$\frac{4c(x - h)}{4a} = \frac{4a \left(a - \sqrt{(x - c - h)^2 + (y - k)^2} \right)}{4a}$$

$$\frac{c}{a}(x - h) = a - \sqrt{(x - c - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$\left(\frac{c}{a}(x - h) - a\right)^2 = \left(-\sqrt{(x - h - c)^2 + (y - k)^2}\right)^2$$

$$\frac{c^2}{a^2}(x - h)^2 - 2c(x - h) + a^2 = (x - h - c)^2 + (y - k)^2$$

$$\frac{c^2}{a^2}(x - h)^2 - 2c(x - h) + a^2 = (x - h)^2 - 2c(x - h) + c^2 + (y - k)^2$$

$$\frac{c^2}{a^2}(x - h)^2 - (x - h)^2 - (y - k)^2 = c^2 - a^2$$

$$(x - h)^2 \left(\frac{c^2}{a^2} - 1 \right) - (y - k)^2 = c^2 - a^2$$

$$(x - h)^2 \left(\frac{c^2 - a^2}{a^2} \right) - (y - k)^2 = c^2 - a^2$$

En este punto hay que observar y reconocer que la restricción que planteamos al inicio afecta el desarrollo de la ecuación, $a > c$ nos indica que a debe ser mayor que c incluso si estas se elevan al cuadrado como vemos en la ecuación que estamos desarrollando, por esta razón se procede multiplicando por menos uno de la siguiente manera.

$$(x - h)^2 \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2} \right) + (y - k)^2 = a^2 - c^2$$

Ahora la expresión $a^2 - c^2$ como sabemos por la restricción debe ser un número positivo y para generalizarlo podemos escribirlo como b^2 ; es decir

$$a^2 - c^2 = b^2$$

Reemplazamos esto y tenemos lo siguiente.

$$(x - h)^2 \left(\frac{b^2}{a^2} \right) + (y - k)^2 = b^2$$

Ahora si dividimos la ecuación anterior entre b^2 obtenemos finalmente, la ecuación ordinaria de la elipse.

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Este desarrollo es solamente para una elipse con centro en (h, k) y los focos paralelos al eje x por lo tanto es una elipse horizontal.

Observa esta demostración en video: <https://youtu.be/Fquvxz-G3ZI>

Actividad de cierre

Una vez presentada la demostración se procede a la práctica en el software Desmos para los estudiantes.

Presentar los parámetros de la tarea:

- Se puede realizar grupos de estudiantes.
- Dar un tiempo conveniente para la práctica.
- Discutir los resultados al final de la clase.

Práctica:

Ingresa al siguiente link

<https://www.desmos.com/calculator?lang=es>

Escribir la ecuación ordinaria de la elipse

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Inmediatamente el Software detecta los deslizadores que se puede modificar de la ecuación los cuales son:

a, b, h, k.

Mueve los deslizadores y responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué pasa si mueves el deslizador h?
2. ¿Qué pasa si mueves el deslizador k?
3. ¿Qué sucede si solamente el deslizador b se coloca en 0?
4. ¿Qué sucede si solamente el deslizador a se coloca en 0?
5. ¿Qué sucede si los deslizadores a y b son la misma cantidad?
6. Presiona el botón “play” a todos los deslizadores y describe que sucede.

Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.

En esta ocasión se decidió utilizar la Plataforma: **Kahoot!**

El estudiante debe ingresar al siguiente enlace:

<https://kahoot.it/>

A continuación debe ingresar el siguiente PIN y responder las preguntas: **0610487**

Rubrica de evaluación de las actividades:

| Indicadores | Muy Satisfactorio (Puntos) | Satisfactorio (Puntos) | Poco Satisfactorio (Puntos) | Puntaje (Puntos) |
|--|---------------------------------------|-----------------------------------|--|-----------------------------|
| Relaciona la teoría con la practica | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Utiliza adecuadamente los recursos otorgados | 2 | 1,5 | 1 | 2 |
| Responde con rigurosidad las preguntas generadas en el cuestionario | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Desarrolla los ejercicios | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Trabaja en Equipo | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Total | | | | |

TEMA 4. Ecuación general de la elipse.

| | |
|---|---|
| Estrategias para utilizarse | <ul style="list-style-type: none"> - Demostraciones - Uso de material didáctico (Software) |
| Objetivo | Demostrar la ecuación general de la elipse, aplicarla en una situación real y observar su comportamiento con el uso de Desmos. |
| Destreza con criterio de desempeño | M.5.2.17. Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos. |
| Recurso didáctico | Desmos, Kahoot! |
| Descripción | <p>Introducir a los estudiantes con una situación de la vida real.</p> <p>Demostrar la ecuación general de la elipse y aplicarla en la situación de la vida real presentada.</p> <p>Encontrar las restricciones de la ecuación elipse usando Desmos.</p> |
| Procedimiento | <p>Una vez presentada la demostración se procede a la práctica en el software Desmos para los estudiantes.</p> <p>Presentar los parámetros de la práctica:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se puede realizar grupos de estudiantes. - Dar un tiempo conveniente para la práctica. - Discutir los resultados al final de la clase. <p>Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.</p> |
| Video tutorial | Demostración y uso de Desmos: https://youtu.be/nyXyXukFHaw |

DESARROLLO

Tema 4:

Ecuación general de la elipse.

Estrategias:

- Demostraciones
- Uso de material didáctico (Software)

Objetivo:

- Demostrar la ecuación general de la elipse, aplicarla en una situación real y observar su comportamiento con el uso de Desmos.

Introducción:

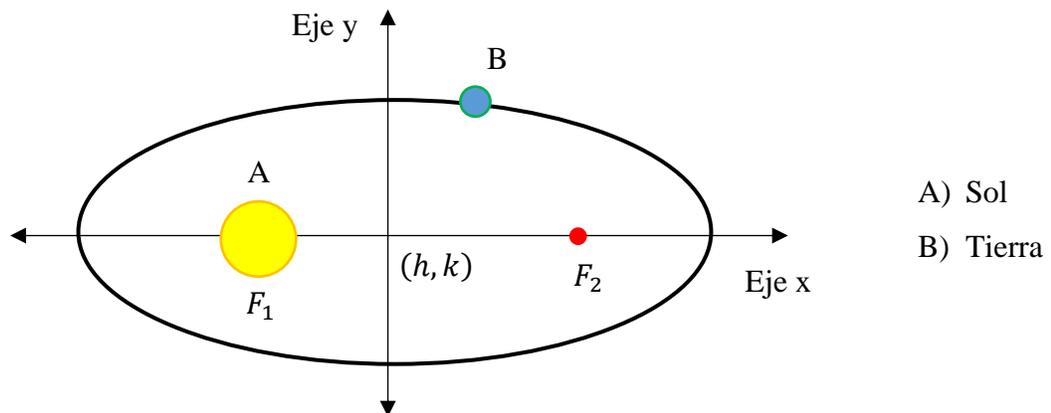
¿Sabes qué forma realiza la tierra alrededor del sol?

Antiguamente se creía que los planetas giraban alrededor del sol formando una circunferencia, pero esto cambió con Johannes Kepler quien descubrió que en realidad los planetas y en general los astros giran de forma elíptica.

En la figura podemos observar que el sol se ubica en uno de los focos de la elipse que describe la Tierra.

Figura 15

Órbita elíptica



Nota: Elaboración propia.

Actividad de apertura

Recordemos que hasta ahora las ecuaciones que conocemos:

Forma canónica de la elipse según su eje

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } x$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } y$$

Forma ordinaria de la elipse según su eje

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } x$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } y$$

¿Y si queremos una ecuación general?

Demostremos a continuación como se encuentra esta y que características tiene.

Actividad de desarrollo

Demostración de la forma general de la elipse

Partiremos desde la ecuación ordinaria en el eje x

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Multiplicamos por a^2b^2 ambos miembros de la ecuación y operamos.

$$\frac{a^2b^2(x-h)^2}{a^2} + \frac{a^2b^2(y-k)^2}{b^2} = a^2b^2$$

$$b^2(x-h)^2 + a^2(y-k)^2 = a^2b^2$$

$$b^2(x^2 - 2hx + h^2) + a^2(y^2 - 2ky + k^2) = a^2b^2$$

$$b^2x^2 - 2hb^2x + b^2h^2 + a^2y^2 - 2ka^2y + a^2k^2 = a^2b^2$$

Ordenando los términos e igualando la ecuación a cero tenemos.

$$b^2x^2 + a^2y^2 + (-2hb^2)x + (-2ka^2)y + b^2h^2 + a^2k^2 - a^2b^2 = 0$$

Renombrando las constantes:

$$A = b^2$$

$$C = a^2$$

$$D = -2hb^2$$

$$E = -2ka^2$$

$$F = b^2h^2 + a^2k^2 - a^2b^2$$

Reemplazamos y obtenemos finalmente la ecuación general de la elipse

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

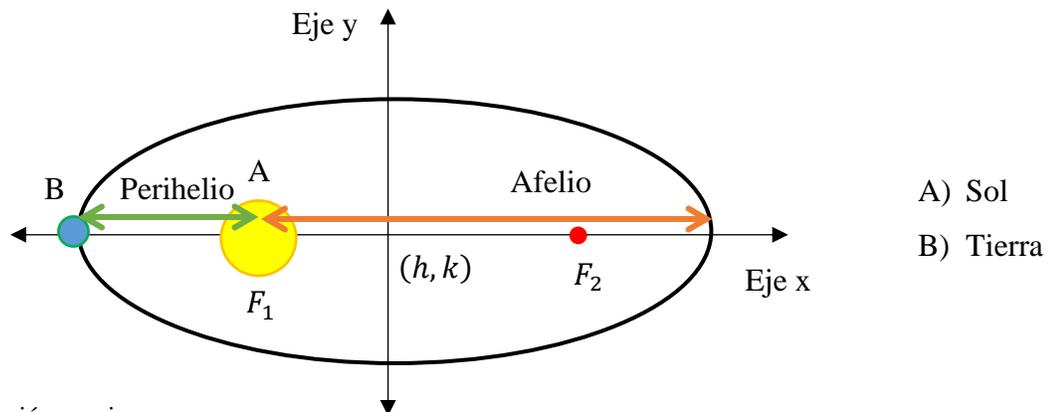
Ahora que te parece si encontramos la ecuación que describe la tierra alrededor del sol, solucionando el siguiente problema.

La Tierra se mueve alrededor del Sol generando una trayectoria elíptica; con el Sol situado en uno de sus focos. Cuando la Tierra está más cerca del sol, la distancia que los separa es de 147 095 248 km, aproximadamente. Cuando está más lejos de él, la distancia es de 152 100 492 km. En astronomía, al punto más cercano se le llama perihelio, y al más lejano, afelio.

¿Qué ecuación describe el movimiento de nuestro planeta cuando gira alrededor del sol?

Figura 16

Bosquejo de la órbita elíptica de la Tierra.



Nota: Elaboración propia.

La suma de las distancias dadas que son el perihelio y el afelio dan como resultado el eje mayor de la elipse, por lo tanto:

Perihelio: 147 095 248 km

Afelio: 152 100 492 km

Eje mayor:

$$2a = \text{Perihelio} + \text{Afelio} \rightarrow 2a = 147095248 \text{ km} + 152100492 \text{ km} \rightarrow 2a = \mathbf{299195740 \text{ km}}$$

Por lo tanto su semieje será:

$$a = \frac{299195740 \text{ km}}{2} \rightarrow a = \mathbf{149597870 \text{ km}}$$

Encontremos c:

$$c = a - \text{perihelio}$$

$$c = 149597870 \text{ km} - 147095248 \text{ km}$$

$$\rightarrow c = \mathbf{2502622 \text{ km}}$$

Ahora para encontrar b podemos usar la propiedad de los semiejes:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = (2502622 \text{ km})^2 - (149597870 \text{ km})^2$$

$$b = \sqrt{(2502622 \text{ km})^2 - (149597870 \text{ km})^2}$$

$$\mathbf{b = 149576935,4 \text{ km}}$$

Reemplazamos los valores de a y b en la ecuación ordinaria de la elipse, puesto que no sabemos el centro (h, k) lo dejamos expresado de manera general.

$$\frac{(x - h)^2}{(149597870 \text{ km})^2} + \frac{(y - k)^2}{(149576935,4 \text{ km})^2} = 1 \rightarrow \text{Eje } x$$

$$\frac{(x - h)^2}{2,237952271 \times 10^{16}} + \frac{(y - k)^2}{2,237325959 \times 10^{16}} = 1$$

Resolvemos los binomios

$$\frac{x^2 - 2hx + h^2}{2,237952271 \times 10^{16}} + \frac{y^2 - 2ky + k^2}{2,237325959 \times 10^{16}} = 1$$

Operamos las fracciones

$$\frac{2,237325959 \times 10^{16}(x^2 - 2hx + h^2) + 2,237952271 \times 10^{16}(y^2 - 2ky + k^2)}{(2,237952271 \times 10^{16})(2,237325959 \times 10^{16})} = 1$$

$$2,237325959x10^6(x^2 - 2hx + h^2) + 2,237952271x10^6(y^2 - 2ky + k^2) \dots$$

$$\dots = (2,237952271x10^6)(2,237325959x10^6)$$

Distribuimos los términos

$$2,237325959x10^6x^2 - 4474651,918hx + 2,237325959x10^6h^2 + 2,237952271x10^6y^2 \dots$$

$$\dots - 4475904,542ky + 2,237952271x10^6y^2 = 5,007028711x10^{12}$$

Ordenamos, igualamos a cero y obtenemos la ecuación general de la órbita elíptica de la tierra

$$2,237325959x10^6x^2 - 2,237952271x10^6y^2 - 4474651,918hx - 4475904,542ky \dots$$

$$\dots + 2,237325959x10^6h^2 + 2,237952271x10^6y^2 - 5,007028711x10^{12} = 0$$

Dependiendo de qué lugar se tome como referencia como centro origen se deberá calcular el valor del centro (h, k) ; en este caso lo dejamos de forma implícita.

Actividad de cierre

Una vez presentada la demostración se procede a la práctica en el software Desmos para los estudiantes.

Presentar los parámetros de la práctica:

- Se puede realizar grupos de estudiantes.
- Dar un tiempo conveniente para la práctica.
- Discutir los resultados al final de la clase.

Ingresar al siguiente link:

<https://www.desmos.com/calculator?lang=es>

Escribir la ecuación general de la elipse

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

1. Inmediatamente el Software detecta los deslizadores que se puede modificar de la ecuación, se debe dar clic en todos, mueve los deslizadores y describe que observas.
2. Ahora agrega el término Bxy inserta la ecuación: $Ax^2 + Cy^2 + Bxy + Dx + Ey + F = 0$ has el procedimiento anterior y describe que ocurre cuando mueves el deslizador B

Evaluar los conocimientos con una plataforma virtual.

En esta ocasión se decidió utilizar la Plataforma: **Kahoot!**

El estudiante debe ingresar al siguiente enlace:

<https://kahoot.it/>

A continuación debe ingresar el siguiente PIN y responder las preguntas: **06528087**

Rubrica de evaluación de las actividades:

| Indicadores | Muy Satisfactorio (Puntos) | Satisfactorio (Puntos) | Poco Satisfactorio (Puntos) | Puntaje (Puntos) |
|--|---------------------------------------|-----------------------------------|--|-----------------------------|
| Relaciona la teoría con la practica | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Utiliza adecuadamente los recursos otorgados | 2 | 1,5 | 1 | 2 |
| Responde con rigurosidad las preguntas generadas en el cuestionario | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Desarrolla los ejercicios | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Trabaja en Equipo | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 |
| Total | | | | |

CONCLUSIONES

- Implementar estrategias metodológicas activas para conseguir un aprendizaje significativo mejora la motivación de la clase puesto que los alumnos son participativos en procesos que antes solo hacía el docente permitiendo un ambiente donde se desarrolla el debate de ideas que optimizan el proceso educativo.
- El principal problema en la enseñanza de las cónicas y en concreto de la elipse es la falta de estrategias metodológicas activas junto con recursos didácticos y aunque estos suelen usarse por algunos docentes no tienen la correcta forma de llevarlos a cabo con éxito de manera que se llegue a un aprendizaje significativo.
- Frente a la problemática se consideró necesario elaborar una guía una guía didáctica en donde se aplican estrategias metodológicas activas en la enseñanza de la cónica “la elipse”; para mejorar el proceso educativo en los segundos años de bachillerato.

RECOMENDACIONES

- Al Ministerio de Educación se recomienda promover una capacitación sobre el uso de estrategias metodológicas activas; que involucren temas desafiantes en el ámbito educativo para romper el paradigma de una clase monótona y tradicionalista.
- A los docentes se les recomienda usar varias estrategias con su correcto estudio previo y con cronología en el tema que se está impartiendo así el estudiante tendrá facilidad de recordar lo que miró en clases anteriores y sus saberes previos ahora se volverán saberes significativos.
- Se recomienda adaptar las estrategias metodológicas activas con el uso de recursos didácticos en la educación virtual, para asegurar una práctica que aunque sea virtual y se acerque a la realidad.

BIBLIOGRAFÍA

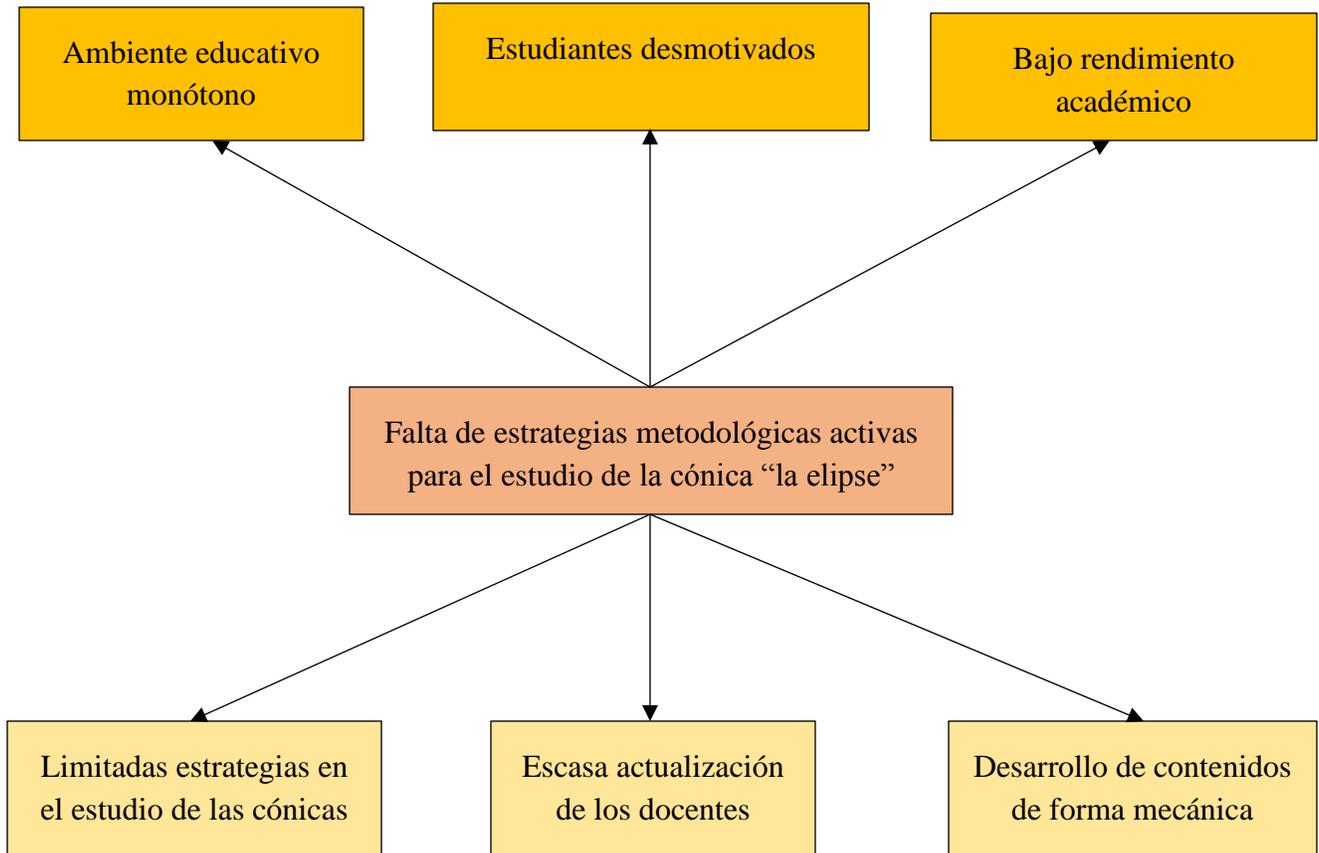
- Bolívar, J. (2015). Estrategias de resolución de problemas contextualizados de matemáticas. (*Magister en Educación*). Universidad Virtual Escuela de Graduados en Educación, Bogotá.
- Castillo, S. (2008). PROPUESTA PEDAGÓGICA BASADA EN EL CONSTRUCTIVISMO PARA EL USO ÓPTIMO DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194. Recuperado el 12 de Enero de 2021, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002&lng=es&tlng=es
- Castro, E., Zambrano, K., Párraga, L., Mendoza, K., & Zambrano, Y. (05 de 12 de 2019). SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA. PROPUESTA DE ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS. *Universidad Ciencia Y Tecnología*, 23(95), 59-65. Recuperado el 24 de 10 de 2021, de <https://www.uctunexpo.autanabooks.com/index.php/uct/article/view/247>
- Dallanos, L., & Rocío, A. (2010). Prototipo de objeto virtual de aprendizaje para la ejercitación en matemáticas de primer grado de. *Revista Colombiana de Educación*(58), 96-115. Recuperado el 16 de Enero de 2022, de <https://www.redalyc.org/pdf/4136/413635664005.pdf>
- Espinoza, J. (Enero de 2017). LOS RECURSOS DIDÁCTICOS Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO. *Espirales Revista Multidisciplinaria De investigación*, 1(2), 33-38. doi:<https://doi.org/10.31876/re.v1i2.4>
- Fabres, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atinente a los contenidos. *Estudios Pedagógicos*, XLII(1), 87-105. Recuperado el 24 de Octubre de 2021, de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=173547563006>
- Farias, D., & Rojas, F. (2010). Estrategias lúdicas para la enseñanza de la matemática en estudiantes que inician estudios superiores. *Paradigma*, 31(2), 53-64. Recuperado el 21 de Enero de 2022, de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512010000200005&lng=es&tlng=es.
- Flores, J., Ávila, J., Rojas, C., Sáez, F., Acosta, R., & Diaz, C. (2017). *ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN CONTEXTOS UNIVERSITARIOS*. Concepción: ISBN 978-956-9280-27-6.
- García, L. (2018). Actividades didácticas basadas en el proceso lúdico de la enseñanza de las secciones cónicas. [*Licenciatura en Educación de la Matemática y la Física*]. Universidad Galileo, Quetzaltenango.
- Google. (s.f.). [*Coliseo de Roma, Piazza del Colosseo, Roma, Italia*]. Recuperado el 31 de Enero de 2022, de <https://www.google.com.ec/maps/@41.8902281,12.4921022,278m/data=!3m1!1e3?hl=es>

- Granados, C., & Padilla, I. (17 de Abril de 2021). El aprendizaje gráfico de la recta tangente a través de la modelación de las secciones cónicas utilizando GeoGebra. *Revista científica*, 1(40), 118-132. doi:<https://doi.org/10.14483/23448350.16137>
- Guamán, V., & Venet, R. (02 de Septiembre de 2019). El aprendizaje significativo desde el contexto de la planificación didáctica. *Revista Conrado*, 15(69). Recuperado el 15 de Enero de 2022, de <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n69/1990-8644-rc-15-69-218.pdf>
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. México: Mc Graw Hill Education.
- Izarra, J. (2018). TALLERES DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PÚBLICA NUESTRA SEÑORA DE CANDELARIA DE ACOBAMBA. [Trabajo Académico para optar el Título Profesional de Segunda Especialidad en Gestión Escolar con Liderazgo Pedagógico]. Universidad San Ignacio de Loyola, Lima.
- Lehmann, C. (1993). *GEOMETRÍA ANALÍTICA*. México: LIMUSA/NORIEGA EDITORES.
- Lema, L. (2017). LA IMPORTANCIA DEL USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DE LA UNIDAD EDUCATIVA YARUQUIES EN EL PERIODO 2016-2017. [Trabajo de Grado Previo A La Obtención del Título de Licenciado en Ciencias de la Educación, Profesor de Ciencias Exactas]. Universidad Nacional De Chimborazo, RIOBAMBA.
- Marrero, N. (2021). La etnomatemática. Su importancia para un proceso de enseñanza aprendizaje con significación social y cultural. *Conrado*, 17(82), 103-110. Recuperado el 21 de Enero de 2022, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442021000500103
- Ministerio de Educación. (2016). *Educación.gob.ec*. Recuperado el 03 de Febrero de 2021, de Currículo: <https://educacion.gob.ec/curriculo/>
- Ministerio de Educación. (2016). *Matemática 2 BGU*. Quito, Ecuador: LNS. Recuperado el 21 de 11 de 2021, de https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/curriculo/Matematica/Matematica_BGU_2.pdf
- Mora, D. (Mayo de 2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 24(70), 181-272. Recuperado el 17 de Enero de 2022, de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002
- Sáez, R. (7 de Agosto de 2016). TEORÍA DE LA EDUCACIÓN: CONOCIMIENTO DE LA EDUCACIÓN INVESTIGACIÓN, DISCIPLINA ACADÉMICA. *Revista Virtual Redipe*, VIII(5), 19 - 38. Recuperado el 14 de Noviembre de 2021, de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6064996.pdf>
- Santiváñez, V. (Enero de 2019). *EVALUACIÓN DEL CURRÍCULO UNIVERSITARIO CICLO I CURRÍCULO: SIGNIFICACIONES*. Recuperado el 15 de Noviembre de 2021, de INSTITUTO PARA LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN - USMP: <https://www.usmp.edu.pe/iced/carpeta-2019-1/pdfs/materiales/mediu/1/disenoevaluacion-curriculo-universitario.pdf>

- Valbuena, S., Gutiérrez, T., & Berrio, J. (2021). Intervención didáctica tecnológica para el estudio de las secciones cónicas basada en el potencial semiótico. *Formación universitaria*, 14(1), 181-194. doi:<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062021000100181>
- Valdez, F. (5 de Octubre de 2012). *Teorías educativas y su relación con las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) [versión PDF]*. Obtenido de Congreso Nacional de Ciencias Administrativas:
<http://congreso.investiga.fca.unam.mx/docs/xvii/docs/L13.pdf>
- Valle, W. (2016). La habilidad calcular en los alumnos de las secundarias básicas. *Mendive. Revista de Educación*, 14(2), 181-187. Recuperado el 21 de Enero de 2022, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-76962016000200007&lng=es
- Vargas, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje. *Cuadernos Hospital de Clínicas*, 58(1), 68-74. Recuperado el 25 de Enero de 2021, de http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1652-67762017000100011

ANEXOS

Anexo 1: Árbol de problemas.



Anexo 2: Encuesta.

ENCUESTA A ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE BACHILLERATO

INSTRUCCIONES

- *La encuesta es anónima para garantizar la confidencialidad de la información proporcionada*
- *Marque con una sola X en el paréntesis según corresponda su respuesta o seleccione encerrando el literal que crea conveniente.*

CUESTIONARIO:

1. Género:

M () F () Otro ()

2. Paralelo al que pertenece:

A () B () C () D () E () F ()

3. Vive actualmente en el sector:

Rural () Urbano ()

4. Autodefinition étnica:

Blanco () Mestizo () Afrodescendiente () Indígena () Otro:

5. Nacionalidad:

Ecuatoriana () Colombiana () Venezolana () Otro:

6. ¿ El aprendizaje de las cónicas es importante para comprender ciertas situaciones de la vida cotidiana?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

7. ¿ Los temas desarrollados en cónicas como la elipse fueron complicados?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

8. ¿Se le dificulta aprender las características de la elipse de manera que pueda recordarlo a futuro?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

9. ¿Su docente utiliza recursos digitales (PowerPoint, GeoGebra, Simuladores, entre otros) para la enseñanza de las cónicas?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

10. ¿ Le gustaría aprender con estrategias metodológicas activas (el comic, la modelización, la historia, demostraciones, el juego, cálculos mentales, entre otros)?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

11. ¿Su docente utiliza material didáctico (prototipos manipulativos, juegos interactivos, entre otros) para enseñar cónicas?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

12. ¿Le gustaría aprender la cónica Elipse en un contexto real con recursos didácticos (PowerPoint, GeoGebra, simuladores, juegos, entre otros)?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

13. ¿Le gustaría que el aprendizaje de la elipse sea menos complicado mediante el uso de un prototipo el cual pueda manipular para aprender?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

14. ¿El docente de matemáticas utiliza estrategias (el comic, la modelización, la historia, demostraciones, el juego, cálculos mentales, entre otros) que no vuelvan monótona la clase y motiven su aprendizaje?

- a) Siempre
- b) Casi siempre
- c) Algunas veces
- d) Nunca

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

Anexo 3: Prototipo cono de Apolonio.



Anexo 4: Prototipo método del jardinero.

