



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
(UTN)**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA
(FECYT)**

CARRERA: PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

**INFORME FINAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN, EN LA
MODALIDAD PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**

TEMA: *Utilización del Método Didáctico de Singapur para la enseñanza
aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios” en el
primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio”*

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado/a en Pedagogía
de las Matemáticas y la Física.**

**Línea de investigación: Gestión, calidad de la educación, procesos pedagógicos e
idiomas.**

Autor (a): Revelo Ruiz Kimberly Yolanda

Director (a): PHD. Marisela Giraldo De López

Ibarra-2022



IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA
UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

En cumplimiento del Art. 144 de la Ley de Educación Superior, hago la entrega del presente trabajo a la Universidad Técnica del Norte para que sea publicado en el Repositorio Digital Institucional, para lo cual ponemos a disposición la siguiente información:

DATOS DE CONTACTO			
CÉDULA DE IDENTIDAD:		100451107-5	
APELLIDOS Y NOMBRES:		Revelo Ruiz Kimberly Yolanda	
DIRECCIÓN:		La Quinta del Olivo - Ibarra	
EMAIL:		kimy.revelo14@gmail.com	
TELÉFONO FIJO:	0985122698	TELÉFONO MOVIL:	0967341585
DATOS DE LA OBRA			
TÍTULO:		Utilización del Método Didáctico de Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios” en el primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio”	
AUTOR (ES):		Revelo Ruiz Kimberly Yolanda	
FECHA: DD/MM/AAAA		2022/abril/ 26	
SOLO PARA TRABAJOS DE GRADO			
PROGRAMA:		<input checked="" type="checkbox"/> PREGRADO	<input type="checkbox"/> POSGRADO
TITULO POR EL QUE OPTA:		Licenciado/a en Pedagogía de las Matemáticas y la Física	
ASESOR /DIRECTOR:		PHD. Marisela Giraldo De López	

CONSTANCIAS

El autor (es) manifiesta (n) que la obra objeto de la presente autorización es original y se la desarrolló, sin violar derechos de autor de terceros, por lo tanto, la obra es original y que es (son) el (los) titular (es) de los derechos patrimoniales, por lo que asume (n) la responsabilidad sobre el contenido de la misma y saldrá (n) en defensa de la Universidad en caso de reclamación por parte de terceros.

Ibarra, a los 16 días, del mes de mayo de 2022

EL AUTOR:

(Firma) .....

Nombre: Kimberly Yolanda Revelo Ruiz

CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR

Ibarra, 26 de abril de 2022

PHD. Marisela Giraldo De López

DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

CERTIFICA:

Haber revisado el presente informe final del trabajo de titulación, el mismo que se ajusta a las normas vigentes de la Facultad de Educación, Ciencia y Tecnología (FECYT) de la Universidad Técnica del Norte; en consecuencia, autorizo su presentación para los fines legales pertinentes.

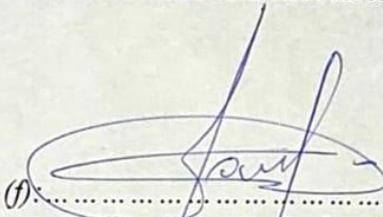
①: *Marisela Giraldo*

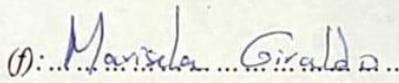
PHD. Marisela Giraldo

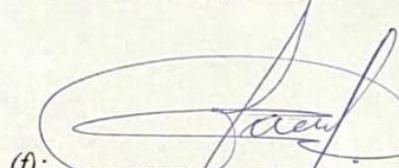
C.C.: 175771149-2

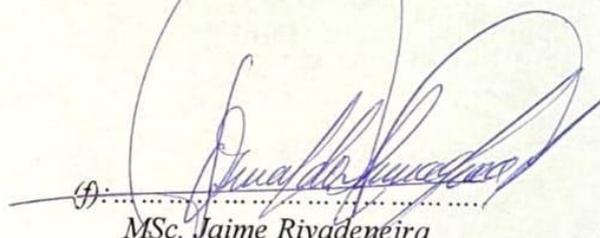
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL

El Tribunal Examinador del trabajo de titulación "Utilización del Método Didáctico de Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular Operaciones con Polinomios en el primer año de bachillerato de la Unidad Educativa 17 de Julio" elaborado por Kimberly Yolanda Revelo Ruiz, previo a la obtención del título del Licenciado/a en Pedagogía de las Matemáticas y la Física, aprueba el presente informe de investigación en nombre de la Universidad Técnica del Norte:

(f): 
MSc. Orlando Ayala
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL
C.C.: 100119666-4

(f): 
PHD. Marisela Giraldo
DIRECTOR
C.C.: 175771149-2

(f): 
MSc. Orlando Ayala
OPOSITOR
C.C.: 100119666-4

(f): 
MSc. Jaime Rivadeneira
OPOSITOR
C.C.: 100161457-5

DEDICATORIA

“Dedico el presente trabajo de titulación en memoria de mi abuelita Rebeca, pilar fundamental en mi vida, gracias por su cariño, consejos y palabras de aliento las cuales hicieron de mí una mejor persona, a mi madre Inés, la cual me ha enseñado a ser una mujer trabajadora, persistente y humilde, a mi hijo Julián por ser mi gran orgullo y motivación. A toda mi familia por su cariño y apoyo incondicional, durante todo este proceso, gracias por estar conmigo en todo momento”.

Kimberly Revelo

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, a Dios por estar conmigo de manera espiritual, guiando mi camino cada día.

A la Universidad Técnica del Norte por ofrecer una educación de calidad y brindarme la oportunidad de formarme profesionalmente recompensando la excelencia académica, deportiva y cultural.

De manera especial al Msc. Orlando Ayala y todos los docentes por su dedicación en la construcción de una carrera que forja docentes y personas integras, solidarias y competentes.

A mi tutora PHD. Marisela Giraldo de López, por guiarme en la realización del presente trabajo de investigación.

Finamente a mi familia y amigos un gracias porque saben el gran esfuerzo que realicé por culminar mi formación profesional.

Kimberly Revelo

RESUMEN

El trabajo de investigación engloba el desarrollo, análisis y creación de un material didáctico basado en el método didáctico Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con polinomios”. Se realizó empleando la metodología de investigación mixta: en el paradigma cuantitativo puesto que se ha detallado propiedades y características de las variables de enseñanza-aprendizaje acerca del método didáctico Singapur las cuales se medirán y particularizarán y en el paradigma cualitativo debido a que está basada en una investigación transversal e investigación acción, ya que se construyó un material didáctico para la enseñanza aprendizaje de Operaciones con Polinomios, el cual es de disposición científica y práctica. Se plantea esta propuesta, debido a que se observó que en las aulas ecuatorianas existe un déficit en el uso del método didáctico Singapur, sin embargo, el material didáctico basado en el método didáctico Singapur es un apoyo para la labor docente y de importancia para el desarrollo lógico, pictórico y abstracto del estudiante en la asignatura de matemáticas.

Palabras clave: Material concreto, Método Singapur, Enseñanza, Aprendizaje, Operaciones con polinomios, Lógico, Pictórico y Abstracto

ABSTRACT

The research work includes the development, analysis, and creation of a didactic material based on the Singapore didactic method for the teaching-learning of the curricular content "Operations with polynomials". It was carried out using the mixed research methodology: in the quantitative paradigm since it has detailed properties and characteristics of the teaching-learning variables about the Singapore didactic method, which will be measured and particularized, and in the qualitative paradigm because it is based on a transversal research and action research since a didactic material was built for the teaching-learning of Operations with Polynomials, which is of scientific and practical disposition. This proposal was made because it was observed that in Ecuadorian classrooms there is a deficit in the use of the Singapore didactic method, however, the didactic material based on the Singapore didactic method is a support for the teaching work and of importance for the logical, pictorial and abstract development of the student in the subject of mathematics.

Keywords: Concrete material, Singapore Method, Teaching, Learning, Operations with polynomials, Logical, Pictorial, and Abstract.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

IDENTIFICACIÓN DE LA OBRA	ii
CONSTANCIAS	iii
CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR	iv
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL	v
DEDICATORIA	vi
AGRADECIMIENTO	vii
RESUMEN	viii
ABSTRACT.....	ix
ÍNDICE DE CONTENIDOS	x
ÍNDICE DE TABLAS	xiii
INTRODUCCIÓN	2
Motivaciones para la investigación.....	2
Problema de investigación	2
Justificación	2
Impactos.....	3
Objetivos.....	3
Objetivo general.....	3
Objetivos específicos	3
CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO	4
1.1. El Proceso de enseñanza aprendizaje	4
1.1.1. La enseñanza.....	4
1.1.2. El Aprendizaje	4
1.1.3. Teorías del Aprendizaje	5
1.2.2. Importancia del Método de Singapur en la enseñanza aprendizaje de la matemática.....	8
1.2.3. Etapas del Método de Singapur	9

1.3.	Matemática en el primero de bachillerato	10
1.3.1.	Objetivos	10
1.3.2.	Destrezas	10
1.4.	Operaciones con Polinomios	11
CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS		13
2.1.	Tipo de Investigación.....	13
2.2.	Métodos, técnicas e instrumentos de investigación	13
2.2.1.	Métodos	13
2.2.2.	Técnicas	14
2.2.3.	Instrumentos.....	15
2.3.	Preguntas de investigación.....	15
2.4.	Matriz de operacionalización de variables o matriz diagnóstica	15
Capítulo III: Análisis y Discusión de Resultados		16
3.1.	Análisis y Discusión de los Resultados de las Encuestas	16
CAPÍTULO IV: PROPUESTA		20
4.1.	Título de la Propuesta	20
4.2.	Introducción	20
4.3.	Objetivos	20
4.3.1.	Objetivo general.....	20
4.3.2.	Objetivos específicos	20
4.4.	Desarrollo de la propuesta	20
Definición		22
Método Didáctico Singapur		22
Fases del Método Didáctico Singapur		22
Concreto		22
Pictórico		22
Abstracto		22

Material concreto para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”	22
Algeplano.....	22
Justificación	23
Descripción del material	23
Conformación del Algeplano según sus piezas	23
Representación de Polinomios.....	24
Ejemplos de cómo representar polinomios en el Algeplano utilizando el método didáctico Singapur	25
• Polinomio de una variable.....	25
• Polinomio de dos variables	26
• Binomio.....	26
ACTIVIDAD #1	27
Adición de Polinomios.....	28
ACTIVIDAD #2	30
Sustracción de Polinomios.....	31
Multiplicación de Polinomios.....	33
ACTIVIDAD #3	38
División de polinomios.....	39
ACTIVIDAD #4	45
CONCLUSIONES	46
RECOMENDACIONES.....	46
GLOSARIO	47
Referencias.....	48

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Matriz Diagnóstica.....	15
Tabla 2. Manipulación de material concreto en su aprendizaje.....	16
Tabla 3. Presentación pictórica en problemas y ejercicios	17
Tabla 4. Aplicación de aprendizaje abstracto	17
Tabla 5. Aprendizaje con material del medio	18
Tabla 6. El docente inicia la clase con una motivación	18
Tabla 7. Aprende con problemas de la vida real.....	19
Tabla 8. Aprender con material didáctico y mediante juegos es más efectivo que el aprender de manera tradicional.....	19

INTRODUCCIÓN

Motivaciones para la investigación

Las matemáticas para la mayoría de los estudiantes tiene mala fama y poca acogida, debido a la complejidad abstracta numérica de esta materia, por ende, los estudiantes se limitan a querer aprender y participar; presentando desinterés en estudiar matemáticas, esto se debe a varios factores; uno de ellos es la deficiente enseñanza-aprendizaje que se vive en las aulas ecuatorianas, conjuntamente relacionada con las metodologías, métodos, técnicas y estrategias aplicadas, por eso uno de los métodos constructivistas de beneficio para estudiantes y docentes es el método didáctico Singapur el cual es considerado el mejor método para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas por su enfoque CPA (Concreto-Pictórico- Abstracto) de aprendizaje partiendo de un material didáctico concreto hasta llegar al conocimiento abstracto de las matemáticas.

Problema de investigación

La escasa utilización del método didáctico Singapur en el contenido curricular “Operaciones con Polinomios” en los estudiantes de primer año de bachillerato en la “Unidad Educativa 17 de Julio”, se debe a varios factores uno de ellos; es el desconocimiento por parte de los docentes en la actualización de los nuevos métodos lúdicos e innovadores, impartiendo clases monótonas centradas en el contenido, no en los estudiantes, transmitiendo información basada en un aprendizaje memorístico, debido a esto existen limitaciones en la participación de los estudiantes, ya sea por el miedo a ser reprendidos o porque la clase no es llamativa.

Otro factor contraproducente el desinterés por parte de los estudiantes hacía la asignatura de matemática, como se mencionó anteriormente el estudiante tiene un papel pasivo en su aprendizaje el cual no le permite ser partícipe de su propio aprendizaje causando así un vacío en el cual el estudiante no puede relacionar lo impartido en clase con aplicaciones diarias. La utilización del método didáctico Singapur propone, al estudiante como protagonista de su enseñanza-aprendizaje, este método le proporciona un aprendizaje basado en la motivación, experimentación, representación gráfica y abstracción.

Por último, la deficiencia del uso de material didáctico en las aulas conlleva a que los estudiantes no puedan desarrollar su pensamiento lógico, crítico, pictórico y abstracto, la mayoría de los docentes desconocen este material como apoyo y recurso lúdico para explicar matemáticas, consecuentemente los estudiantes aprenden de una manera tradicional.

Justificación

La presente investigación se centró en determinar cómo se ejecuta el proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios” del primer año de bachillerato en la Unidad Educativa “17 de Julio”, con el fin de poner en consideración la propuesta de enseñanza-aprendizaje mediante el método didáctico Singapur

en operaciones con polinomios, esto tiene importancia debido a que representa un recurso didáctico más para el trabajo docente.

Las operaciones con polinomios son una parte fundamental de las matemáticas de aplicaciones múltiples, desde saber el valor de una incógnita en una matriz o ecuación, hasta el uso en fenómenos físicos y biológicos, sus aplicaciones no están claras en la vida diaria y eso sucede por la falta de motivación hacia el tema y el uso adecuado del método de enseñanza por tal motivo esta investigación hace énfasis en el uso del método didáctico Singapur, el cual se basa en ideales constructivistas, de beneficio para el estudiante y docente a través de las experiencias concretas- pictóricas – abstractas, desarrollando un aprendizaje significativo.

El método didáctico Singapur con su enfoque CPA (Concreto-Pictórico-Abstracto) es considerado el mejor método para la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, este método engloba varias practicas educativas innovadoras, basadas en autores constructivistas tales como Brunner, Piaget, Vygotsky quienes han transformado la manera de enseñar, donde el estudiante construye su propio aprendizaje partiendo de un material o experiencia concreta, que luego es representado gráficamente y finalmente llega a un aprendizaje abstracto propio de las matemáticas.

Impactos

La investigación ayudará a los docentes, debido a que se busca desarrollar una propuesta de enseñanza-aprendizaje mediante el método didáctico Singapur en operaciones con polinomios, que servirá de apoyo para el docente en su clase, siendo de esa manera una alternativa didáctica e innovadora a la hora de facilitar aprendizajes en la clase.

La propuesta de la investigación es de importancia para la comunidad educativa, dado que adopta varios factores esenciales del proceso de enseñanza-aprendizaje: el estudiante, el docente y la metodología. Esta propuesta brinda una mejora para la educación ecuatoriana.

Objetivos

Objetivo general

- Proponer el Método Didáctico Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios” en el primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio”.

Objetivos específicos

- Establecer las bases teóricas y científicas relacionadas al método didáctico de Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”.
- Analizar en el primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio” la enseñanza aprendizaje que se desarrolla en el contenido curricular “Operaciones con Polinomios”

- Construir una propuesta didáctica mediante la utilización del Método Didáctico Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”.

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

1.1. El Proceso de enseñanza aprendizaje

En la educación el pilar principal es el proceso de enseñanza- aprendizaje, ya que a través de este se facilita el conocimiento entre el docente- estudiante de diversas formas. Abreu, et al. (2018), en su artículo sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de los Estudios Lingüísticos: su impacto en la motivación hacia el estudio de la lengua; menciona que el proceso de enseñanza aprendizaje es considerado como el espacio académico donde el estudiante es el actor principal de su educación y el docente es el orientador y guía de apoyo en el proceso, proporcionándole al estudiante distintos recursos, actividades y material que enriquecen su conocimiento.

En otras palabras, el estudiante en el proceso de enseñanza- aprendizaje, construye su propio conocimiento a partir de distintas tareas proporcionadas por el docente, donde el estudiante y docente se relacionan y aportan para su formación integral académica.

1.1.1. La enseñanza

Desde la antigüedad los padres han enseñado a sus hijos compartiendo sus vivencias y habilidades, de la misma forma lo hacen los docentes con sus estudiantes. Con mucha razón (Borbor & Zapata, 2020) manifiesta que la enseñanza es un proceso en el cual el estudiante adquiere conocimientos sobre cualquier índole y que además tiene por objetivo forjar al estudiante de manera íntegra.

Mirando desde otra perspectiva la enseñanza en la matemática se puede explicar como un proceso activo, donde no solo es necesario tener dominio en la materia y los conocimientos matemáticos, sino del dominio de las habilidades y destrezas en la pedagogía, el saber cómo llegar al estudiante es la labor principal del docente para que todos comprendan las matemáticas (MORA, 2003).

1.1.2. El Aprendizaje

El aprendizaje, según Serrano (1990 citado en Sarmiento, 2007) es un proceso activo al igual que la enseñanza, pero este se enfoca en otros aspectos como: en la atención, la memoria, la creatividad y el raciocinio que el estudiante realiza para asimilar los conocimientos transferidos por el docente, así mismo debe integrar en su mente estructuras definidas y coordinadas. El aprendizaje es complementario de la enseñanza, ya que se refiere a las actividades realizadas por el alumno.

El aprendizaje de las matemáticas solamente se logra alcanzar, cuando el estudiante participa activamente en el desarrollo de los conceptos, pero no de forma memorística sino de manera en la cual el estudiante construye su propio aprendizaje con sus propios medios y

recursos también con la ayuda de métodos didácticos y la presencia del docente como guía más no como dictador (MORA, 2003).

1.1.3. Teorías del Aprendizaje

Las teorías del aprendizaje de acuerdo con Cepeda et al. (2017) “son consideradas modelos sistemáticos, progresivos y dinámicos del proceso de aprendizaje, cada una se fundamenta en espacios de tiempo de investigaciones bibliográficas y de campo” (pág. 1). Estas teorías describen y guían los procesos de aprendizaje tanto del docente como del estudiante, a través de técnicas y estrategias ya establecidas.

Hoy en día existe una infinidad de Teorías del Aprendizaje debido a los varios tipos de corrientes educativas, cada persona aprende de forma única y especial, estas teorías buscan que el estudiante asimile de mejor manera el conocimiento encontrando su propia manera de aprender. Según Alonso & Gallego (2000 citado en Sánchez et al., 2013) clasifican las Teorías del Aprendizaje según su impacto pedagógico en ocho tipos: Teorías Conductistas, Teorías Cognitivas, Teoría Sinérgica, Tipología del Aprendizaje según Gagné, Teoría Humanista de Rogers, Teorías Neurofisiológicas, Teorías de Elaboración de la Información, y el Enfoque Constructivista.

1.1.3.1.El constructivismo en los procesos de enseñanza aprendizaje

El origen del constructivismo en el ámbito educativo nace como una corriente epistemológica enfocada en la mejora del conocimiento humano, los primeros autores en plantearla son: Kant, Vico, Marx o Darwin quienes afirman que el conocimiento no se da pasivamente si no de manera activa y que los seres humanos son capaces de adquirir su conocimiento construyéndolo por sí mismos (Díaz & Hernández, 2002).

Para afianzar el concepto según Ortiz Granja (2015) en su obra el constructivismo como teoría y método de enseñanza presenta una anécdota:

Había dos picapedreros que trabajaban en una mina de mármol. A uno de ellos se lo veía malhumorado mientras que otro sonreía al hacer su tarea. El capataz de la mina se acercó al uno y le preguntó la causa de su malhumor y él le contestó que no tenía sentido su trabajo, que era muy aburrido trabajar en la mina. Se fue donde el otro jornalero y también le preguntó por qué sonreía y él contestó que estaba muy orgulloso de trabajar con las piedras que algún día se convertirían en grandes construcciones. (pág. 96)

Por lo tanto, cada persona construye su propia perspectiva de ver la realidad, el constructivismo se basa en esto en que cada persona percibe su realidad y la construye a su propio ritmo.

El constructivismo en los procesos de enseñanza aprendizaje tiene un papel fundamental, debido a que a través del constructivismo el estudiante crea su propio aprendizaje en todos los aspectos cognitivos y sociales, estos dos aspectos se relacionan día

a día y proveen al estudiante una mejor formación académica (Tünnermann Bernheim, 2011).

Es muy importante tener en cuenta que dicho proceso de construcción según (Tünnermann Bernheim, 2011), en su obra el constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes, depende de dos aspectos fundamentales:

1. Los conocimientos previos o ideas acerca del nuevo tema, o actividades a realizar.
2. Actividades externas o internas que el estudiante realiza.

En el constructivismo el estudiante parte de saberes previos que se complementan con actividades y tareas prácticas reforzando su conocimiento. Se puede decir que el constructivismo en los procesos de enseñanza aprendizaje es una interacción ordenada entre los conocimientos del docente y los del estudiante, que entran en debate, desacuerdos y diálogos para llegar a un aprendizaje significativo (Ortiz Granja, 2015). Este proceso se realiza en correlación con los demás participantes: compañeros y docentes, para alcanzar una innovación académica que conduzca a una mejor educación.

a) El rol del docente en el constructivismo

El docente en el constructivismo debe extender su papel es decir no solo debe ser transmisor de saberes si no también ser mediador de la construcción del conocimiento, donde el eje principal del proceso educativo sea el aprendizaje mas no la acción de enseñar beneficiando a los estudiantes en su desarrollo (Suárez Valdés-Ayala, 2012). Su rol es ser orientador en el camino de su propio aprendizaje.

Según Díaz y Hernández (2010 citado en Suárez Valdés-Ayala, 2012) los docentes constructivistas deben tener las siguientes características:

1. Ser mediador entre los saberes y aprendizajes
2. Ser reflexivo con respecto a su manera de enseñar
3. Ser promotor en el aprendizaje significativo
4. Impulsar la cooperación y participación de los estudiantes
5. Se adopta a las necesidades e intereses académicos.

Es decir, el docente cumple un rol muy importante en la educación constructivista siendo un conciliador entre el conocimiento y el estudiante, fomentando el potencial del estudiante en su aprendizaje.

b) El rol del estudiante en el constructivismo

El estudiante en el constructivismo adquiere un papel activo, aquí él inicia de un conocimiento previo o cotidiano, luego lo relaciona con el conocimiento regular con la ayuda de su docente y compañeros, además el estudiante debe aprender a emplear lo aprendido en clase es decir debe aplicarlo en la vida así obtendrá un aprendizaje constructivista, ya que el será el protagonista de su propio aprendizaje y conocimiento (Segura Castillo, 2005).

1.1.4. Metodologías didácticas con un enfoque constructivista

Las metodologías didácticas ayudan al docente a planificar y usar herramientas o recursos adecuados para que el estudiante aprenda y se divierta en la clase. Con razón Universidad San Buenaventura (2015 citado en Ortiz Granja, 2015) desde un enfoque constructivista estas metodologías didácticas deben tener varias características que se resumen a continuación:

Tomar en cuenta el contexto: se refiere a un equilibrio entre los conocimientos globales-particulares y la aplicación en los contextos específicos en la cual el estudiante es participe.

Considerar los aprendizajes previos: los docentes deben realizar evaluaciones diagnosticas al inicio del año, para considerar el conocimiento y aprendizaje previo de los estudiantes.

Deben privilegiar la actividad: el docente debe darle un papel activo al estudiante en su aprendizaje mediante diálogos, debates, juegos prácticos que permitan que el estudiante sea participe.

Ser esencialmente auto estructurantes: los docentes deben encontrar un equilibrio en las actividades propuestas para los estudiantes, tomando en cuenta los distintos estilos de aprendizaje (visual, auditivo y táctil), así cada estudiante aprende y asimila de mejor manera el contenido propuesto.

Favorecer el diálogo desequilibrante: la metodología escogida debe motivar al dialogo entre los estudiantes y docentes, abriendo debates y preguntas, el estudiante puede expresar sus ideas y pensamientos acerca del tema tratado.

Utilizar el taller y el laboratorio: hace referencia a las actividades prácticas, el estudiante interactúa con materiales concretos y el docente analiza el conocimiento del estudiante y lo apoya en sus déficits, es una complementación para el tema abordado.

Privilegiar operaciones mentales de tipo inductivo: el docente empieza con un tema desde un punto en particular y luego guía las actividades para que el estudiante analice, relacione factores implicados, explique y generalice el tema.

Las metodologías con un enfoque constructivista buscan que el estudiante sea el protagonista, existen diversos métodos, herramientas y procesos de aprendizaje que ayudan al desarrollo de los estudiantes, uno de los métodos más eficaces para trabajar en el área de las matemáticas es el método didáctico Singapur.

1.2. Método Didáctico de Singapur

1.2.1. Definición

Para una mejor comprensión, primero se enfatizará en el origen del método didáctico Singapur que según Flores (2020) expresa fue:

Creado por el INSTITUTO NACIONAL PEDAGOGICO de Singapur y actualmente divulgado por el matemático Yeap Ban Har. Este método es una adaptación del método socrático a las matemáticas. Ban convirtió a las matemáticas en un lenguaje para poder realizar preguntas que van de lo simple a lo complejo para que los estudiantes lleguen a la misma respuesta por distintos caminos. Este método, al igual que el socrático, se basan en el supuesto de que todas las personas son capaces de aprender matemáticas, solo debe tener el método adecuado, es decir, el que lo lleve al descubrimiento de la respuesta. La respuesta no depende de factores internos o la capacidad de razonamiento de las personas. (pág. 22)

De ahí que el Método Didáctico de Singapur se acopla adecuadamente con la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, este método ayuda al estudiante a encontrar una solución y construir su propio conocimiento.

El Método Didáctico de Singapur se fundamenta en modelos visuales, en el empleo de material concreto y en la práctica incesante lo cual ayuda a obtener una mejor comprensión de los conceptos matemáticos como: el razonamiento lógico y la creatividad (Guel, 2014). Así pues, el estudiante aprende de una manera diferente, mediante la lúdica y el juego despertando el interés por el tema tratado generando un aprendizaje significativo.

Los principios metodológicos del Método Singapur según Guel (2014) son tres:

1. Concreto: se realiza un acercamiento a los conceptos matemáticos a través de actividades relacionadas con la vida real.
2. Pictórico: los alumnos dibujan un modelo ilustrado o pictórico para representar las cantidades matemáticas, luego las comparan en un problema, para ayudarlos a visualizar y resolver.
3. Abstracto: los estudiantes estructuran algoritmos utilizando signos y símbolos matemáticos que traducen la experiencia concreta y pictórica. (pág. 36)

Es decir, los estudiantes trabajan de forma que los conocimientos adquiridos se refuerzan mediante la adquisición de los nuevos por otro lado, el método Singapur mediante el principio concreto, permite utilizar diferentes medios y materiales para llegar a resolver un problema matemático, pues no existe un único camino para llegar a una solución.

1.2.2. Importancia del Método de Singapur en la enseñanza aprendizaje de la matemática

La aplicación del Método didáctico Singapur en la enseñanza- aprendizaje de la matemática tiene su importancia en las instituciones educativas, debido a los procedimientos, enfoques y actividades las cuales llevan al estudiante a construir su propio conocimiento a través del uso de material didáctico, el cual les permite manipular su aprendizaje para que luego puedan pasar esa experiencia de manera gráfica y finalmente de forma abstracta logrando un aprendizaje efectivo y significativo.

(Sanmartín, 2019) menciona que la principal diferencia de este método con la enseñanza tradicional es que la enseñanza tradicional en el área de las matemáticas no estimula el

pensamiento del estudiante debido a que los docentes enseñan directamente. Los docentes se acercan a las matemáticas como una asignatura propia del aprendizaje memorístico y que los estudiantes no pueden opinar o contradecir al docente mucho menos descubrir y empear soluciones distintas. Entonces la enseñanza de las matemáticas se limitaba a aprender lo que otros habían descubierto.

La utilización de dinámicas en el desarrollo de los ejercicios posibilita que los alumnos no sientan tan pesados los ejercicios y busquen alternativas para ayudarse entre sí con el objetivo de ganar (Castillo, 2013). Mediante el método de Singapur los estudiantes van a aprender con materiales concretos, abstractos, pictóricos de una manera más didáctica, motivadora despertando así el interés por la resolución de problemas y ejercicios matemáticos.

El método Singapur desarrolla en los estudiantes valores importantes al momento de resolver el problema tales como: solidaridad, trabajo colaborativo, el aprendizaje entre compañeros, la organización, el respeto de turnos; esto genera la práctica de secuencias didácticas en clase (Guel, 2014). Concretamente este método genera aptitudes y actitudes positivas en los estudiantes, haciendo más comprensible las matemáticas mediante la resolución de problemas y la utilización de material didáctico.

Según (Barría, 2018) el método didáctico Singapur es una síntesis de metodologías basadas en la resolución de problemas así mismo menciona que su principal característica es el orden de visualización y abstracción de las matemáticas. Es decir, el estudiante empieza manipulando materiales concretos, luego dibujan las operaciones que deben hacer y finalmente aparece la fase de reemplazar los objetos por la representación abstracción. Lo más interesante de este método es que, según los testimonios de estudiantes recogidos por él mismo autor se pierde el miedo a las matemáticas.

1.2.3. Etapas del Método de Singapur

El método didáctico Singapur posee 4 etapas: la Comprensión, Consolidación, Transferencia y Evaluación.

Comprensión: La primera etapa implica el acercamiento inicial que tiene el estudiante hacia un concepto establecido, empleando material concreto como iniciación, que es el paso al mundo abstracto a través de la utilización de otros aprendizajes concretos y pictóricos, con la finalidad de ayudar al estudiante a identificar un patrón determinado en la esquematización. Esta primera etapa se subdivide en tres grupos:

- a) **Iniciación:** el estudiante adquiere un concepto determinado: base para un nuevo conocimiento sobre saberes previos, usando el lenguaje propio del estudiante y mediante el uso de materiales concretos.
- b) **Abstracción:** el estudiante obtiene la capacidad de integrar el concepto aprendido a través de ejercicios y problemas facilitados por el docente.
- c) **Esquematización:** El estudiante adquiere la comprensión del concepto mediante la identificación de patrones y aplicaciones en la vida diaria.

Consolidación: La segunda etapa del método didáctico Singapur, parte desde el momento en que el docente tiene la certeza de que el estudiante ha logrado entender los conceptos dados en la etapa anterior. El propósito principal de consolidaciones es ayudar a los estudiantes a recordar los hechos y las destrezas relacionadas al concepto, practicando su dominio mediante actividades didácticas.

Transferencia: Es la tercera etapa aquí se proponen diferentes labores o situaciones, los alumnos poseen la posibilidad de utilizar sus conocimientos por medio del modelo heurístico aplicando sus capacidades y habilidades, en situaciones de la vida diaria, pero con la ayuda de la matemática. En esta última fase, los conocimientos se transfieren, se usan en la solución de inconvenientes de la vida o no, en proyectos de investigación o sencillamente en cuestiones abiertas, las cuales despierten, el interés del estudiante en la asignatura.

Evaluación: No es la última etapa del modelo de educación con el método Singapur, sin embargo, es central e integral en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta fase se muestra a lo largo del desarrollo del modelo por medio de evaluaciones diagnósticas, formativa, y sumativa, estas evaluaciones tienen como objetivo reconocer la consolidación de los aprendizajes, comúnmente hechos por medio de una prueba escrita (Tapia, 2019).

1.3. Matemática en el primero de bachillerato

1.3.1. Objetivos

De acuerdo con el (Ministerio de Educación del Ecuador, 2018) los objetivos correspondientes para primero de bachillerato a la unidad 1 temática Los números reales son los siguientes:

- a) Crear, anunciar y generalizar información de forma escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica a través de la práctica de conocimientos matemáticos y el desempeño organizado, responsable de las fuentes de datos para entender otras asignaturas, comprender las necesidades y potencialidades de nuestro país y tomar elecciones con responsabilidad social.
- b) Apreciar el uso de las TIC para hacer cálculos y solucionar, de forma analítica y crítica, relacionados con inconvenientes de realidad nacional, argumentado la pertinencia de los procedimientos empelados y considerar la validez de los resultados.

1.3.2. Destrezas

De igual manera las destrezas con criterios de desempeño establecidas para la unidad 1 temática “Los números reales” de acuerdo con el (Ministerio de Educación del Ecuador, 2018) son las siguientes:

- Emplear las propiedades algebraicas de los números reales en la resolución de productos notables y en la factorización de expresiones algebraicas.
- Reconocer la intersección gráfica de 2 rectas como solución de un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas.
- Solucionar analíticamente sistemas de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas usando diferentes procedimientos como: igualación, sustitución y eliminación.

- Utilizar las propiedades de orden de los números reales para hacer operaciones con intervalos de unión, intersección, diferencia y complemento, de forma gráfica por ejemplo en la recta numérica y de manera analítica.
- Aplicar las características de orden de los números reales para solucionar ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita y con valor absoluto.
- Descomponer funciones racionales en fracciones parciales resolviendo los sistemas de ecuaciones que corresponden.
- Hacer operaciones de suma, multiplicación y división entre funciones polinomiales y multiplicación de números reales por polinomios en ejercicios algebraicos de simplificación.
- Utilizar las operaciones entre polinomios de grados ≤ 4 , esquema de Hörner, teorema del residuo y sus respectivas características para factorizar polinomios de grados ≤ 4 y reescribir los polinomios.
- Solucionar inconvenientes o situaciones que tienen la posibilidad de ser modelizados con funciones polinomiales, identificando las variables significativas presentes y las interrelaciones entre ellas y juzgar la validez y pertinencia de los resultados logrados.

1.4. Operaciones con Polinomios

Dados los polinomios $P(x), Q(x), R(x)$, de la forma general: consideramos a x un conjunto no vacío, al cual pertenece todos los elementos de la forma $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$, donde $a_i \in \mathbb{R}, n: 0,1,2,3,\dots$. $P(x)$ recibe el nombre de polinomio en x con coeficientes reales, y x es un conjunto de polinomios en x

Las operaciones con polinomios entonces se pueden expresar como las operaciones aritméticas o algebraicas, que partiendo de uno o más de esos polinomios nos da unos valores u otro polinomio, según la operación (suma, resta, multiplicación y división).

Suma o Adición de Polinomios:

Si se tiene $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$ y $Q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n$, donde $a_i, b_i \in \mathbb{R}, n: 0,1,2,3,\dots$; dos polinomios en x que pertenecen a X , con ellos definimos la operación de suma o adición de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(x) + Q(x) &= (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n) + (b_0 + b_1x + b_2x^2 \\ &\quad + b_3x^3 + \dots + b_nx^n) \\ &= (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + (a_3 + b_3)x^3 + \dots + (a_n + b_n)x^n \end{aligned}$$

$P(x) + Q(x)$, es otro polinomio en “ x ” que también pertenece a X

En otras palabras, sumar polinomios es en tener dos o más polinomios e identificar sus términos semejantes para luego agruparlos, sumarlos y formar un sólo polinomio

Resta o Sustracción de Polinomios:

Si se tiene $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$ y $Q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n$, donde $a_i, b_i \in \mathbb{R}, n: 0,1,2,3,\dots$; dos polinomios en x que pertenecen a X , con ellos definimos la operación de resta o sustracción de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(x) - Q(x) &= (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n) - (b_0 + b_1x + b_2x^2 \\ &\quad + b_3x^3 + \dots + b_nx^n) \\ &= (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + (a_2 - b_2)x^2 + (a_3 - b_3)x^3 + \dots + (a_n - b_n)x^n \end{aligned}$$

$P(x) - Q(x)$, es otro polinomio en “ x ” que también pertenece a X

En otras palabras, restar polinomios es en tener dos o más polinomios e identificar sus términos semejantes para luego agruparlos, sumarle al minuendo el opuesto del sustraendo y formar un solo polinomio

Multiplicación de polinomios

Si se tiene $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_mx^m$ y $Q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n$, donde $a_i, b_i \in \mathbb{R}, n: 0,1,2,3,\dots$; dos polinomios en x que pertenecen a X , con ellos definimos la operación de multiplicación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_mx^m)(b_0 + b_1x + b_2x^2 \\ &\quad + b_3x^3 + \dots + b_nx^n) \\ &= a_0(b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n) + a_1x(b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n) \\ &\quad + a_2x^2(b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n) + \dots + a_mx^m(b_0 + b_1x + b_2x^2 \\ &\quad + b_3x^3 + \dots + b_nx^n) \\ &= a_0b_0 + a_0b_1x + a_0b_2x^2 + a_0b_3x^3 + \dots + a_0b_nx^n + a_1b_0x + a_1b_1x^2 + a_1b_2x^3 \\ &\quad + a_1b_3x^4 + \dots + a_1b_nx^{n+1} + a_2b_0x^2 + a_2b_1x^3 + a_2b_2x^4 + a_2b_3x^5 + \dots \\ &\quad + a_2b_nx^{n+2} + a_mb_0x^m + a_mb_1x^{m+1} + a_mb_2x^{m+2} + a_mb_3x^{m+3} \\ &\quad + a_mb_2x^{m+n} \end{aligned}$$

$P(x) \cdot Q(x)$, es otro polinomio que pertenece a X , cuyo grado está compuesto por la suma de los grados de $P(x)$ y $Q(x)$.

En otras palabras, la multiplicación de polinomios se consigue multiplicando cada término del primero por el segundo y luego reduciendo los términos semejantes. De este modo obtenemos el polinomio resultante

División de Polinomios

Si se tiene $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_mx^m$ y $Q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots + b_nx^n$, donde $a_i, b_i \in \mathbb{R}, n: 0,1,2,3,\dots$; dos polinomios en x que pertenecen a X , dichos polinomios deben cumplir con las siguientes condiciones:

- $Q(x) \neq 0$
- Grado de $P(x) \geq$ grado $Q(x)$

Se expresa una división de polinomios $P(x)$ de grado m , entre otro $Q(x)$ de grado n , al proceso por el cual se obtienen otros dos polinomios $C(x)$ y $R(x)$, donde:

- $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$
- Grado de $C(x) = m - n$
- Grado de $R(x) \leq n - 1$
- $P(x) \rightarrow$ Dividendo
- $Q(x) \rightarrow$ Divisor
- $C(x) \rightarrow$ Cociente
- $R(x) \rightarrow$ Resto (Villarroel, 2014).

CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Tipo de Investigación

La presente es una investigación mixta; es decir, está en el paradigma de tipo cuantitativo y cualitativo.

En el marco del paradigma cuantitativo esta investigación es de alcance descriptivo porque se ha detallado propiedades y características de las variables de enseñanza y aprendizaje acerca del método Singapur del contenido curricular Operaciones con Polinomios en el primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio”. La investigación descriptiva se expresa por su definición y medición de variables y las particulariza (Hernández-Sampieri & Mendoza Torres, 2018).

Cualitativamente está en el marco del diseño no experimental, ya que según Hernández-Sampieri & Mendoza Torres (2018), en este tipo de investigación se desarrollan sin manipular variables, ya que estas ya ocurrieron al momento de tomar la información. Además, esta investigación es transversal o transeccional porque la variable ha sido medida en un tiempo único.

Cualitativamente este es un estudio que está en el marco del diseño de una investigación acción, porque se construirá un material didáctico para la enseñanza aprendizaje de Operaciones con Polinomios. “La investigación acción está concentrada en resolver problemas de diferentes índoles” (Hernández-Sampieri & Mendoza Torres, 2018, pág. 223). El enfoque de esta investigación es técnico científico y de orientación práctico.

2.2. Métodos, técnicas e instrumentos de investigación

2.2.1. Métodos

a. Inductivo

Este método se aplicó en el análisis y discusión de resultados, ya que se analizó cada uno de los indicadores o preguntas de la encuesta, para llegar a conclusiones de carácter general. El método inductivo parte de lo particular o individual hacia lo general se dice también que es una reflexión enfocada en el fin.

b. Deductivo

El método deductivo fue aplicado en la propuesta de solución al problema detectado, en la medida en que partiendo de teoría general Operaciones con Polinomios. Se llegó a diseñar una propuesta particular que consiste en la construcción de un material didáctico. El método deductivo determina las características de una realidad particular que se estudia por derivación a contenidos científicos generales formulados con anterioridad.

c. Analítico

El método analítico utilizó en el marco teórico, en la medida en que descompusimos todos los referentes teóricos relacionados a la enseñanza aprendizaje del método didáctico Singapur para entender a cabalidad toda la estructura que subyace a la teoría de Operaciones con Polinomios. El método analítico parte del conocimiento general de una realidad realiza la distinción, conocimiento y clasificación de los distintos elementos esenciales que forman parte de ella y de las interrelaciones que sostienen entre sí.

d. Sintético

Este método se lo aplicó tanto en al análisis y discusión de resultados, como en el planteamiento de la propuesta, ya que se construyó y armó un todo partiendo del conocimiento de sus partes o elementos. El método sintético permite tener una síntesis de lo investigado de carácter progresivo uniendo todos los elementos reconstruyendo un todo.

2.2.2. Técnicas

a. Encuesta

Se aplicó una encuesta a 33 estudiantes del primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio”, la primera semana de diciembre de 2021. Una vez que se diseñó y aprobó la encuesta, se obtuvo la autorización de las autoridades del plantel, se procedió a informar de los objetivos a los encuestados y se les entregó la encuesta fotocopiada para que la llenen en aproximadamente en 20 minutos. Para la aplicación de la encuesta se utilizó un muestreo no probabilístico intencional eligiendo así un subgrupo de la población en la que la elección de los elementos no depende de la probabilidad sino de las características de la investigación.

2.2.3. Instrumentos

En el caso de la encuesta, el instrumento diseñado fue un cuestionario, en el que cada pregunta hace relación a un indicador.

2.3. Preguntas de investigación

Las preguntas de investigación que sirvieron de guía para el presente estudio están relacionadas directamente con los objetivos específicos, y son:

- ¿Existen bases teóricas y científicas relacionadas al método didáctico de Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”?
- ¿Cuál es el análisis del primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio” acerca de la enseñanza aprendizaje que se desarrolla en el contenido curricular “Operaciones con Polinomios”?
- ¿Se puede construir un material didáctico concreto para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”?
- ¿Se puede diseñar una guía para el uso del material didáctico concreto en el primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio”?

2.4. Matriz de operacionalización de variables o matriz diagnóstica

2.4. Matriz de operacionalización de variables

Tabla 1. Matriz Diagnóstica

VARIABLES	INDICADORES	TÉCNICA	FUENTE DE INFORMACIÓN
Características	Concreto	Encuesta	Estudiantes
	Pictórico	Encuesta	Estudiantes
	Abstracto	Encuesta	Estudiantes
	Material del medio	Encuesta	Estudiantes
Funcionalidad	Motivación	Encuesta	Estudiantes
	Pertinencia	Encuesta	Estudiantes
	Efectividad	Encuesta	Estudiantes

2.5. Participantes

Para la aplicación de la encuesta se utilizó un muestreo no probabilístico intencional este consiste en que la selección de los individuos no necesita de cálculos probabilísticos sino de otras variables que ayuden a realizar el muestreo como: acceso, disponibilidad y/o conveniencia estas son elegidas de manera informal (Scharanger, 2001).

Por consiguiente, en la presente investigación el universo analizado constó de 33 estudiantes de un curso de primero de bachillerato de la Unidad educativa “17 de Julio”.

Debido al tiempo y a la accesibilidad brindada por las autoridades de la Unidad educativa la muestra aplicada fue no probabilística intencional.

2. 6. Procedimiento y análisis de datos

Una vez diseñada la encuesta sobre la base de las variables de estudio, previa autorización del rector de la Unidad Educativa “17 de Julio”, se aplicó la encuesta con su respectivo cuestionario a los estudiantes de primer año de bachillerato de manera presencial, para lo cual se utilizó fotocopias de la encuesta.

Los datos obtenidos se los tabuló con la ayuda del programa SPSS, seguidamente, se representó los datos mediante tablas de frecuencia y por último se tabuló indicador por indicador para su respectivo análisis.

Capítulo III: Análisis y Discusión de Resultados

3.1. Análisis y Discusión de los Resultados de las Encuestas

Tabla 2 Manipulación de material concreto en su aprendizaje

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	24	72,7	72,7
De acuerdo	3	9,1	81,8
Muy acuerdo	5	15,2	97,0
Totalmente de acuerdo	1	3,0	100,0
Total	33	100,0	

Fuente: Encuesta enero 2022

Es preocupante que un 72,7 % de estudiantes de primer año de bachillerato en la provincia de Imbabura no aprendan manipulando material concreto en su aprendizaje con respecto al tema de operaciones con polinomios, debido a que según (Esteves, Garcés, Toala, & Poveda, 2018) es de suma importancia para el desarrollo de los estudiantes aprender es a través del uso de material didáctico y concreto, mediante estos los estudiantes involucran de manera activa en el aprendizaje despertando su interés en el tema tratado. Así mismo el (Ministerio de Educación, 2011) expresa que el aprendizaje de la Matemática es un proceso que inicia con las experiencias concretas asimismo ese contenido debe ser de interés significativo para el estudiante. La manipulación de material concreto es esencial para el aprendizaje y enseñanza de la matemática por sus diversos beneficios, los cuales permiten al estudiante aprender de manera significativa.

Tabla 3 *Presentación pictórica en problemas y ejercicios*

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	2	6,1	6,1
En desacuerdo	6	18,2	24,2
De acuerdo	13	39,4	63,6
Muy acuerdo	6	18,2	81,8
Totalmente de acuerdo	6	18,2	100,0
Total	33	100,0	

Fuente: Encuesta enero 2022

Sumando la tercera, cuarta y quinta alternativa da un porcentaje de 75,8 % el cual es alto, por lo que se puede evidenciar que más de la mitad de los estudiantes de primer año de bachillerato están de acuerdo en que aprenden operaciones con polinomios mediante problemas y ejercicios con diagramas o gráficos (pictórico), esto quiere decir que el docente emplea la fase de dibujo como parte de su enseñanza para luego pasar a una fase abstracta, simbólica y de manera inconscientemente está aplicando el método Singapur (Tapia, 2019). El cual según (Alonso, López, & De la Cruz, 2013) expresa que mediante el principio pictórico los estudiantes dibujan e ilustran el problema representando los datos lo cual ayuda a entender mejor su resolución. Por esta razón es muy favorecedor saber que los docentes si aplican uno de los principios metodológicos del Método Singapur en su enseñanza – aprendizaje.

Tabla 4 *Aplicación de aprendizaje abstracto*

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	13	39,4	39,4
En desacuerdo	16	48,5	87,9
De acuerdo	1	3,0	90,9
Totalmente de acuerdo	3	9,1	100,0
Total	33	100,0	

Fuente: Encuesta enero 2022

Es inquietante que el 87,9% de estudiantes de primer año de bachillerato en la provincia de Imbabura presenten un escaso aprendizaje abstracto en las operaciones con polinomios ya que mediante el aprendizaje abstracto según (Tapia, 2019) el estudiante logra conectar procesos de algoritmos y formulaciones del algebra, comprendiendo los símbolos y signos matemáticos de manera más explícita, asimismo relacionan los datos con la incógnita del problema para así obtener una solución más entendible y competente. Es preocupante que los estudiantes no tengan un aprendizaje abstracto ya que las matemáticas son abstractas y deben ir de la mano para que así los estudiantes logren entender mejor el tema y enriquecer su aprendizaje.

Tabla 5 *Aprendizaje con material del medio*

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	15	45,5	45,5
En desacuerdo	10	30,3	75,8
De acuerdo	7	21,2	97,0
Totalmente de acuerdo	1	3,0	100,0
Total	33	100,0	

Fuente: Encuesta enero 2022

Uno de los objetivos del método didáctico Singapur es aprender con material del medio, despertando así el interés del estudiante por el tema tratado en este caso operaciones con polinomios. Sin embargo, se evidencia que un 75,8% de los estudiantes de primer año de bachillerato en la provincia de Imbabura no aprenden con material del medio, se sobreentiende que los docentes ya sea por el tiempo o recursos no imparten una clase didáctica. Por ese motivo concuerdo con lo que expresa (Arrieta, 1998) el material didáctico facilita el entendimiento y comunicación entre el docente y estudiante ya que permite explicar el tema mediante un soporte físico del medio, apoya la visualización, motivación y genera una actitud positiva hacia el aprender Matemática, transformando su utilización en el punto de partida en la construcción de su propio aprendizaje.

Tabla6 *El docente inicia la clase con una motivación*

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	19	57,6	57,6
En desacuerdo	8	24,2	81,8
De acuerdo	3	9,1	90,9
Totalmente de acuerdo	3	9,1	100,0
Total	33	100,0	

Fuente: Encuesta enero 2022

El porcentaje acumulado de la primera y segunda alternativa es de 81,8 % el cual es alto, por lo que se puede decir que más de la mitad de los estudiantes de primer año de bachillerato no reciben una clase con una motivación inicial por parte de su docente. Estos resultados son preocupantes porque la motivación cumple un papel fundamental en el aprendizaje. Según (Navarrete, 2009) la motivación en la enseñanza y aprendizaje se refiere al interés que tiene el estudiante por aprender o por las tareas que lo guían hacia el aprendizaje. De ahí que el verdadero reto del docente es despertar el interés del estudiante en clase, el docente tiene que encontrar las formas de cómo llegar a ellos para enseñar con motivación los diferentes temas como operaciones con polinomios.

Tabla 7 *Aprende con problemas de la vida real*

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	14	42,4	42,4
En desacuerdo	13	39,4	81,8
De acuerdo	5	15,2	97,0
Totalmente de acuerdo	1	3,0	100,0
Total	33	100,0	

Fuente: Encuesta enero 2022

La mayoría de los estudiantes de primer año de bachillerato con un 81,9% expresan que no aprenden con problemas de la vida real, de manera implícita los docentes presentan problemas que los cuales no responden a una realidad del contexto (de la vida real). (Chamoso, Santiago, Manchado, & Múñez, 2014)manifiesta que para que los estudiantes comprendan el verdadero valor de la resolución de problemas más allá de las clases de matemáticas es primordial proponer problemas diferentes, que establezcan conexiones entre las matemáticas que aprende en clases y las situaciones a las que se enfrenta en su vida diaria. El hecho de emplear problemas de la vida real en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas permite al estudiante comprender, analizar y relacionar de mejor manera el tema tratado.

Tabla 8 *Aprender con material didáctico y mediante juegos es más efectivo que el aprender de manera tradicional*

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	2	6,1	6,1
En desacuerdo	2	6,1	12,1
De acuerdo	10	30,3	42,4
Muy acuerdo	6	18,2	60,6
Totalmente de acuerdo	13	39,4	100,0
Total	33	100,0	

Fuente: Encuesta enero 2022

Sumando la tercera, cuarta y quinta alternativa da un porcentaje de 87,8 % sobrepasando la mitad de los estudiantes de primer año de bachillerato, es decir que la mayoría de los estudiantes concuerda con que el aprender con material didáctico y mediante juegos es más efectivo que el aprender de manera tradicional y Esteves et al. (2018) lo confirma ya que beneficia su observación y habilidades a la hora de elegir decisiones, conjuntamente logran un alto nivel de imaginación y creatividad, está manera de aprender motiva la mente del estudiante transforma la forma de ver y aceptar la vida, forjando así la disciplina y responsabilidad hacia el autoaprendizaje. Es por este motivo que el método didáctico Singapur es la mejor opción para aprender matemáticas ya que le permite al estudiante aprender mediante juegos y material didáctico para finalmente conseguir un aprendizaje significativo.

CAPÍTULO IV: PROPUESTA

4.1. Título de la Propuesta

Material concreto basado en el método didáctico Singapur para la enseñanza- aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”

4.2. Introducción

Esta propuesta nace como resultado del análisis realizado, en el cual se evidencio que en el contenido curricular “Operaciones con Polinomios”, no se utiliza el Método Didáctico de Singapur para la enseñanza aprendizaje.

Por esa razón se ha visto la necesidad de implementar un material didáctico concreto para la enseñanza aprendizaje de “Operaciones con Polinomios”, el Algeplano será el material lúdico para esta propuesta, este permitirá introducir el concepto matemático de manera que pase por la fase 1 en forma concreta, luego pase a la fase 2 representando el concepto de manera pictórica y llegue a la fase 3 de abstracción. Adicionalmente, se elaborará una guía para el uso del material didáctico concreto, con la finalidad de que el docente y estudiante lo empleen de manera correcta y aprendan de una manera lúdica.

4.3. Objetivos

4.3.1. Objetivo general

- Desarrollar una propuesta didáctica mediante la utilización del Método Didáctico Singapur para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios” para los estudiantes del primer nivel de bachillerato de la Unidad Educativa 17 de Julio.

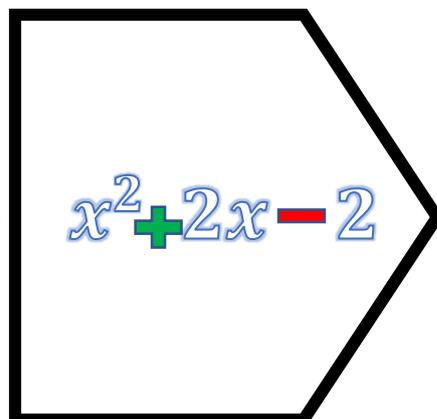
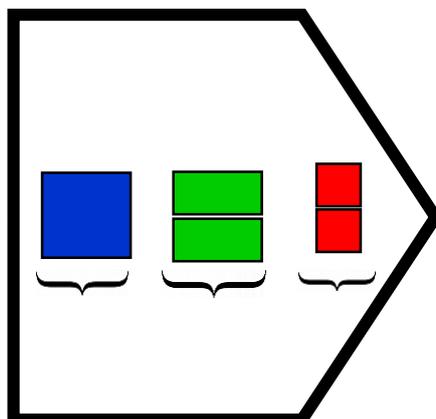
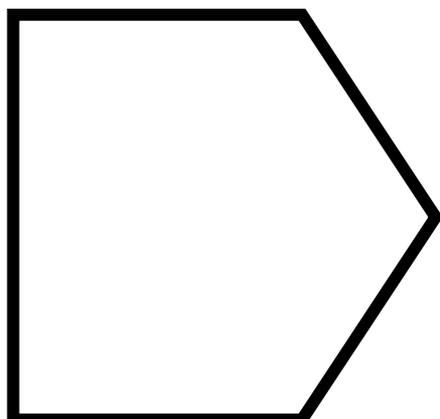
4.3.2 Objetivos específicos

- Determinar las fases que se emplean en el método didáctico Singapur y su aplicación en el aula.
- Construir un material didáctico concreto para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”.
- Detallar los materiales didácticos empleados en la construcción del Algeplano.
- Desarrollar a través de una guía el contenido curricular de “Operaciones con Polinomios” para estudiantes de primer año de bachillerato, utilizando el método didáctico Singapur.

4.4. Desarrollo de la propuesta



**GUÍA PARA EL USO DEL MATERIAL
DIDÁCTICO
(ALGEPLANO)
PARA EL CONTENIDO CURRICULAR
"OPERACIONES CON POLINOMIOS"
PARA ESTUDIANTES DE
PRIMER AÑO DE BACHILLERATO
UTILIZANDO EL MÉTODO DIDÁCTICO
SINGAPUR**

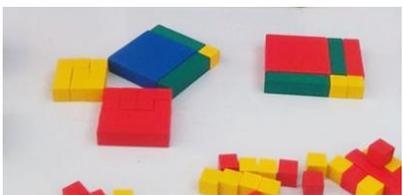
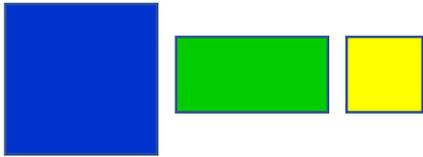


Definición

Método Didáctico Singapur

Es un proceso mediante el cual el estudiante aprende matemáticas de manera lúdica y activa, el estudiante actúa como protagonista de su aprendizaje y parte de lo concreto hasta llegar al conocimiento de lo abstracto, pasa por tres fases o también conocido como el enfoque CPA (Concreto-Pictórico-Abstracto):

Fases del Método Didáctico Singapur

Nº Fase	Nombre de la Fase	Definición
1	Concreto 	El docente provee al estudiante un material o juego didáctico referente al tema de clase, el estudiante manipula mediante un material didáctico concreto.
2	Pictórico 	A continuación, el estudiante representa de manera gráfica-esquemática lo aprendido en la primera fase.
3	Abstracto $x^2 + xy + y^2$	Hace referencia a que el estudiante pueda entender y representar de manera simbólica-abstracta las dos fases anteriores, alcanzando así un aprendizaje significativo.

Material concreto para la enseñanza aprendizaje del contenido curricular “Operaciones con Polinomios”

Algeplano

Es un material didáctico que permite desarrollar en el estudiante una base intuitiva concreta del álgebra, comprender y visualizar de forma concreta las diferentes expresiones algebraicas como operaciones con Polinomios.

Este material presenta las siguientes aplicaciones:

- Representación de expresiones algebraicas

- Adición y sustracción de polinomios.
- Multiplicación y división de polinomios.

Justificación

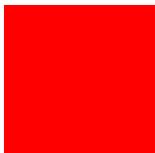
El uso del Algeplano esta direccionado a la representación de polinomios de primer y segundo grado, de dos variables y con enteros, además se puede realizar operaciones algebraicas como la adición, sustracción, multiplicación y división, agrupando las piezas de manera adecuada según su tamaño, color, forma y variable asignada.

Para los estudiantes el uso del Algeplano a través del método didáctico Singapur en la representación de polinomios y operaciones constituirá un aprendizaje significativo ya que parte de lo concreto, seguidamente lo representa de manera gráfico y finalmente llega al aprendizaje abstracto del lenguaje algebraico, también este material servirá de motivación para el estudiante durante la clase.

Descripción del material

El Algeplano puede ser hecho de madera, plástico o fomix según la conveniencia del docente en este caso se ha realizado de madera resistente, en colores variados para motivar la visualización del estudiante, contiene un total de 70 piezas; se hace distinciones en sus piezas según su forma son dos: una cuadrada y otra de forma rectangular, según su tamaño son tres: cuadrado grande, cuadrado pequeño y rectángulo.

Conformación del Algeplano según sus piezas

Nombre de la pieza	Color – Forma	Dimensión	Cantidad
Cuadrado Grande Azul		$4cm \times 4cm$	3
Cuadrado Grande Rojo		$4cm \times 4cm$	3
Rectángulo Verde		$1cm \times 4cm$	8

Rectángulo Rojo		$1\text{cm} \times 4\text{cm}$	8
Cuadrado Pequeño Amarillo		$1\text{cm} \times 1\text{cm}$	24
Cuadrado Pequeño Rojo		$1\text{cm} \times 1\text{cm}$	24

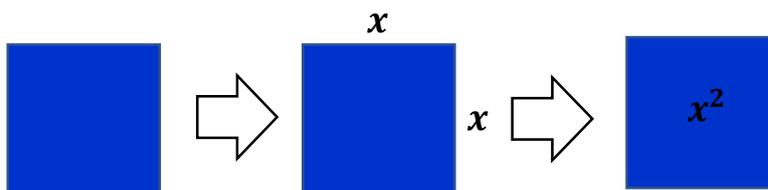
Representación de Polinomios

Para el docente se sugiere partir la clase con una actividad de reconocimiento acerca del Algebra, lo que es una variable y que son más comúnmente simbolizadas por las letras x o y , estas variables representan una cantidad desconocida.

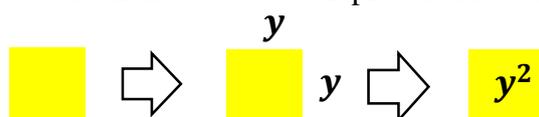
Las expresiones algebraicas como $3, x, y, x^2, y^2, 3x$ son monomios. Un monomio se define como una expresión algebraica de un solo termino ya sea un número, variable o producto de un numero por una variable. Por otro lado, un polinomio es la agrupación de varios monomios acompañados de operadores matemáticos como el $+$, $-$, \cdot ó \div .

Para representar los polinomios en el Algeplano se debe dar un valor representativo a las piezas, por ejemplo:

- En el cuadrado azul grande hacemos que x represente su longitud, consecuentemente su área se representaría como x^2 .

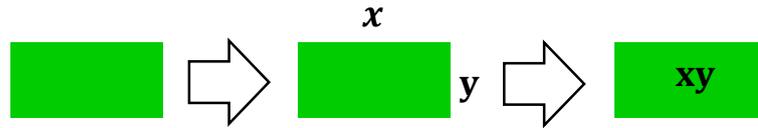


- En cuadrado amarillo pequeño hacemos que y represente su longitud, consecuentemente su área se representaría como y^2 .



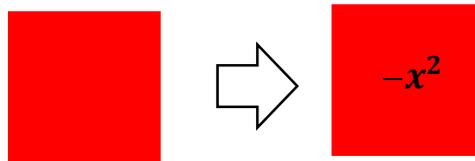
*Un caso particular se da cuando solo se trabaja con polinomios de una sola variable ahí esta pieza se representaría con el valor de 1 .

- En el rectángulo verde hacemos que x represente uno de sus lados mientras que y el otro lado, consecuentemente su área se representaría como xy .

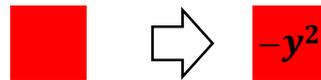


*Un caso particular se da cuando solo se trabaja con polinomios de una sola variable o en binomios ahí esta pieza se representaría con el valor de x .

- En el cuadrado rojo grande su área se representaría como $-x^2$.

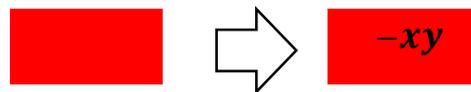


- En cuadrado rojo pequeño su área se representaría como $-y^2$.



*Un caso particular se da cuando solo se trabaja con polinomios de una sola variable ahí esta pieza se representaría con el valor de -1 .

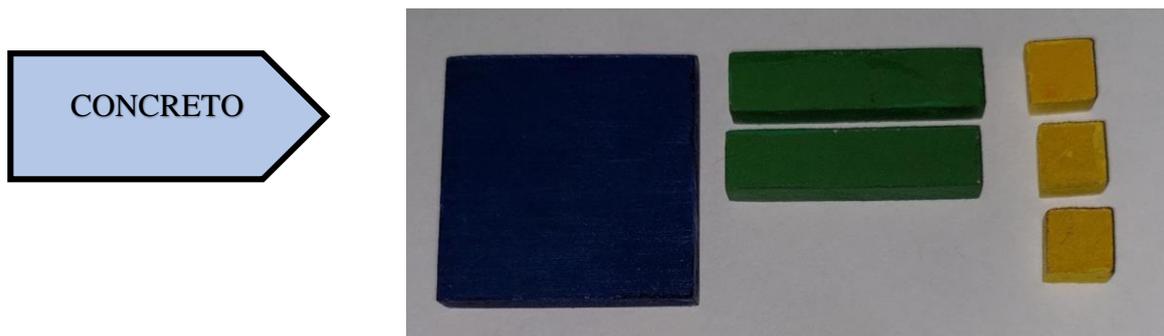
- En el rectángulo rojo su área se representaría como $-xy$.



*Un caso particular se da cuando solo se trabaja con polinomios de una sola variable o binomios ahí esta pieza se representaría con el valor de $-x$.

Ejemplos de cómo representar polinomios en el Algeplano utilizando el método didáctico Singapur

- **Polinomio de una variable**



PICTÓRICO

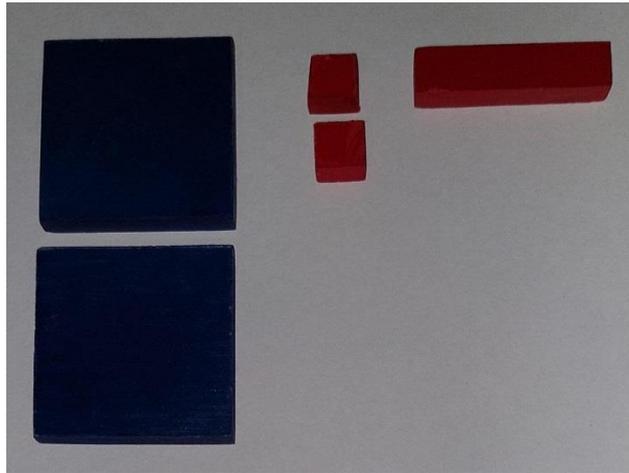


ABSTRACTO

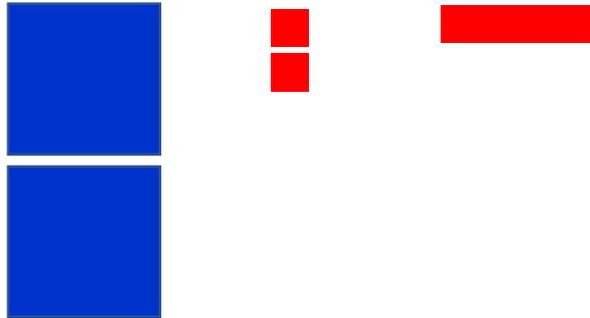
$$x^2 + 2x + 3$$

• Polinomio de dos variables

CONCRETO



PICTÓRICO

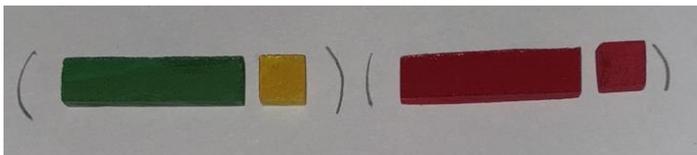


ABSTRACTO

$$2x^2 - 2y^2 - xy$$

• Binomio

CONCRETO



PICTÓRICO



ABSTRACTO

$$(x + 1) \quad (-x - 1)$$

ACTIVIDAD #1

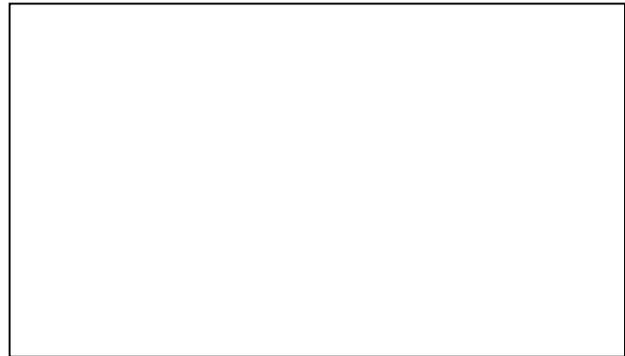
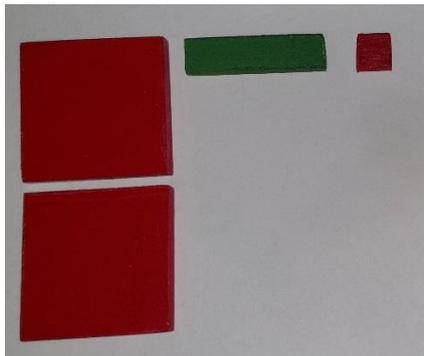
OBJETIVO ESPECÍFICO: Representar y reconocer polinomios con el Algeplano empleando el método didáctico Singapur.

ACTIVIDADES: Manipular las piezas del Algeplano, Formar polinomios con el Algeplano, Comprender acerca de polinomios a través del método didáctico Singapur.

RECURSOS: Algeplano, hoja de papel, lápiz y borrador.

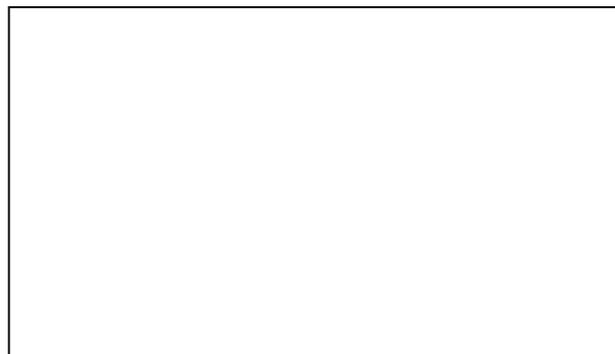
EVALUACIÓN: Representa y reconoce polinomios con el Algeplano empleando el método didáctico Singapur.

1. Exprese la siguiente imagen de manera gráfica y abstracta.



2. Represente los siguientes polinomios con las piezas de su Algeplano y luego grafíquelas en su hoja de trabajo:

$$2x^2; \quad xy + 1 \quad ; \quad 2x^2 - 3y^2$$



Adición de Polinomios

Esta operación matemática consiste en identificar monomios o términos semejantes para luego sumarlos entre sí.

Por otro lado, al emplear el Algeplano se colocan en columna los monomios o términos semejantes para su representación con las piezas.

Por ejemplo:

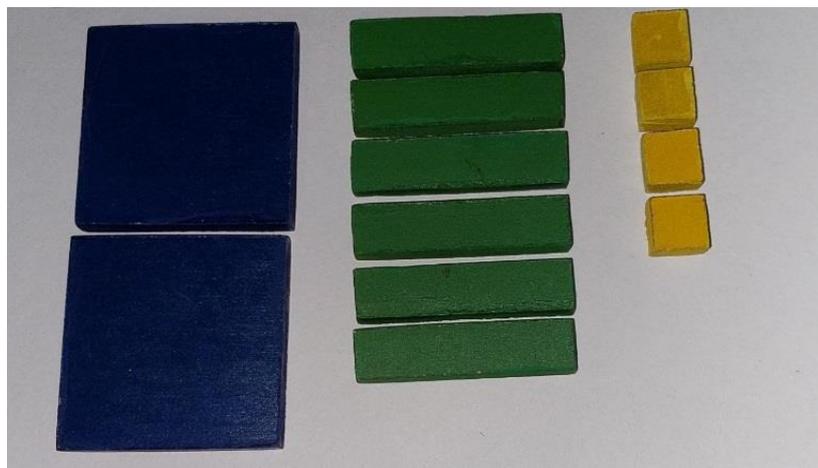
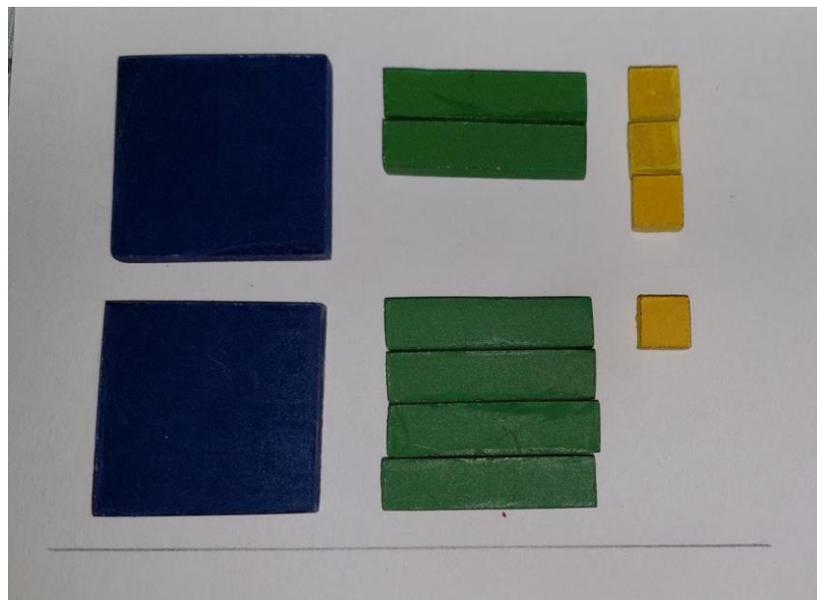
Sumar los siguientes polinomios: $P(x) = x^2 + 2x + 3$ con $Q(x) = x^2 + 4x + 1$

1) CONCRETO

Manipula y representa cada polinomio con las piezas del Algeplano

Ordena cada pieza según su color y forma en columnas

Cuenta las piezas semejantes y suma.



2) PICTÓRICO

Realiza gráficos o dibujos que representen las piezas del Algeplano



Ordena cada grafico en forma de columnas



Grafica la suma total de los polinomios dados



3) ABSTRACTO

Emplea símbolos y signos matemáticos para representar la suma de polinomios

$$x^2 \quad + 2x \quad + 3$$

$$x^2 \quad + 4x \quad + 1$$

Solución: $2x^2 \quad + 6x \quad + 4$

ACTIVIDAD #2

OBJETIVO ESPECÍFICO: Operar sumas de polinomios interpretando las piezas del Algeplano utilizando el método didáctico Singapur.

ACTIVIDADES: Manipular las piezas del Algeplano, Representar e interpretar gráficos de manera cognitiva, Contar y sumar polinomios a través del método didáctico Singapur.

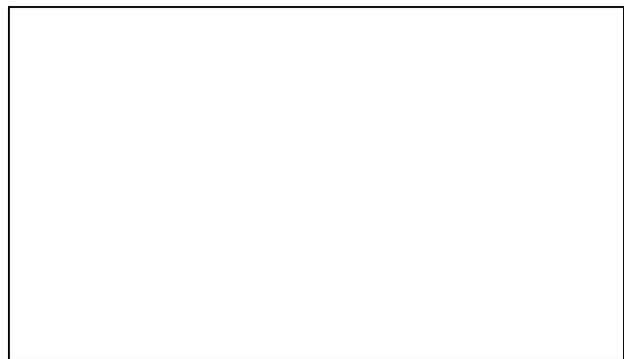
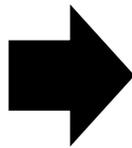
RECURSOS: Algeplano, hoja de papel, lápiz y borrador.

EVALUACIÓN: Opera e interpreta polinomios con el Algeplano utilizando el método didáctico Singapur.

1. Represente los siguientes polinomios con las piezas de su Algeplano, realice la suma correspondiente y grafique la suma total.

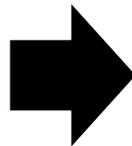
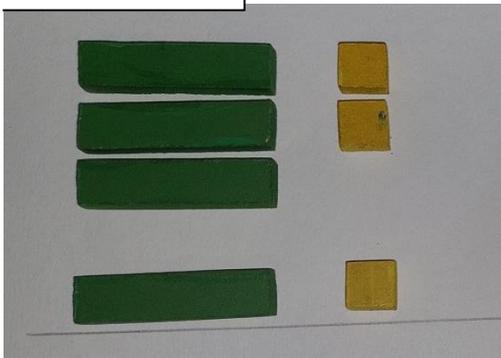
$$2x^2 + x + 3$$

$$x^2 + 3x + 1$$

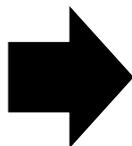
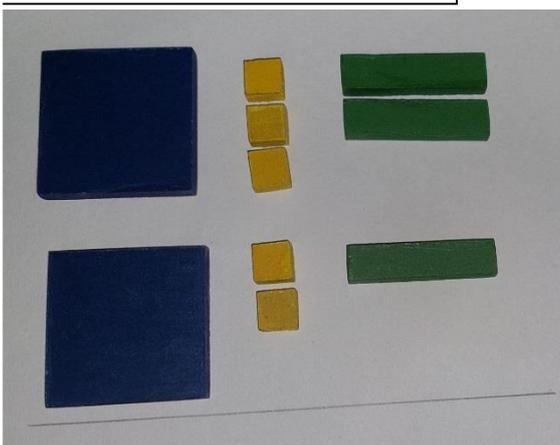


2. Según la imagen represente simbólicamente los polinomios y exprese el resultado de su suma de manera gráfica y simbólica.

Monomio



Polinomio de dos variables



Sustracción de Polinomios

La sustracción está compuesta de:

Minuendo – (Sustraendo) = Diferencia

Una vez dada la expresión de dos polinomios a restarse, se colocan en columna los términos semejantes para su representación con las piezas del Algeplano.

El signo menos – nos indica que se debe operar la sustracción retirando fichas del minuendo tantas como nos indique el sustraendo. Por otro lado, hay que tomar en cuenta que en el Algeplano las piezas de color rojo representan las expresiones negativas y al sumarse con las positivas se anulan. (**azul-rojo = /**, **verde-rojo = /**, **amarillo-rojo = /**)

Por ejemplo:

Restar los siguientes polinomios: De $P(x) = 2x^2 + 4x + 1$ restar $Q(x) = x^2 + 2x + 1$

1) CONCRETO

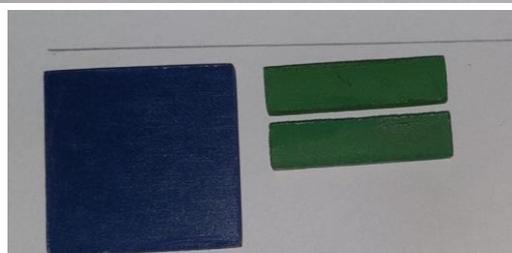
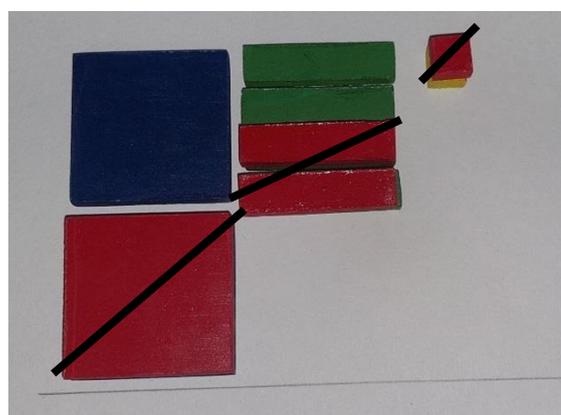
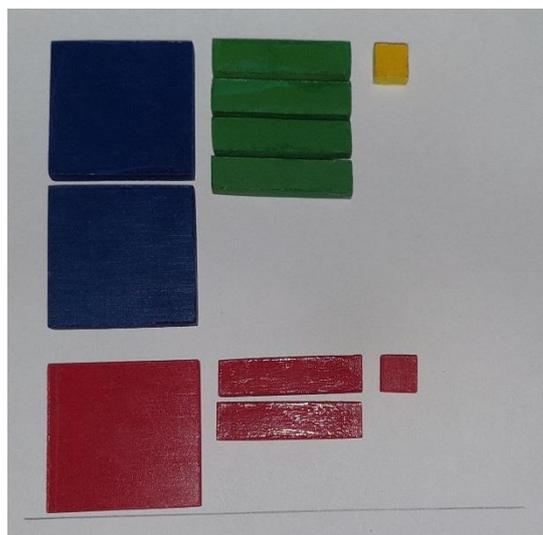
Manipula y representa cada polinomio con las piezas del Algeplano

Cambia de signo al polinomio de $Q(x)$ (Sustraendo)

Representa el Sustraendo con piezas de color rojo que representan el negativo

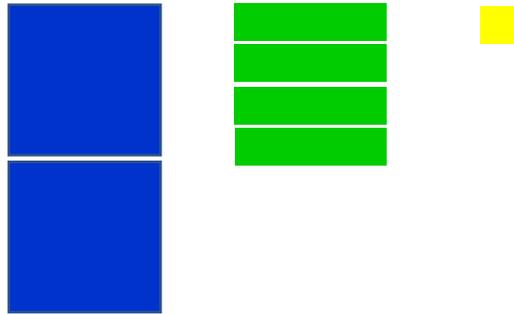
Al sumar la misma cantidad de piezas rojas con las positivas y estas se eliminan

Retira las piezas de arriba (minuendo) según lo indiquen las piezas de abajo (sustraendo)



2) PICTÓRICO

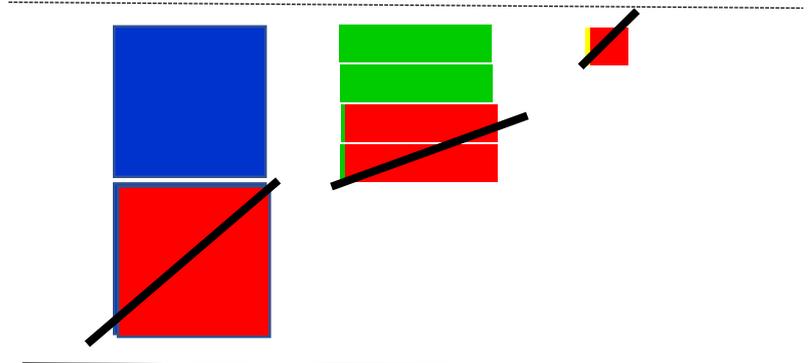
Realiza gráficos o dibujos que representen las piezas del Algeplano



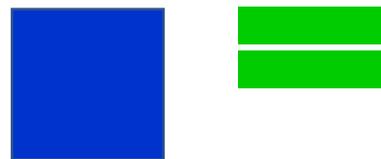
Representa el Sustraendo con piezas de color rojo que representan el negativo



Al sumar la misma cantidad de piezas rojas con las positivas y estas se eliminan



Grafica la resta total de los polinomios dados



3) ABSTRACTO

Emplea símbolos y signos matemáticos para representar la resta de polinomios

$$2x^2 + 4x + 1$$

$$-x^2 - 4x - 1$$

Solución: $x^2 + 2x - 1$

Multiplicación de Polinomios

La multiplicación de polinomios es un proceso por el cual se multiplica cada término del primer polinomio $P(x)$ por todos los elementos segundo polinomio $Q(x)$.

En el Algeplano la representación de la multiplicación de polinomios parte de la idea de la tabla de multiplicar de Pitágoras o también de formar rectángulos, es decir como el resultado del producto de sus lados.

Esta es una de las características de las piezas del Algeplano debido a que las dimensiones se representan con x y y , el área se representaría por xy o yx .

*Debemos completar los rectángulos para obtener el resultado de la multiplicación según el valor de los lados de las piezas.

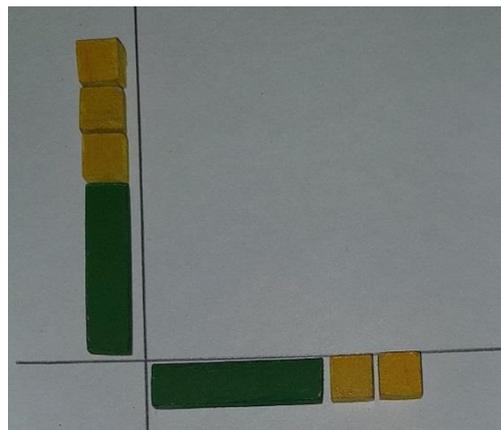
Por ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios: $P(x) = (x + 3)$ con $Q(x) = (x + 2)$

2) CONCRETO

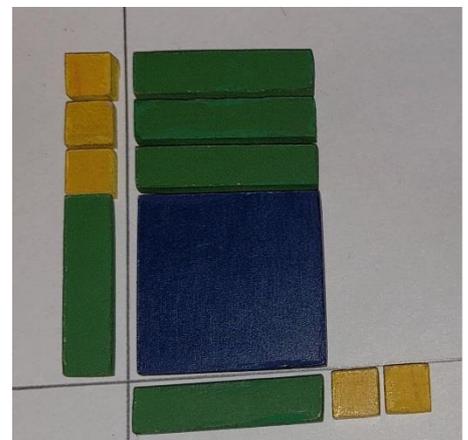
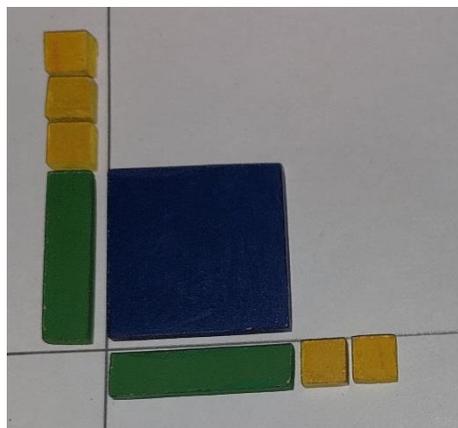
Manipula y representa cada polinomio con las piezas del Algeplano

Coloca las piezas del polinomio $P(x)$ como columna es decir de manera vertical

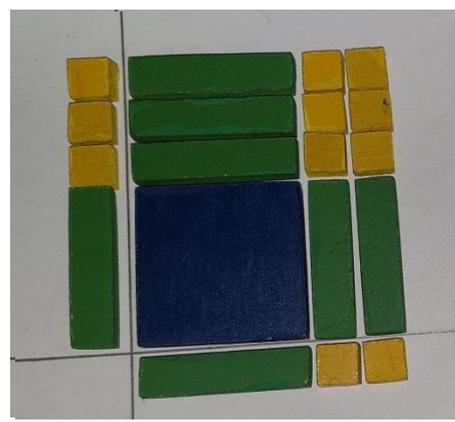
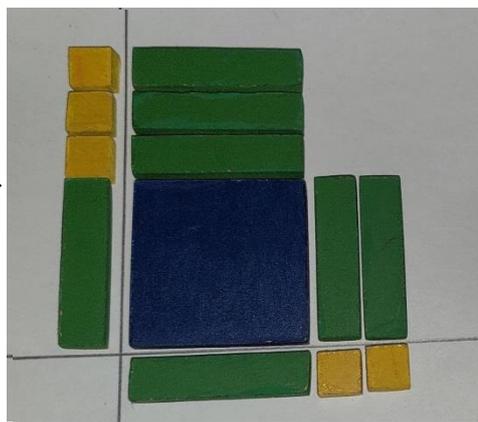


Coloca las piezas del polinomio $Q(x)$ como fila es decir de manera horizontal

Multiplica cada pieza (término) del primer polinomio $P(x)$ por todas las piezas (términos) del segundo polinomio $Q(x)$



Aplica la propiedad distributiva con cada pieza



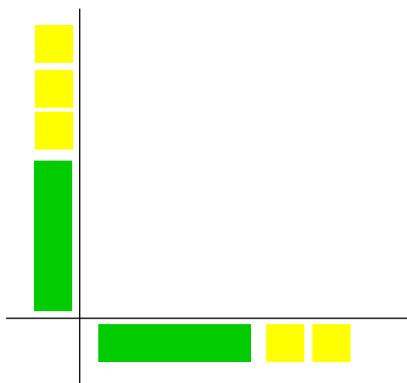
Suma las piezas semejantes y las ordena para representar el producto total



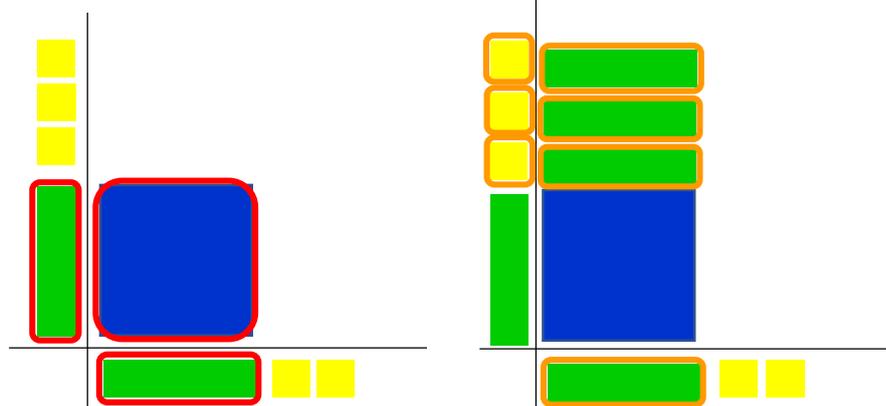
2) PICTÓRICO

Realiza gráficos o dibujos que representen las piezas del Algeplano

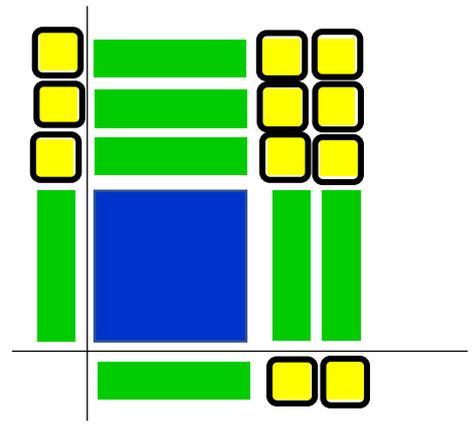
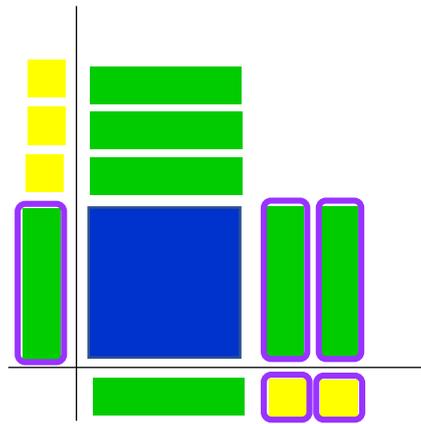
Dibuja las piezas del polinomio $P(x)$ como columna es decir de manera vertical



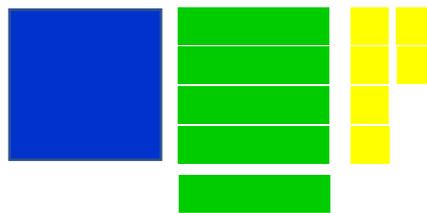
Dibuja las piezas del polinomio $Q(x)$ como fila es decir de manera horizontal



Aplica la propiedad distributiva con cada polinomio graficado



Grafica el producto de la multiplicación



3) ABSTRACTO

Emplea símbolos y signos matemáticos para representar la multiplicación de polinomios

$$\begin{array}{r} \times (x + 3) \\ (x + 2) \\ \hline + \quad 2x \quad 6 \\ x^2 \quad 3x \\ \hline x^2 + 5x + 6 \end{array}$$

Forma normal

$$(x + 3)(x + 2) = x^2 + 2x + 3x + 6$$

Propiedad Distributiva

Solución: $x^2 + 5x + 6$

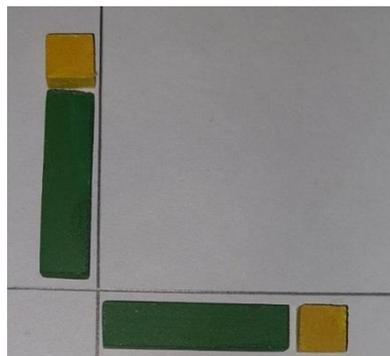
Por ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios: $P(x) = (x + 1)$ con $Q(x) = (x + 1)$

3) CONCRETO

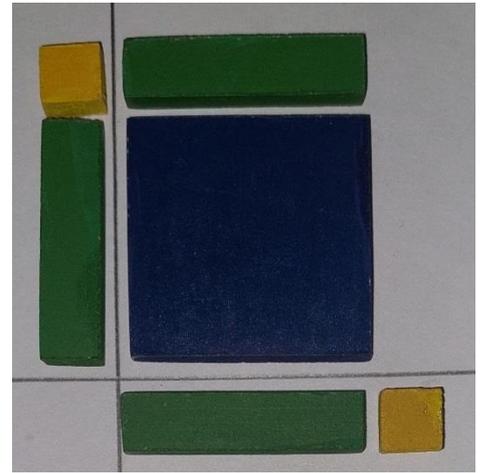
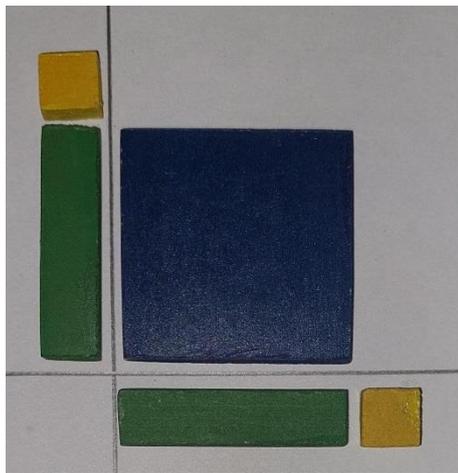
Manipula y representa cada polinomio con las piezas del Algeplano

Coloca las piezas del polinomio $P(x)$ como columna es decir de manera vertical

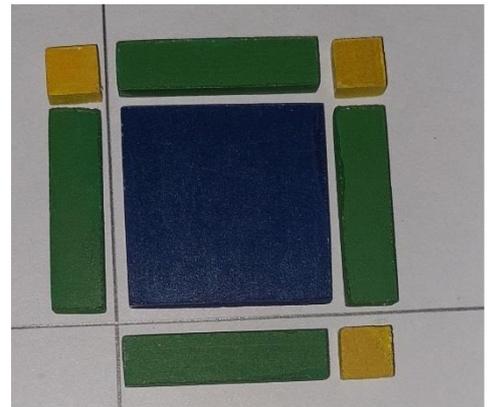
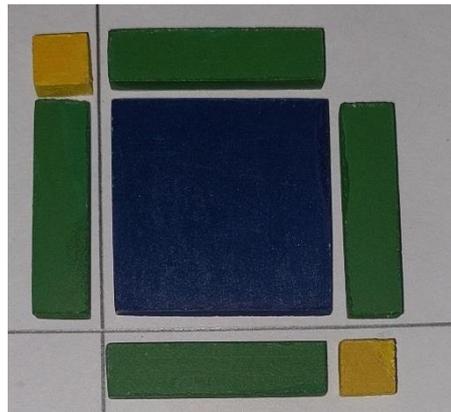


Coloca las piezas del polinomio $Q(x)$ como fila es decir de manera horizontal

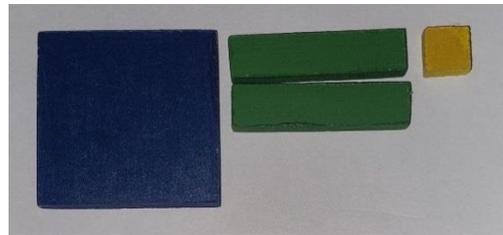
Multiplica cada pieza (término) del primer polinomio $P(x)$ por todas las piezas (términos) del segundo polinomio $Q(x)$



Aplica la propiedad distributiva con cada pieza

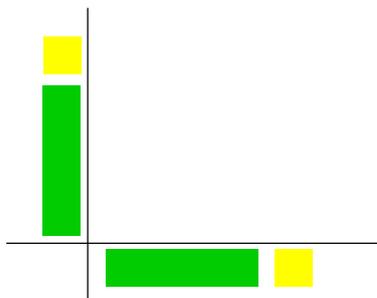


Suma las piezas semejantes y las ordena para representar el producto total



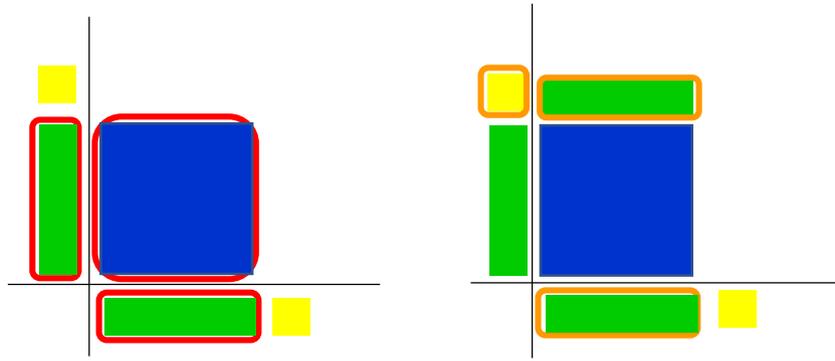
2) PICTÓRICO

Realiza gráficos o dibujos que representen las piezas del Algeplano

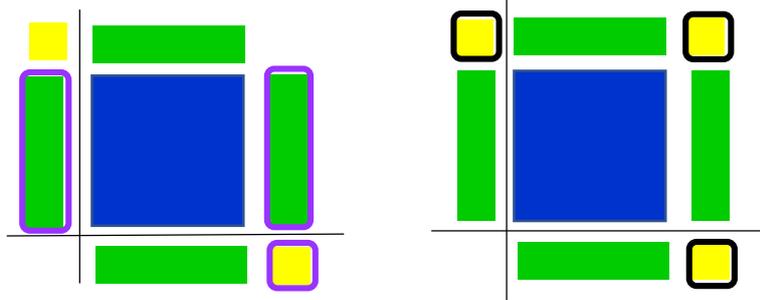


Dibuja las piezas del polinomio $P(x)$ como columna es decir de manera vertical

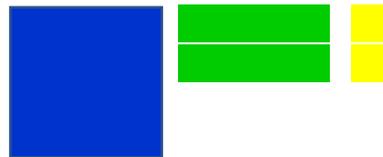
Dibuja las piezas del polinomio $Q(x)$ como fila es decir de manera horizontal



Aplica la propiedad distributiva con cada polinomio graficado



Grafica el producto de la multiplicación



3) ABSTRACTO

Emplea símbolos y signos matemáticos para representar la multiplicación de polinomios

$$\begin{array}{r} \times (x+1) \\ (x+1) \\ \hline + \quad x \quad 1 \\ x^2 \quad x \\ \hline x^2 + 2x + 1 \end{array}$$

Forma normal

$$(x+1)(x+1) = x^2 + x + x + 1$$

Propiedad Distributiva

Solución: $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

ACTIVIDAD #3

OBJETIVO ESPECÍFICO: Multiplicar polinomios manipulando las piezas del Algeplano utilizando el método didáctico Singapur.

ACTIVIDADES: Manipular las piezas del Algeplano, Representar e interpretar gráficos de manera cognitiva, Emplea el modelo de área, Usa cada polinomio como una de las dimensiones del rectángulo, y su producto como el área a través del método didáctico Singapur.

RECURSOS: Algeplano, hoja de papel, lápiz y borrador.

EVALUACIÓN: Multiplica polinomios manipulando las piezas del Algeplano utilizando el método didáctico Singapur.

1. Represente los siguientes polinomios con las piezas de su Algeplano, realice la multiplicación correspondiente y grafique el producto total.

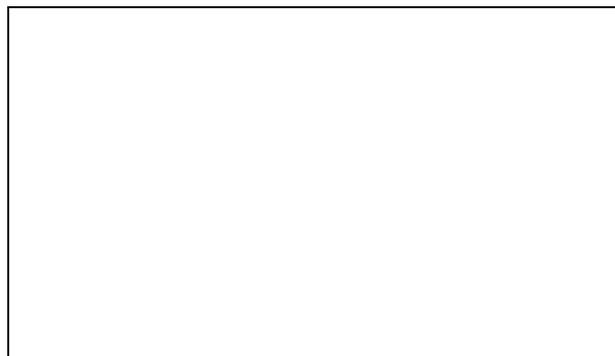
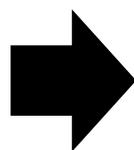
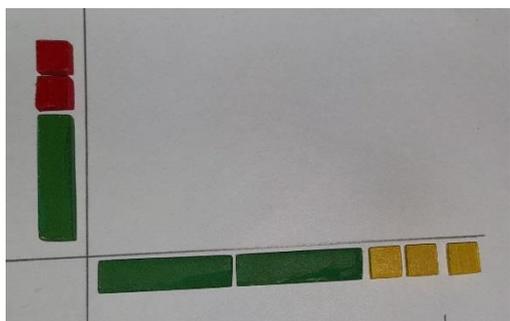
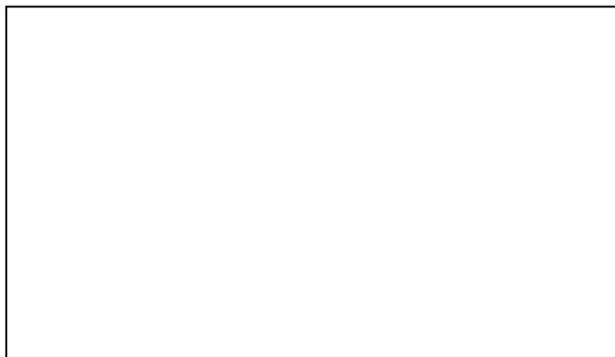
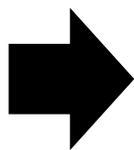
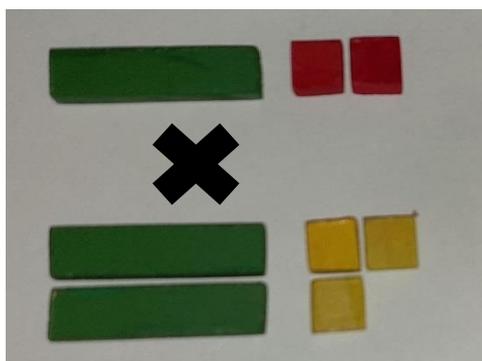
$$(x + 3)(2x + 5)$$



$$(x - 1)(x + 1)$$



2. Según la imagen represente simbólicamente los polinomios y exprese el resultado de su suma de manera gráfica y simbólica.



División de polinomios

La división es un proceso matemático en el cual se trata de descomponer un número de preferencia mayor (Dividendo) en tantas partes como lo indique el otro número (Divisor) y el resultado de este proceso se denomina (Coeficiente). Hay que tomar en cuenta que al multiplicar el Residuo por el Divisor se obtiene el Dividendo.

La representación de la división de polinomios con las piezas del Algeplano, al igual que la multiplicación parte de la idea de formar un área, solo que en este caso se sabe el valor del área que viene a ser el Dividendo, así mismo se proporciona el valor del Divisor es decir uno de los lados del rectángulo, en otras palabras, en la división se debe encontrar el valor del otro lado del rectángulo.

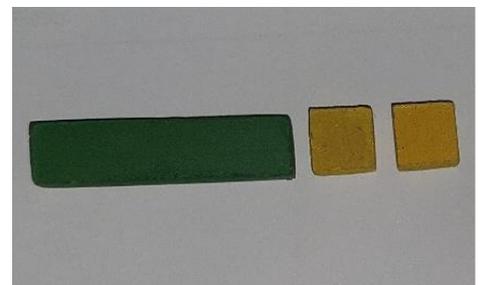
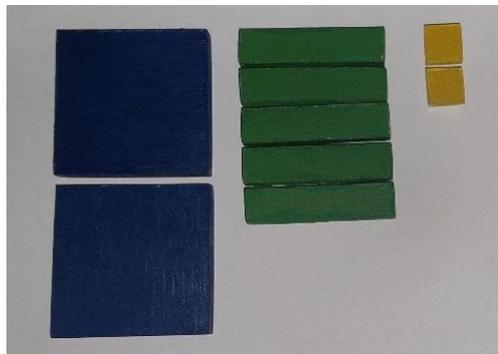
* Aplicable para divisiones exactas sin residuo.

Por ejemplo:

Dividir los siguientes polinomios: $P(x) = 2x^2 + 5x + 2$ entre $Q(x) = x + 2$

1) CONCRETO

Manipula y representa cada polinomio con las piezas del Algeplano



Ordena las piezas del Dividendo es decir del polinomio $P(x)$ de manera que formen un rectángulo.



Empieza colocando las piezas del Divisor es decir el polinomio $Q(x)$ como base del rectángulo.

Coloca las piezas restantes del polinomio $P(x)$ según los lados de las piezas ya colocadas.



Ya formado el rectángulo, determina los lados correspondientes.

Especifica que la altura del rectángulo formado corresponde al Cociente $C(x)$



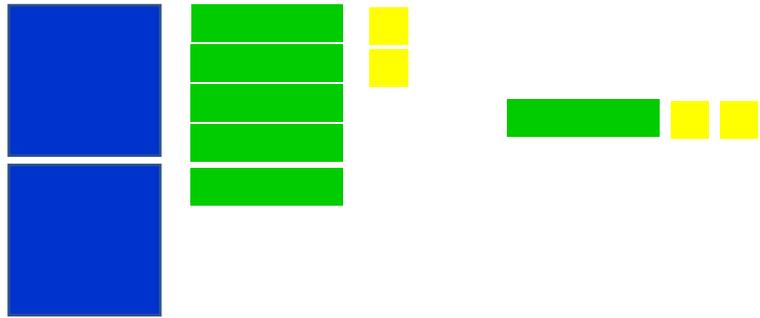
Especifica que la base del rectángulo formado corresponde al Divisor $Q(x)$

Como el residuo es $R = 0$, por el TEOREMA DEL RESIDUO definimos que:

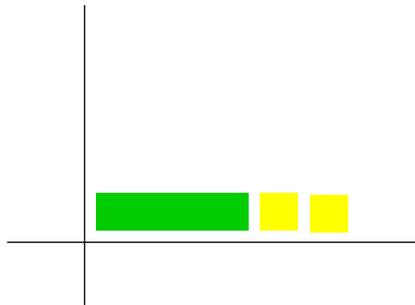
$$P(x) = Q(x) * C(x)$$

2) PICTÓRICO

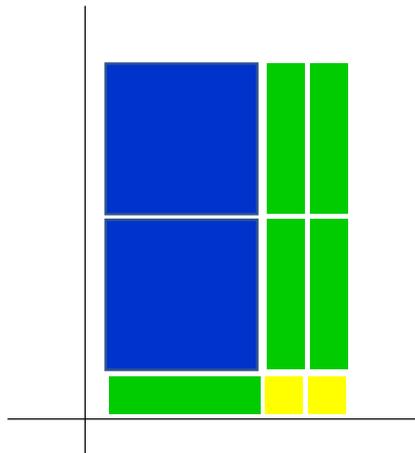
Realiza gráficos o dibujos que representen las piezas del Algeplano



Dibuja las piezas del polinomio $P(x)$ en forma de rectángulo partiendo del Divisor como base.

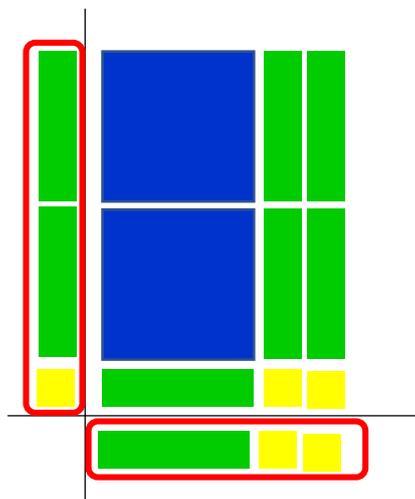


Dibuja las piezas restantes del polinomio $P(x) = 2x^2 + 5x + 2$, según el lado de las piezas ya dibujadas.



Ya formado el rectángulo, determina los lados correspondientes.

Dibuja las piezas especificando los lados del rectángulo



La altura corresponde al Cociente $C(x)$

La base corresponde al Divisor $Q(x)$

Como el residuo es $R = 0$, por el TEOREMA DEL RESIDUO definimos que:

$$P(x) = Q(x) * C(x)$$

3) ABSTRACTO

Emplea
símbolos y signos
matemáticos para
representar la
multiplicación de
polinomios

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 5x + 2 \\ -2x^2 - 4x \\ \hline x + 2 \\ -x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x + 2 \\ 2x + 1 \end{array}$$

Forma
normal

$$2x^2 + 5x + 2 \div (x + 2) = 2x + 1$$

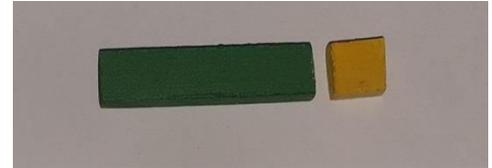
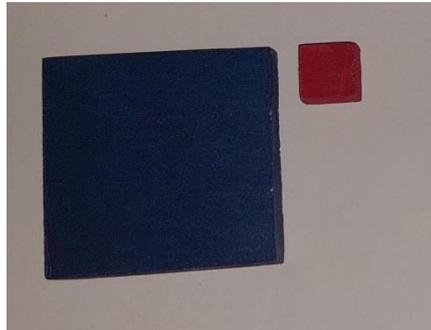
Solución: $2x^2 + 5x + 2 = (x + 2)(2x + 1)$

Por ejemplo:

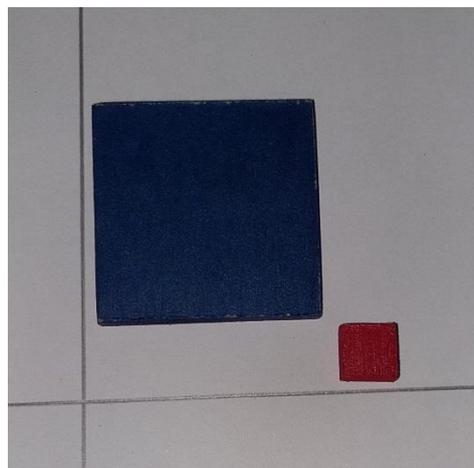
Dividir los siguientes polinomios: $P(x) = x^2 - 1$ entre $Q(x) = x + 1$

1) CONCRETO

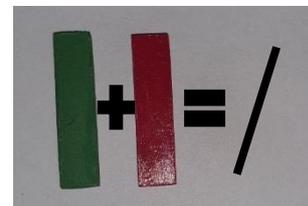
Manipula y
representa cada
polinomio con
las piezas del
Algeplano



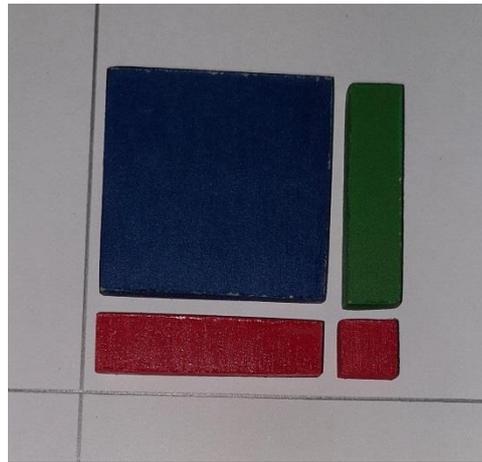
Ordena las
piezas del Divisor
de manera que
formen un
rectángulo.



Para el siguiente paso se debe tener cuenta que el
 $P(x) = x^2 - 1$ es igual a $P(x) = x^2 - 1 + xy - xy$

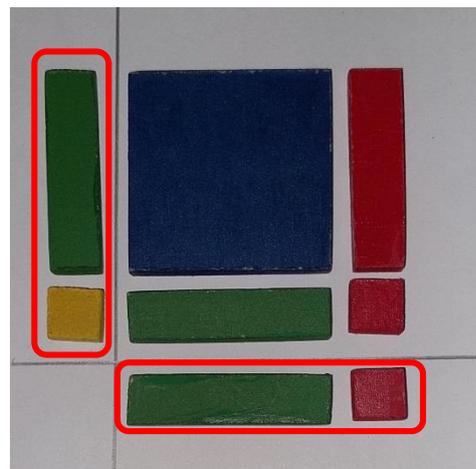


Completa el Dividendo, con la suma de un tercer término **0**, para así formar un rectángulo.



Esto no afecta el polinomio

Ya formado el rectángulo, determina los lados correspondientes.



Especifica que la base del rectángulo formado corresponde al Cociente $C(x)$.

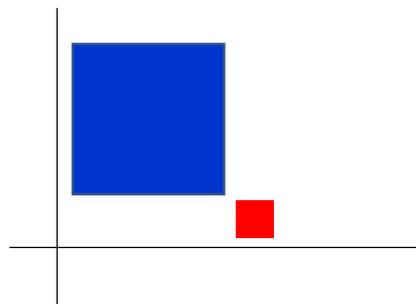
Especifica que la altura del rectángulo formado corresponde al Divisor $Q(x)$.

2) PICTÓRICO

Realiza gráficos o dibujos que representen las piezas del Algeplano

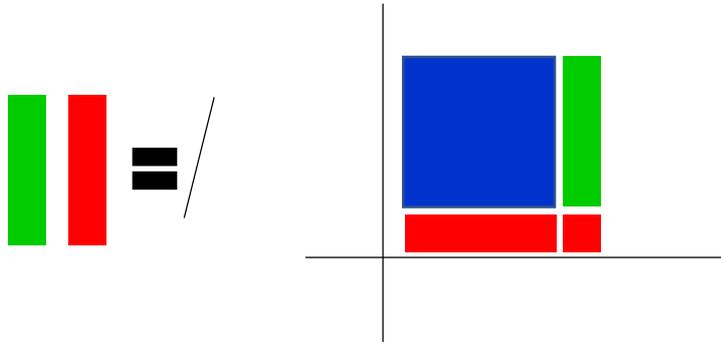


Dibuja las piezas del Divisor de manera que formen un rectángulo.



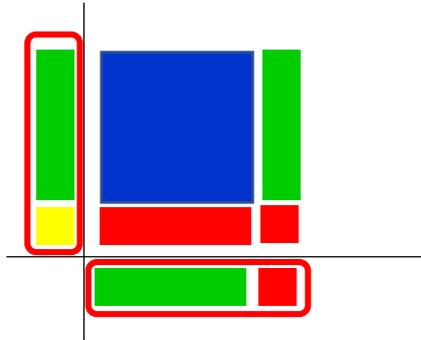
Recuerda que para el siguiente paso se debe tener cuenta que el $P(x) = x^2 - 1$ es igual a $P(x) = x^2 - 1 + xy - xy$

Gráfica y completa el Dividendo, con la suma de un tercer término 0 , formando un rectángulo dentro del plano.



Ya formado el rectángulo, determina los lados correspondientes.

Especifica que la altura del rectángulo formado corresponde al Divisor $Q(x)$.



Especifica que la base del rectángulo formado corresponde al Cociente $C(x)$.

3) ABSTRACTO

Emplea símbolos y signos matemáticos para representar la división de polinomios

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 1 & x + 1 \\ \hline -x^2 - x & \\ \hline -x - 1 & x - 1 \\ \hline -x - 1 & \\ \hline & \end{array}$$

Forma normal

$$x^2 - 1 \div (x + 1) = x - 1$$

Solución: $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

ACTIVIDAD #4

OBJETIVO ESPECÍFICO: Dividir polinomios manipulando las piezas del Algeplano utilizando el método didáctico Singapur.

ACTIVIDADES: Manipular las piezas del Algeplano, Representar e interpretar gráficos de manera cognitiva, Descomponer el polinomio mayor, Usar un polinomio como una de las dimensiones del rectángulo, y otro polinomio como producto del área a través del método didáctico Singapur.

RECURSOS: Algeplano, hoja de papel, lápiz y borrador.

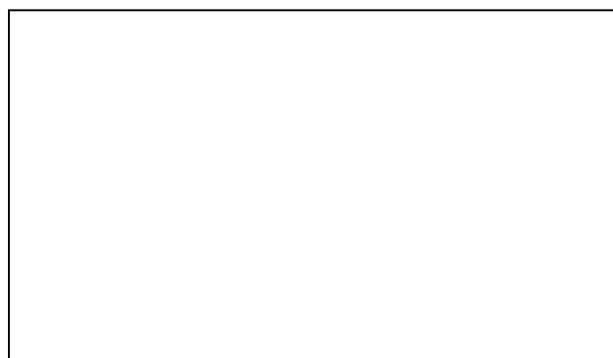
EVALUACIÓN: Dividir polinomios manipulando las piezas del Algeplano utilizando el método didáctico Singapur.

1. Represente los siguientes polinomios con las piezas de su Algeplano, realice la división correspondiente y grafique el producto total.

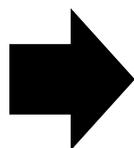
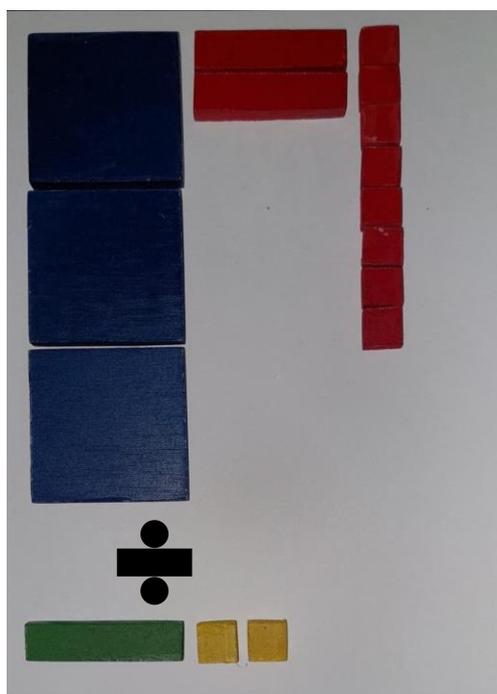
$$(2x^2 + x - 2) \div (x)$$



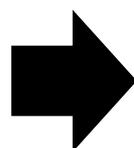
$$(x^2 - 1) \div (x - 1)$$



2. Según la imagen represente simbólicamente los polinomios y exprese el resultado de su suma de manera gráfica y simbólica.



Ordenado



CONCLUSIONES

- En la recolección de información acerca del método didáctico Singapur en el estudio de “Operaciones con polinomios” se pudo evidenciar que permite a los estudiantes el desarrollo del pensamiento lógico, pictórico y abstracto que le servirá para comprender de mejor manera las matemáticas.
- Las encuestas realizadas a los estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa “17 de Julio” permitió determinar que en el proceso de enseñanza aprendizaje de “Operaciones con polinomios” no se emplea el método didáctico Singapur.
- Las encuestas realizadas así mismo, determinaron que la mayoría de los docentes desconocen el método didáctico Singapur, tomando en cuenta que este método es reconocido mundialmente y su eficiencia en la enseñanza de las matemáticas es muy satisfactoria generando un aprendizaje significativo.
- La propuesta planteada sirve como apoyo a la labor docente y es de beneficio para los estudiantes, puesto que se explica y detalla como trabajar con el método didáctico Singapur en la enseñanza- aprendizaje de Operaciones con polinomios empleando el material didáctico Algeplano.
- El método didáctico Singapur aplicado en Operaciones con Polinomios es una gran opción para aprender de manera didáctica e innovadora, pasando de una experiencia concreta a un aprendizaje abstracto.

RECOMENDACIONES

- Capacitar y actualizar a los docentes con información acerca del método didáctico Singapur, para que se aplique dentro del aula y por ende conseguir un aprendizaje significativo en los estudiantes.
- Empezar la clase con una experiencia real o concreta, ya que esta servirá de motivación para el estudiante, seguidamente este con la ayuda del docente representará ese aprendizaje concreto de manera gráfica y finalmente lo relacionará de manera algebraica.
- Implementar propuestas pedagógicas didácticas de este tipo en la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas para mejorar la calidad educativa y generar un aprendizaje con sentido y activo.

GLOSARIO

Método: Es un modo, manera o forma de realizar algo de forma sistemática, organizada y/o estructurada. Hace referencia a una técnica o conjunto de tareas para desarrollar una tarea.

Didáctico: Es el arte de enseñar, se encarga del estudio y la intervención en el proceso enseñanza-aprendizaje con la finalidad de optimizar los métodos, técnicas y herramientas que están involucrados en él.

Material concreto: son aquellos objetos o elementos que facilita la adquisición de aprendizajes mediante la manipulación y experiencia concreta con estos elementos.

Destreza: La destreza es la expresión del “saber hacer” en los estudiantes, que caracteriza el dominio de la acción.

Pensamiento: es la facultad, acción y efecto de pensar, se entiende también como la capacidad de construir ideas, conceptos y de establecer relaciones entre ellas.

Referencias

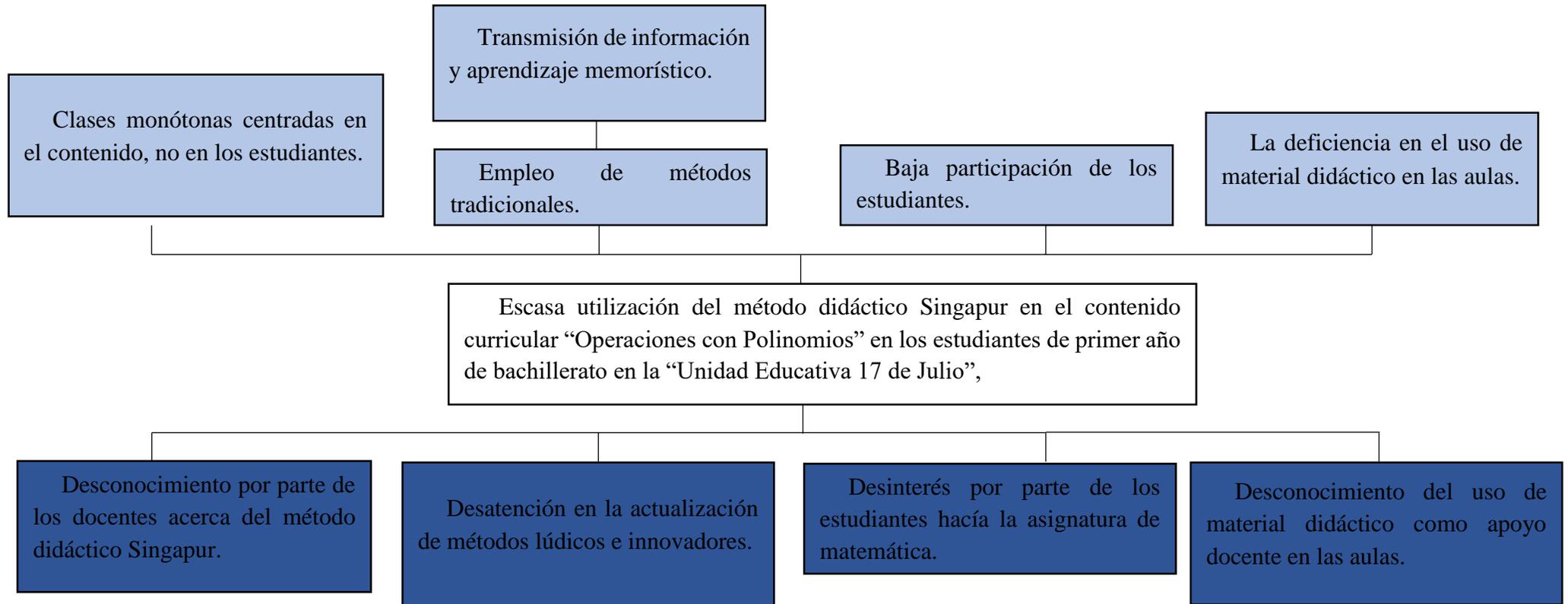
- Abreu Alvarado, Y., Barrera Jiménez, A. D., Breijo Worosz, T., & Bonilla Vichot, I. (2018). The teaching-learning process of the Linguistic Studies: its impact on the motivation towards the study of the language. *Mendive. Revista de Educación*, 16(4), 610-623. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-76962018000400610&lng=es&tlng=en
- Alonso, C., López, P., & De la Cruz, O. (2013). Creer tocando. *Tendencias Pedagógicas*, 21, 249-262. Obtenido de <https://revistas.uam.es/tendenciaspedagogicas/article/view/2036>
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de Psicodidáctica*(5), 107-114. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17517803011>
- Barría, C. (7 de Febrero de 2018). *Cómo es el "Método Singapur" con el que Jeff Bezos les ha enseñado matemáticas a sus hijos (y por qué lo usan los mejores estudiantes del mundo)*. Obtenido de BBC News Mundo: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-42966905>
- Borbor, M., & Zapata, F. (Marzo de 2020). *Incidencia del software geogebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática: Repositorio Universidad de Guayaquil*. Obtenido de Repositorio Universidad de Guayaquil: <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/54230>
- Castillo, R. M. (26 de Noviembre de 2013). *“Estrategias de enseñanza para el aprendizaje de Operaciones con Polinomios en Octavo Grado del colegio Violeta Barrios de Chamorro, comunidad Wapí, municipio El Rama”*. Obtenido de <http://riul.unanleon.edu.ni:8080/jspui/bitstream/123456789/5567/1/225271.pdf>
- Cepeda, H., Karlita, C., Lozano, E., & Urquizo, D. (2017). ANÁLISIS CRÍTICO DEL CONDUCTISMO Y CONSTRUCTIVISMO, COMO TEORÍAS DE APRENDIZAJE EN EDUCACIÓN. *Órbita Pedagógica*, 1-12. Obtenido de <file:///C:/Users/usuario/Downloads/83-Article%20Text-330-2-10-20181119.pdf>

- Chamoso, J., Santiago, V., Manchado, E., & Múñez, D. (2014). Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿son solo Problemas para el aula? (págs. 261-279). España: Departamento Psicología Evolutiva y de la Educación. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/21442/1/Chamoso2014Los_.pdf
- Díaz, F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista*. (M. G. Hill, Ed.) Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/32393174/Estrategias_docentes_para-un-aprendizaje-significativo-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1650387278&Signature=RaQ5g53FUCsW-RmS~syBEnDdhhM4wk1DqcWA-KTEB~XBMEgTac~BU9oQJQIy-2Ivhelx3BjKzMjSGc5-ojWvKpRRLCazJPvEEKrAV
- Esteves, Z., Garcés, N., Toala, V., & Poveda, E. (2018). La importancia del uso del material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos en la educación inicial. *INNOVA Research Journal*, 3(6), 168-176. doi:<https://doi.org/10.33890/innova.v3.n6.2018.897>
- Flores, J. (4 de Marzo de 2020). *Implementación del Método Singapur para la resolución de problemas sobre cuerpos redondos en el Octavo "B" de la U.E. "Luis Cordero"*. Obtenido de Repositorio Digital de la Universidad Nacional de Educación : <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/123456789/1456>
- Guel, M. (Agosto de 2014). *Efectividad del método de Singapur en la primaria*. Obtenido de <https://scripta.up.edu.mx/bitstream/handle/20.500.12552/2489/036095.pdf?sequence=1>
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza Torres, C. (2018). *Metodología de la Investigación: Las Rutas Cuantitativa, Cualitativa y Mixta*. Mexico: Mc Graw-Hill Education. Obtenido de http://www.biblioteca.cij.gob.mx/Archivos/Materiales_de_consulta/Drogas_de_Abuso/Articulos/SampieriLasRutas.pdf
- Ministerio de Educación. (2011). *ÁREA DE MATEMÁTICA. LA IMPORTANCIA DE ENSEÑAR Y APRENDER MATEMÁTICA*. Obtenido de http://web.educacion.gob.ec/_upload/10mo_anio_MATEMATICA.pdf

- Ministerio de Educación del Ecuador. (2018). *Matemática 1 BGU*. Quito, Ecuador: Don Bosco. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2018/04/curriculo/1BGU-Matematicas.pdf>
- MORA, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 181-272. Obtenido de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&nrm=iso&tlng=es
- Navarrete, B. (2009). La motivación en el aula. Funciones del profesor para mejorar la motivación en el aprendizaje. *Innovación y Experiencias Educativas*, 1-9. Obtenido de https://upvv.clavijero.edu.mx/cursos/LEB0527/documentos/la_motivacion_en_el_aula.pdf
- Ortiz Granja, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*(19), 93-110. doi:10.17163/soph.n19.2015.04
- Sánchez, S., EL FILALI, B., & López, V. (2013). El proceso del aprendizaje a través de un pensamiento complejo. 1-8. Obtenido de <http://www.laccei.org/LACCEI2013-Cancun/RefereedPapers/RP148.pdf>
- Sanmartín, O. (27 de Febrero de 2019). *Una clase en Madrid con el autor del mejor método para enseñar Matemáticas del mundo*. Obtenido de EL MUNDO: <https://www.elmundo.es/papel/lideres/2019/02/27/5c759e5ffc6c838c5e8b4666.html>
- Sarmiento, M. (Enero de 2007). *La enseñanza de las matemáticas y las Ntic. Una estrategia de formación permanente: UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI*. Obtenido de UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI: <https://www.tdx.cat/handle/10803/8927#page=1>
- Scharanger, J. (2001). Muestreo No-Probabilístico. *Escuela de Psicología*, 1-3.
- Segura Castillo, M. (2005). El ambiente y la disciplina escolar desde el conductismo y el constructivismo. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 5, 1-18. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44720504001>

- Suárez Valdés-Ayala, Z. (2012). Constructivismo en educación: ilusiones y dilemas. *Revista Electrónica Calidad En La Educación Superior*, 3(1), 24-42. Obtenido de <https://doi.org/10.22458/caes.v3i1.432>
- Tapia, R. (1 de Diciembre de 2019). *El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas*. doi:<https://doi.org/10.17162/rmi.v5i2.1322>
- Tünnermann Bernheim, C. (2011). El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. *Universidades*(48), 21-32. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37319199005>
- Villarroel, J. M. (2014). *Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios”, en estudiantes de grado octavo de la I.E María Cano de*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/51789>

Anexo 1. Árbol de Problemas



Nota: Color Celeste – Causas
Color Azul – Efectos

Anexo 2. Encuesta



Encuesta aplicada a los estudiantes

Autor (a): Kimberly Yolanda Revelo Ruiz



Encuesta dirigida a los estudiantes de Primer año de Bachillerato de la Unidad educativa “17 de Julio”

Orientaciones: Determinar la aplicación del método didáctico Singapur en el contenido curricular Operaciones con Polinomios

Instrucciones: Por favor responda a las siguientes preguntas de acuerdo con su criterio.

ENCUESTA A ESTUDIANTES

1. Edad: años
2. Género: Masculino () Femenino () Otro ()
3. Nacionalidad: Ecuatoriana () Colombiana () Venezolana () Otra ()

Las siguientes preguntas responda con respecto a la siguiente tabla:

5	Totalmente de acuerdo
4	Muy acuerdo
3	De acuerdo
2	En desacuerdo
1	Nada

<i>Responda las siguientes preguntas con respecto al método didáctico Singapur para el tema de operaciones con polinomios</i>	5	4	3	2	1
4. ¿Usted manipula material concreto en su aprendizaje?					
5. ¿Resuelve problemas y ejercicios con diagramas o gráficos (pictórico)?					
6. ¿Su aprendizaje en este tema es abstracto?					
7. ¿El docente le presenta este tema con material del medio?					
8. ¿Para trabajar este tema usted recibe una motivación inicial por parte del docente?					

9. ¿Al resolver un problema de este tema los datos responden a una realidad del contexto (de la vida real)?					
10. ¿Considera que al aprender con material didáctico y mediante juegos es más efectivo que el aprender de manera tradicional?					

Anexo 3.- Resultados del SPSS

DATASET ACTIVATE Conjunto_de_datos0.
 DATASET ACTIVATE Conjunto_de_datos0.

 SAVE OUTFILE='C:\Users\usuario\Documents\Conjunto_de_datos0.sav'
 /COMPRESSED.
 DATASET ACTIVATE Conjunto_de_datos0.
 FRECUENCIAS VARIABLES=Edad Género Nacionalidad Concreto Pictórico Abstracto Material Motivación Contexto Efectivo
 /ORDER=ANALYSIS.

Frecuencias
 [Conjunto_de_datos0] C:\Users\usuario\Documents\Conjunto_de_datos0.sav

Estadísticos											
		Edad	Género	Nacionalidad	¿Usted manipula material concreto en su aprendizaje?	¿Resuelve problemas y ejercicios con diagramas o gráficos (pictórico)?	¿Su aprendizaje en este tema es abstracto?	¿El docente le presenta este tema con material del medio?	¿Para trabajar este tema usted recibe una motivación inicial por parte del docente?	¿Al resolver un problema de este tema los datos responden a una realidad del contexto (de la vida real)?	¿Considera que al aprender con material didáctico y mediante juegos es más efectivo que el aprender de manera tradicional?
N	Válido	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla de frecuencia

Anexo 5. Material didáctico ALGEPLANO

